



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

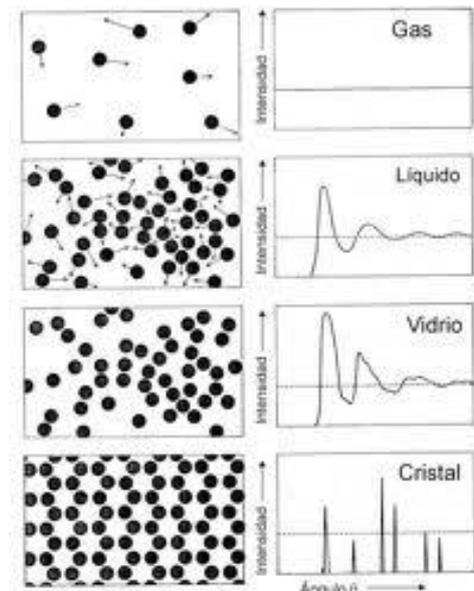


Física V (4300311) - Período: noturno

2º Semestre de 2013

GUIA DE TRABALHO

Tópico I – A Estrutura da Matéria no contexto da Física Clássica



Prof.^a Maria José (Mazé) Bechara



UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA



Física V – 4300311 - período noturno
2^o SEMESTRE de 2013

Prof.^a Maria José (Mazé) Bechara

Tópico I – A Estrutura da Matéria no contexto da Física Clássica

tempo previsto: ~ 08 aulas (de 100 minutos)

Objetivos específicos do Tópico:

O tópico se inicia com um dos seus objetivos específicos: **repensar, para compreender, algumas concepções da física clássica, em particular o determinismo e o que caracteriza o movimento de ondas e o de partículas materiais.** Estas concepções devem ter sido apresentadas (de forma implícita ou explícita) nas disciplinas básicas, e é preciso ter clareza delas no contexto clássico, porque serão mudadas na Física Quântica, como será visto no decorrer da disciplina.

O tópico segue com os modelos mecânicos (cinéticos) de matéria no contexto da Física clássica. O foco será nos constituintes da matéria em qualquer estado gasoso, sólido ou líquido, em elementos gerais da distribuição espacial destes constituintes em cada estado da matéria, nos modelos mecânicos dos constituintes e nos seus movimentos, no contexto da Física Clássica. Afinal, o entendimento da matéria e de como ela interage com ondas eletromagnéticas é que levarão à construção da nova física: a quântica.

O **entendimento da estrutura da matéria no contexto clássico** faz da mecânica estatística clássica, devida a Maxwell e Boltzmann, tema do tópico. **Na disciplina serão abordadas às bases da teoria,** e como delas decorre **a distribuição de Boltzmann para o espaço de configurações de qualquer sistema de muitas partículas, no equilíbrio térmico.** A disciplina tratará de como chegar às distribuições específicas pertinentes, em particular: a distribuição das velocidades do centro de massa dos constituintes, do módulo da referida velocidade e da energia cinética de translação. **O entendimento da temperatura e da energia interna na Termodinâmica nos modelos mecânicos será um foco** destas discussões.

A clareza nas concepções da mecânica estatística clássica e o trato quantitativo de grandezas estatísticas relevantes são indispensáveis para que se compreenda a estrutura da matéria no contexto da Física Clássica, mas também para que se acompanhe a evolução da descrição da estrutura da matéria que levou à física quântica. Sem a sua compreensão ficará impossível o entendimento do caráter estatístico na mecânica quântica e suas diferenças com o caráter estatístico da mecânica clássica.

Um aspecto importante quando se trata de descrever fenômenos e processos da “intimidade” da matéria é que a ciência usa de modelos e de teorias físicas de validade mais geral, **mas não há observação direta da “intimidade” da matéria.** Os modelos e as teorias a eles aplicadas são validados quando **suas previsões** concordam com as grandezas observadas experimentalmente. Esta

é uma característica da ciência física dos séculos XX e XXI, que trabalha com construções abstratas e as vincula vínculo com o que é mensurável pelo método científico.

Mas como os constituintes de toda matéria, gasosa líquida ou sólida, têm além da massa, cargas elétricas, e tais constituintes estão em contínuo movimento com acelerações e desacelerações, em qualquer temperatura a matéria necessariamente emite ondas eletromagnéticas, segundo a eletrodinâmica clássica. **Mas esta é outra história, que fica para o próximo tópico...**

Conteúdo detalhado:

I. A Estrutura da Matéria no contexto da Física Clássica tempo previsto: ~ 07 aulas (de 120 minutos)

I.1. **Concepções da Física Clássica:** determinismo e características gerais dos movimentos de partículas (materiais) e de ondas.

I.2. **Revisão estendida - Modelos mecânicos de matéria gasosa, sólida e líquida:** os constituintes, seus movimentos e interações na mecânica clássica. **O princípio da equipartição de energia e a interpretação da temperatura e da energia interna termodinâmica em termos de energias dos constituintes da matéria.** Os valores experimentais dos calores específicos molares a volume constante de gases e sólidos e os valores dos modelos cinéticos simples.

I.3 **Bases da mecânica estatística clássica de Maxwell - Boltzmann:**

- (1) O conceito matemático de distribuições.
- (2) Hipóteses básicas da mecânica estatística clássica e a distribuição geral de Boltzmann no espaço das configurações para um sistema qualquer de N constituintes no equilíbrio termodinâmico.
- (3) Distribuições de velocidades, de módulo de velocidades e de energia cinética dos constituintes da matéria gasosa, sólida ou líquida a partir do teorema de Boltzmann. Concepções e cálculos de valores estatisticamente relevantes das grandezas físicas: mais prováveis, menos prováveis e valores médios.
- (4) A equipartição da energia a partir da distribuição geral de Boltzmann. Os sólidos condutores no modelo de Drude. O calor específico molar a volume constante de sólidos condutores e não condutores na previsão da Mecânica estatística clássica e nas medidas experimentais.

Referências: Neste tópico I não há uma única referência que trate de todos os temas abordados. Será necessária a leitura refletida de várias delas para o entendimento do conteúdo discutido nas aulas. **Para começar leia o Cap.1 da referência 1 e a referência 2!**

1. *Modern Physics for scientists and engineers* de Thornton & Rex (T&R); Copyright © 2000 by Saunders College Publishing; Cap.1, Cap. 9.1 a 9.6.
2. Artigo de Michel Paty “A noção de determinismo na física e seus limites”. **Este artigo trata do tema que quase não há nas demais referências, mas será tratado em aulas. Há uma cópia na página da disciplina e também está no endereço eletrônico abaixo.**
<http://www.google.com/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CDQQFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.revistas.usp.br%2Fss%2Farticle%2Fdownload%2F11019%2F12787&ei=R5wSUdHVG5Dm8QTLj4GoCq&usq=AFQjCNEYkyPXszWaBA-IVlzTzymn-JOCqg&bvm=bv.41934586.d.eWU>.
3. Notas de aulas de Roberto V. Ribas - endereço na Internet: <http://www.dfn.if.usp.br/~ribas/download.html>; Cap. 1.
4. *Física Atômica* de Max Born, Cap. 1.
5. *Introduction to Atomic Physics* de Enge, Wehr e Richards (EWR); Caps. 1. Copyright © 1972 by Addison-Wesley Publishing Company, Inc.
6. *Física Quântica* de Eisberg e Resnick; Editora Campus; Apêndice C.
7. *Física Moderna* de Paul A. Tipler e Ralph A. Llewellyn, LTC editora Copyright © 2001; Cap. 8.1.

Leitura interessante

1. *FÍSICA MODERNA – Origens Clássicas e Fundamentos Quânticos* de Francisco Caruso e Vitor Oguri; Editora Campus (2006); Cap. 1 e 2 (história do modelo de matéria); Cap. 3 até o item 3.2.3, Itens 8.1.1 a 8.1.5.

Segue lista mínima de questões para serem trabalhadas pelos estudantes. **Algumas são bastante qualitativas. Mas cuidado: isto não implica em respostas vagas. A concepção científica exige precisão ao expressar concepções. Outras questões são mais quantitativas, e a linguagem matemática será indispensável.**

A lista pode parecer longa para um tópico de menos de três semanas. Mas **grande parte do tópico é uma revisão estendida** do que foi visto em disciplinas anteriores. **Aqui se selecionou um conjunto de tudo o que é indispensável saber. É útil também como aquecimento do trabalho neste início do semestre letivo!**

Há muitas outras questões de interesse no final dos capítulos citados nas referências.

Fique a vontade para testar e ampliar o seu conhecimento de outras formas!

QUESTÕES RELATIVAS AO TÓPICO I

Observação importante: ao falar sobre concepções em Física é preciso usar os termos com o significado que eles têm no contexto científico. Não se pode ser dúbio ou impreciso com as palavras e/ou termos. Não se trata de repetir o que se ouviu ou leu sem mudar as palavras. Use sua forma própria para expressar a sua compreensão, sendo o mais preciso e claro que conseguir. Isto faz parte do aprendizado da linguagem científica tanto quanto o tratamento formal matemático.

⇒ Revisão estendida: Determinismo e características do movimento de partículas e de ondas na Física Clássica. Termodinâmica e modelos mecânicos cinéticos de matéria e de constituintes da matéria.

1. O que você entende por “Física Clássica”? Quais as grandes áreas desta Física? Quais dos temas da Física Clássica foram abordados nas disciplinas anteriores? Justifique com clareza.
2. O que você entende por “determinismo” na mecânica clássica?
3. Os movimentos ondulatórios estão sempre relacionados aos movimentos de massas no contexto da física clássica? Explique.
4. Quais são as principais características do que se entende por “ondas” que distinguem do que se entende por “partículas” na física clássica? Cite exemplos de fenômenos que permitem tal distinção.
5. Qual é o entendimento da Física sobre as grandezas físicas: temperatura, volume, pressão e calor específico molar a volume constante de um gás na Termodinâmica? E nos modelos cinéticos da matéria? O que você entende por modelos cinéticos da matéria? Quais os estados da matéria que você considerou na resposta?
6. Argumente sobre **um** resultado previsto pelo modelo cinético dos gases que é evidência da quantização da massa na matéria.

7. O que é o princípio de equipartição da energia na teoria cinética? Explique em palavras o seu entendimento deste conceito, com o rigor exigido na expressão de concepções nas ciências naturais.
8. Considere três materiais nos diferentes estados da matéria: gasoso, sólido cristalino e líquido. Os três materiais estão isolados de outros sistemas e na mesma temperatura. Descreva de forma comparativa, e segundo os modelos mecânicos (cinéticos) da matéria, os seguintes aspectos:
- Seus constituintes*: o que são, como se distribuem no espaço, e a distância média entre eles;
 - Tipos de movimentos dos constituintes*: translação, rotação, vibração;
 - Interação entre os constituintes*;
 - Energia cinética do centro de massa dos constituintes* e a grandeza termodinâmica diretamente relacionada a ela.
 - Energia total dos constituintes* e a grandeza termodinâmica diretamente relacionada a ela.
9. Usando a equi-partição de energia determine o calor específico molar a volume constante (c_v) de um gás cujas moléculas podem ser descritas pelos seguintes modelos mecânicos de seus constituintes:
- Moléculas monoatômicas;
 - Moléculas diatômicas na forma de halteres rígido, cujos átomos têm raios muito menores do que a distância (fixa) entre eles;
 - Moléculas diatômicas na forma de halteres não rígidos, que podem vibrar harmonicamente na direção que une os dois átomos.

⇒ **Conceitos e resultados da mecânica estatística clássica de Maxwell-Boltzmann.**

10. A mecânica estatística clássica é “determinística”? Explique com clareza e concisão.
11. Qual é o princípio básico da mecânica estatística clássica? Qual é a consequência deste princípio em termos de distribuição do espaço de fase para um sistema de muitas partículas idênticas?
12. A partir da distribuição geral de Boltzmann determine: (a) a distribuição normalizada de velocidades (lembre-se que velocidade é grandeza vetorial); (b) a distribuição normalizada de módulo de velocidade; (c) a distribuição normalizada de energia cinética de um sistema de muitas partículas. (d) Estas distribuições são as mesmas se o sistema for de matéria no estado gasoso, líquido ou sólido? Justifique.
13. Com base na distribuição dos módulos de velocidade do centro de massa das moléculas (determinada na questão 12):
- Determine o valor mais provável do módulo da velocidade das moléculas de hidrogênio (H_2), de hélio, do nitrogênio (N_2) e do hélio (He) na temperatura ambiente (300K).
 - Dê um argumento sobre a maior densidade de nitrogênio e oxigênio na atmosfera da Terra comparada com a densidade do hidrogênio. Lembre-se da velocidade de escape (acima da qual um corpo se livra da atração gravitacional terrestre).
 - Determine a quantidade de calor necessária para aquecer de um grau um mol de moléculas de hidrogênio (H_2) e da mesma quantidade de gás de hélio (He) do ar na temperatura ambiente (300K). Esses resultados dependem da temperatura na mecânica estatística de Boltzmann? E segundo as medidas experimentais? Justifique.
14. Usando a distribuição de energia cinética da questão 12:
- Determine a energia cinética mais provável e a energia cinética menos provável das partículas. Explícite o seu entendimento destas grandezas.

- b) Determine a energia cinética média.
 c) No caso da matéria, com que grandeza termodinâmica a energia cinética média está relacionada?

15. Considere um sistema de muitas partículas no qual a energia cada partícula é dada por $\varepsilon = Au^2$. A é constante e a coordenada u está definida no intervalo $-\infty < u < +\infty$. Usando a distribuição geral de Boltzmann:

- a) Escreva a distribuição $f(u)$ devidamente normalizada.
 b) Mostre que a energia média é igual à $kT/2$.

Obs. Essa é uma forma de demonstração da eqüipartição de energia.

16. (a) A energia de ionização do átomo de hidrogênio (energia mínima para o átomo se tornar um íon H^+) é de 13,6eV. Para qual valor de temperatura a energia cinética média de translação do átomo é igual à energia de ionização? (b1) Qual é a energia cinética de translação dos átomos de hidrogênio na temperatura da superfície do Sol (6000K)? (b2) E no interior do Sol (10^7 K)?

17. É importante na física de reatores saber as propriedades dos nêutrons (partículas neutras com massa aproximadamente igual a do átomo de H) no interior do reator nuclear. Usando a hipótese de um gás de nêutrons no interior do reator determine: a velocidade média (em m/s), a velocidade mais provável (em m/s) e a energia cinética média em eV, quando a temperatura do reator for de 300K, de 500K e de 2500K.

18. Em um material polaróide as oscilações harmônicas em torno de sua posição de equilíbrio ocorrem praticamente na direção de polarização (uma única direção). Assim, a energia de cada constituinte pode ser dada por:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} b x^2$$

x é a distância da molécula ao seu ponto de equilíbrio, m é a massa da constituinte e b uma constante da força de oscilação. O sistema está em equilíbrio térmico.

- a) Usando a distribuição geral de Boltzmann determine a função distribuição normalizada da energia ($f(\varepsilon) = \frac{dN(\varepsilon)}{Nd\varepsilon}$) dos constituintes do polaróide na temperatura T. Esboce o gráfico $f(\varepsilon)$ versus ε .
 b) Determine a energia mais provável e a energia média das moléculas. Justifique.
 c) Qual é a distribuição das velocidades das moléculas do polaróide? Justifique.

19. Considere o sólido cristalino no seu modelo mecânico mais básico, ou seja, constituído de átomos em arranjos geométricos simétricos, com oscilação harmônica tridimensional em torno das suas posições de equilíbrio.

- (a) Estenda o resultado das oscilações unidimensionais para determinar a energia média dos constituintes do sólido. Justifique.
 (b) Determine o calor específico molar a volume constante. Como este resultado se compara com o experimental?
 (c) Qual é a diferença, em termos de constituintes da matéria e seus movimentos, entre um sólido condutor (modelo de Drude) e um sólido isolante? Esta diferença tem consequência na energia média dos constituintes segundo a eqüipartição de energia da mecânica estatística clássica? Justifique.
 (d) Qual é a previsão da estatística clássica para o calor específico dos sólidos condutores e não condutores segundo o modelo do item anterior? Justifique. Compare tais previsões com os resultados experimentais e comente.

20. Considere um sistema de N partículas idênticas que têm somente duas possíveis energias: $E_1=0$ e $E_2=\varepsilon$. O sistema está em equilíbrio térmico e obedece a estatística de Boltzmann.

- a) Escreva a distribuição de energia normalizada. Justifique o seu procedimento.

- b) Determine a energia média $\langle E \rangle$ e mostre que $\langle E \rangle \rightarrow 0$ quando $T \rightarrow 0$ e que $\langle E \rangle \rightarrow \varepsilon/2$ quando $T \rightarrow \infty$.
- c) Determine o calor específico molar a volume constante (c_v) deste sistema. Esboce um gráfico de c_v versus T .

Obs. O problema de dois níveis é um clássico na física teórica.

21. Um sistema é composto por N partículas idênticas cujas energias podem ser escritas como $\varepsilon = n\varepsilon_0$. ε_0 é uma constante e os n são números inteiros: $n=0, 1, 2, \dots$
- a) Usando a distribuição discreta de Boltzmann determine a energia média do sistema.
- b) Determine o calor específico molar a volume constante, justificando o seu procedimento.
- c) Determine para este sistema o calor específico molar no limite de temperaturas muito altas ($kT \gg \varepsilon_0$). Compare o resultado neste limite com o obtido usando a distribuição contínua de Boltzmann.

Obs. O resultado para o calor específico molar de sólidos a volume constante foi obtido por Einstein no início do século XX supondo movimentos tridimensionais ($n=n_1+n_2+n_3$) com $n_1=0, 1, 2, \dots$, $n_2=0, 1, 2, \dots$, $n_3=0, 1, 2, \dots$, e $\varepsilon_0=3\varepsilon$, como se discutirá no próximo tópico!

22. Considere uma camada de ar em um plano horizontal, próximo da superfície da Terra, com espessura dz e área ΔA . A aceleração da gravidade local é g .
- a) Usando o modelo cinético dos gases mostre que a diferença de pressão dP entre as alturas z e $z+dz$, próximas da superfície da Terra (aceleração da gravidade constante = g) e com densidade volumétrica de ar ρ , é dada por:

$$dP = -\rho g dz$$

- b) Admitindo o ar a uma temperatura constante T e usando o teorema de Boltzmann, mostre que a pressão atmosférica obedece a relação:

$$P = P_0 \exp(-mgz)/(kT)$$

m é a massa de uma molécula.

⇒ Respostas a algumas das questões quantitativas

9. (a) $3R/2$; (b) $5R/2$; (c) $7R/2$.

12.

$$(a) f(\vec{v}) = f(v_x, v_y, v_z) = \frac{dN(v_x, v_y, v_z)}{Nd v_x d v_y d v_z} = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv_y^2}{2kT}} \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{mv_z^2}{2kT}}$$

$$(b) f(v) = \frac{dN(v)}{Nd v} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$$

$$(c) f(\varepsilon_c) = \frac{dN(\varepsilon_c)}{Nd\varepsilon_c} = 2 \sqrt{\frac{1}{\pi(kT)^3}} \sqrt{\varepsilon_c} e^{-\frac{\varepsilon_c}{kT}}$$

(d) Sim, são as mesmas.

13. (a) $v_{+p}(H_2)=1580\text{m/s}$; $v_{+p}(N_2)=422\text{m/s}$; $v_{+p}(He)=1117\text{m/s}$

(c) $Q(H_2)=3R/2=2,98\text{cal}$; $Q(He)=5R/2=4,97\text{cal}$ Na teoria de Maxwell-Boltzmann independem da temperatura. Segundo os resultados experimentais para o H_2 há patamares independentes da temperatura com trechos que dependem da temperatura.

- 14 (a) $\varepsilon_{+p}=kT/2$; $\varepsilon_p=0$; (b) $\langle \varepsilon \rangle = 3kT/2$ (c) A média da **energia cinética (de translação do centro de massa) define a temperatura.**

15. (a) $f(u) = \sqrt{\frac{A}{\pi kT}} e^{-\frac{Au^2}{kT}}$ (b) $\langle Au^2 \rangle = kT/2$

16. (a) 105K ; (b1) 0,78eV ; (b2) 1293eV

18. (a) $f(\varepsilon) = \frac{1}{kT} e^{-\frac{\varepsilon}{kT}}$ (b) $\varepsilon_{+p}=0$; $\langle \varepsilon \rangle = kT$

(c) $f(\dot{x}) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{m\dot{x}^2}{2kT}}$

19. (a) $\langle \varepsilon \rangle = 3kT$; (b) $c_V = 3R$

21. (a) $\langle \varepsilon \rangle = \frac{\varepsilon_o}{[e^{\frac{\varepsilon_o}{kT}} - 1]}$ (b) $c_V = \frac{N_o}{kT^2} \frac{\varepsilon_o^2 e^{\frac{\varepsilon_o}{kT}}}{[e^{\frac{\varepsilon_o}{kT}} - 1]^2}$

(c) $c_V(kT \gg \varepsilon_o) = \frac{N_o}{k} = R$ coincidente com o resultado das variáveis contínuas.