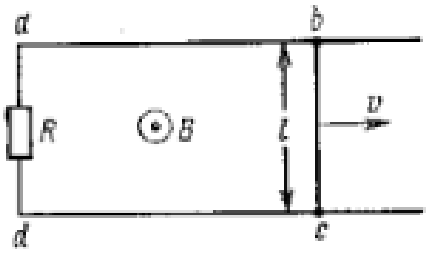
PROBLEMAS DE BARRAS EM TRILHOS

(Ind) (**) Uma barra condutora se apoia sobre um trilho, também feito de material condutor. Há um campo $\vec{B}$, perpendicular ao plano do trilho, de intensidade 2 T. A distância l entre os trilhos é 50 cm e a barra começa a ser puxada com velocidade de módulo u constante de 3 m/s, na direção indicada pela figura. Na extremidade do trilho, há um resistor de 100 ohms e desprezam-se todas as demais resistências no circuito. Pede-se

a) A força eletromotriz através da barra (entre os pontos “b” e “c” do desenho). Qual o sentido?
b) A corrente i que circula pelo resistor e pela barra, assim como seu sentido.
c) A força F_{mec} com a qual deve-se puxar a barra para mantê-la em velocidade constante.
d) A potência mecânica $P = Fv\cos\theta$
e) A potência dissipada pelo resistor através de efeito Joule $\frac{V^2}{R}$
f) Compare as respostas dos itens “d” e “e”. Explique.



(Ind vinculado) (**) No sistema da questão anterior, em dado instante, solta-se a barra. Por simplicidade, adote esse momento como t = 0.

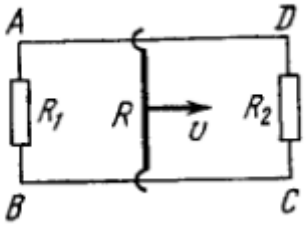
a) Escreva as equações que regem o movimento da barra.
b) Em que direção fluirá a corrente do circuito neste caso?
c) Qual a constante de tempo? Em quanto tempo a barra irá parar? (adote que a barra está efetivamente parada após 5 constantes de tempo)
d) Qual a energia total que será dissipada em forma de calor pelo resistor R? Faça o cálculo por 1 - conservação de energia 2 - integrando o produto v(t)i(t) de t = 0 a t = ∞.

(Ind vinculado)(**) Ainda sobre o sistema da questão anterior, pede-se:

a) Se substituirmos o resistor R por uma fonte de tensão D.C. ideal de 5 V, qual será a velocidade da barra?
b) Se a fonte D.C. não for ideal, mas tiver uma resistência interna de 50 ohms, qual será a velocidade da barra?

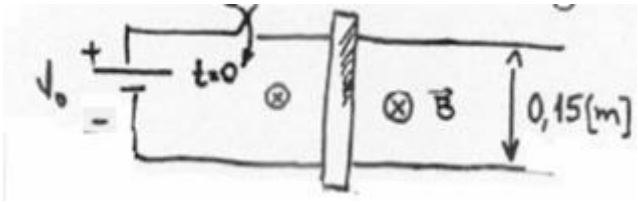
(Irodov) (**) Um circuito retangular que possui uma barra móvel de comprimento l está sob um campo magnético perpendicular ao plano do circuito (figura abaixo). O campo magnético tem intensidade B. A barra possui resistência R, e os lados AB e CD

possuem resistência R1 e R2 respectivamente. Desprezando a indutância própria do circuito, encontre a corrente circulando na barra quando ela se move com velocidade constante u.

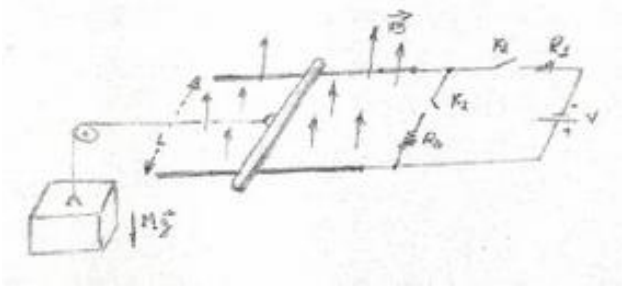


Resp: $\frac{Blu}{R+(R_1//R_2)}$

(Lista original) A barra condutora desliza sem atrito, tem 0,2 [kg] e resistência 0,32x10^{-3} ohms. O campo magnético é uniforme com intensidade 0,8 [T]. Determine o menor valor de V_0 a ser aplicada para que a barra atinja 360 [km/h]. Em quanto tempo isso deve ocorrer, sabendo que ela parte do repouso em t = 0?

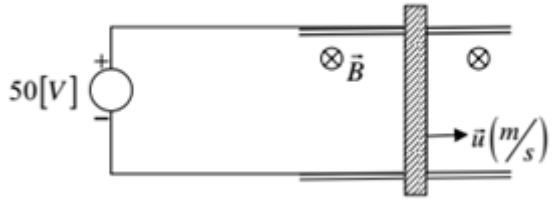


(P1 2010) A figura representa um motor elementar operando como guindaste. Por meio das chaves K1 e K2 é possível controlar a velocidade de descida da barra, comutando-se a operação para o modo freio. Equacione esse sistema eletromecânico considerando que a barra tenha massa m [Kg], que provoca atrito ao se movimentar apoiada nos trilhos. A força de atrito é proporcional à velocidade. A região por onde a barra se movimenta tem largura ℓ [m] e está magnetizada uniformemente. Equacione os dois modos de operação em regime permanente, freio ou motor, e mostre como é possível controlar a velocidade da massa.



(Lista original) Considere um motor elementar constituído por uma barra condutora (ℓ = 0,4 [m], m = 1,2 [kg], r = 0,8 [Ω])que desliza apoiada em trilhos condutores. Sabendo que o sistema está imerso em uma região magnetizada uniformemente com B = 1,0 [T] e a fonte fornece continuamente 100 [W], determine:

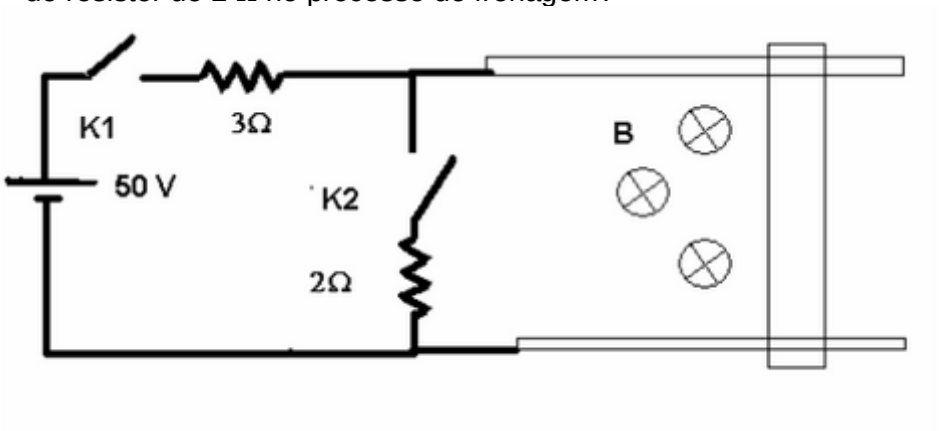
a) A velocidade de transição da barra e o coeficiente de atrito com os trilhos.
b) A velocidade e o rendimento do sistema se a barra for utilizada como um guindaste que eleva uma massa M de 2 [kg].



(P1 2010 vinculada) Analise o mesmo sistema da questão anterior em comportamento transitório, para o freio ou para o motor. Considere a massa inicialmente em repouso, descendo de uma altura h [m] até o chão, ou sendo elevada. Mostre, por meio de equações, o balaço de energia.

(P1 2006, Lista original para outra figura e questão AC) No sistema eletromecânico da figura, a barra condutora desliza sobre os trilhos com força de atrito proporcional à velocidade. Para manter o movimento, é fornecida pela fonte elétrica uma corrente de 2 A, com a chave K1 fechada e K2 aberta. Sabendo-se que a barra possui resistência de 0.5Ω e massa igual a 0.8 kg e que a região percorrida por ela está sujeita a uma indução magnética uniforme de valor 1.2T,
determine:

a) O coeficiente de atrito e a velocidade vetorial de deslocamento da barra;
b) Identifique todas as parcelas de potência (elétrica e mecânica) nesta condição de funcionamento;
c) Abre-se a chave K1 e mantém-se K2 aberta. Qual o tempo necessário para que a velocidade da barra atinja 5% do valor inicial?
d) Estabeleça as equações elétricas, mecânicas e eletromecânicas, quando a chave K1 é aberta e a chave K2 é fechada simultaneamente, com as condições iniciais do item (a).
e) Qual o tempo necessário para que a velocidade da barra atinja 5% do valor inicial quando a chave K1 é aberta e a chave K2 é fechada? Qual a influência do resistor de 2 Ω no processo de frenagem?



(FIGURA P1 Mar 2009)(***) A barra condutora da figura move-se apoiada em trilhos condutores com coeficiente de atrito D [N/(m/s)]. Fecha-se a chave e aplica-se tensão em forma de degrau (amplitude igual a 50 [V]) ao sistema e o deslocamento final da

barra é de 20 [cm]. Sabe-se que a massa da barra é 0,40 [kg]; a resistência total do circuito trilhos-barra é 1,5 [Ohm]; o espaçamento dos trilhos é 25 [cm] e o campo magnético uniforme tem intensidade 1,2 [T]. Escreva, para todos os itens, as equações mecânicas, elétricas e eletromecânicas pertinentes e determine:

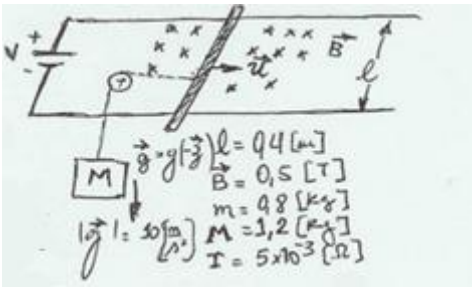
a) A constante elástica da mola. Comente a possibilidade de se utilizar o princípio de funcionamento desse sistema para construir um amperímetro.
b) A mola rompeu-se a partir da situação anterior de equilíbrio. A barra acelera atingindo a velocidade 100 [m/s], que se mantém constante. Qual o valor do coeficiente de atrito?
c) Abrindo-se a chave a partir da condição b), com velocidade 100 [m/s], o sistema entra em processo de "frenagem natural" dissipando energia cinética no atrito. Calculo o tempo necessário ("valor prático") para a barra parar e desenhe um sistema de "frenagem eletrodinâmica" que reduza esse tempo à metade.
d) Considere o efeito da mola e do atrito. Qual a amplitude de oscilação da barra se a tensão aplicada for senoidal, de valor eficaz 50 [V] e frequência 10 [Hz]?
e) Qual a impedância vista pela fonte nas condições do item d? Comente a analogia entre esse sistema eletromecânico e um circulo RLC paralelo.

(P1 2009 – ~~FALTA FIGURA~~) A barra condutora da figura move-se apoiada em trilhos condutores com coeficiente de atrito D [N/(m/s)]. Fecha-se a chave a aplica-se tensão em forma de degrau (amplitude igual a 50 [V]) ao sistema e o deslocamento final da barra é 20 [cm]. Sabe-se que a massa da barra é 0,40 [kg]; a resistência total do circuito trilhos-barra é 1,5 [Ohm]; o espaçamento dos trilhos é 25 [cm] e o campo magnético uniforme tem intensidade 1,2 [T]. Escreva, para todos os itens, as equações mecânicas, elétricas e eletromecânicas pertinentes e determine:

a) A constante elástica da mola. Comente a possibilidade de se utilizar o princípio de funcionamento desse sistema para construir um amperímetro.
b) A mola rompeu-se a partir da situação anterior de equilíbrio. A barra acelera atingindo a velocidade de 100 [m/s] que se mantém constante. Qual o valor do coeficiente de atrito?
c) Abrindo-se a chave a partir da situação b), com velocidade 100 [m/s], o sistema entra em processo de "frenagem natural" dissipando sua energia cinética no atrito. Calcule o tempo necessário ("valor prático") para a barra parar e desenhe um sistema de "frenagem eletrodinâmica" que reduza esse tempo à metade.
d) Considere o efeito da mola e do atrito. Qual a amplitude de oscilação da barra se a tensão aplicada for senoidal, de valor eficaz 50 [V] e frequência 10 [Hz]?
e) Qual a impedância vista pela fonte do item d? Comente a analogia entre esse sistema eletromecânico e um circuito RLC paralelo.

(FIGURA P1 2008 SET)(***) A barra condutora da figura representa um motor elementar, ao se deslocar com velocidade representa um motor elementar ao se deslocar com velocidade $\vec{u} = u\,\hat{y}$ [m/s] e elevar a massa M [kg] como guindaste. A barra se apoia em trilhos condutores, numa região magnetizada uniformemente com $\vec{B} = B\,\hat{z}$. Os parâmetros próprios da barra são r (ohm) e m [kg].

a) Qual o valor de tensão a ser aplicada ao sistema para que a massa seja erguida com velocidade constante de 20 [m/s]?
b) Nas condições do item a), rompe-se o fio de sustentação da massa M. Qual a velocidade final da barra e em quanto tempo atingirá esse valor?
c) Faça o balanço de energia para os itens a) e b) demonstrando a conversão de energia elétrica em energia mecânica.



(P1 2008 vinculada) O sistema eletromecânico da questão anterior será transformado em um transdutor eletromecânico elementar. Para isso, a massa M é substituída por uma mola de constante K = 8 x 10^3 [N/m] que limita o movimento da barra. A fonte de tensão será senoidal de valor eficaz V e frequência f [Hz]. Construa a função de transferência $\hat{G} = \frac{\hat{U}}{\hat{V}}$ e discuta as possíveis aplicações desse tipo de transdutor, considerando sua resposta em frequência.

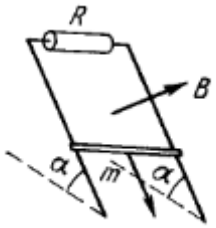
(P1 -2003) (****) Uma barra possui resistência r [ohms] e se desloca horizontalmente sobre trihos com velocidade *constante* e igual a u = 9.6m/s. Existe atrito entre a barra e os trilhos e a força de atrito pode ser modelada como sendo roporcional à velocidade (coeficiente de atrito D (N/m/s)). A barra se desloca em um campo magnético criado por bobinas. A indução magnética na região tem módulo constante e igual a 0.5 T e sua direção é perpendicular ao plano do movimento. A distância entre os trilhos é igual a 2 m. A tensão imposta pela fonte é igual a 10VDC e a corrente igual a 4 ADC . Há uma força externa que se opõe ao movimento, cujo valor é igual a 3.52N.

a) Faça um desenho esquemático do problema. Indique *todas* as grandezas elétricas e mecânicas pertinentes (força, velocidade, indução magnética, tensão aplicada, corrente e tensão induzida).
b) Quais os valores de r e D? Qual o valor *total* das perdas do sistema em análise?
c) Ajustou-se a corrente nas bobinas, de tal forma que o valor da indução magnética foi aumentado para 0.6 T. Quais os novos valores de *regime* de corrente e de velocidade?
d) Admita que a força externa deixe subitamente de agir sobre a barra. Determine as expressões de u(t) e i(t)? Assuma que a massa da barra é igual a 1kg e que as condições iniciais do problema são aquelas do item b.
e) A força resistente passou a ser exercida por uma mola, cuja constante elástica k é igual a 1N/m. Determine a função de transferência entre a posição da barra X(s) e a tensão na fonte V(s). Este sistema poderia ser utilizado como um transdutor? Para qual finalidade?

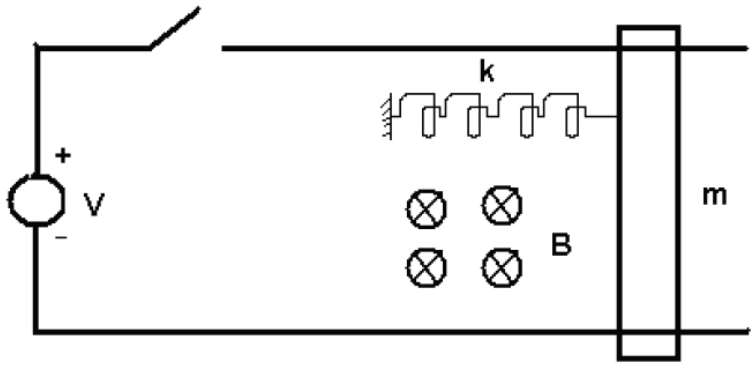
(Irodov 3.296 e 97)(***) Uma barra de massa m desliza sobre um trilho de cobre, inclinado a um ângulo alpha com a horizontal, puxado pela gravidade. A separação dos trilhos é ℓ, seu comprimento é d, e o sistema se encontra num campo magnético

uniforme de intensidade B. No topo do trilho, encontra-se um resistor de resistência R. As demais resistências do sistema são desprezíveis. A barra parte do repouso.

a) Escreva e resolva a equação diferencial que descreve o sistema.
b) Qual a velocidade terminal da barra? Qual a potência dissipada no resistor nessa condição?
c) A resistência R é substituída por um capacitor de capacitância C. Encontre a equação diferencial que descreve esse novo sistema.
d) Se a barra é deixada na extremidade superior do trilho no caso do item c), quanto tempo ela leva para percorrê-lo?



(P1 2004) A barra condutora da figura move-se apoiada em trilhos condutores com coeficiente de atrito D [N/(m/s)]. Fecha-se a chave e aplica-se tensão em forma de degrau (amplitude igual a 50 [V]) ao sistema e o deslocamento final da barra é de 20 [cm]. Sabe-se que a massa da barra é 0,40 [kg]; a resistência total do circuito trilhos-barra é 1.5 [Ohm]; o espaçamento dos trilhos é 25 [cm] e o campo magnético uniforme tem intensidade 1,2 [T]. Escreva, para todos os itens, as equações mecânicas, elétricas e eletromecânicas pertinentes e determine:



a) A constante elástica da mola. Comente a possibilidade de se utilizar o princípio de funcionamento deste sistema para construir um amperímetro
b) A mola rompeu-se a partir da situação anterior de equilíbrio. A barra acelera atingindo a velocidade 100 [m/s], que se mantém constante. Qual o valor do coeficiente de atrito?
c) Considere o efeito da mola e do atrito Qual será a amplitude de oscilação da barra se a tensão aplicada for senoidal, de valor eficaz 50 [V] e frequência 10 [Hz]?
d) Qual a impedância vista pela fonte nas condições do item c ? Comente a analogia entre este sistema eletromecânico e um circuito RLC paralelo.

(Indep)(***) Uma barra de massa m se encontra sobre um trilho horizontal muito longo. A separação dos trilhos é ℓ, e há um campo magnético de intensidade B perpendicular ao plano dos trilhos. Na extremidade do trilho, existe uma chave e um resistor de resistência R. Todas as demais resistências do sistema são nulas. No início, a chave está aberta (não há corrente entre os trilhos) e a barra está com velocidade u_0 constante. Em t=0, fecha-se a chave e a resistência passa a ligar os trilhos.

a) Determine a equação do movimento da barra nessa condição.
b) Quanto tempo a barra leva para parar? Encontre uma expressão que forneça um "valor prático".
c) Se, em vez de um resistor R, houvesse um capacitor de capacitância C, qual seria o comportamento da barra? Encontre sua velocidade após um tempo muito longo.
d) Se, em vez de um resistor R, houvesse um indutor de indutância L, qual seria o comportamento da barra? Encontre um circuito elétrico análogo e faça a correspondência dos parâmetros acima com os parâmetros do circuito análogo.

(Indep) (****)Duas barras de mesma massa m, chamadas 1 e 2, muito distantes uma da outra, apoiam-se sobre um trilho condutor, com um campo B uniforme perpendicular ao plano dos trilhos. O trilho pode ser modelado por uma resistência R entre as duas barras. Inicialmente, as duas barras encontram-se em repouso ($u_1 = u_2 = 0$), quando em t = 0, a barra 1 recebe um impulso e passa a se mover com velocidade u0 ($u_1(0^+) = u_0$).

a) Escreva as equações diferenciais que modelam o problema, em termos de $u_1(t)$ e $u_2(t)$.
b) Resolva essas equações e encontre as velocidades de cada barra em função de t. Quais as constantes de tempo relevantes nesse sistema?
c) Encontre a energia total que será dissipada em forma de calor nos trilhos
d) Encontre uma analogia inteiramente mecânica para esse sistema.

(P1-2005) Bobinas cilíndricas são utilizadas em diversos conversores eletromecânicos, com magnetização radial e movimento axial. Considere uma bobina com N espiras de raio r [m], que tenha resistência R [Ω] e esteja imersa em campo magnético uniforme de intensidade B [T]. A massa da bobina vale m [kg] e seu movimento é limitado por uma mola, disposta na direção axial, de constante elástica K [N/m]. Adote um sistema de coordenadas cilíndricas ***(r;θ;z)*** e um coeficiente de atrito D [N/m/s] do movimento da bobina,

a) Equacione a velocidade u(t) [m/s] de deslocamento da bobina na direção z, em resposta a uma tensão v(t) [V] aplicada aos seus terminais. Determine a função de transferência, no domínio das frequências, e mostre que a massa atenua as altas frequências, e a mola as frequências mais baixas. Qual seria a resposta a uma excitação em corrente contínua?
b) Desenhe o circuito magnético de um alto-falante que utilize bobina deste tipo. Identifique as linhas de força do campo B, as polaridades da corrente e da tensão induzida na bobina, o sentido do movimento. (1.0)
c) Determine a impedância total da bobina em função da frequência de alimentação Z(ω) = V/I [Ω], sendo V o valor eficaz da tensão aplicada e I o da

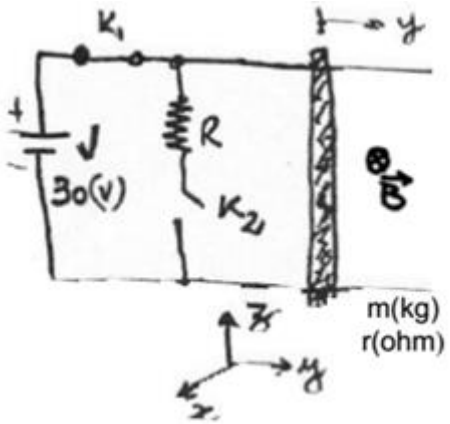
corrente na bobina. Mostre que a massa se reflete como um capacitor, a mola como um indutor e o coeficiente de atrito como resistor.

(Indep) (****) Suponha uma barra de massa m, inicialmente em repouso, apoiada sobre um trilho de bitola l sobre o qual incide perpendicularmente um campo magnético de intensidade B.

a) Uma das extremidades dos trilhos é alimentada com uma tensão A.C. de amplitude V_0 volts e frequência ω. Qual a amplitude de oscilação da barra, em função de ω, se desprezarmos qualquer forma de atrito?
b) Refaça o item anterior, considerando uma força de atrito proporcional à velocidade da barra, por um fator de proporcionalidade D [N/(m/s)].
c) Refaça o item a considerando que o trilho é alimentado com uma fonte de tensão A.C. de amplitude V_0 e frequência ômega e uma indutância L em série com a fonte.
d) Refaça o item a considerando a mesma alimentação, mas que desta vez, a barra esteja submetida à ação de uma mola tal que Fmola = - k(x-x_0), onde x_0 é a posição inicial da barra.

(Lista original) A figura representa esquematicamente um conversor mecânico. A barra condutora desliza em dois trilhos, também condutores, com força de atrito proporcional à velocidade. Na condição K1 fechada e K2 aberta, a velocidade do regime permanente é 50 [m/s]. O espaçamento dos trilhos vale l = 0,5 [m] e os demais parâmetros do sistema são B = 0,8 ($-\hat{z}$) [T], m = 1,6 [kg], r = 0,4 [Ω] e tensão aplicada 30,0 [V].

a) Qual o valor do coeficiente de atrito D [N/(m/s)]?
b) Abrindo-se K1, qual o tempo necessário para a barra parar (valor prático)?
c) Determine o velor R para reduzir esse tempo à metade, considerando K1 aberta e K2 fechada.
d) Qual deve ser a forma de onda da corrente na barra para se manter o movimento numa condição de campo magnético alternado $\vec{B} = 0{,}8\cos\left(\frac{\mu}{y_p}y\right)$ [T]? Apresente uma maneira de se realizar tal condição de corrente.



APLICAÇÕES – TRANSDUTORES – ANALOGIAS ELETROMECÂNICAS

(Cahn 3.36) Dobra-se um arame de forma a criar uma espira de diâmetro D, condutividade σ e densidade de massa ρ. Esse arame é abandonado a uma grande altura h, em um campo magnético vertical que pode ser descrito por $B(z) = B_0(1+kz)$. Durante a queda, a espira permanece paralela ao plano da terra.

a) Qual a velocidade terminal da espira?
b) Se a espira for feita de material supercondutor, qual o seu comportamento? Explique.

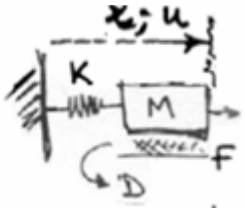
(P1 2010) Transdutores eletromecânicos são construídos, em geral, para acondicionamento de sinais, transformando grandezas elétricas em mecânicas, ou, em outro sentido, grandezas mecânicas em grandezas elétricas. O mesmo equipamento, em princípio, poderia operar nos dois sentidos da conversão de energia.

a) Apresente o esquema de um transdutor eletromecânico de sua escolha e explique, por meio de equações, como ele poderia operar nos dois sentidos.
b) Ao equacionar o transdutor considere ao menos um elemento reativo do lado mecânico (massa ou mola) e outro do lado elétrico (indutância ou capacitância), bem como os elementos capacitivos de cada lado. Mostre, com esses modelos, as analogias eletromecânicas.

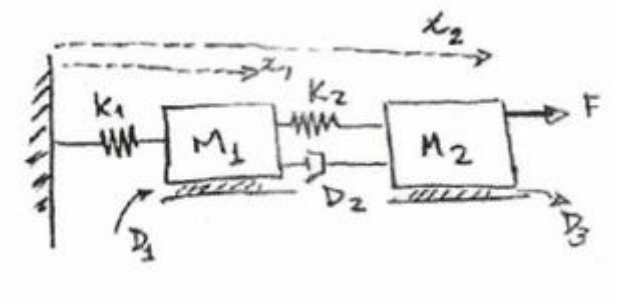
(Lista original) O sistema mecânico possui os seguintes parâmetros: massa M [kg], atrito D [N/m/s], elasticidade K [N/m], excitação F [N] e respostas x [m] e u [m/s].Construa uma rede elétrica análoga a esse sitema que represente a sua equação

$$F = m\frac{du}{dt} + Du + K\int u\,dt \;\; [N]$$

Apresente duas soluções : para análise de malhas e para análise nodal.



(P1 2010) Analise o sistema mecânico da figura por meio de um circuito elétrico análogo (análise de malhas). Aplique uma excitação senoidal e mostre como as amplitudes de deslocamento são afetadas pela massa em altas frequências.



(Lista original) Uma bobina cilíndrica, com diâmetro 10 [cm] e 50 espiras, pode mover-se linearmente ao longo de um eixo, na direção $\hat{z}$. Está imersa em um campo magnético uniforme B = -0,8 $\hat{r}$ [T]. A resistência da bobina vale 8 [Ω] e sua massa 0,1 [kg].

a) Determine a corrente absorvida i(t) e a tensão induzida pelo movimento e(t), resultante da aplicação súbita de uma tensão v(t) contínua de 24 [V] aos terminais P e Q.
b) Vinculando-se a bobina a uma mola de constante elástica 10^3 [N/m], o movimento da bobina ficará limitado em sua excursão. Determine o ponto de equilíbrio e a discuta a possibilidade de se construir amperímetros com esse princípio de funcionamento.
c) Substituta a fonte de tensão contínua por uma de tensão senoidal, com o mesmo valor eficaz, mas de frequência variável. Determine em função da frequência a velocidade da bobina. Analise as influências da massa e da elasticidade nessa resposta.
d) Calcule em função da frequência a impedância em [Ω] vista em P1. Mostre as analogias eletromecânicas entre indutores, capacitores, massas e molas.

(Tipler 28.52)(**) Uma barra condutora tem comprimento ℓ e gira com velocidade angular ω em torno de uma de suas extremidades. Qual a diferença de potencial entre as extremidades da barra?

(Nussenzveig – adap) (***) Girando-se um disco de cobre entre os polos de um ímã em ferradura, observa-se uma diferença de potencial constante entre duas escovas, uma em contato com o eixo do disco e outra na periferia. Seja *a* o raio do disco

a) Se o disco gira com velocidade ω, com seu plano perpendicular ao campo magnético uniforme B, qual a diferença de potencial V entre o eixo e a periferia?
b) Devido a essa diferença de potencial, passa uma corrente i entre o eixo e a periferia. Calcule o torque que é necessário para manter o disco girando e mostre que a potência fornecia é igual à potência gerada.

(Lista original) A barra condutora da figura gira com velocidade constante Ω ao redor do centro O e apoiada em trilhos condutores circulares com raios R_1 e R_2 [m]. A região está magnetizada por um campo uniforme B [T], perpendicular ao movimento. Determine a intensidade e a polaridade da fonte de tensão que deve ser conectada aos trilhos para manter o movimento. Considere os parâmetros: massa da barra m [kg]; resistência ôhmica da barra e dos trilhos r [Ω]; coeficiente de atrito do movimento D [N/m].