

LAB1

Projeto de controlador no domínio da frequência

1.1 Objetivo

A finalidade desta experiência é projetar, implementar e testar um controlador digital projetado segundo técnicas frequenciais (veja Franklin & Powell, caps. 2 e 3).

1.2 Especificações de projeto

A planta a controlar é descrita pela seguinte função de transferência, a ser simulada usando o computador analógico,

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s + 0,7)}. \quad (1.1)$$

O controlador deve ser tal que o sistema em malha fechada apresente as seguintes características para entrada degrau:

- a) tempo de subida de 1,0 s;
- b) sobressinal de 20%.

1.3 Introdução teórica

Duas filosofias de projeto serão consideradas nesta experiência: projeto no plano s seguido de discretização do controlador; discretização da planta seguida de projeto do controlador no plano z .

1.3.1 Projeto no plano s

O projeto no plano s pode ser realizado a partir das especificações fornecidas no domínio do tempo a partir de relações bem conhecidas em sistemas de segunda ordem.

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \quad (1.2)$$

$$t_r = \frac{\pi - \beta}{\omega_d} \quad (1.3)$$

A partir do par (M_p, t_r) (veja as equações (1.2) e (1.3)), pode-se obter o par (ζ, ω_d) e então a posição dos polos de malha fechada (veja a Figura 1.1).

Pode-se verificar facilmente que um compensador com a seguinte estrutura é capaz de impor os polos desejados de malha fechada para a planta (1.1).

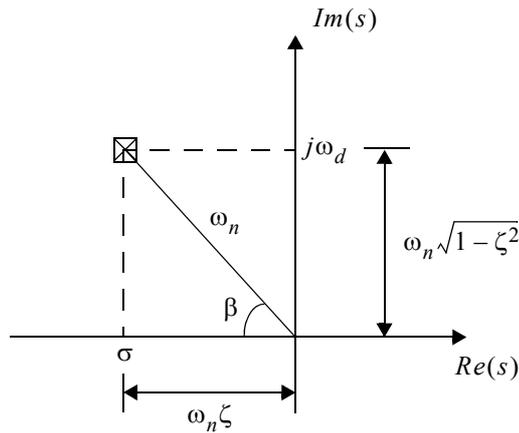


Figura 1.1 Alocação de polos no plano s .

$$G_c(s) = k_c \frac{(s + z_c)}{(s + p_c)}, \quad (k_c > 0). \tag{1.4}$$

Basta que o zero z_c seja escolhido de modo a cancelar o pólo da planta e que k_c e p_c sejam ajustados corretamente, como na Figura 1.2

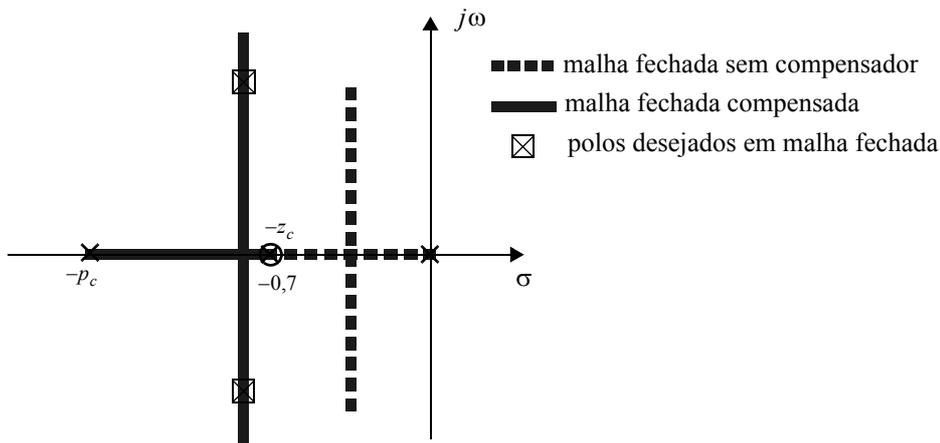


Figura 1.2 Compensação da planta contínua.

O esquema descrito acima funciona perfeitamente se tanto o compensador como a planta forem contínuos. Como não é esse o caso, se observa alguns fenômenos interessantes. Em particular, o processo de amostragem e o uso de um segurador de ordem zero introduzem um atraso de aproximadamente $T/2$ na variável de controle, onde T é o período de amostragem. Esse efeito pode ser visto na Figura 1.3 abaixo.

Para se considerar esse atraso no procedimento de projeto, basta incluí-lo na saída do compensador, ou seja, na entrada da planta.

Esse atraso, dado no plano s por $e^{-sT/2}$, apesar de ser um termo linear, não possui descrição racional exata. Para uma descrição racional aproximada, pode-se usar as aproximações de Padé. Para esse atraso, a aproximação de Padé de primeira ordem é dada por

$$e^{-sT/2} \cong \frac{1 - sT/4}{1 + sT/4} = -\frac{s - 4f_a}{s + 4f_a} \tag{1.5}$$

onde f_a é a frequência de amostragem. Dois aspectos devem ser ressaltados nesta aproximação: o zero de fase não-mínima e o sinal algébrico negativo.

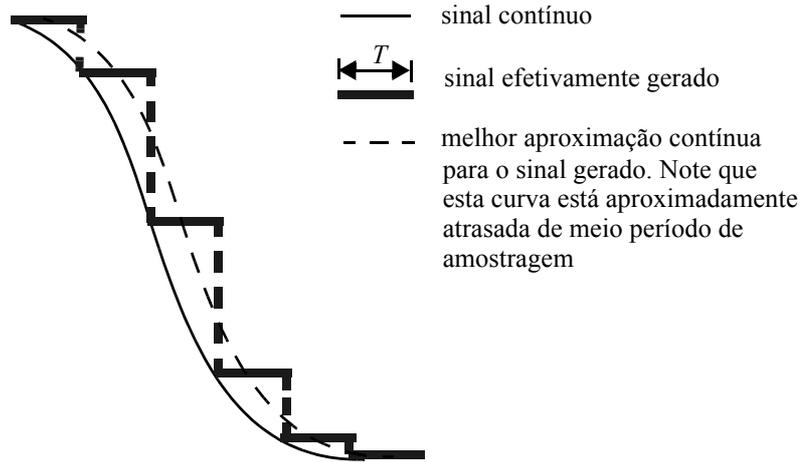


Figura 1.3 Atraso introduzido pelo processo de amostragem

O sistema em malha fechada pode ser esquematizado como na Figura 1.4., e a função de transferência

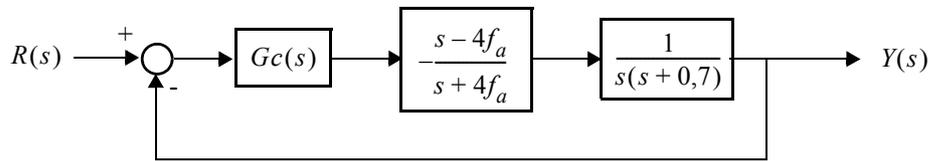


Figura 1.4 Diagrama do sistema de controle

de malha aberta do sistema compensado é dada por

$$G_{ma}(s) = -k_c \frac{(s + z_c)(s - 4f_a)}{(s + p_c)(s + 4f_a)s(s + 0,7)} \tag{1.6}$$

Como o ganho de malha é negativo (em decorrência do sinal algébrico da aproximação de Padé), o lugar das raízes deve ser traçado considerando ganhos aparentes negativos, como na Figura 1.5. Note que, como era de

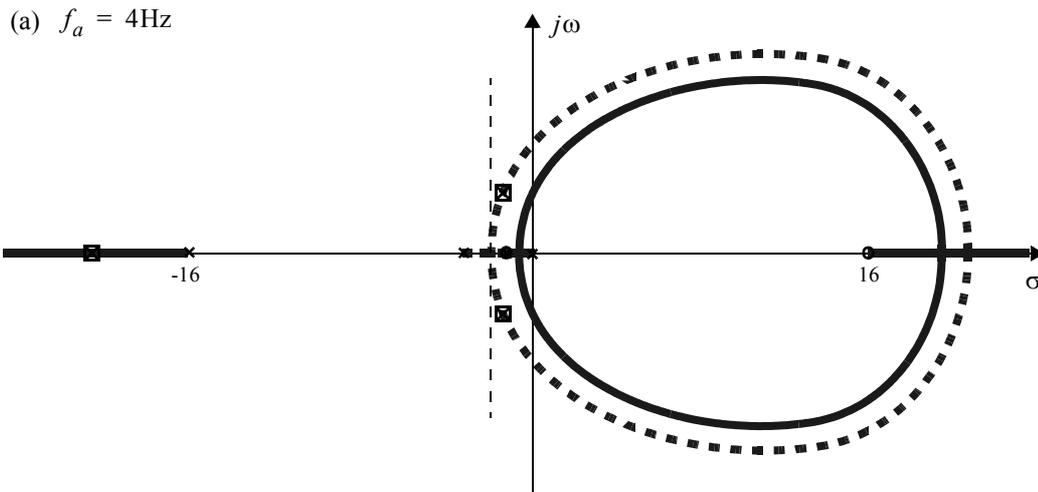


Figura 1.5 Lugar das raízes para o sistema completo para (a) $f_a = 4\text{Hz}$ e (b) $f_a = 20\text{Hz}$.

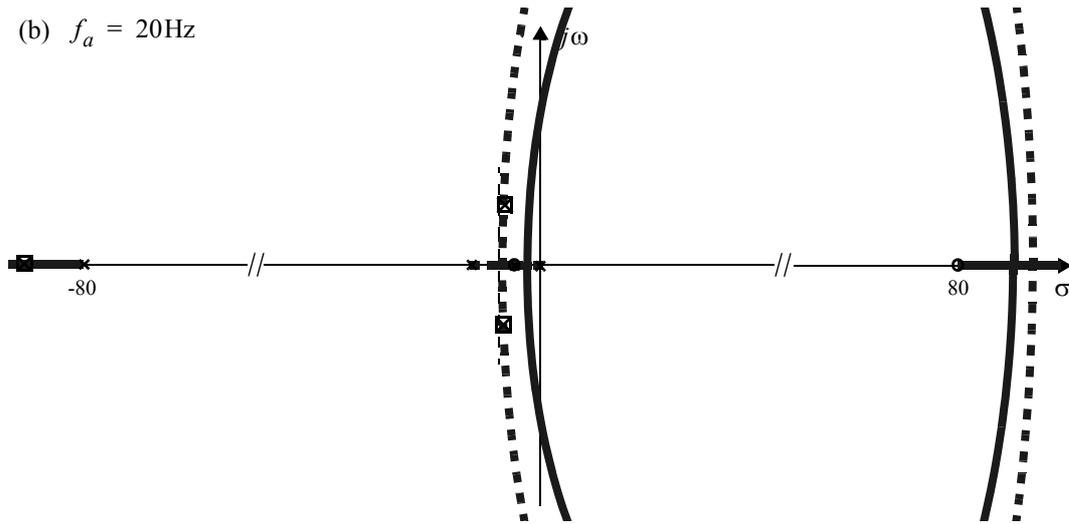


Figura 1.5 Lugar das raízes para o sistema completo para (a) $f_a = 4\text{Hz}$ e (b) $f_a = 20\text{Hz}$.

se esperar, o efeito do atraso, visível através da deformação do diagrama de lugar geométrico das raízes é menos acentuado em 20 Hz do que em 4 Hz. Teoricamente, quando $f_a \rightarrow \infty$, o lugar das raízes tenderá para aquele da Figura 1.2.

1.3.2 Projeto no plano z

A Figura 1.6 apresenta a estrutura do sistema em malha fechada. Note que, somente a segunda estrutura

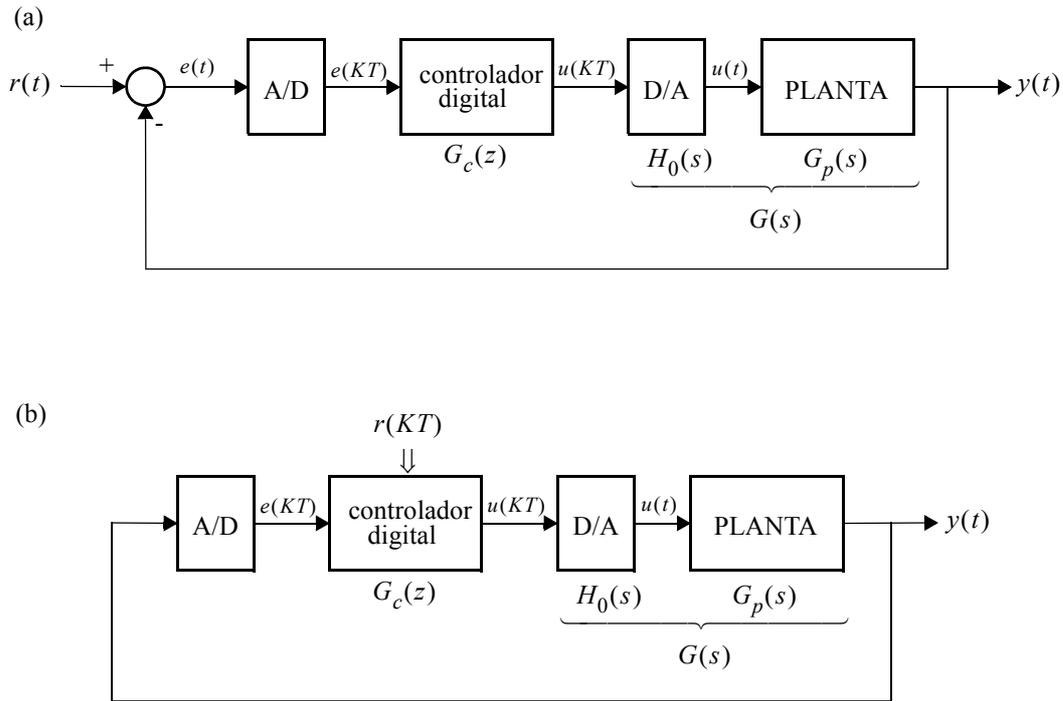


Figura 1.6 Diagrama do sistema em malha fechada, com referência gerada externamente (a) e referência gerada via software (b).

será efetivamente utilizada. Na figura, $H_0(s)$ representa a função de transferência do segurador de ordem zero, que é dada por

$$H_0(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \quad (1.7)$$

A função de transferência da planta+segurador é então dada por

$$G(s) = H_0(s)G_p(s) = (1 - e^{-sT})\frac{G_p(s)}{s}. \quad (1.8)$$

Tomando-se a transformada Z de ambos os membros, tem-se

$$\begin{aligned} Z[G(s)] &= Z\left[\frac{G_p(s)}{s}\right] - Z\left[e^{-sT}\frac{G_p(s)}{s}\right] \Rightarrow \\ Z[G(s)] &= Z\left[\frac{G_p(s)}{s}\right] - z^{-1}Z\left[\frac{G_p(s)}{s}\right] \Rightarrow \\ Z[G(s)] &= (1 - z^{-1})Z\left[\frac{G_p(s)}{s}\right] \end{aligned} \quad (1.9)$$

Para a planta dada por (1.1), tem-se que

$$G(z) = \frac{z-1}{z}Z\left[\frac{1}{s^2(s+a)}\right] = \frac{A(z+B/A)}{a^2(z-1)(z-e^{-aT})} \quad (1.10)$$

onde $A = e^{-aT} + aT - 1$

$$B = 1 - e^{-aT}(aT + 1)$$

Para se fazer imposição de polos em z a partir de especificações no domínio do tempo, basta lembrar que $z = e^{sT}$

$$\begin{aligned} \text{e que portanto } s &= \omega_n \left(-\zeta \pm j\sqrt{1-\zeta^2} \right) \\ z &= e^{-T\zeta\omega_n \pm jT\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} \Rightarrow \begin{cases} |z| = e^{-T\zeta\omega_n} \\ \angle z = \pm T\omega_n\sqrt{1-\zeta^2} \end{cases} \end{aligned}$$

1.4 Atividades

1.4.1 Projeto no plano s

- Inicialmente projete um compensador que satisfaça às especificações do item 1.2 acima utilizando as técnicas usuais de projeto no plano s .
- Reprojete o seu compensador levando em conta o atraso introduzido pelo computador. Use a aproximação de Padé de primeira ordem para modelar o atraso de $T/2$, onde T é o período de amostragem. Faça o projeto para frequências de amostragem 4 e 20Hz.
- Faça simulações dos sistemas de controle dos itens acima utilizando o Matlab e o Simulink.
- Utilize a regra do casamento pólo-zero com ganho coincidente em baixas frequências para obter aproximações discretas dos filtros contínuos dos itens acima para frequências de amostragem de 4 e 20Hz.
- Implemente os compensadores e registre as respostas a degrau do sistema para cada um deles. Monitore os sinais para se certificar de que não há saturações nem no computador analógico nem nos conversores A/D e D/A (inclua quaisquer programas escritos no relatório).

1.4.2 Projeto no plano z

- a) Utilize o segurador de ordem zero e a transformada Z para converter o modelo da planta do domínio contínuo para o discreto. Não inclua o efeito do atraso $T/2$ (diga porque no relatório). Considere novamente frequências de amostragem de 4 e 20Hz.
- b) Projete compensadores no plano z para que o sistema atenda às especificações do item 1.2.
- c) Implemente esses compensadores como no item 1.4.1.(e).
- d) Compare os resultados obtidos para os compensadores tendo em vista as técnicas de projeto, frequência de amostragem, etc. O que é possível concluir sobre a influência desses fatores?

1.5 Relatório

Um relatório desta experiência deverá ser entregue.

1.6 Problemas e dúvidas frequentes

a) Quantos controladores devem ser implementados?

Seis controladores:

- (i) projeto no plano s sem considerar o atraso discretizado a 4Hz;
- (ii) projeto no plano s sem considerar o atraso discretizado a 20Hz;
- (iii) projeto no plano s considerando atraso de 0,125s discretizado a 4Hz;
- (iv) projeto no plano s considerando atraso de 0,025s discretizado a 20Hz;
- (v) projeto no plano z a 4Hz;
- (vi) projeto no plano z a 20Hz.