

## Econometria II

Este não é um resumo extensivo. O intuito deste resumo é de servir como guia para os seus estudos. Procure desenvolver as contas e passos apresentados em sala de aula. Quaisquer dúvidas me procurem ou me escrevam um e-mail (leandro.swa@gmail.com). Bons estudos!

### Relembrando

Temos o modelo de regressão a seguir

$$y = a + bx + erro$$

E supomos que vale

$$E(erro|x) \neq 0 \qquad \text{endogeneidade}$$

Isso faz com que o estimador de MQO seja viesado.

Temos dois estimadores que utilizam variáveis instrumentais ( $z$ ) e que contornam o problema da endogeneidade, obtendo o mesmo resultado final. São eles: **i) Estimador de Variável Instrumental;** e **ii) Estimador de MQO por 2 estágios.**

Esses estimadores são caminhos diferentes que levam a um mesmo resultado.

$$\hat{b}^{VI} = \frac{cov(z, y)}{cov(z, x)}$$

$$\hat{b}^{MQO2} = \frac{cov(\hat{x}, y)}{var(\hat{x})}$$

**Nota importante:** A distribuição do  $\hat{b}^{VI}$  é a seguinte

$$\hat{b}^{VI} \sim N\left(b, \frac{\sigma^2}{Nvar(x)\rho_{xz}^2}\right)$$

Em que  $\rho_{xz}^2$  é a correlação entre  $x$  e  $z$ . Assim, quanto mais correlacionado o nosso instrumento,  $z$ , for com a variável endógena,  $x$ , mais eficiente será o nosso estimador (menor variância).

### **Quando temos mais de 1 instrumento ( $z_1$ e $z_2$ ) para a mesma endógena**

Podemos fazer uma combinação linear desses instrumentos.

$$z_3 = f(z_1, z_2)$$

Em que  $f(\cdot)$  é uma função linear.

Propriedades de  $z_3$ :

- i)  $cov(z_3, erro) = 0$
- ii)  $cov(z_3, x) \neq 0$
- iii)  $z_3$  não tem efeito direto sobre  $y$

### **Mas como obter a “melhor”<sup>1</sup> combinação linear de $z_1$ e $z_2$ ?**

A resposta é estimar a regressão a seguir por MQO.

$$x = \alpha_0 + \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + v$$

De modo a obter  $\hat{x} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 z_1 + \hat{\alpha}_2 z_2$  e  $\hat{v} = x - \hat{x}$ .

Assim, é só usar  $\hat{x}$  como instrumento para  $\hat{b}^{VI}$  ou diretamente na regressão do 2º estágio de MQO2.

$$\hat{b}^{VI} = \frac{cov(\hat{x}, y)}{cov(\hat{x}, x)}$$

$$\hat{b}^{MQO2} = \frac{cov(\hat{x}, y)}{var(\hat{x})}$$

---

<sup>1</sup> “melhor” no sentido de que o instrumento resultante tenha a maior relação com  $x$ .