SMA0300-Geometria Analítica - Aula 11
Distâncias

Roberta Wik Atique

Seja $S = (O, (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}))$.

Distância entre dois pontos

Sejam $P = (x_1, y_1, z_1)$ e $Q = (x_2, y_2, z_2)$ dois pontos:

$$\boxed{d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}}$$

Distância entre ponto e reta

Sejam P um ponto e $r : X = A + \lambda\vec{u}$ uma reta, $P \notin r$. Seja B outro ponto de r. A distância de P a r é altura do triângulo ABP relativa ao lado AB:

$$\boxed{d(P, r) = \frac{\|\overrightarrow{AP} \wedge \overrightarrow{AB}\|}{\|\overrightarrow{AB}\|}}$$

Distância entre ponto e plano

Sejam P um ponto e π um plano, $P \notin \pi$. Seja A um ponto de π e $\vec{\eta}$ um vetor normal ao plano. A distância de P a π é a norma da projeção de $\overrightarrow{AP}$ sobre $\vec{\eta}$:

$$\boxed{d(P,\pi) = \|\text{proj}_{\vec{\eta}}\overrightarrow{AP}\| = |\frac{|\overrightarrow{AP}\cdot\vec{\eta}|}{\|\vec{\eta}\|}}$$

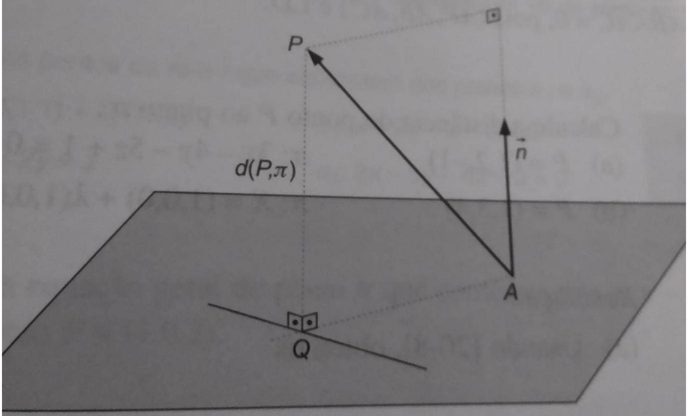

Figura 20-8

$\pi : ax + by + cz + d = 0$, $P = (x_1, y_1, z_1)$,

$A = (x_0, y_0, z_0) \in \pi \;\Leftrightarrow ax_0 + by_0 + cz_0 + d = 0.$

$$d(P,\pi) = |\frac{|\overrightarrow{AP} \cdot \vec{\eta}|}{\|\vec{\eta}\|} = \frac{|(x_1 - x_0, y_1 - y_0, z_1 - z_0) \cdot (a, b, c)|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} =$$

$$= \frac{|a(x_1 - x_0) + b(y_1 - y_0) + c(z_1 - z_0)|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} =$$

$$= \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 - (ax_0 + by_0 + cz_0)|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\boxed{d(P,\pi) = \frac{|ax_1 + by_1 + cz_1 + d)|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}}$$

Distância entre duas retas

Sejam $r : X = A + \lambda\vec{u}$ e $s : X = B + \mu\vec{v}$ duas retas.

1. Se r e s são concorrentes então $d(r, s) = 0$.
2. Se r e s são paralelas então $d(r, s) = d(A, s)$.
3. Se r e s são reversas então existe um único plano π que contém r e é paralelo a s. Este plano contém A e $\vec{u} \wedge \vec{v}$ é um vetor normal. Então $d(r, s) = d(B, \pi)$:

$$\boxed{d(r, s) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \vec{u} \wedge \vec{v}|}{\|\vec{u} \wedge \vec{v}\|}}$$

Distância entre reta e plano

Sejam $r : X = A + \lambda\vec{u}$ uma reta e π um plano.

1. Se r está contida em π então $d(r, \pi) = 0$.
2. Se r e π são transversais então $d(r, \pi) = 0$.
3. Se r e π são paralelos então $d(r, \pi) = d(A, \pi)$.

Distância entre planos

Sejam α e π dois planos.

1. Se α e π são transversais então $d(\alpha, \pi) = 0$.
2. Se α e π são paralelos então $d(\alpha, \pi) = d(A, \pi)$, para qualquer ponto $A \in \alpha$.