

SMA0300 Geometria Analítica
Oitava Lista de Exercícios – Distância e ângulo

Nos exercícios abaixo, considere fixado um sistema de coordenadas ortogonal $\Sigma = (O, C)$ do espaço \mathbb{R}^3 . Isto é, um ponto $P \in \mathbb{R}^3$ é representado por uma terna $P = (x, y, z)$, significando que $P = O + (x, y, z)_C$, onde "+"denota a soma de ponto com vetor e C é a base canônica de V^3 (base ortonormal positivamente orientada). As equações de retas e planos são dadas em relação a este sistema.

Exercício 1. Obtenha equações da reta r que contém o ponto $P = (1, 1, 1)$ e é concorrente à reta $s : x = 2y = 2z$, sabendo que o cosseno da medida angular entre r e s é igual a $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Exercício 2. Obtenha a medida angular em radianos entre a reta $r : X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, e o plano $\pi : x + y - z - 1 = 0$.

Exercício 3. Obtenha uma equação geral do plano que contém $r : x = z + 1 = y + 2$ e forma um ângulo $\theta = \pi/3$ com o plano $\pi : x + 2y - 3z + 2 = 0$.

Exercício 4. Encontre as coordenadas do ponto simétrico do ponto $P = (1, 4, 2)$ em relação ao plano $\pi : x - y + z - 2 = 0$.

Exercício 5. Dados o ponto $A = (0, 2, 1)$ e a reta $r : X = (0, 2, -2) + \lambda(1, -1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, ache os pontos da reta r que distam $\sqrt{3}$ do ponto A . A distância do ponto A à reta r é maior, menor ou igual a $\sqrt{3}$? Por quê?

Exercício 6. Determine os pontos da reta $r : X = (0, 1, 1) + \lambda(1, 1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, que equidistam dos planos $\pi_1 : x + 2y - z - 3 = 0$ e $\pi_2 : x - y + 2z = 1$.

Exercício 7. Mostre que o lugar geométrico dos pontos do espaço que são equidistantes de dois pontos distintos A e B é o plano que contém o ponto médio do segmento AB e é perpendicular à reta que passa por A e B .

Exercício 8. (a) Prove que o lugar geométrico dos pontos do espaço que são equidistantes de $A = (2, 1, 1)$, $B = (-1, 0, 1)$ e $C = (0, 2, 1)$ é uma reta obtendo uma equação vetorial para ela.
(b) Mostre que a reta do item (a) é perpendicular ao plano que contém os pontos A , B e C .

Exercício 9. Obtenha as equações do lugar geométrico dos pontos do espaço que são equidistantes das retas r, s e t dadas por $r : \begin{cases} x = 4 \\ y + z = 3 \end{cases}$, $s : \begin{cases} 3x + y + z = 0 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$, $t : x - y = x + z = 1 + z$.

Encontre uma equação geral do plano que contém os pontos $A = (1, 1, 1)$ e $B = (0, 2, 1)$ e é equidistante dos pontos $C = (2, 3, 0)$ e $D = (0, 1, 2)$.