Exp 3 Atividade 2 - Polarização por reflexão

Eqs de Maxwell em meios materiais

(i) $\nabla \cdot \vec{D} = 0$ (iii) $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$; $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$; $\vec{S} = \frac{1}{\mu} \vec{E} \times \vec{B}$

(ii) $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ (iv) $\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$; $\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B}$; $I = \frac{1}{2} \varepsilon v E^2 \propto E^2$

→ O que acontece c/ a luz ao atravessar de um meio a outro?
- parte da luz é refletida
- " " é transm.

→ vínculos das C.C. na interface

(i) $\varepsilon_1 E_1^{\perp} = \varepsilon_2 E_2^{\perp}$ (iii) $E_1^{\parallel} = E_2^{\parallel}$

(ii) $B_1^{\perp} = B_2^{\perp}$ (iv) $\frac{1}{\mu_1} B_1^{\parallel} = \frac{1}{\mu_2} B_2^{\parallel}$

Incidência normal:

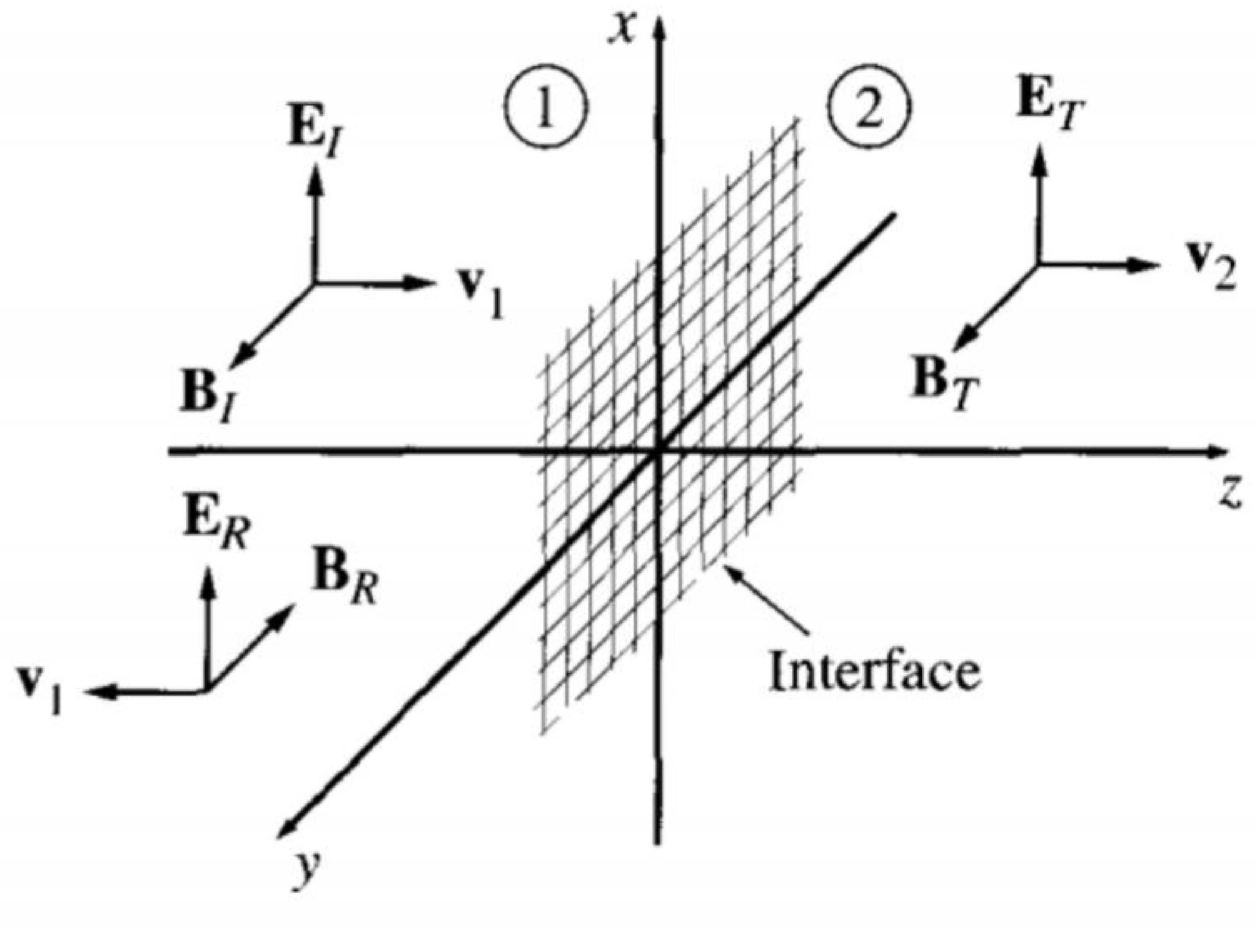


Figure 9.13

onda incidente:

$$\vec{E}_i(z,t) = \tilde{E}_{0i}\, e^{i(k_1 z - \omega t)}\,\hat{x}$$

$$\vec{B}_i(z,t) = \frac{1}{v_1}\tilde{E}_{0i}\, e^{i(k_1 z - \omega t)}\,\hat{y}$$

onda refletida:

$$\vec{E}_R(z,t) = \tilde{E}_{0R}\, e^{i(-k_1 z - \omega t)}\,\hat{x}$$

$$\vec{B}_R(z,t) = -\frac{1}{v_1}\tilde{E}_{0R}\, e^{i(-k_1 z - \omega t)}\,\hat{y}$$

onda transm.:

$$\vec{E}_T(z,t) = \tilde{E}_{0T}\, e^{i(k_2 z - \omega t)}\,\hat{x}$$

$$\vec{B}_T(z,t) = \frac{1}{v_2}\tilde{E}_{0T}\, e^{i(k_2 z - \omega t)}\,\hat{y}$$

Os campos nos meios (1) e (2) devem satisfazer às C.C. na interface:

na inc. normal, ñ há componente de campo $\perp$ à interface, logo:

C.C.(iii) : $\boxed{\tilde{E}_{0i} + \tilde{E}_{0R} = \tilde{E}_{0T}}$

C.C. (iv) : $\frac{1}{\mu_1}\left(\frac{1}{v_1}\tilde{E}_{0i} - \frac{1}{v_1}\tilde{E}_{0R}\right) = \frac{1}{\mu_2}\left(\frac{1}{v_2}\tilde{E}_{0T}\right)$; $n_j = \frac{c}{v_j}$; $j = 1,2$

Vamos considerar meios sem prop. mag, i.e., $\mu_1 \sim \mu_2 \sim \mu_0$

C.C.(iv): $\boxed{\tilde{E}_{0i} - \tilde{E}_{0R} = \frac{n_2}{n_1}\tilde{E}_{0T}}$

Solução do sistema de eqs lineares:

$$\begin{cases} \tilde{E}_{0R} = \left(\dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)\tilde{E}_{0i} \\ \tilde{E}_{0T} = \left(\dfrac{2n_1}{n_1 + n_2}\right)\tilde{E}_{0i} \end{cases}$$

Incidência normal:

$$\begin{cases} \tilde{E}_{0R} = \left(\dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right) \tilde{E}_{0i} \\ \tilde{E}_{0T} = \left(\dfrac{2 n_1}{n_1 + n_2}\right) \tilde{E}_{0i} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \rho_R = \dfrac{\tilde{E}_{0R}}{\tilde{E}_{0i}} \; ; \quad R = \dfrac{\langle \vec{S_R} \rangle \cdot \hat{k}_1}{\langle \vec{S_i} \rangle \cdot k_1} = \left(\dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 \\ \rho_T = \dfrac{\tilde{E}_{0T}}{\tilde{E}_{0i}} \; ; \quad T = \dfrac{\langle \vec{S_T} \rangle \cdot \hat{k}_2}{\langle \vec{S_i} \rangle \cdot \hat{k}_1} = \left(\dfrac{4 n_1 n_2}{n_1 + n_2}\right)^2 \end{cases}$$

note que:

se $n_1 > n_2 \Rightarrow \tilde{E}_{0R}$ em fase c/ $\tilde{E}_{0i}$

se $n_1 < n_2 \Rightarrow \tilde{E}_{0R}$ fase de π c/ relação a $\tilde{E}_{0i}$

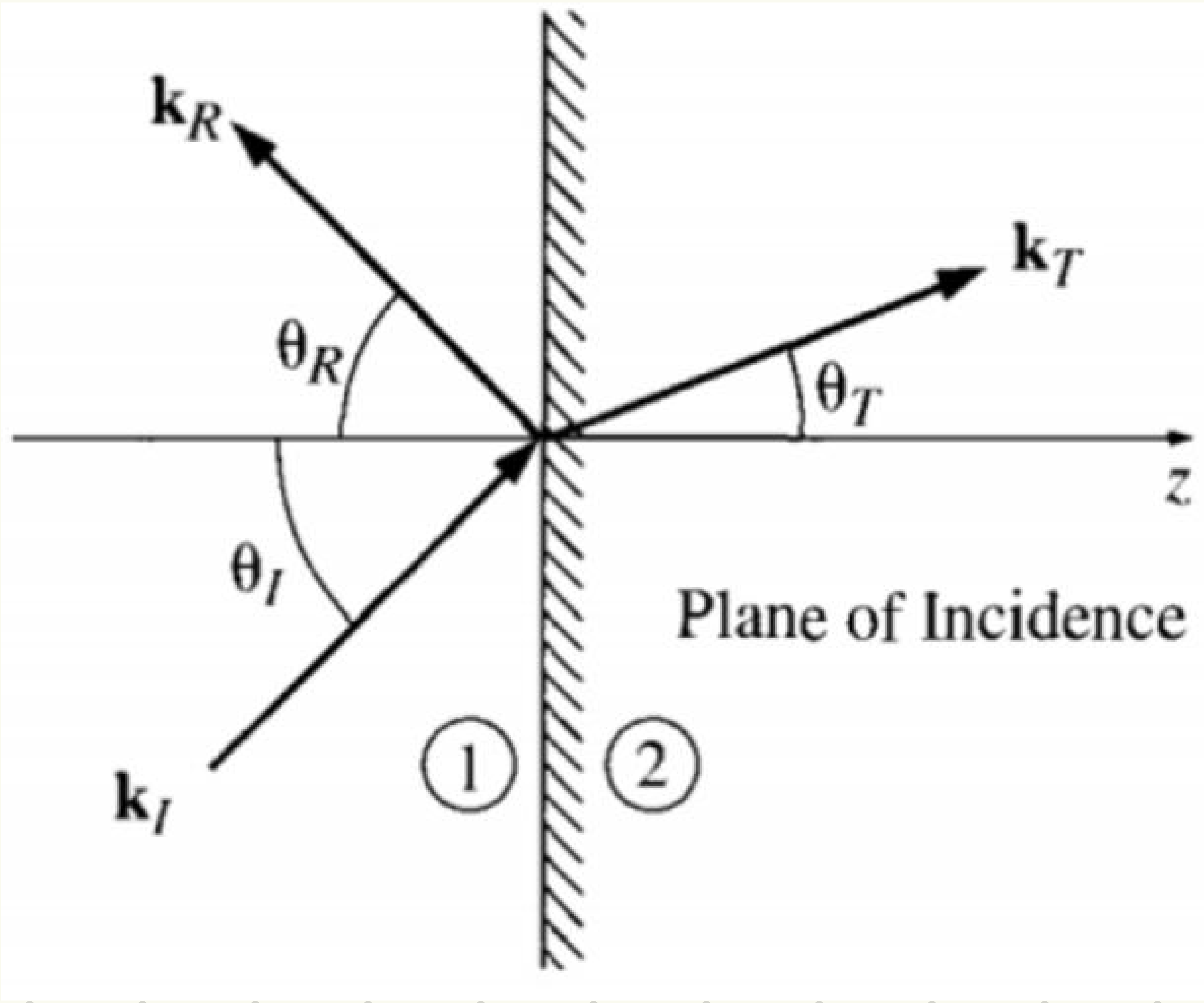
Conservação de energia: $R + T = 1$

Ex. luz indo do ar ao vidro:

$$\left.\begin{aligned} n_1 &= 1{,}0 \\ n_2 &= 1{,}5 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} R &\simeq 0{,}04 \\ T &\simeq 0{,}96 \end{aligned}$$

$\rightarrow$ a maior parte da luz é transmitida

Incidência oblíqua:



* todas as ondas E.M. possuem a mesma freq. (ω) determinada pela fonte

onda incidente:

$$\tilde{\vec{E}}_I(\vec{r},t) = \tilde{\vec{E}}_{0I}\, e^{i(\vec{k}_I\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

$$\tilde{\vec{B}}_I(\vec{r},t) = \frac{1}{v_1}(\hat{k}_I \times \tilde{\vec{E}}_I)$$

onda refletida:

$$\tilde{\vec{E}}_R(\vec{r},t) = \tilde{\vec{E}}_{0R}\, e^{i(\vec{k}_R\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

$$\tilde{\vec{B}}_R(\vec{r},t) = \frac{1}{v_1}(\hat{k}_R \times \tilde{\vec{E}}_R)$$

onda transm.:

$$\tilde{\vec{E}}_T(\vec{r},t) = \tilde{\vec{E}}_{0T}\, e^{i(\vec{k}_T\cdot\vec{r}-\omega t)}$$

$$\tilde{\vec{B}}_T(\vec{r},t) = \frac{1}{v_2}(\hat{k}_T \times \tilde{\vec{E}}_T)$$

Ex. C.C. (iii): $(\ )e^{i(\vec{K_i}\cdot\vec{r}-\omega t)} + (\ )e^{i(\vec{K_R}\cdot\vec{r}-\omega t)} = (\ )e^{i(\vec{K_T}\cdot\vec{r}-\omega t)}$

em $z=0$ (interface)

p/ que a eq. acima seja válida p/ qualquer $\vec{r}$:

$$\underbrace{\vec{K_i}\cdot\vec{r} = \vec{K_R}\cdot\vec{r} = \vec{K_T}\cdot\vec{r}}$$

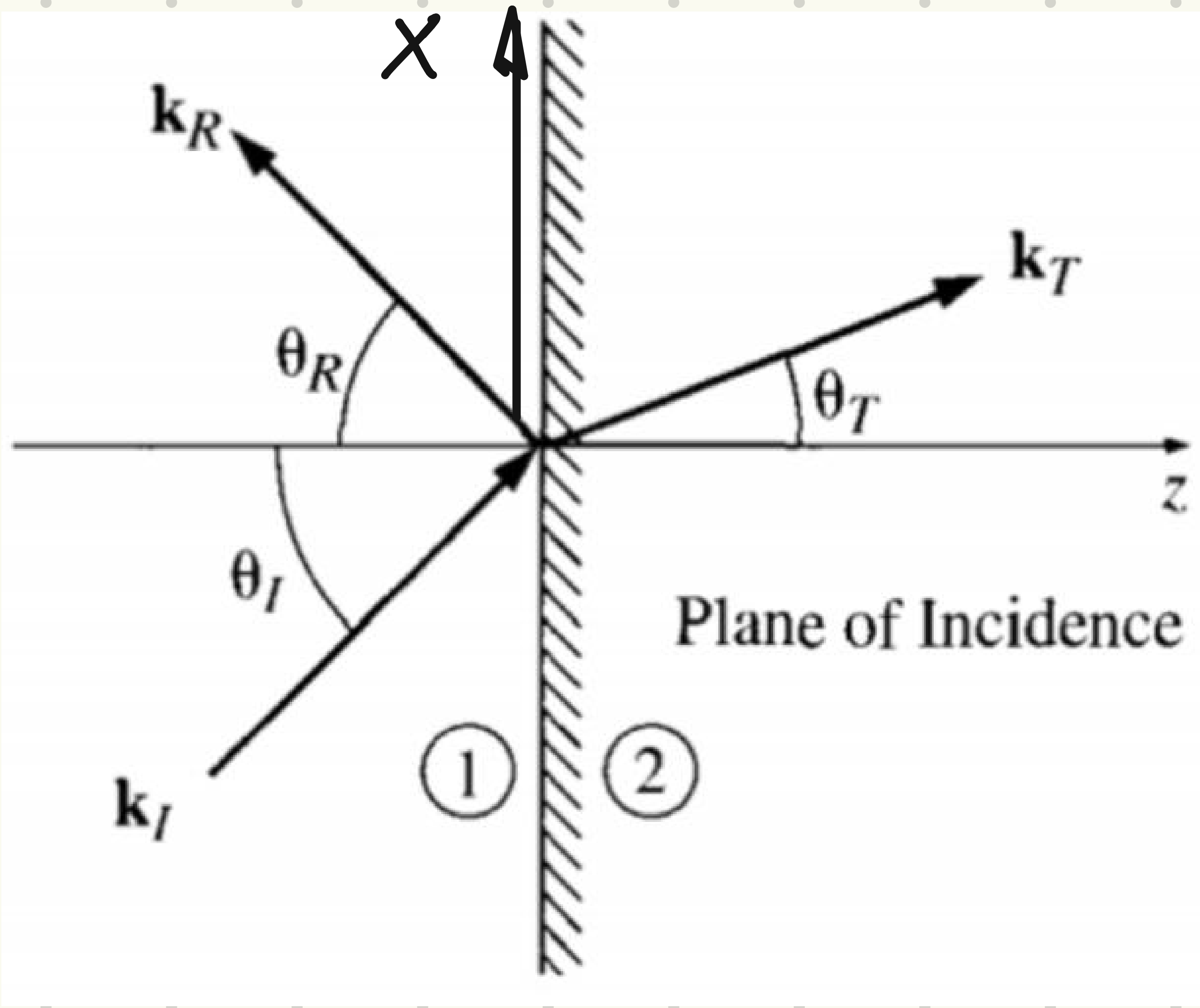
$$\underbrace{K_{ix}x + K_{iz}z = K_{Rx}x + K_{Rz}z = K_{Tx}x + K_{Tz}z}$$

(I) $K_{ix} = K_{Rx} = K_{Tx}$ e (II) $K_{iz} = K_{Rz} = K_{Tz}$

Observação (1) As ondas incidente, refletida e transm. formam um plano, que também contém o vetor normal à sup.

↳ Plano de incidência

Incidência oblíqua:



(I) $K_{ix} = K_{Rx} = K_{Tx}$

$$K_i \,\text{sen}\,\theta_i = K_R \,\text{sen}\,\theta_R = K_T \,\text{sen}\,\theta_T$$

$\underbrace{K_i = n_1 K \,;\; K_R = n_1 K}$

$\text{sen}\,\theta_i = \text{sen}\,\theta_R$

ou $\theta_i = \theta_R$

lei da reflexão

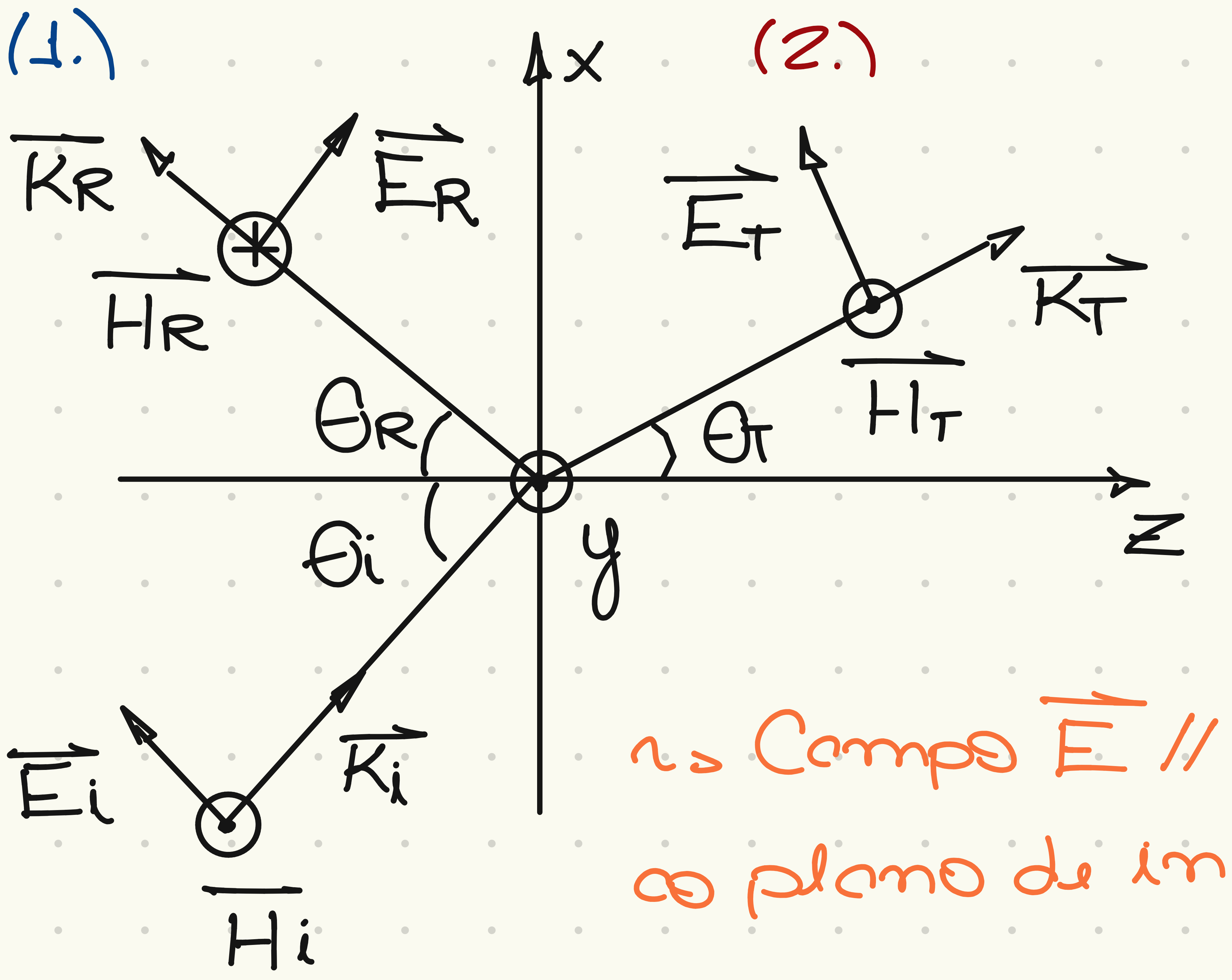
$\underbrace{K_i = n_1 K \,;\; K_T = n_2 K}$

$n_1 \,\text{sen}\,\theta_i = n_2 \,\text{sen}\,\theta_T$

lei de Snell

ou da refração

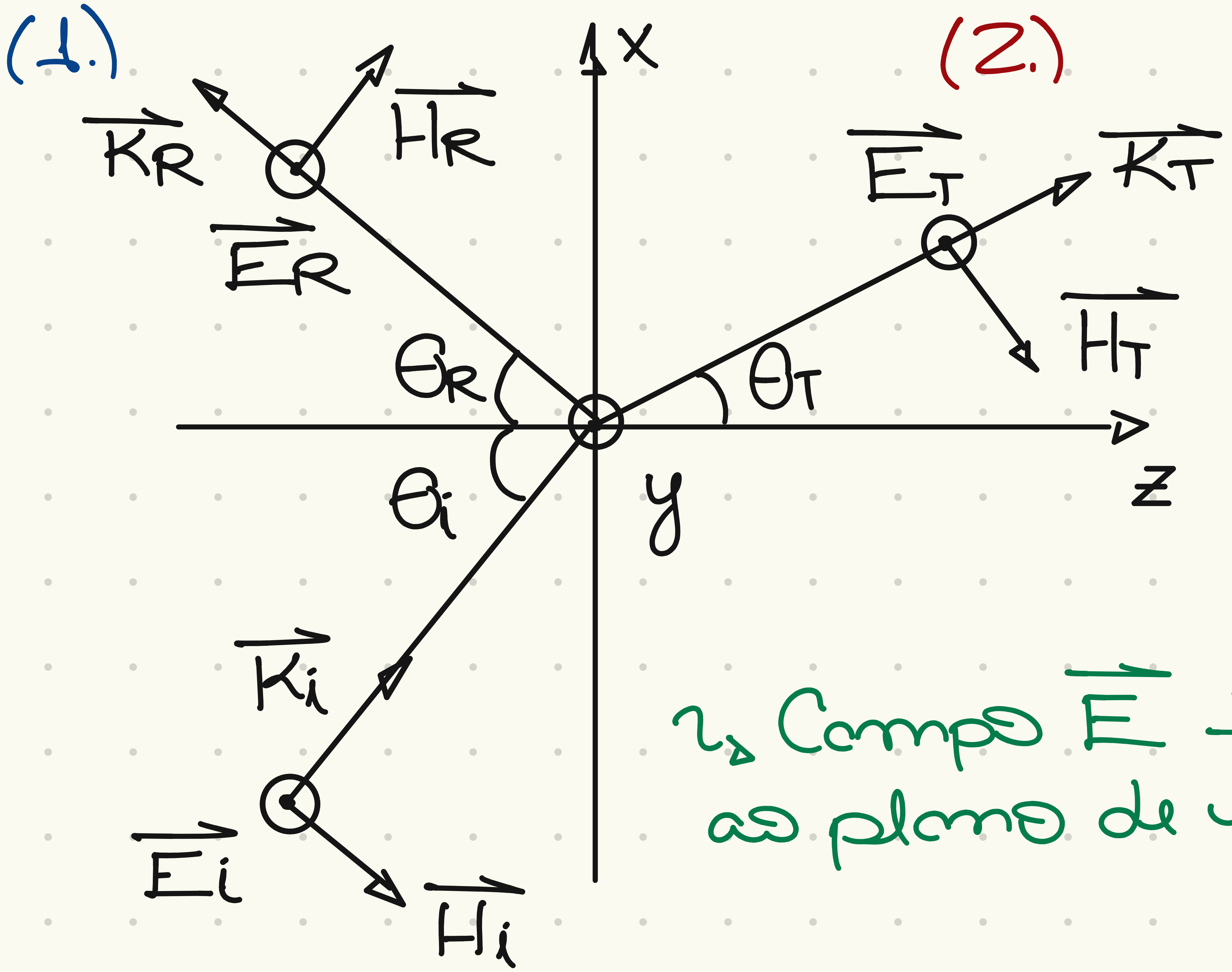
Polarização TM (onda p)



↳ Campo $\vec{E}$ // ao plano de inc.

↳ vamos avaliar este caso!

Polarização TE (onda s)



↳ Campo $\vec{E}$ ⊥ ao plano de inc.

$$\text{C.C.(iv)}: \quad \tilde{H}_{0i} - \tilde{H}_{0R} = \tilde{H}_{0T} \rightarrow K_1(\tilde{E}_{0i} + \tilde{E}_{0R}) = K_2 \tilde{E}_{0T}$$

$$\tilde{E}_{0i} - \tilde{E}_{0R} = \frac{n_2}{n_1} \tilde{E}_{0T} \quad \times \cos\theta_T$$

$$\text{C.C.(iii)}: \quad (\tilde{\vec{E}}_{0i} + \tilde{\vec{E}}_{0R}) \times \hat{n} = \tilde{\vec{E}}_{0T} \times \hat{n}$$

$$\tilde{E}_{0i} \cos\theta_i + \tilde{E}_{0R} \cos\theta_R = \tilde{E}_{0T} \cos\theta_T \quad \times -\frac{n_2}{n_1}$$

$+$

$$\tilde{E}_{0i}\left[-\frac{n_2}{n_1}\cos\theta_i + \cos\theta_T\right] = \tilde{E}_{0R}\left[\cos\theta_T + \frac{n_2}{n_1}\cos\theta_R\right]$$

lembrando que $\theta_R = \theta_i$: $\rho_R = \dfrac{\tilde{E}_{0R}}{\tilde{E}_{0i}} = \dfrac{-n_2/n_1 \cos\theta_i + \cos\theta_T}{n_2/n_1 \cos\theta_i + \cos\theta_T}$

inc. normal: $\theta_i = \theta_T = 0 \Rightarrow \rho_R = \dfrac{\tilde{E}_{0R}}{\tilde{E}_{0i}} = \left(\dfrac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}\right)$

Onda p (pol. TM)

$$\rho_p = \frac{\tilde{E}_{0R}}{\tilde{E}_{0i}} = \frac{-n_2/n_1 \cos\theta_i + \cos\theta_T}{n_2/n_1 \cos\theta_i + \cos\theta_T}$$

Usando a lei de Snell $\left(\frac{n_2}{n_1} = \frac{\operatorname{sen}\theta_i}{\operatorname{sen}\theta_T}\right)$, podemos demonstrar:

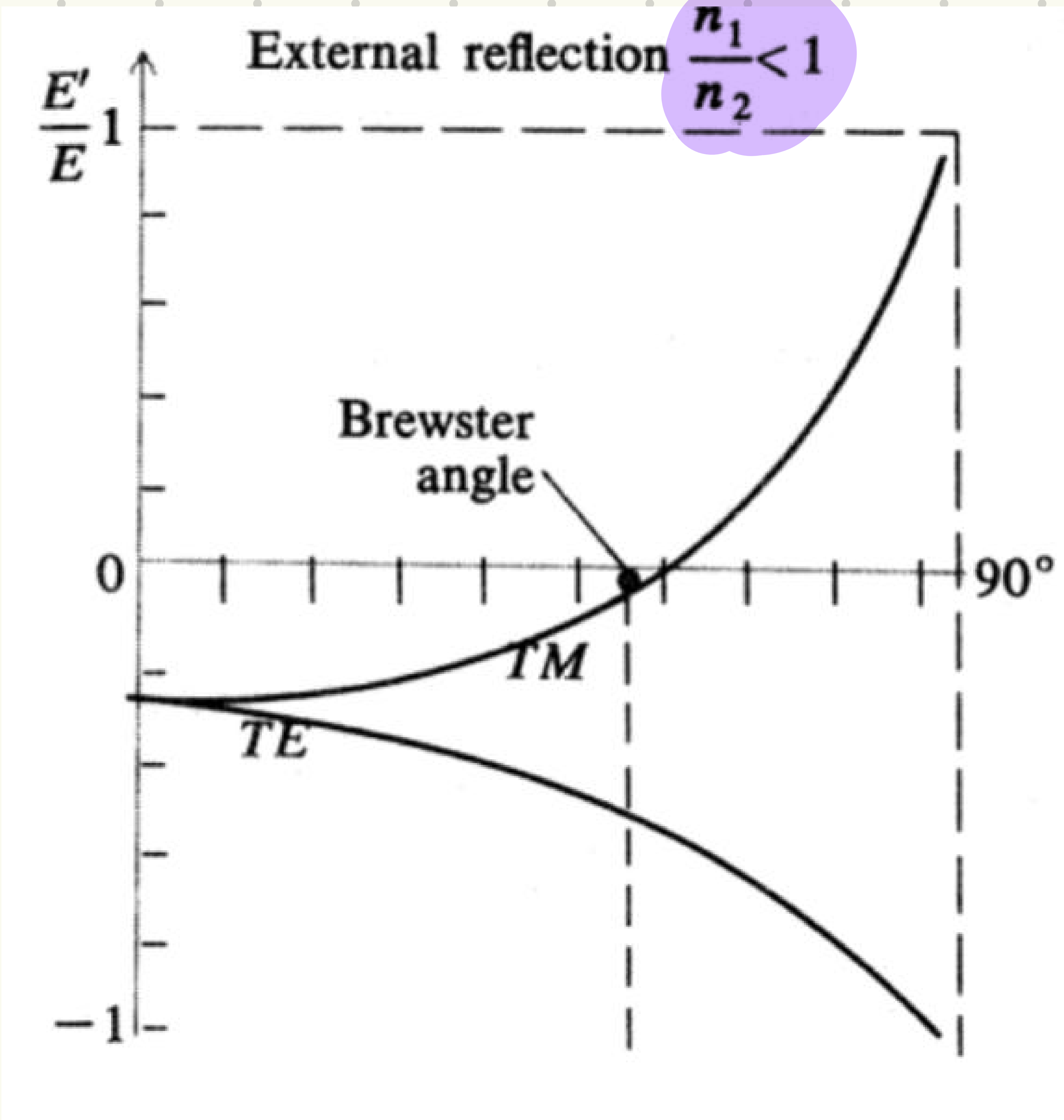
$$\rho_p = -\frac{tg(\theta_i - \theta_T)}{tg(\theta_i + \theta_T)}$$

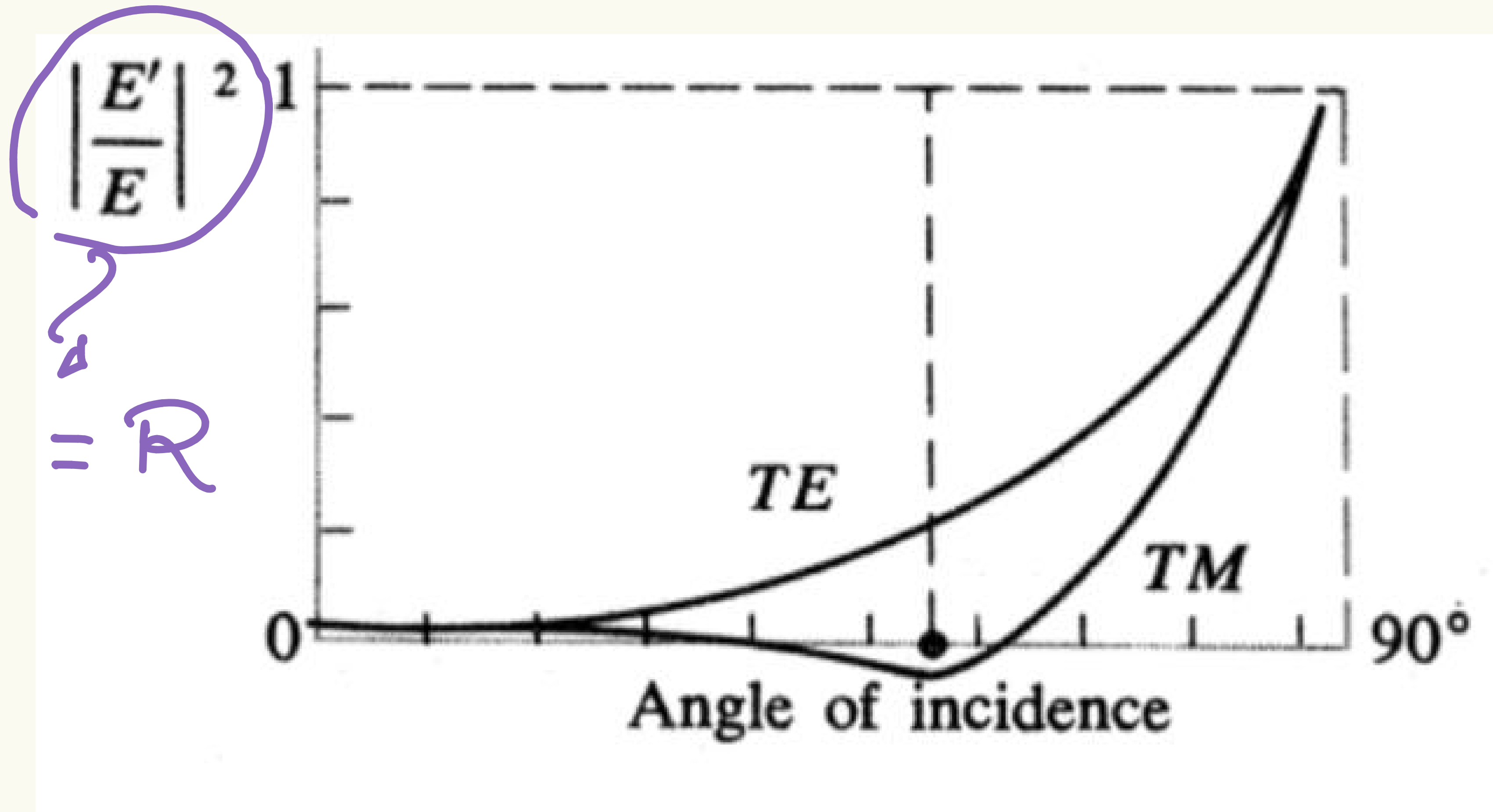
De forma análoga, p/ a onda s (pol. TE):

$$\rho_s = \frac{\tilde{E}_{0R}}{\tilde{E}_{0i}} = \frac{\cos\theta_i - n_2/n_1 \cos\theta_T}{\cos\theta_i + n_2/n_1 \cos\theta_T}$$

$$\rho_s = -\frac{\operatorname{sen}(\theta_i - \theta_T)}{\operatorname{sen}(\theta_i + \theta_T)}$$

caso: $n_2 > n_1$





$= R$

caso: $n_2 > n_1$

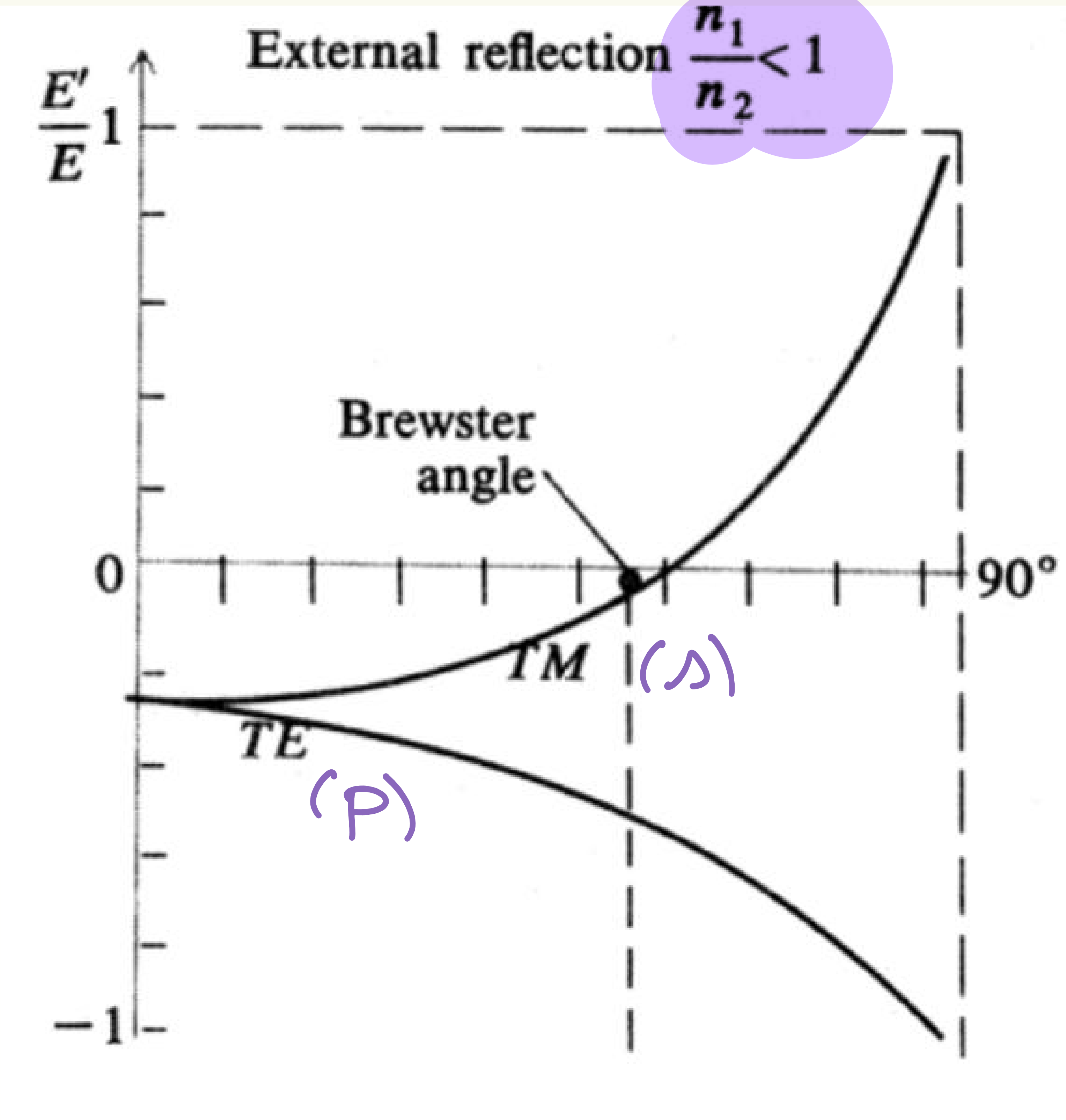
1. Inc. normal $\theta_i = 0$
   $\rightarrow \rho_p = \rho_s$

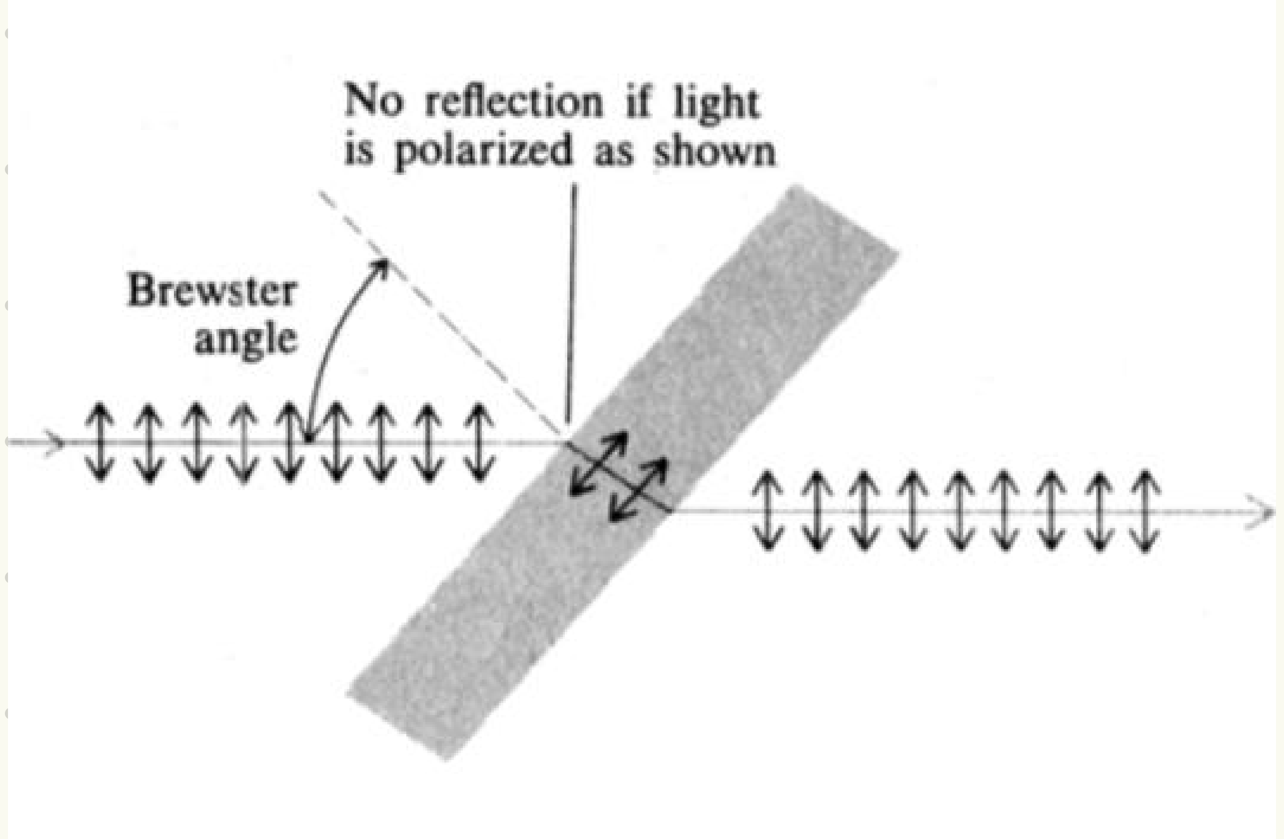
2. Onda TE adquire fase π na reflexão p/ todos os ang. de inc. θ_i

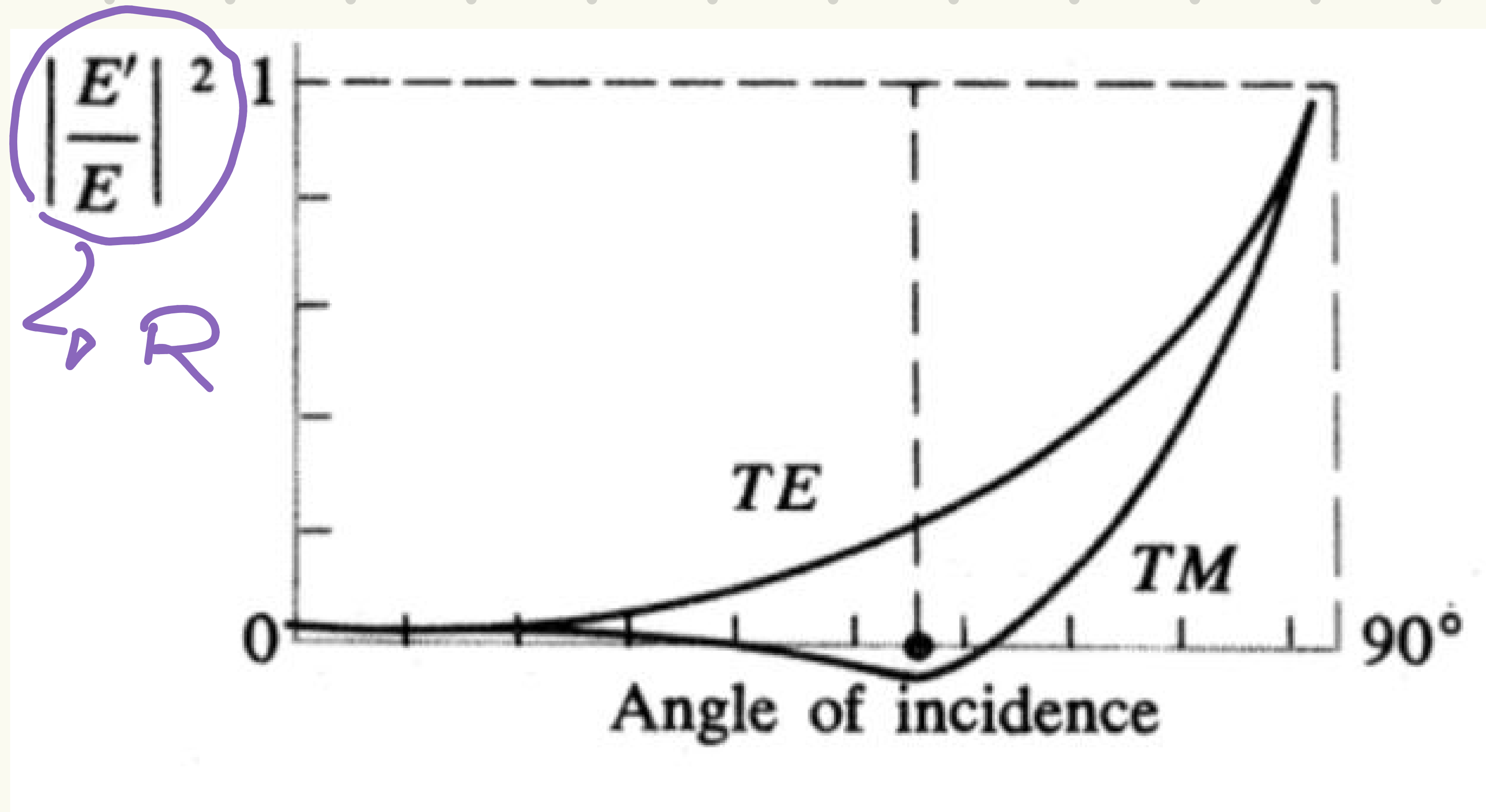
3. Ang de Brewster (reflexão = 0) acontece p/ a onda p (pol TM)

$$\theta_B = tg^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad \perp_{//}$$

Ex. luz indo do ar p/ vidro: $\theta_B \simeq 57°$
$n_1 = 1,0$; $n_2 = 1,5$

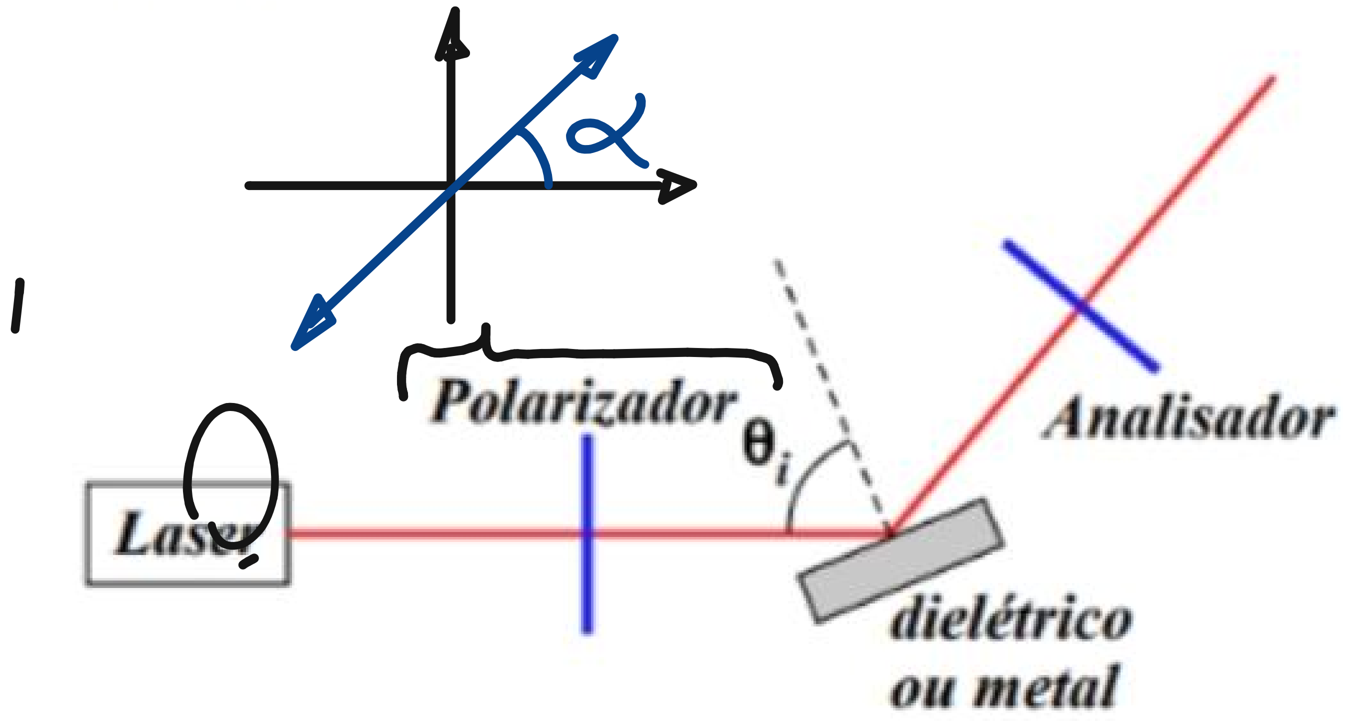






montagem do experimento - elipsometria:

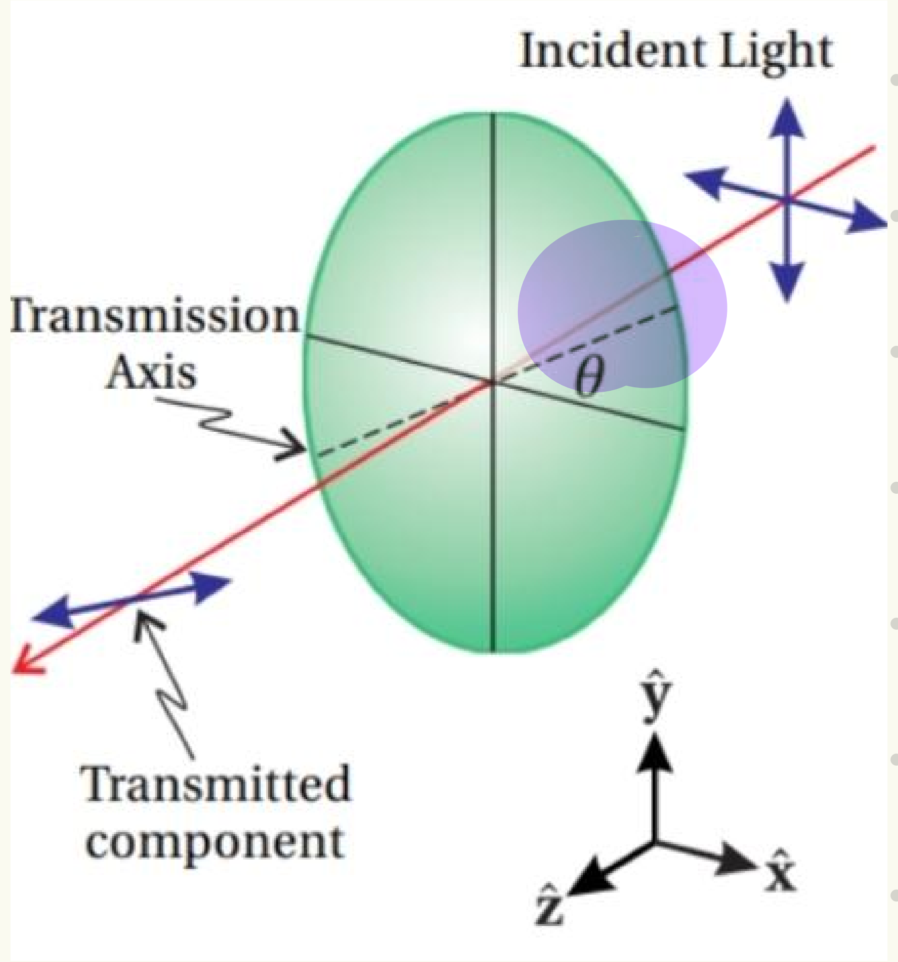
- Podemos analisar a polarização da luz refletida por um material para estudar as suas propriedades ópticas



- Vetor de Jones para a luz que chega no detector

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \cos^2\theta & \operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta\cos\theta & \operatorname{sen}^2\theta \end{pmatrix}}_{\text{pol. formando âng. } \theta \text{ arbitrário c/ relação à pol. da luz incidente (polarizador analisador)}} \overbrace{\begin{pmatrix} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{pmatrix}}^{\text{reflexão no dielétrico}} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha \end{pmatrix}$$

onda inc. no dielétrico



montagem do experimento - elipsometria:

$$\begin{pmatrix} \cos^2\theta & \operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ \operatorname{sen}\theta\cos\theta & \operatorname{sen}^2\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -r_p & 0 \\ 0 & r_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha \\ \operatorname{sen}\alpha \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -r_p\cos\alpha\cos^2\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ -r_p\cos\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}^2\theta \end{pmatrix}$$

$$I \propto |-r_p\cos\alpha\cos^2\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta|^2 + |-r_p\cos\alpha\operatorname{sen}\theta\cos\theta + r_s\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}^2\theta|^2 =$$

$$= |r_p|^2\cos^2\alpha\cos^2\theta + |r_s|^2\operatorname{sen}^2\alpha\operatorname{sen}^2\theta - \frac{(r_pr_s^* + r_sr_p^*)}{4}\operatorname{sen}2\alpha\operatorname{sen}2\theta$$

α: ang. da polarização da luz inc. no dielétrico

↳ vamos fixar a 45°

{ 50% onda p
{ 50% onda s

θ: ang. da polarização analisada c/ respeito à polarização de entrada

↳ θ varia

Subst. de variáveis da téc. de elipsometria:

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan\Psi e^{i\Delta}$$

- Fazendo essa substituição podemos escrever

$$I = I_0(1 - \eta\operatorname{sen}2\theta + \xi\cos 2\theta)$$

- onde

$$\eta \equiv 2\frac{\tan\Psi\cos\Delta\tan\alpha}{\tan^2\Psi + \tan^2\alpha} \quad \text{e} \quad \xi = \frac{\tan^2\Psi - \tan^2\alpha}{\tan^2\Psi + \tan^2\alpha}$$

$tg\Psi$: amplitude de $\frac{r_p}{r_s}$

Δ: fase de "

montagem do experimento - elipsometria:

- Os dados de intensidade podem ser ajustados através da expressão

$$I = I_0(1 - \eta \operatorname{sen} 2\theta + \xi \cos 2\theta) \Big\} \text{ eq. do ajuste}$$

$$\operatorname{sinal}(\alpha) = \begin{cases} -1: & \alpha < 0 \\ 0: & \alpha = 0 \\ 1: & \alpha > 0 \end{cases}$$

- Determinando-se os valores de I_0, η e ξ podemos determinar

$$\tan \Psi = \sqrt{\frac{1+\xi}{1-\xi}} |\tan \alpha| \qquad e \qquad \cos \Delta = \frac{\eta}{\sqrt{1-\xi^2}} \operatorname{sinal}(\alpha)$$

lembrando que:

$$\eta \equiv 2\frac{\tan \Psi \cos \Delta \tan \alpha}{\tan^2 \Psi + \tan^2 \alpha} \qquad e \qquad \xi = \frac{\tan^2 \Psi - \tan^2 \alpha}{\tan^2 \Psi + \tan^2 \alpha}$$

- e com isso podemos obter

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan \Psi e^{i\Delta} \longrightarrow \underbrace{r_p = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \qquad e \qquad r_s = -\frac{\operatorname{sen}(\theta_i - \theta_t)}{\operatorname{sen}(\theta_i + \theta_t)}}_{\text{das eqs. de Fresnel}}$$

$$r_p = \left.\frac{\tilde{E}_{0R}}{\tilde{E}_{0i}}\right|_p \; ; \quad r_s = \left.\frac{\tilde{E}_{0R}}{\tilde{E}_{0i}}\right|_s$$

logo, $\dfrac{r_p}{r_s} = \dfrac{\tilde{E}_{0R}|_p}{\tilde{E}_{0R}|_s}$; Δ é a fase entre as comp. do campo E $\perp$ e // ao P.I.

- e a Lei de Snell

$$n_i \operatorname{sen} \theta_i = n_t \operatorname{sen} \theta_t$$

- podemos obter o índice de refração do meio

$$n_t^2 = n_i^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i \left[1 + \tan^2 \theta_i \frac{(\cos 2\Psi - i \operatorname{sen} 2\Psi \operatorname{sen} \Delta)^2}{(1 + \operatorname{sen} 2\Psi \cos \Delta)^2}\right]$$

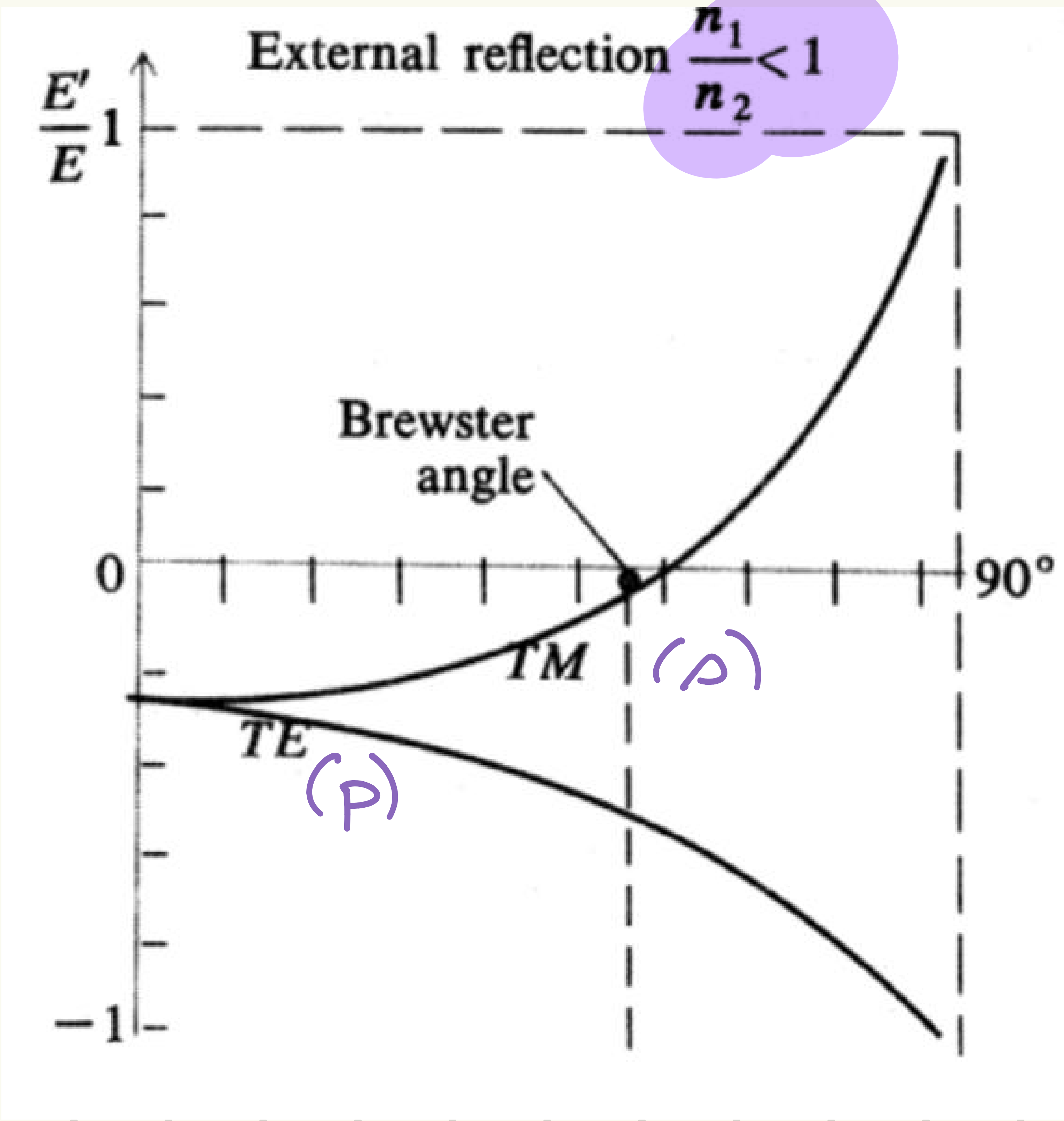
montagem do experimento - elipsometria:

Lembrando que:
caso: $n_2 > n_1$

$$n_t^2 = n_i^2 \operatorname{sen}^2\theta_i \left[1 + \tan^2\theta_i \frac{(\cos 2\Psi - i \operatorname{sen} 2\Psi \operatorname{sen}\Delta)^2}{(1 + \operatorname{sen} 2\Psi \cos\Delta)^2}\right]$$

- n_t é real $\Rightarrow \operatorname{sen}\Delta = 0$
- e $\cos\Delta = -1$ para $\theta_i < \theta_B$ e $\cos\Delta = 1$ para $\theta_i > \theta_B$
- então

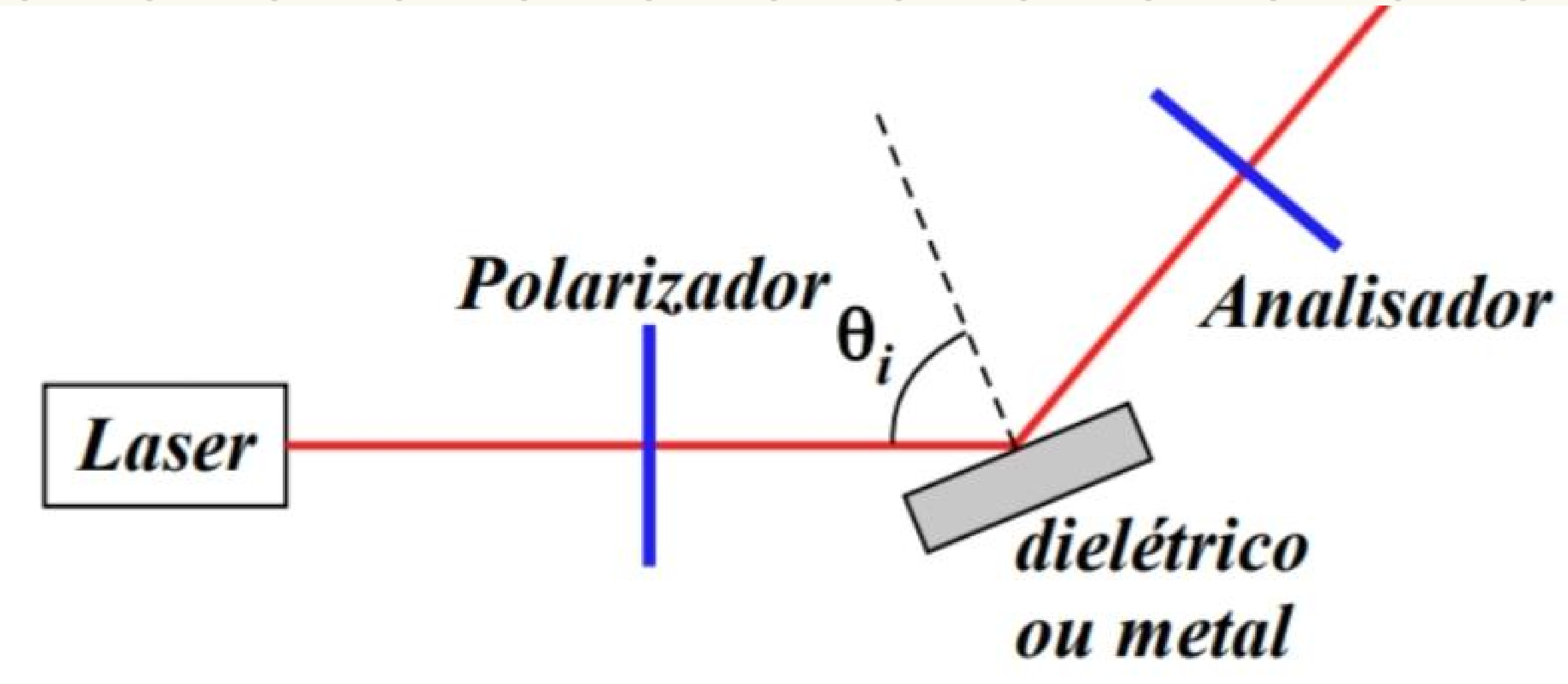
$$n_t^2 = n_i^2 \operatorname{sen}^2\theta_i \left[1 + \tan^2\theta_i \frac{\cos^2 2\Psi}{(1 + \operatorname{sen} 2\Psi \cos\Delta)^2}\right]$$



Lembrando que:

$$\frac{r_p}{r_s} \equiv \tan\Psi e^{i\Delta}$$

Atividade :



- O polarizador na frente do laser foi colocado em $\alpha = 45°$

- Foram medidas as intensidades de reflexão através do polarizador analisador para três ângulos de incidência
  - $\theta_i = 35$, 50 e 70 graus
- Ajuste as curvas medidas e determine os valores de η e ξ para cada ângulo de incidência
- Utilize esses valores na planilha "CÁLCULO DE n DIELÉTRICO EXP" e determine o índice de refração do dielétrico
- Qual o tipo de polarização da onda refletida? Qual a mudança na polarização com a variação do ângulo de incidência?
- Avalie a compatibilidade dos índices obtidos e determine o seu valor
- Utilize o valor do índice de refração e determine o ângulo de Brewter do material

Referências:

- David J. Griffiths - Introduction to Electrodynamics
- Justin Peatross and Michael Ware - Physics of Light and Optics