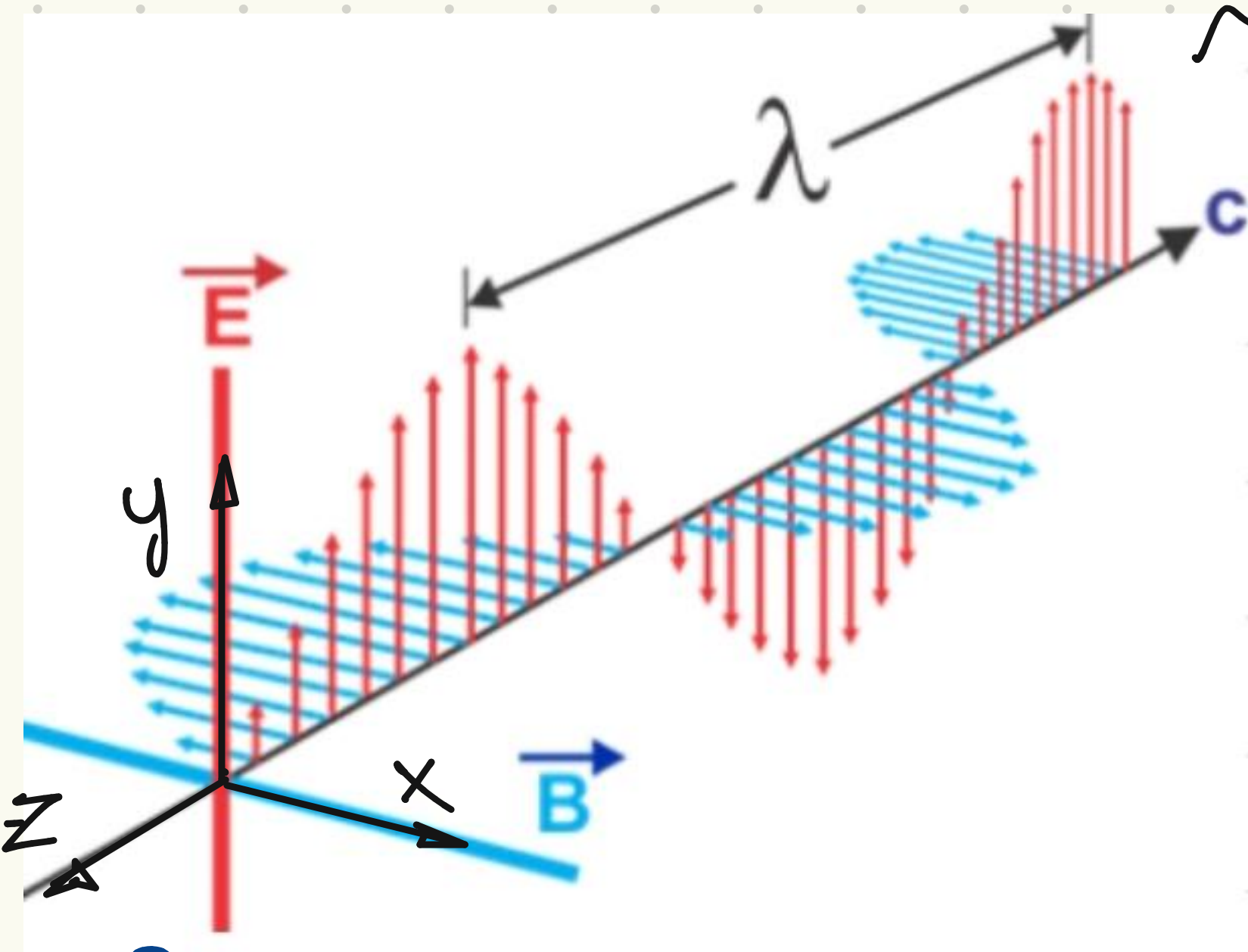


Polarização da luz  $\rightarrow$  direção de oscilações do campo  $\vec{E}$

Ondas eletromagnéticas



$\leadsto$  campos  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  oscilando em fase:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0(\vec{r}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}_0(\vec{r}) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}; \quad |\vec{B}_0| = \frac{|\vec{E}_0|}{c}$$

- perpendiculares entre si e  $\perp$  à direção de propagação de luz:

$$\hat{k} \cdot \vec{E} = 0; \quad \hat{k} \cdot \vec{B} = 0, \quad \vec{E} \cdot \vec{B} = 0$$

ondas transversais

$\hookrightarrow$  luz linearmente polarizada

Campo  $\vec{E}$  oscila em apenas 1 direção

neste caso:  $\vec{E} = E_0 \hat{y} e^{i(kz - \omega t)}$

A solução:  $\vec{E}(z,t) = (\tilde{E}_0x \hat{x} + \hat{E}_0y \hat{y}) e^{i(kz - \omega t)}$

onde  $E_x, E_y$  são quantidades complexas, também satisfaz os eqs. de Maxwell:

↳ p/ capturar diferenças de fase entre os componentes de campo  $\vec{E}$  nas direções  $\hat{x}$  e  $\hat{y}$

$$\vec{E}(z,t) = (E_0x \hat{x} + E_0y e^{i\delta} \hat{y}) e^{i(kz - \omega t)}$$

A solução física é obtida tomando-se a parte real do campo  $\vec{E}$ :

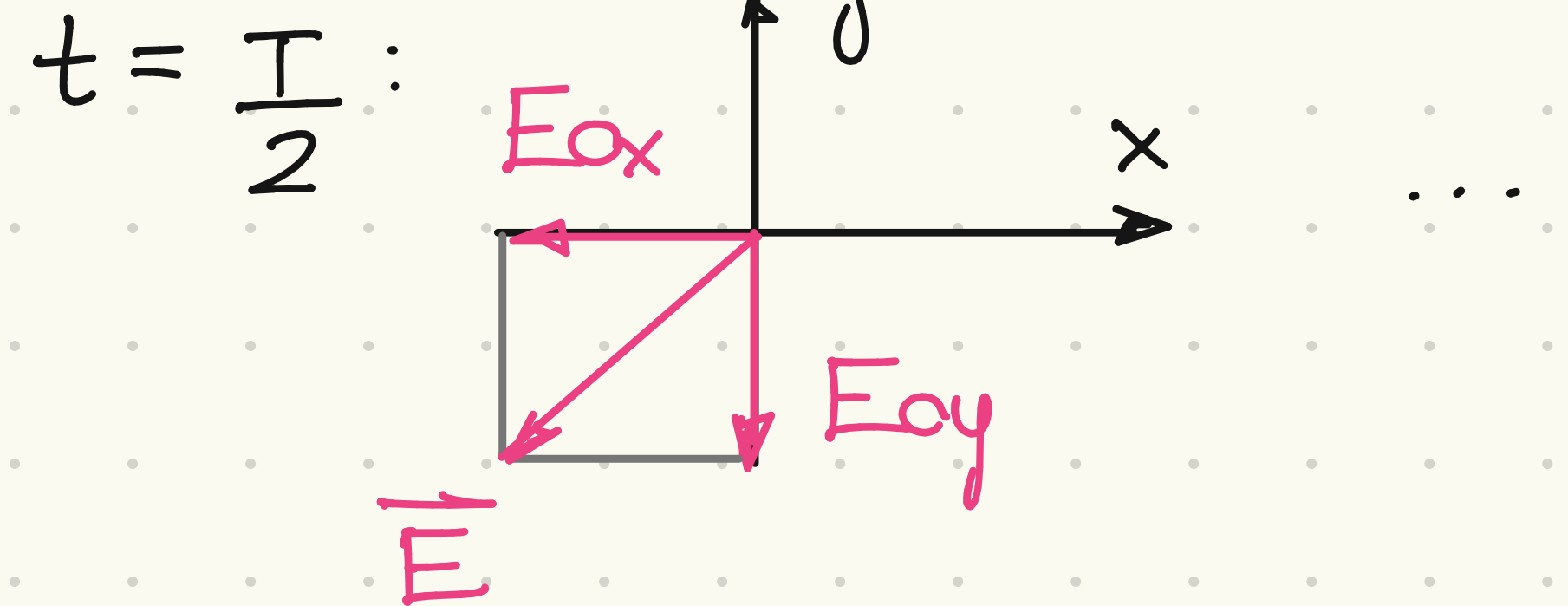
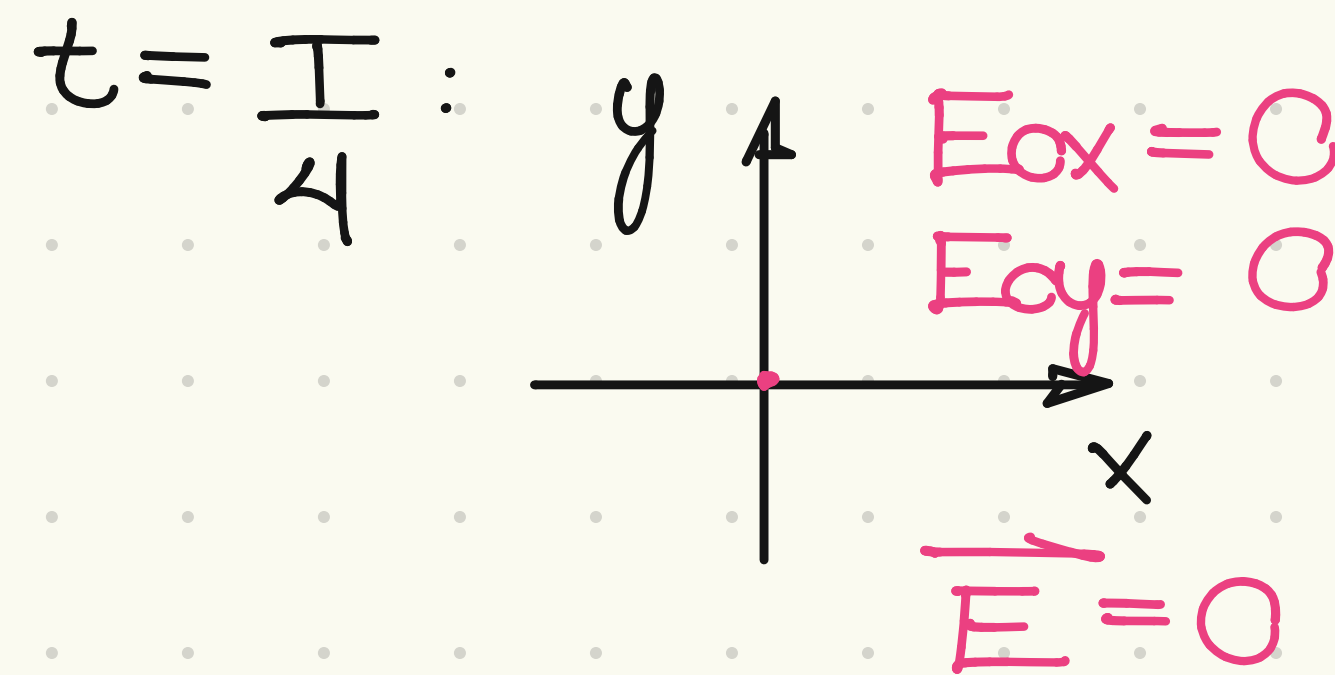
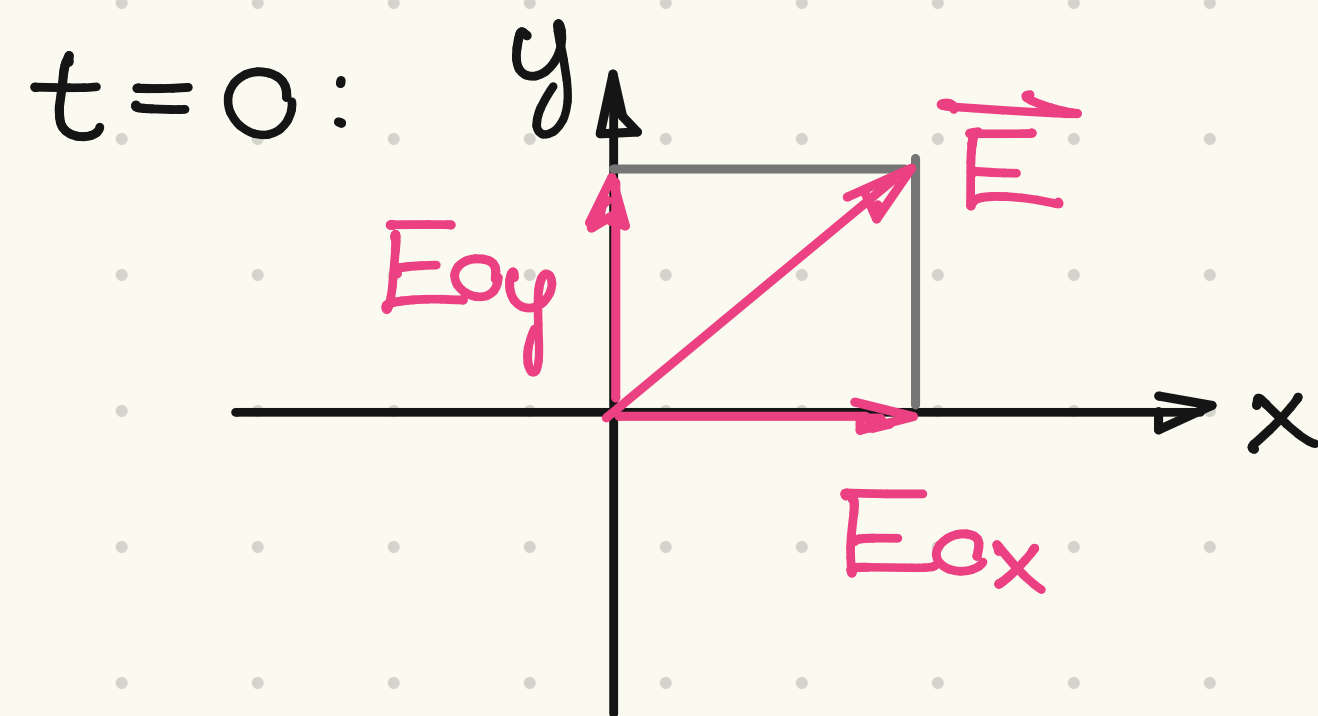
$$\begin{aligned} \vec{E}(z,t) &= \text{Re} \{ E_0 e^{i(kz - \omega t)} \} \hat{x} + \text{Re} \{ E_0 e^{i\delta} e^{i(kz - \omega t)} \} \hat{y} \\ &= E_0x \cos(kz - \omega t) \hat{x} + E_0y \cos(kz - \omega t + \delta) \hat{y} \end{aligned}$$

$$\vec{E}(z,t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \hat{x} + E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta) \hat{y} ; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

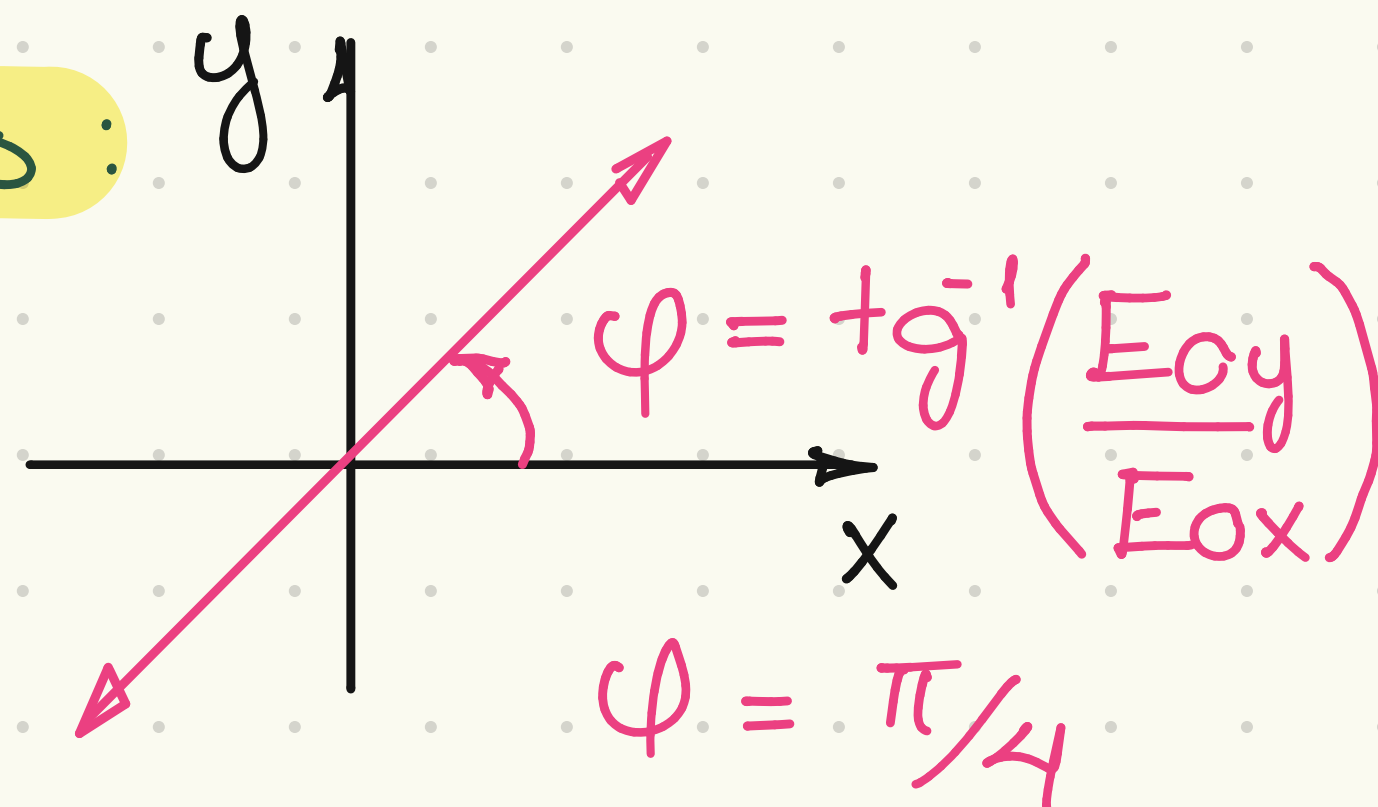
Vamos analisar o que acontece a/ o direção de oscilação de  $\vec{E}$  p/ diferentes casos. Por conveniência, vamos considerar o plano  $z = 0$ :

o fase nula ( $\delta = 0$ )

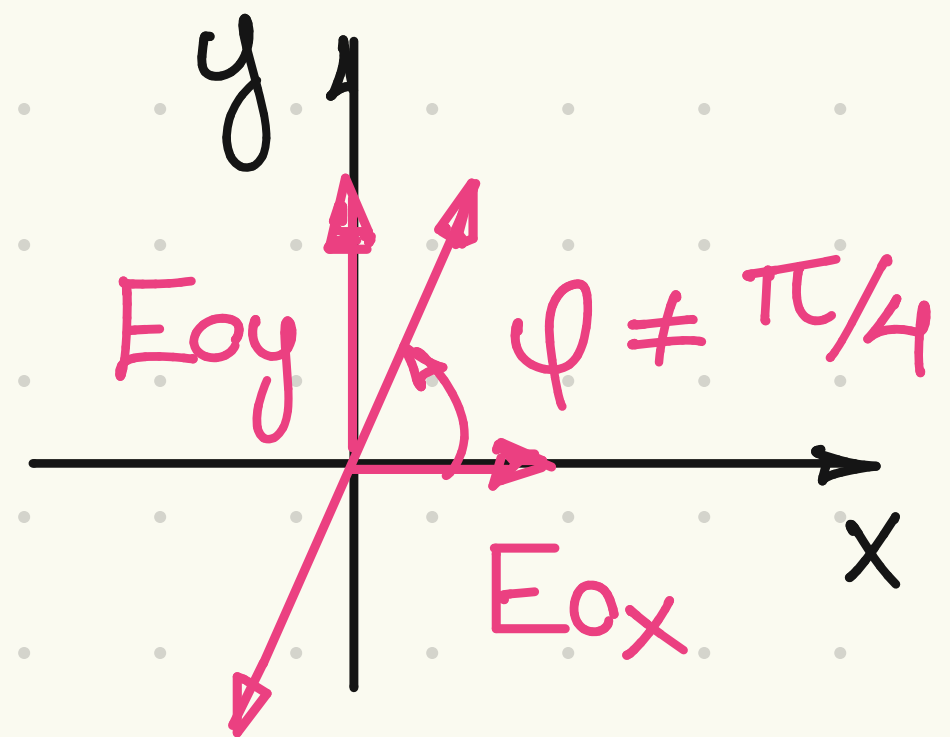
a.  $E_{0x} = E_{0y}$ :



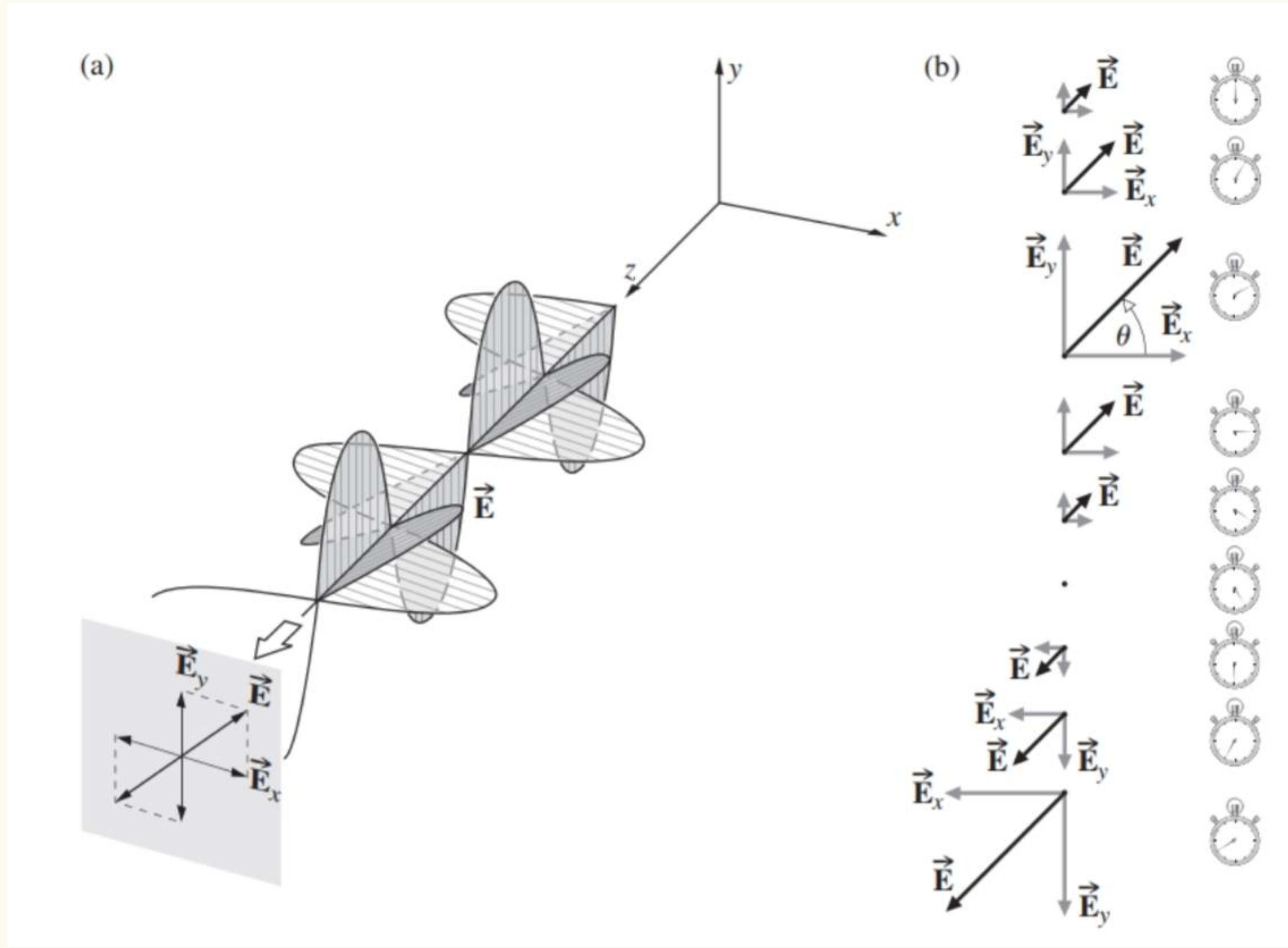
polarização linear



Se  $E_{0x} \neq E_{0y}$ , e.g.:



# polarização linear:

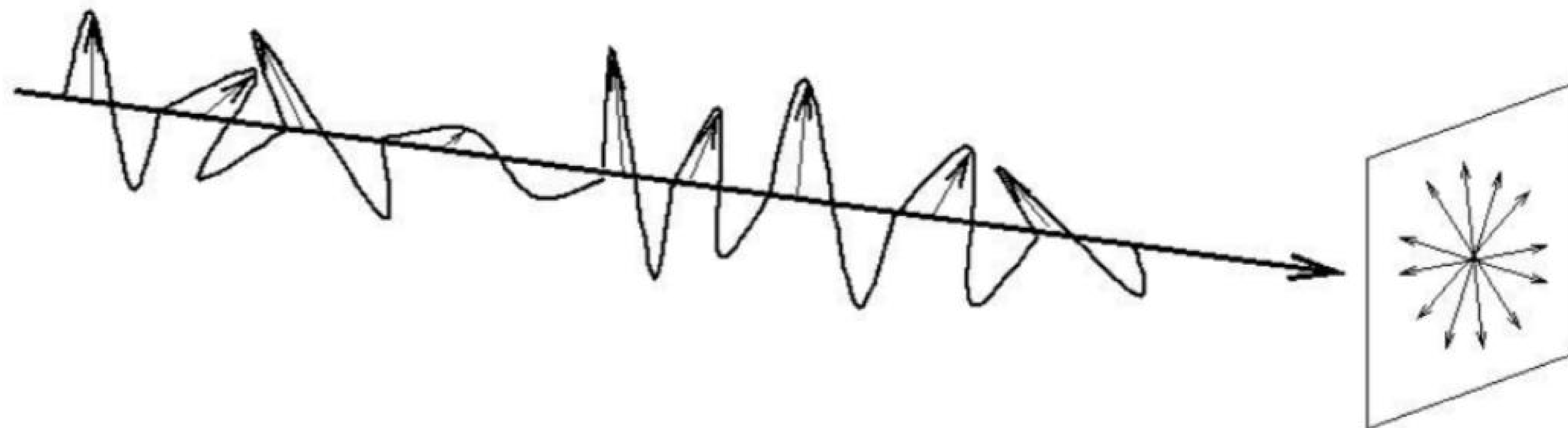


Em geral, temos luz aleatoriamente polarizada

Ex. luz solar, luz de uma fonte incandescente, etc.

- Tanto a intensidade como a direção do campo elétrico variam de forma incoerente no tempo
- Contudo, podemos sempre escrever que o campo elétrico possui componentes  $i$  e  $j$

$$\vec{E}(z, t) = E(z, t) [\sin(\theta_{\text{aleatório}}(z, t))\hat{i} + \cos(\theta_{\text{aleatório}}(z, t))\hat{j}]$$



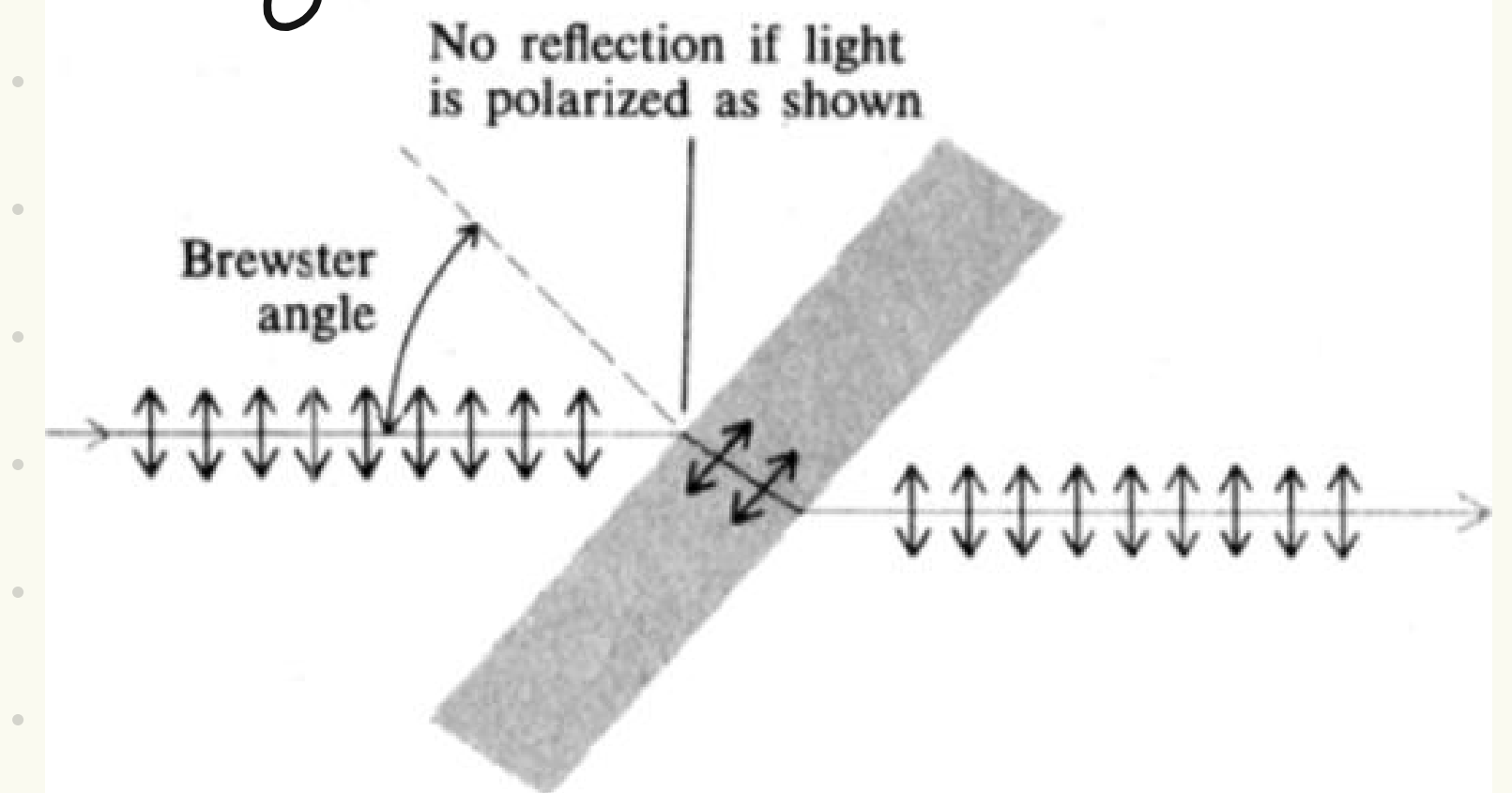
fa mas de se obter luz linearmente polarizada:

## - Polarizada

- Instrumento ótico capaz de polarizar a luz em uma dada direção pré-definida
- Todo polarizador é caracterizado por um eixo de polarização
  - ▶ Este eixo representa a direção da componente do campo elétrico que será transmitida
- Vários tipos de polarizador
  - ▶ **Absorção:** Absorve a componente dos ~~campos EM~~ <sup>campo  $\vec{E}$</sup>  em uma dada direção
  - ▶ **Birrefringentes:** O índice de refração pode depender da polarização da luz
  - ▶ **Reflexão:** A luz refletida, dependente do ângulo, favorece a polarização em uma direção



Polarização por reflexão baseada no âng. de Brewster:

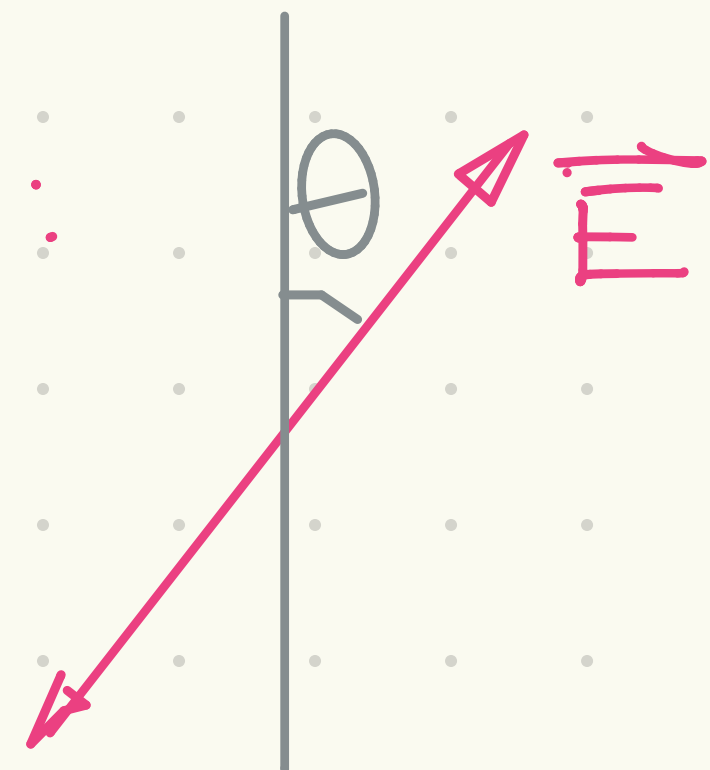


# Lei de Malus

direção do pol.



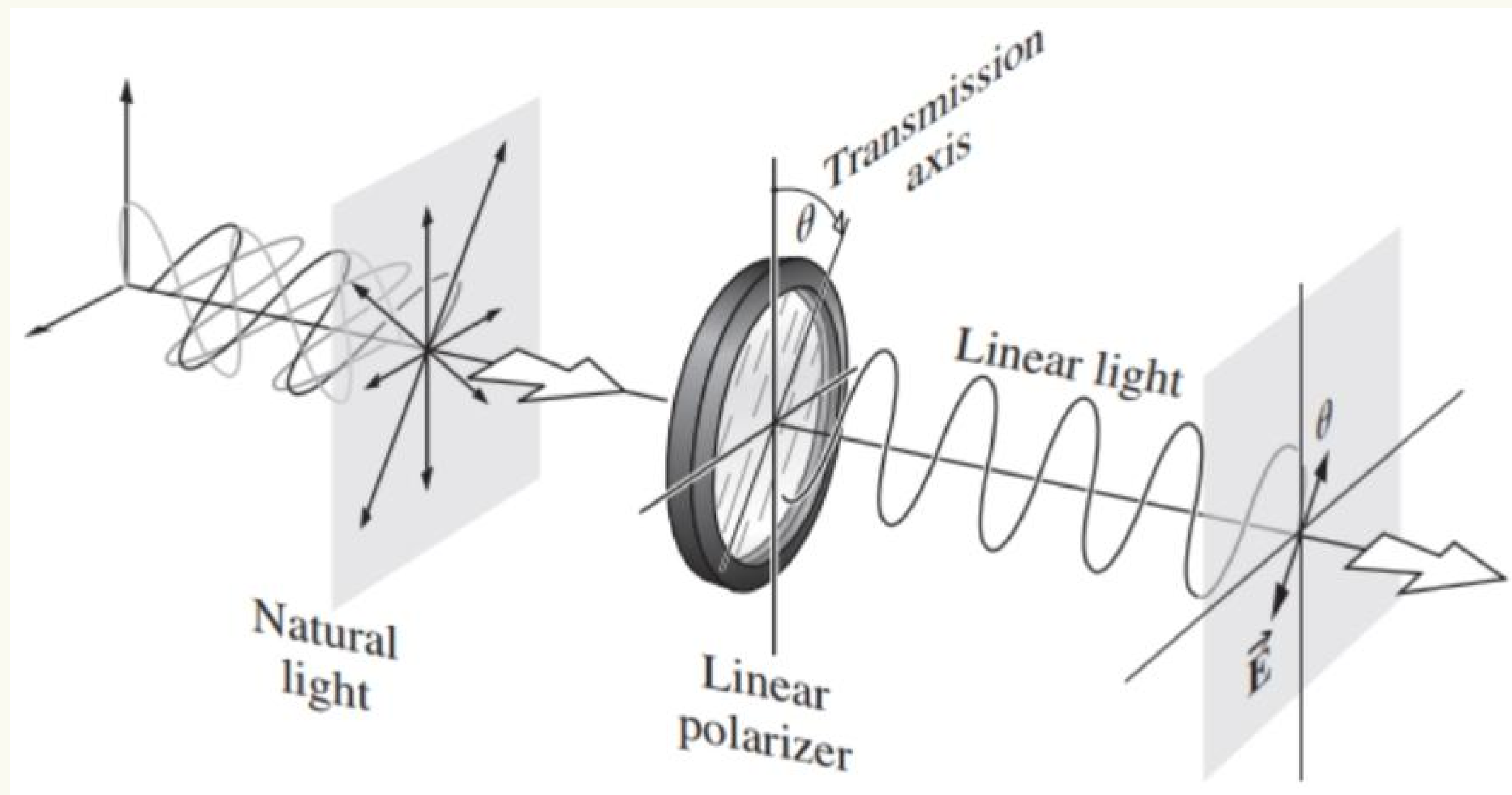
luz incidente :



luz emergente :

$$E_{||} = E_0 \cos \theta$$

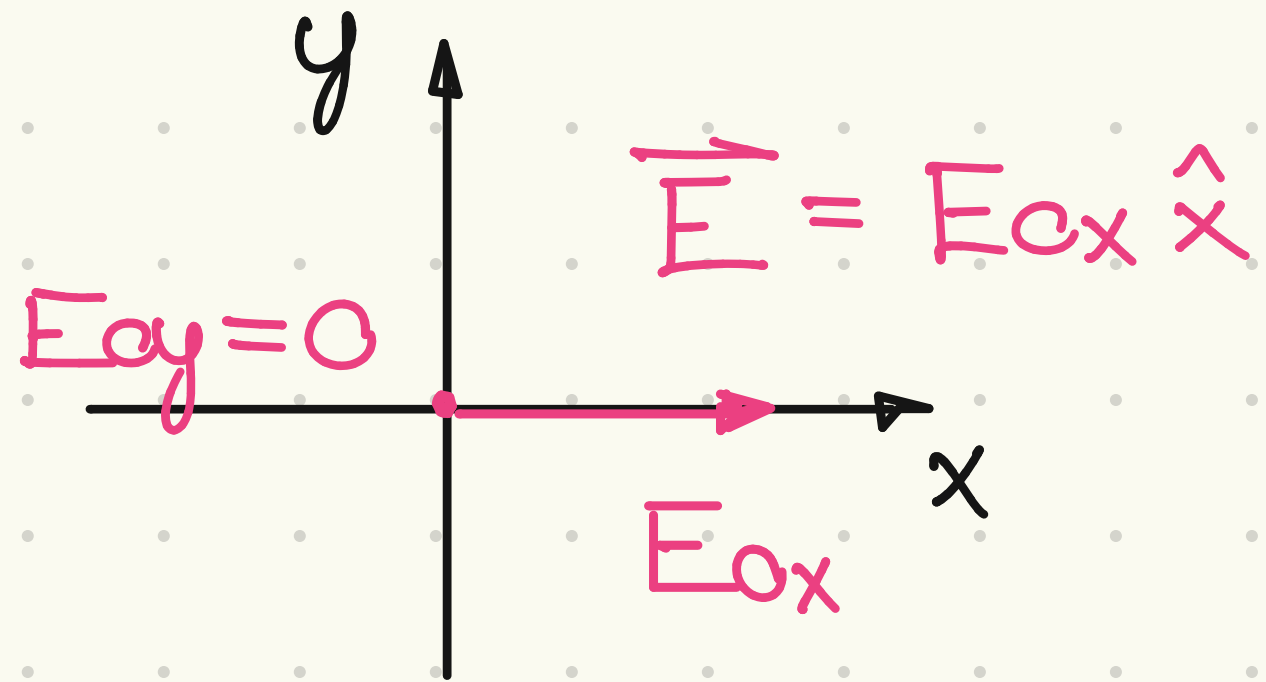
$$I = \langle |S| \rangle = I_0 \cos^2 \theta$$



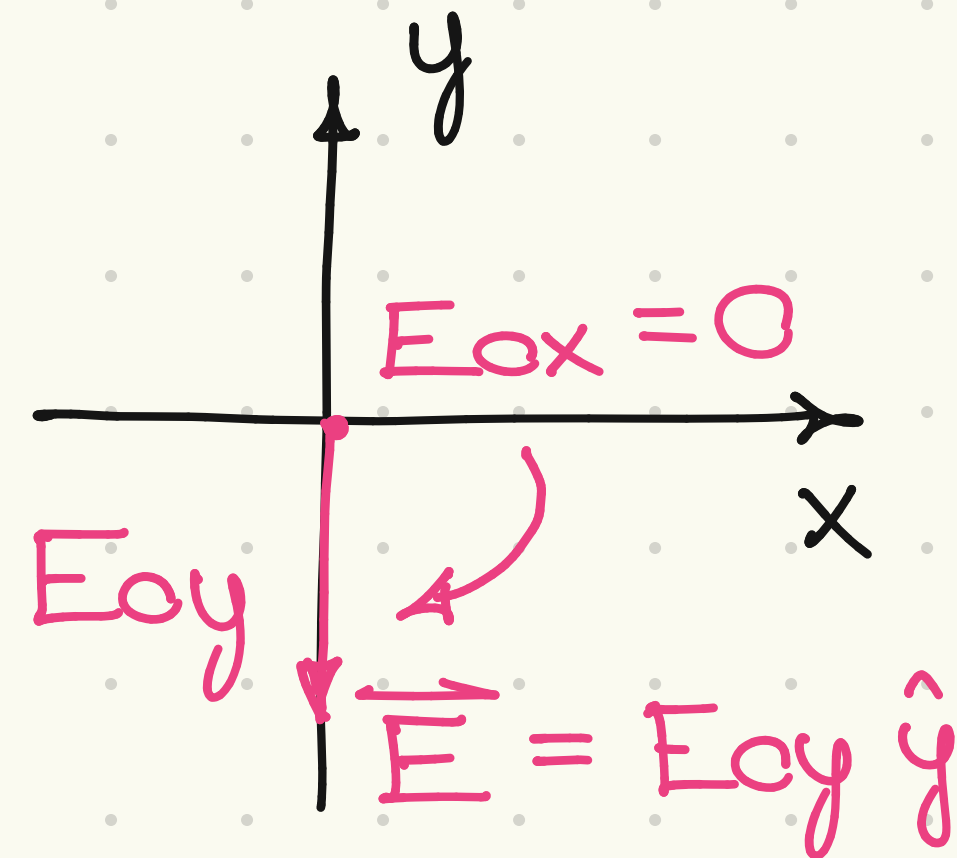
$$\vec{E}(z,t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \hat{x} + E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta) \hat{y} ; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

o fase  $\delta = -\pi/2$  e  $E_{0x} = E_{0y}$

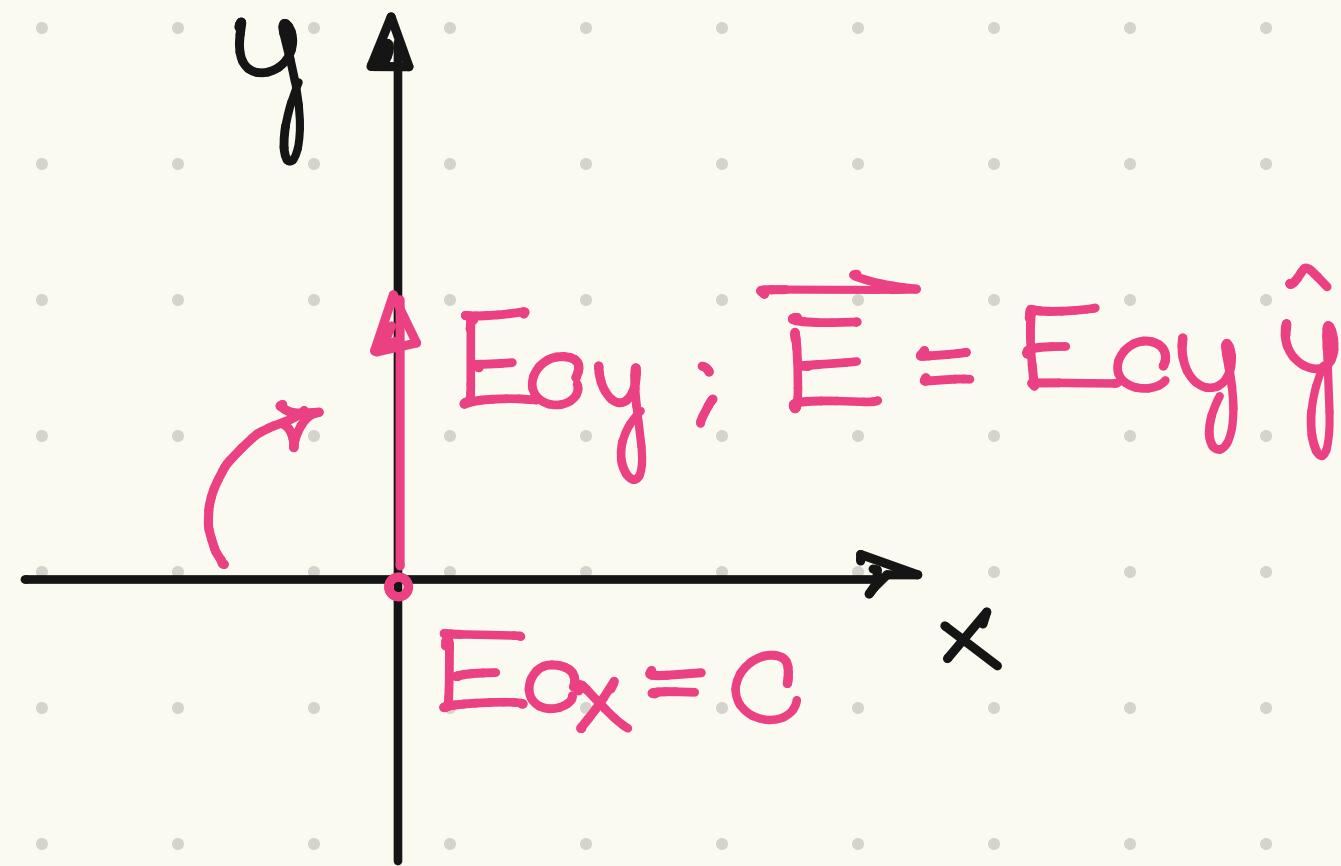
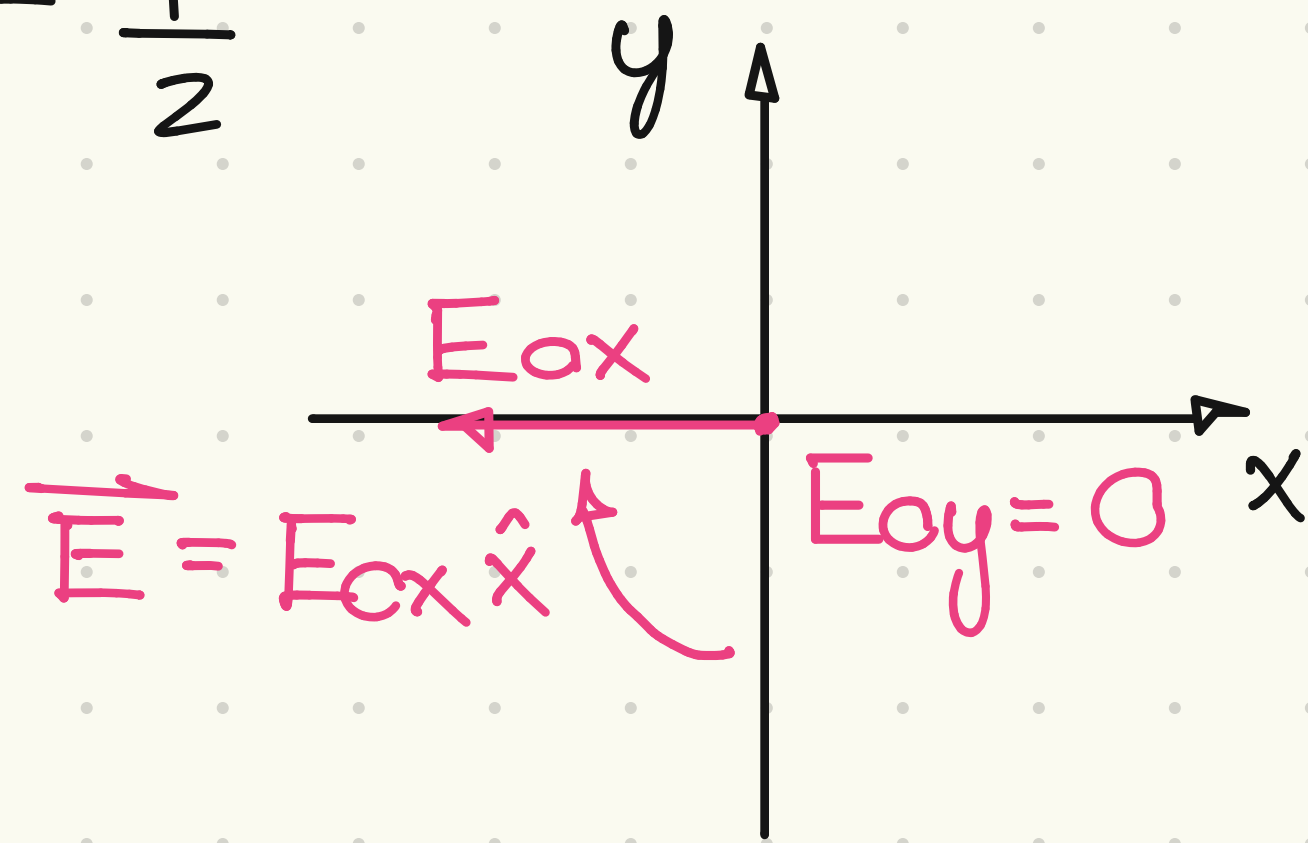
$t = 0 :$



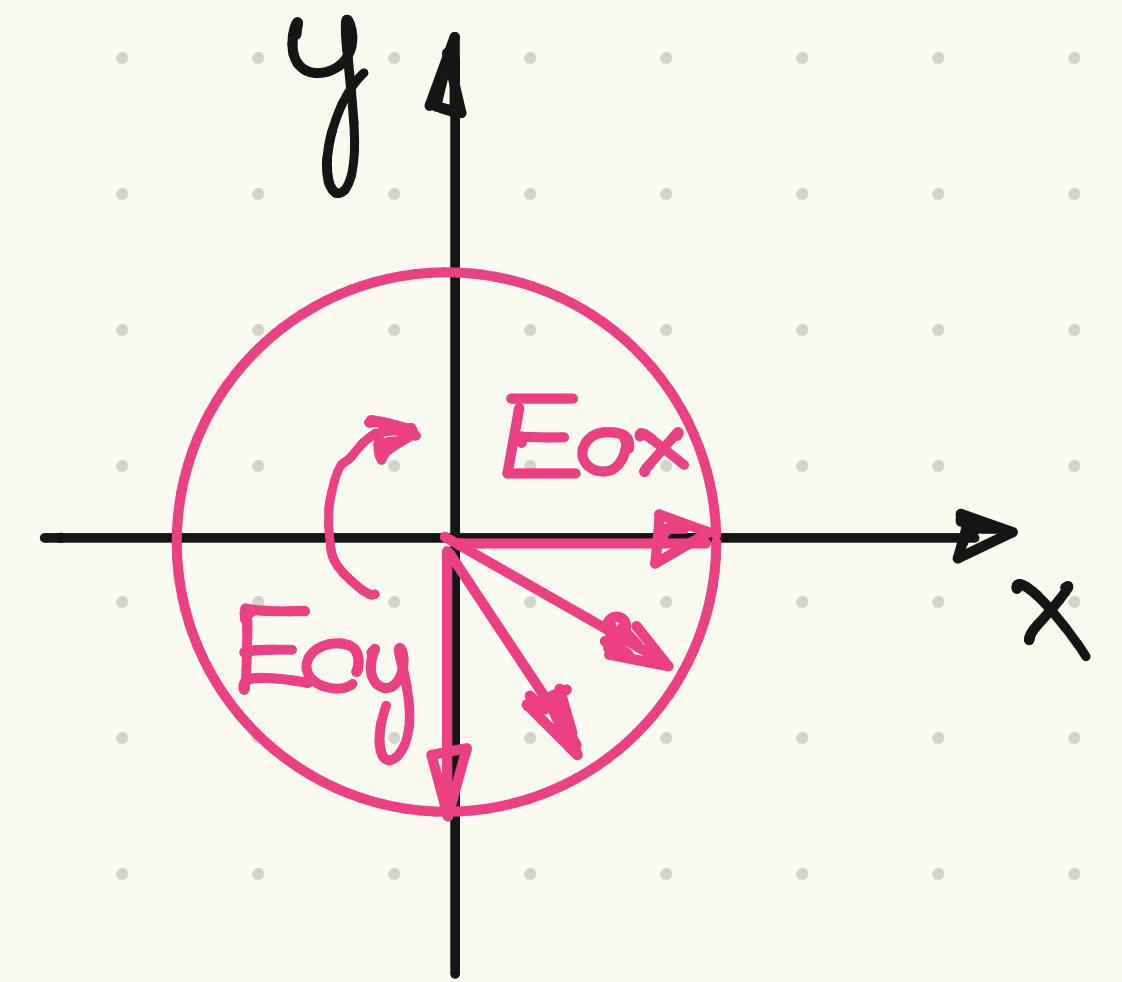
$t = \frac{T}{4} :$



$t = \frac{T}{2} :$



luz  
circularmente  
polarizada  
à esquerda



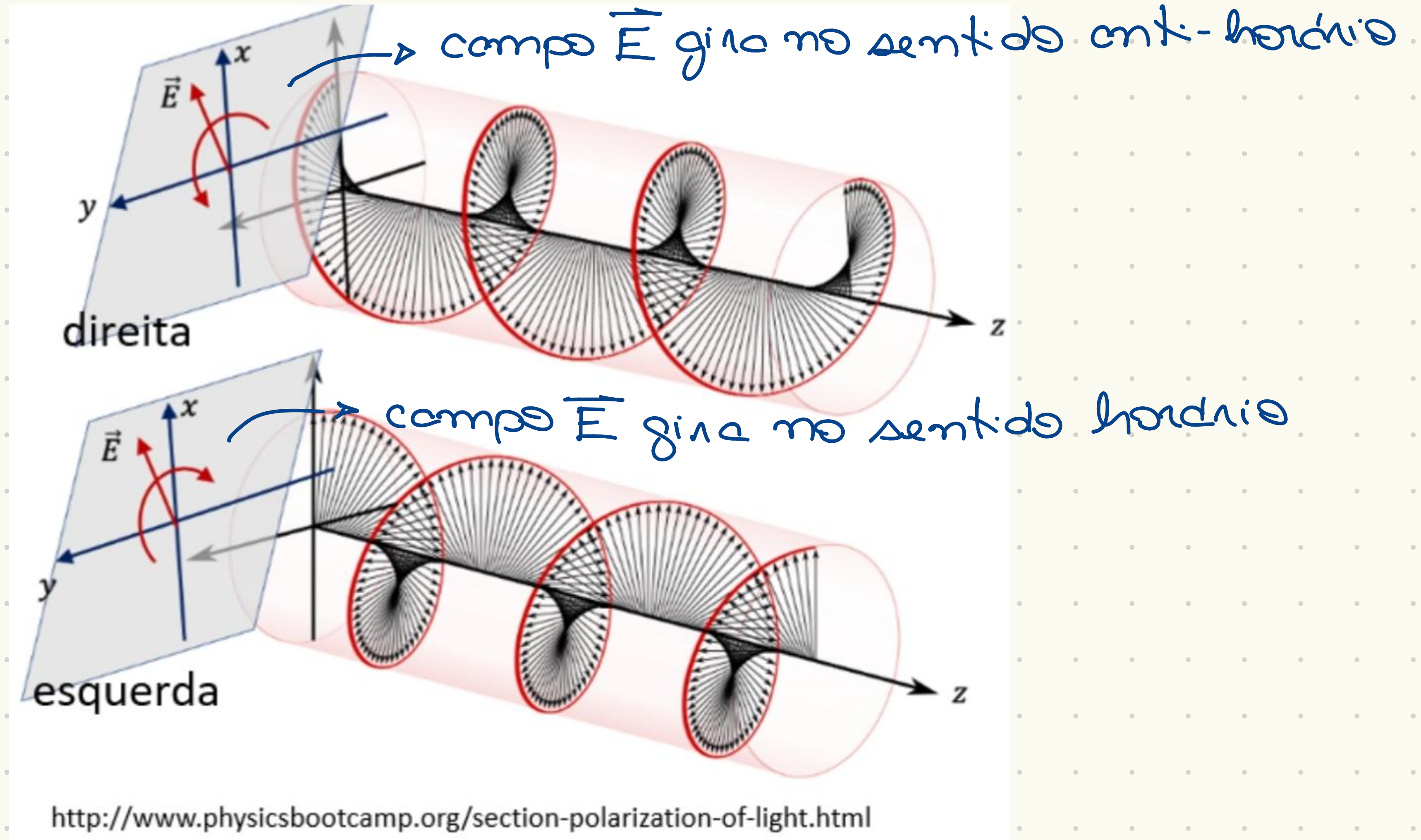


$$\vec{E}(z,t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \hat{x} + E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta) \hat{y} \quad ; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

o fase  $\delta = \pm \pi/2$  e  $E_{0x} = E_{0y} \Rightarrow$  luz circularmente polarizada:

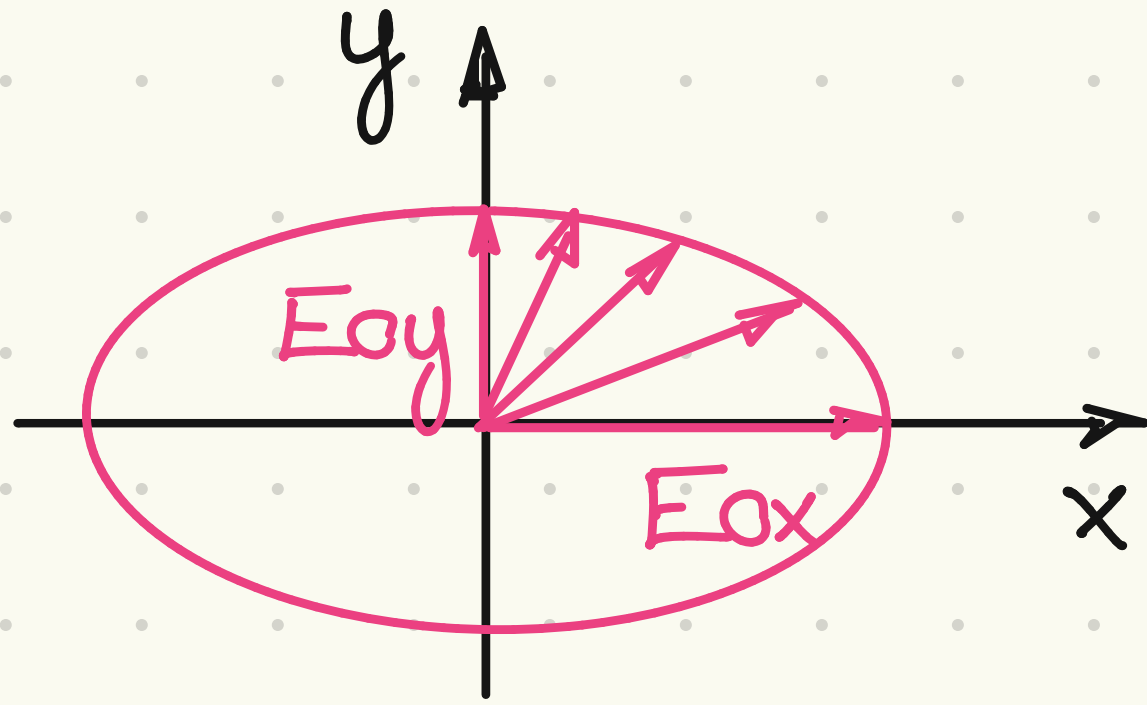
$$\delta = \pi/2$$

$$\delta = -\pi/2$$



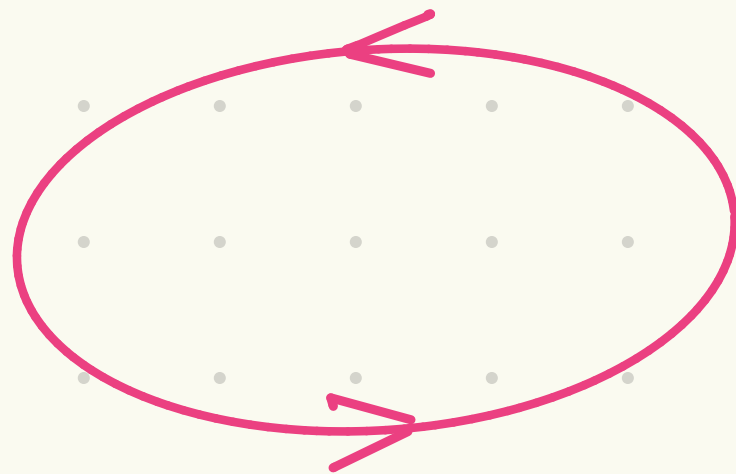
$$\vec{E}(z,t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \hat{x} + E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta) \hat{y} \quad ; \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Se  $\delta = \pm \pi/2$  e  $E_{0x} \neq E_{0y}$ , logo:

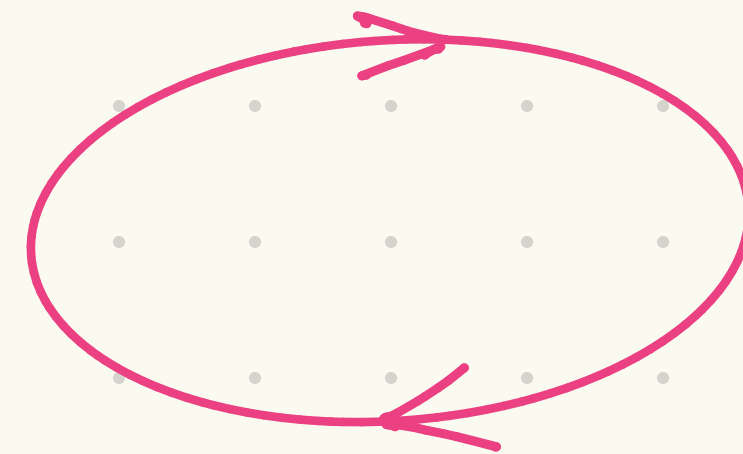


luz elipticamente polarizada

à direita



à esquerda



Caso mais geral: polarização elíptica

$$(I) \quad E_x = E_{0x} \cos(Kz - \omega t)$$

$$(II) \quad E_y = E_{0y} \cos(Kz - \omega t + \delta)$$

Vamos eliminar a dependência c/  $Kz - \omega t$  p/ chegar a uma expressão que independe do tempo e do espaço:

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(Kz - \omega t + \delta) = \cos(Kz - \omega t) \cos \delta - \sin(Kz - \omega t) \sin \delta$$

$$(III) \quad \frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \delta = -\sin(Kz - \omega t) \sin \delta$$

A partir da eq. I, podemos chegar:  $\sin(Kz - \omega t) = \sqrt{1 - (E_x/E_{0x})^2}$  (IV)

Combinando (III) e (IV),  
obtemos:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos \delta = \sin^2 \delta$$

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos \delta = \sin^2 \delta$$

Eq. do elipse  
formando um âng.  $\alpha$  c/  
o sistema de coord.  $x, y$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 E_{0x} E_{0y} \cos \delta}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}$$

Casos particulares:

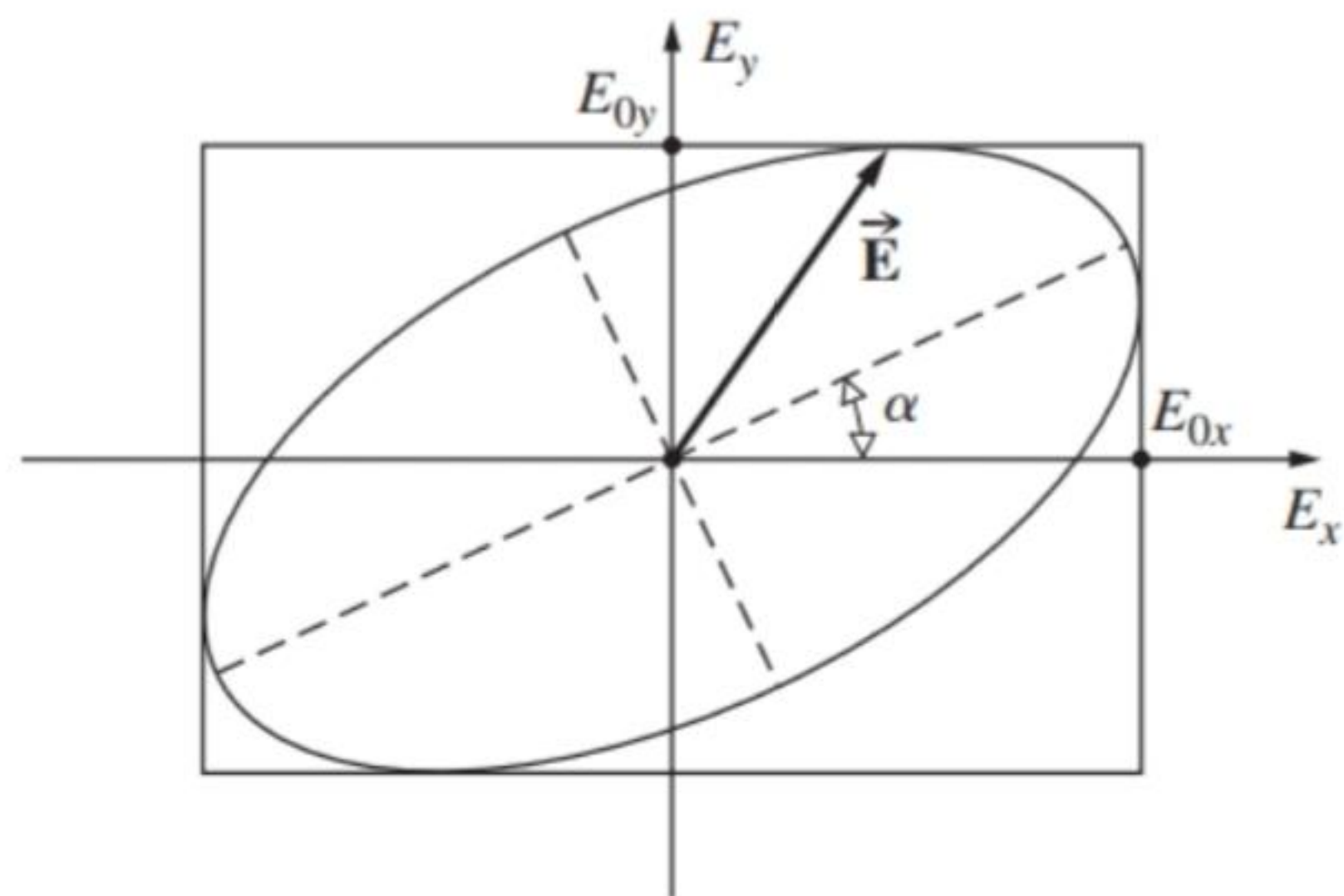
(a) luz linearmente polarizada

$$\delta = 0, \delta = \pi$$

(b) luz circularmente polarizada

$$\delta = \pm \pi/2, E_{0x} = E_{0y}$$

⋮

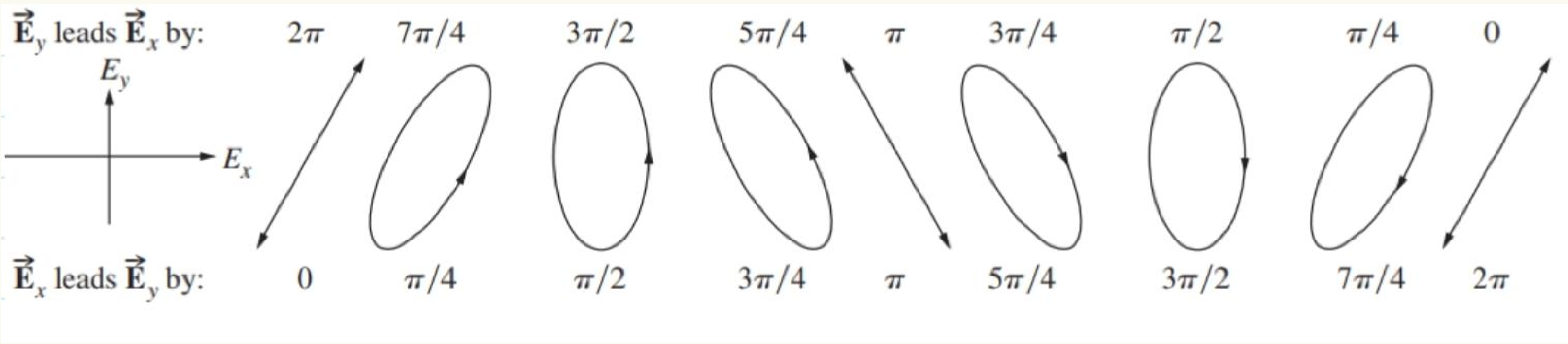


**Figure 8.8** Elliptical light. The endpoint of the electric field vector sweeps out an ellipse as it rotates once around.

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2 \frac{E_x}{E_{0x}} \frac{E_y}{E_{0y}} \cos \delta = \sin^2 \delta$$

Eq. do elipse  
 faz mudo um âng.  $\alpha$  c/  
 o sistema de coord.  $x, y$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 E_{0x} E_{0y} \cos \delta}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}$$



- Formalismo das matrizes de Jones

$$\vec{E} = (E_{ox} \hat{x} + E_{oy} e^{i\delta} \hat{y}) e^{i(kz - \omega t)}$$

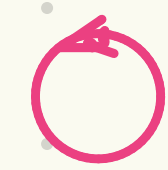
podemos descrever o campo  $\vec{E}$  c/ uma matriz coluna:

$$|\vec{E}\rangle = \begin{pmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

Exemplos: Luz linearmente polarizada:  $|\vec{E}_{LP}\rangle = \begin{pmatrix} E_{ox} \\ E_{oy} \end{pmatrix}$

Se  $E_{ox} = E_{oy}$ :  $|\vec{E}_{LP}\rangle = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

• Luz circularmente pol.  $|\vec{E}_{CP}\rangle = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\pm\pi/2} \end{pmatrix} = E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ \pm i \end{pmatrix}$



'+' : pol. à direita



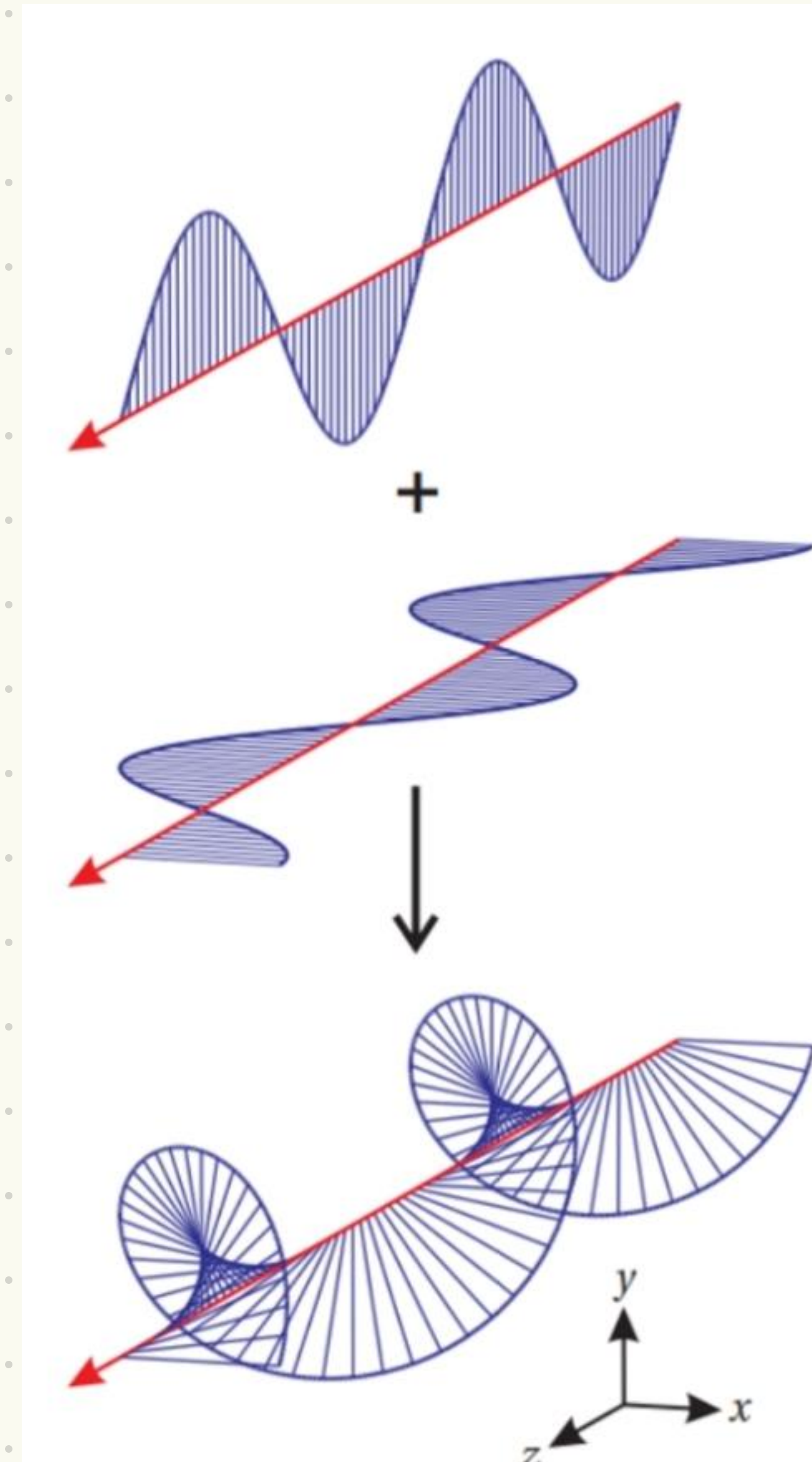
'-' : pol. à esquerda

Soma de pol. circular e esquerda e/ pol. circular e direita:

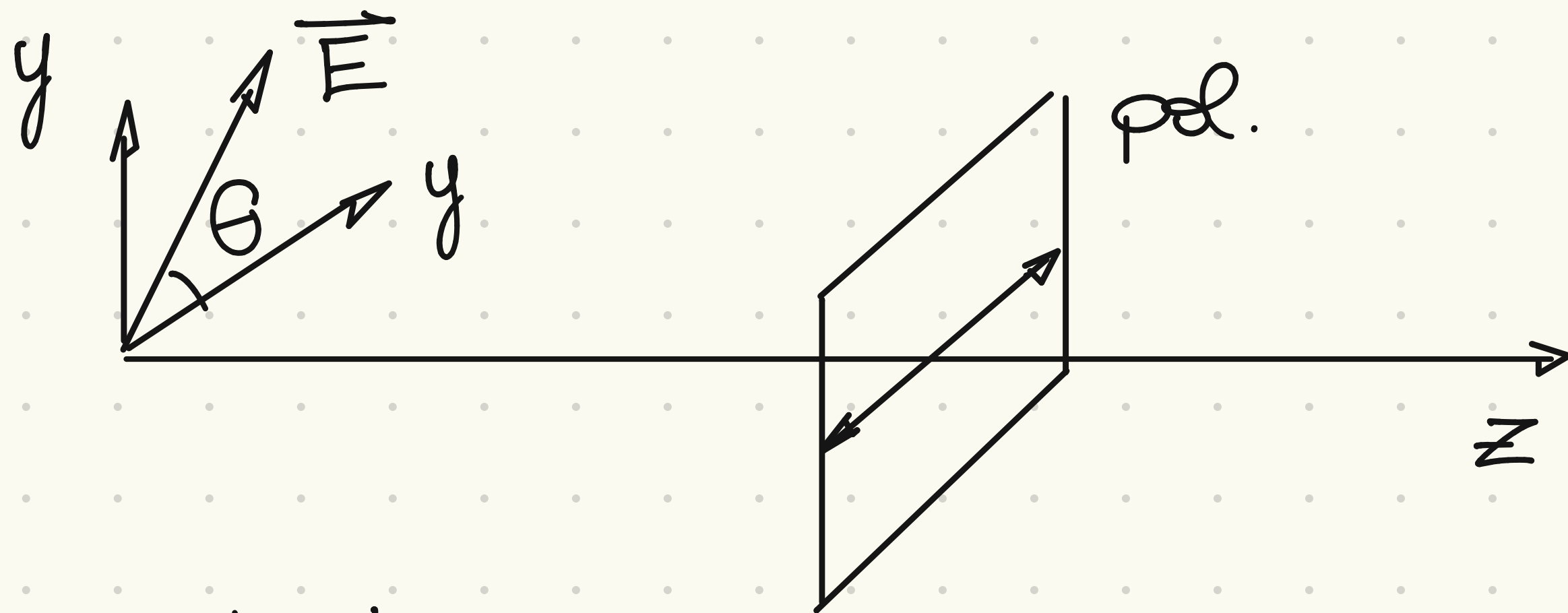
$$\text{⦿} + \text{⦿} = \updownarrow \text{ pol. linear}$$

$$E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} + E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = 2E_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Analogamente, também podemos mostrar via matrizes de Jones que a superposição de campos EM polarizados linearmente resulta em um campo circularmente polarizado



Polarizada n/ eixo de transm. horizontal:



luz incidente:

$$|E\rangle = E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$$

luz emergente:

$$|E'\rangle = E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|E'\rangle = M |E\rangle \rightarrow E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} E_0 \begin{pmatrix} \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} \cos\theta = M_{11} \cos\theta + M_{12} \sin\theta \\ 0 = M_{21} \cos\theta + M_{22} \sin\theta \end{cases}$$



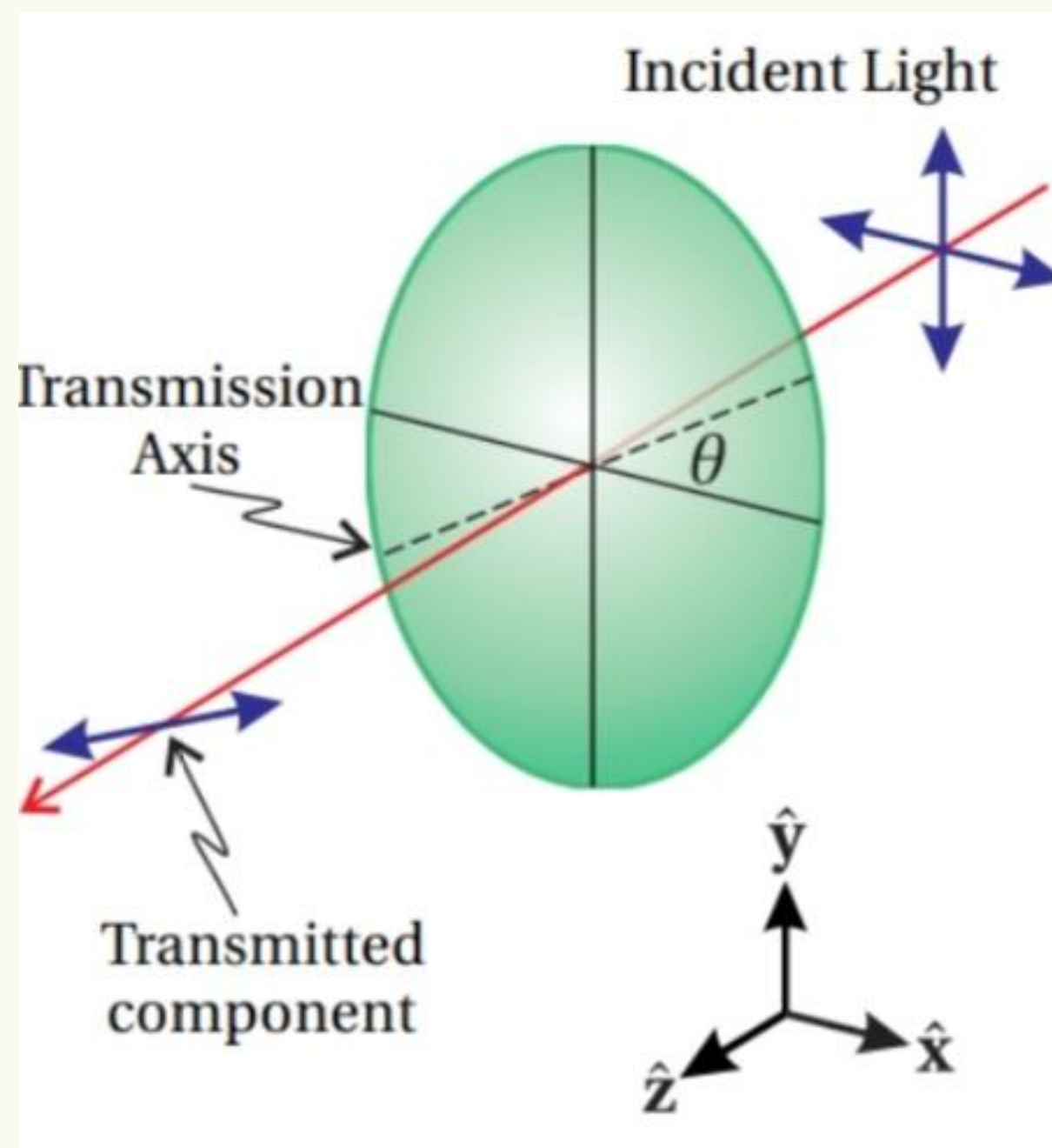
pr que as eqs sejam válidas pr  $\forall E$ :

$$\left. \begin{array}{l} M_{11} = 1 \\ M_{12} = M_{21} = M_{22} = 0 \end{array} \right\} \therefore M_{\text{pol.}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

eixos horizontal

Para fazer formando um ang. arbitrário r/ os eixos x, y:

Usando o formalismo de Jones, é possível mostrar que:



$$M_{\text{pol}} \text{ \u00e2ng arbitr\u00e1rios} = \begin{pmatrix} \cos^2 E & \text{sen} E \cos E \\ \text{sen} E \cos E & \text{sen}^2 E \end{pmatrix}$$

## Referências:

- Physics of light and Optics - J. Peatross and M. Ware  
(disponível no site da disciplina)
- Optics - Eugene Hecht 5<sup>th</sup> edition
- Apostila de polarização de luz disponível no site da disciplina

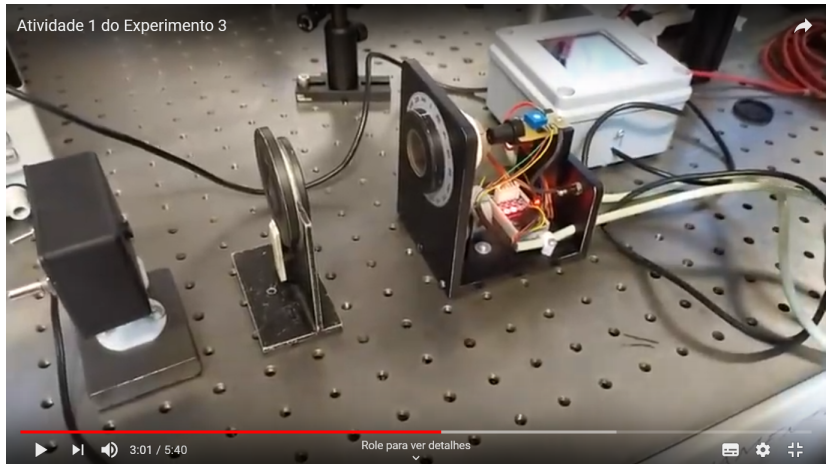
## Algumas considerações na análise da Lei de Malus

- Verificar experimentalmente a lei de Malus para uma luz previamente polarizada

$$I = I_0 \cos^2(\theta)$$

- ▶ Há desvios em relação à expressão acima que podem ser medidos experimentalmente?
  - ★ Quais as fontes destes desvios?
  - ★ Como poderíamos modificar a Lei de Malus acima para levar em consideração possíveis desvios?

# Arranjo experimental: Lei de Malus



# Atividades para a Lei de Malus

- Foi medida a intensidade luminosa em função de  $\theta$  para 3 orientações diferentes do polarizador inicial
- Fazer o gráfico de intensidade vs.  $\theta$  para os 3 casos
- Ajustar os dados experimentais com a previsão teórica da Lei de Malus
  - ▶ Os dados se comportam como o esperado pela teoria?
  - ▶ Caso não seja validada, como podemos modificar a Lei de Malus para levar em conta outros efeitos? Quais são estes efeitos?
  - ▶ Reajuste, se necessário, os dados levando em conta as modificações efetuadas na Lei de Malus.
  - ▶ Comparar os valores obtidos para o ângulo do polarizador com os valores nominais.
- Discutir os resultados