

Física para Engenharia II

4320196 (FEP2196)

Turma 2011211 – Sala C2-13

3as – 15h00 / 5as – 9h20.

Prof. Antonio Domingues dos Santos

Depto. Física Materiais e Mecânica – IF – USP

Ed. Mário Schemberg, sala 205

adsantos@if.usp.br

Página do curso ([Stoa -> Cursos -> IF -> Poli -> 4320196](#))

<http://moodle.stoa.usp.br/course/view.php?id=722>

Módulo 3 – Ondas e Referenciais não inerciais

- **Módulo 3 (9 aulas):**
 - Ondas.
 - Forças de Inércia, referenciais não inerciais, sistemas de coordenadas curvilíneas.

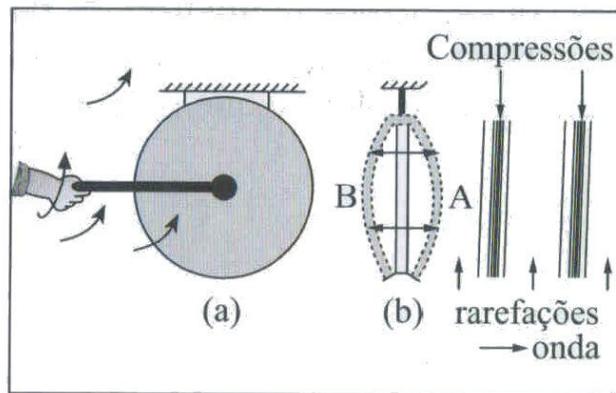
Bibliografia:

- H. Moisés Nussenzveig, Curso de Física Básica, vol. 2 – Capítulo 5 (Ondas) e Capítulo 6 (Som).
- P. Boulos e D.L. Zagottis, Mecânica e Cálculo, vol 1 (Ed. Edgard Blücher, 2000) – Capítulo 17 (Sistemas de coordenadas curvilíneas).
- H. Moisés Nussenzveig, Curso de Física Básica, vol. 1 - Capítulo 13 (Forças de Inércia).

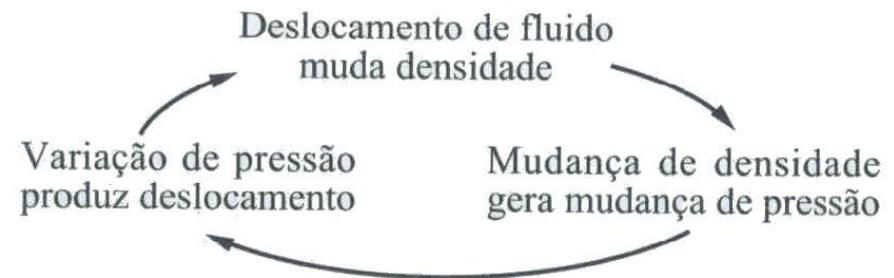
Som

O Som se caracteriza por efeitos ondulatórios que se propagam através de meios materiais, como fluídos (líquidos e gases) e sólidos.

Ondas sonoras são ondas longitudinais, associadas a variações de pressão



Gongo percutido



Relação pressão-densidade

Para processos isotérmicos:

$$PV = nRT$$

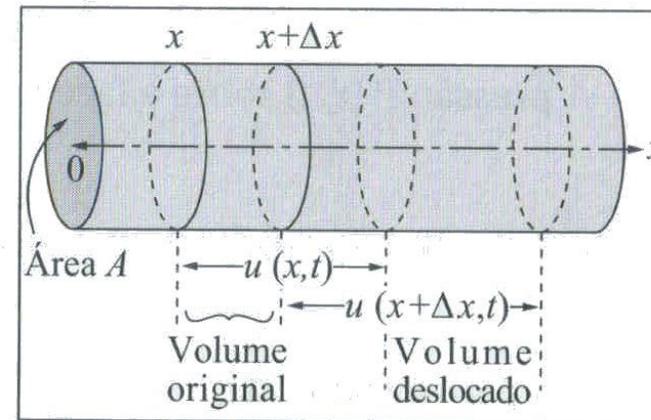
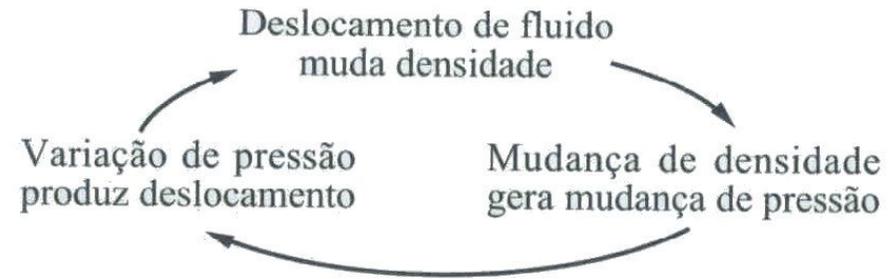
$$P = \frac{nRT}{V} \propto \rho$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T = \frac{P_0}{\rho_0}$$

Para processos adiabáticos:

$$P = \frac{nRT}{V} \propto \rho^\gamma$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s = \gamma \frac{P_0}{\rho_0}$$



Varição de volume

$$\frac{1}{v^2} \frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{d^2 u}{dx^2}$$

com

$$v = \sqrt{(\partial P / \partial \rho)_0}$$

Velocidade do som em gases

Para processos isotérmicos:

(Newton)

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_T = \frac{P_0}{\rho_0}$$

$$v = \sqrt{(\partial P / \partial \rho)_0} = 280 \text{ m/s}$$

$$\frac{1}{v^2} \frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{d^2 u}{dx^2}$$

com

$$v = \sqrt{(\partial P / \partial \rho)_0}$$

Para processos adiabáticos:

(Laplace)

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s = \gamma \frac{P_0}{\rho_0}$$

$$v = \sqrt{(\partial P / \partial \rho)_0} = 334 \text{ m/s} \leftarrow$$

$$(\gamma = 1,4)$$

$$v = \sqrt{\gamma P_0 / \rho_0} = \sqrt{\gamma RT / m}$$

Velocidade do som na água

Para a água

$$v = \sqrt{B / \rho_0}$$

B é o modo de elasticidade volumétrico

$$B = \rho \left(\frac{\Delta P}{\Delta \rho} \right) = 2,2 \times 10^9 \text{ N} / \text{m}^2$$

$$v = 1483 \text{ m} / \text{s}$$

$$\frac{1}{v^2} \frac{d^2 u}{dt^2} = \frac{d^2 u}{dx^2}$$

com

$$v = \sqrt{(\partial P / \partial \rho)_0}$$

Em sólidos, em geral, B é maior

$$v \sim 3000 \text{ m} / \text{s}$$

Ondas sonoras harmônicas

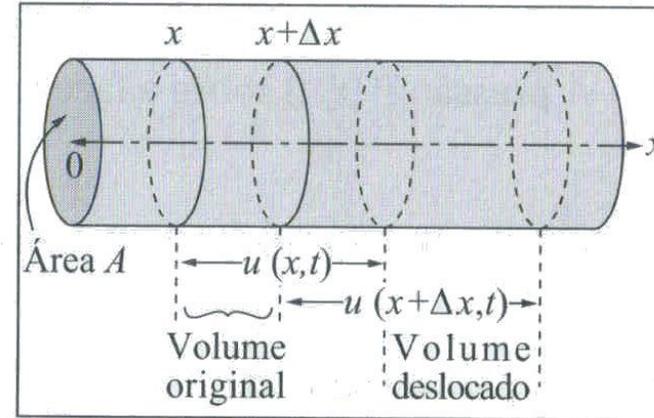
$$u(x, t) = U \cos(kx - \omega t + \delta)$$

$$\lambda = v / f$$

$f \sim 20$ a 2000 Hz

$v \sim 340$ m/s

$$\lambda = 1,7\text{cm} \sim 17\text{m}$$



Varição de volume

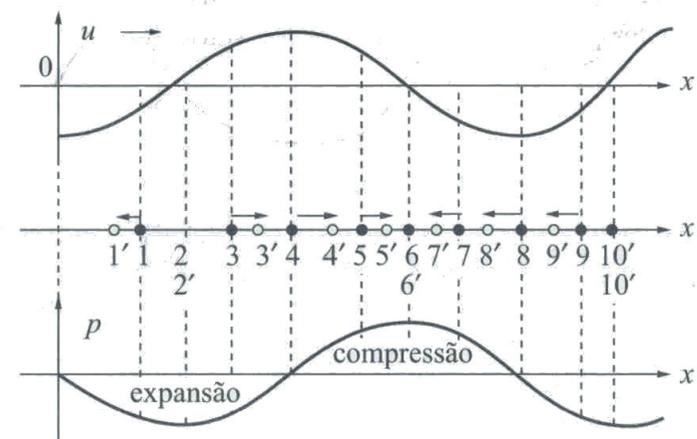
Para a onda de pressão pode-se escrever:

$$p(x, t) = -\rho_0 v^2 \frac{\partial u}{\partial x}$$

$$p(x, t) = \rho_0 v^2 k U \sin(kx - \omega t + \delta)$$

Onde temos a onda de densidade

$$\delta(x, t) = -\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x}$$



Ondas de deslocamento e de pressão

Intensidade de uma onda sonora

Força e a potencia instantanea:

$$F(x, t) = p(x, t)A$$

$$F \frac{\partial u}{\partial t} = \omega A \rho_0 v^2 k U^2 \sin^2(kx - \omega t + \delta)$$

Intensidade é a média em um período,
dividido pela A

$$I = \frac{1}{2} \omega \rho_0 v^2 k U^2$$

Limite de audibilidade= 10^{-12} W/m²

Limite de sensação dolorosa= 1 W/m²

Unidade de intensidade sonora é o bel

$$\alpha = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) db$$

Limiar de audibilidade	0 db
Murmúrio	20 db
Música suave	40 db
Conversa comum	65 db
Rua barulhenta	90 db
Avião próximo	100 db

Sons musicais

Som musical \neq ruído \Rightarrow Periodicidade

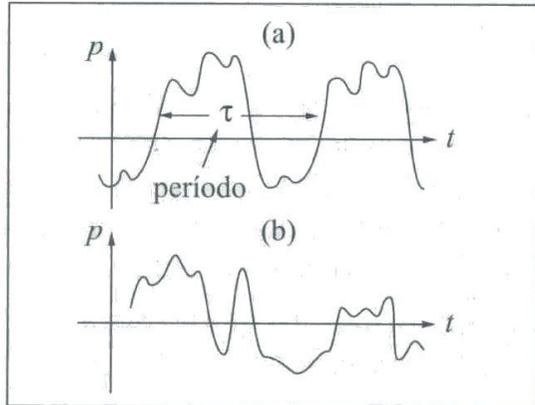


Figura 6.4 — (a) Som musical; (b) Ruído

Sons musicais se caracterizam por Intensidade, Altura e Timbre



Nota	dó	ré	mi	fá	sol	lá	si	dó
v_n/v_1	1	9/8 (segunda)	5/4 (terça)	4/3 (quarta)	3/2 (quinta)	5/3 (sexta)	15/8 (sétima)	2 (oitava)
v_n/v_{n-1}		9/8	10/9	16/15	9/8	10/9	9/8	16/15

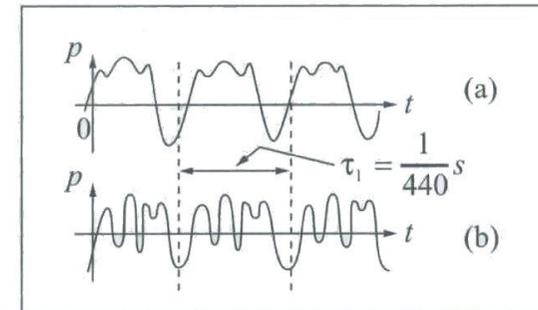
Escala cromática

Nota	Dó	Dó#	Ré	Ré#	Mi	Fá	Fá#	Sol	Sol#	Lá	Lá#	Si
intervalo temperado	1,0000	1,0595	1,1225	1,1892	1,2600	1,3348	1,4142	1,4983	1,5874	1,6818	1,7818	1,8877
Intervalo natural	1,0000		1,1250 = 9/8		1,2500 = 5/4	1,3333 = 4/3		1,5000 = 3/2		1,6666 = 5/3		1,8750 = 15/8

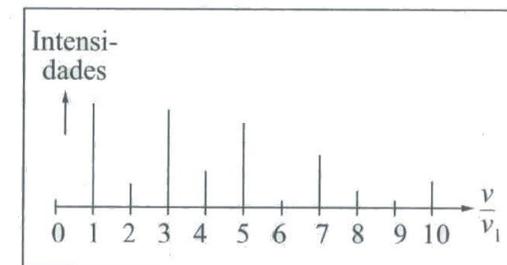
Unidade de intensidade sonora é o bel

$$\alpha = 10 \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) db$$

Timbre



Ondas diferentes associadas à nota "lá"

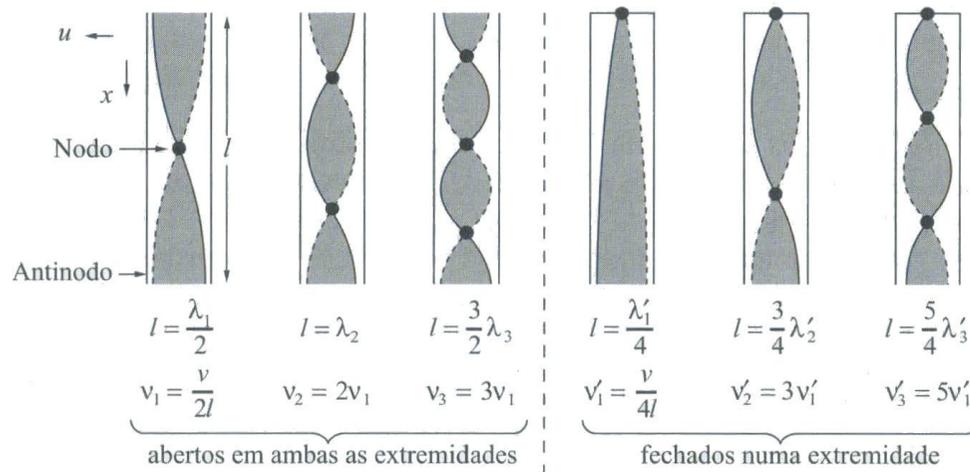


- Espectro acústico

Amplitudes da série de Fourier

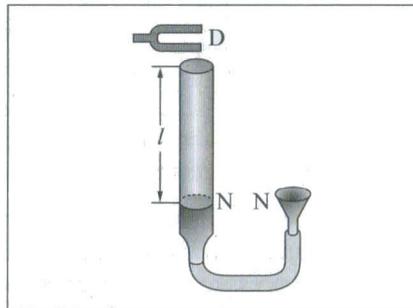
Colunas de ar

Se classificam pelos extremos fechados ou abertos



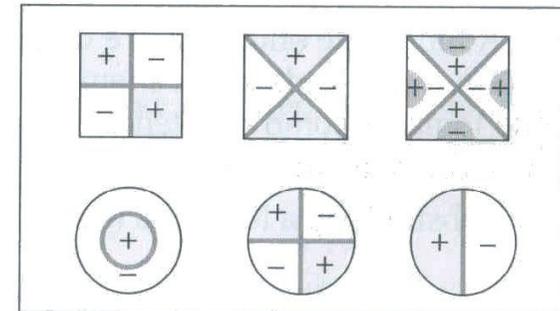
Modos normais de um tubo de órgão

Ressonâncias ocorrem quando há coincidência entre o comprimento do tubo e o da coluna de ar



Ressonância

Membranas bi-dimensionais



Figuras de Chladni

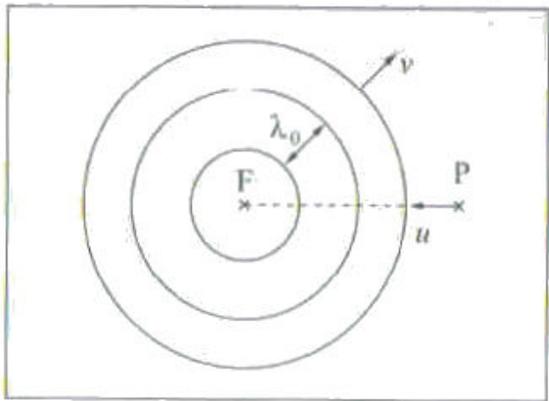
Efeito Doppler (Velocidades sub-sônicas)

Corresponde a percepção diferente da “altura” de um som devido ao movimento da sua fonte ou do observador

$$f_0 = 1/T_0 = v/\lambda_0$$

Fonte em repouso

(observador com velocidade u)



Fonte em repouso

Se o observador se aproxima da fonte, a frequência das franjas aumenta

$$f = f_0 + u/\lambda_0$$

$$f = f_0(1 + u/v)$$

Se o observador se afasta da fonte, a frequência das franjas diminui

$$f = f_0(1 - u/v)$$

Fonte

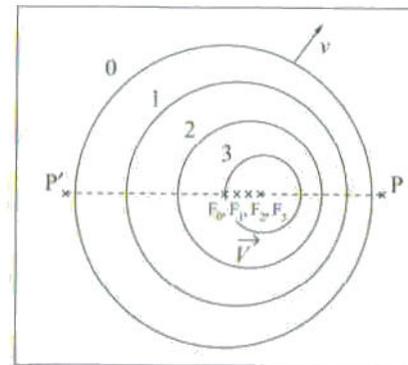
parada

$$f = f_0(1 \pm \frac{u}{v})$$

Fonte em movimento (V)

$$\lambda_0 = vT_0$$

(observador parado)



Fonte em movimento

Se a fonte se aproxima do observador

$$\lambda = \lambda_0 - VT_0$$

$$\lambda = \lambda_0(1 - V/v)$$

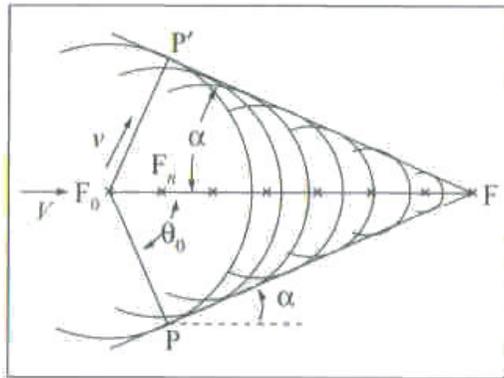
Fonte em movimento

$$\lambda = \lambda_0(1 \mp \frac{V}{v}) \longrightarrow f = \frac{f_0}{1 \mp \frac{V}{v}}$$

Efeito Doppler

Cone de Mach

Fonte se deslocando com velocidade $V > v$



Cone de Mach

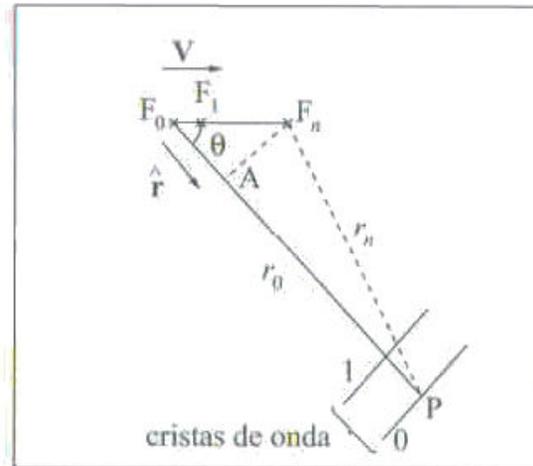
Após um intervalo de tempo t , a fonte se deslocou Vt e a frente de onda apenas vt .

Assim, as frentes de onda formam um cone com vértice na fonte e abertura α .

$$\text{sen } \alpha = \frac{v}{V}$$

(Velocidades supersônicas)

Vamos considerar um intervalo de tempo Δt muito pequeno e que a fonte chega em F_n em $n \Delta t$.



Direção qualquer de movimento

Para F_0

$$t_0 = r_0 / v$$

Para F_n

$$t_n = n\Delta t + r_n / v$$

$$r_n \approx r_0 - \overline{F_0 F_n} \cos \theta$$

$$\therefore t_n = n\Delta t + r_0 / v - n\Delta t \frac{V}{v} \cos \theta$$

$$\therefore t_n - t_0 = n\Delta t \left(1 - \frac{V}{v} \cos \theta \right)$$

Ângulo em que as frentes de ondas são simultâneas

$$\cos \theta_0 = \frac{v}{V} = \sin \alpha$$

$$\theta_0 = \frac{\pi}{2} - \alpha$$

O efeito Doppler relativístico

Uma fonte de luz em repouso na origem O' de S' , emite pulsos periodicamente. Dois pulsos consecutivos são emitidos em $t'_1 = 0$ e $t'_2 = T_0$.

Considerando o receptor na origem O de S , ele veria o primeiro pulso ser emitido em $t_1 = 0$. O segundo pulso seria emitido nas coordenadas

$$t_2 = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2} x'\right) = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$x_2 = \gamma(x' + vt') = \frac{vT_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

O segundo pulso chegaria em O de S no instante $T = t_2 + \Delta t$. Onde,

$$\Delta t = \frac{x_2}{c} = \frac{vT_0/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$T = T_0 \left(\frac{1 + v/c}{1 - v/c} \right)^{1/2}$$

Mas $f = 1/T$, portanto:

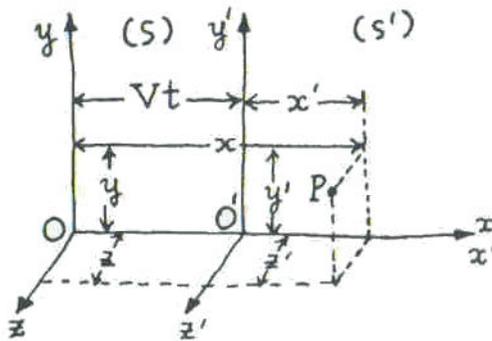
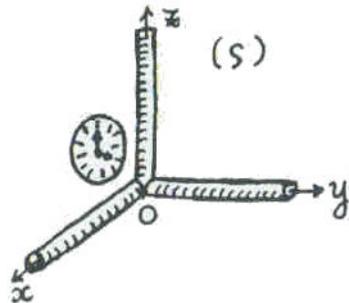
$$f_0 = \frac{1}{T_0}$$

$$f = f_0 \left(\frac{1 - v/c}{1 + v/c} \right)^{1/2}$$

Na aproximação, a frequência aumenta.

Forças de Inércia

A transformação de Galileu
MRU com velocidade V



$$x' = x - Vt$$

$$y' = y \cdots z' = z$$

$$t' = t$$

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} - V = v_x - V$$

$$v'_y = v_y \cdots v'_z = v_z$$

$$a'_x = \frac{d^2 x'}{dt'^2} = \frac{d^2 x}{dt^2} = a_x$$

$$a'_y = a_y \cdots a'_z = a_z$$

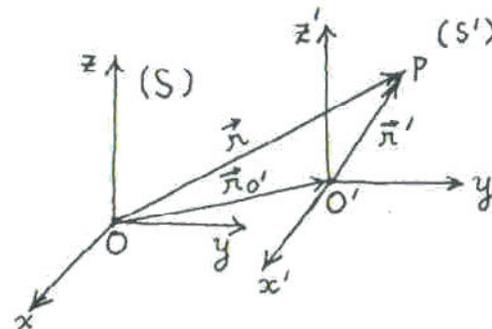
vetorialmente:

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{V}t$$

$$t' = t$$

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$$

$$\vec{a}' = \vec{a}$$



Forças de Inércia

A transformação de Galileu

MRU com velocidade V

Mas, como $m' = m$ (não relativístico) e

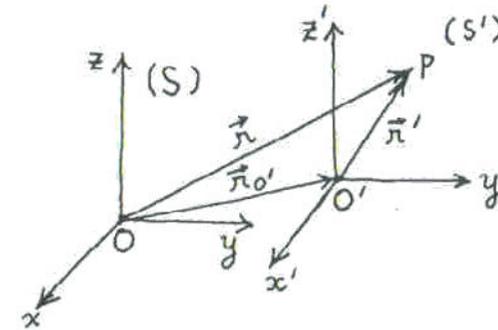
as forças em geral dependem de distâncias mútuas (gravitacionais, elétricas e de contato).

Neste caso,

$$\vec{F}' = \vec{F}$$

$$\vec{F}' = m' \vec{a}'$$

Para referenciais não inerciais

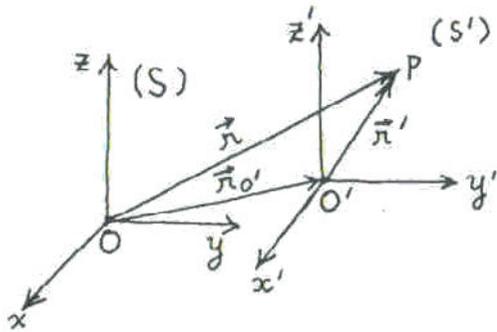


$$\begin{cases} \vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}_0' \\ t' = t \end{cases}$$

$$\vec{r}_0' = \vec{V}_0 t + \frac{1}{2} \vec{A} t^2$$

$$\begin{cases} \vec{r}' = \vec{r} - \vec{V}_0 t - \frac{1}{2} \vec{A} t^2 \\ \vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}_0 - \vec{A} t \\ \vec{a}' = \vec{a} - \vec{A} \end{cases}$$

Forças de Inércia



$$\begin{cases} \vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}_{0'} \\ t' = t \end{cases}$$

$$\vec{r}_{0'} = \vec{V}_0 t + \frac{1}{2} \vec{A} t^2$$

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{V}_0 t - \frac{1}{2} \vec{A} t^2$$

$$\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}_0 - \vec{A} t$$

$$\vec{a}' = \vec{a} - \vec{A}$$

Referencial acelerado

Mas, como $m' = m$ (não relativístico) e as forças em geral dependem de distâncias mútuas (gravitacionais, elétricas e de contato).

Neste caso,

$$\vec{F}' = \vec{F} = m \vec{a}$$

$$\vec{a} \neq \vec{a}'$$

$$\Rightarrow \vec{F}' = m' \vec{a}' + m \vec{A}$$

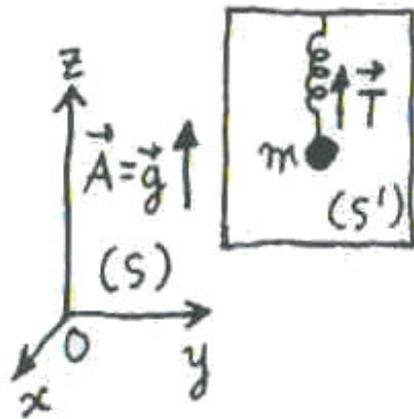
$$\vec{F}^* = m' \vec{a}' = \vec{F} - m \vec{A}$$

$$\vec{F}^* = \vec{F} + \vec{F}_{in}$$

$$\vec{F}_{in} = -m \vec{A}$$

Forças de Inércia

Foguete sendo acelerado



No referencial inercial

$$\vec{T} = m\vec{g}$$

No referencial não inercial

$$\vec{a}' = 0$$

$$\Rightarrow 0 = \vec{T} + \vec{F}_{in} = \vec{T} - m\vec{g}$$

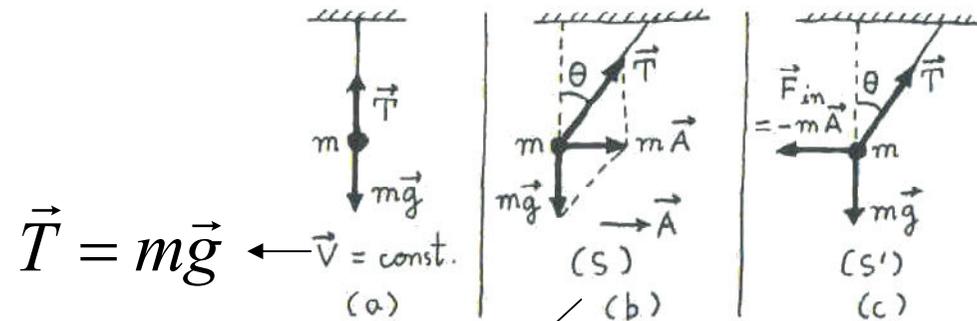
Acelerômetro

Ref.

inercial

Ref. não

inercial



$$\vec{T} = m\vec{g} \leftarrow \vec{V} = \text{const.}$$

$$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{A}$$

$$\vec{T} + m\vec{g} + \vec{F}_{in} = 0$$

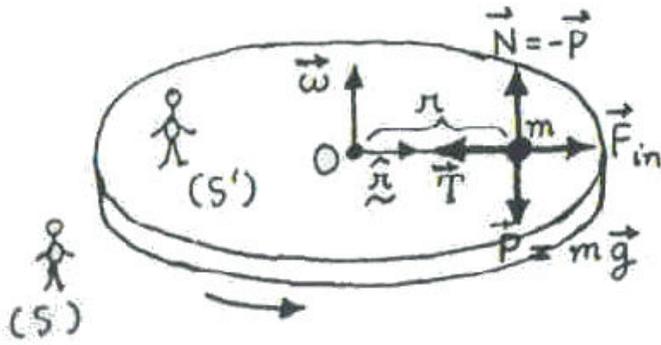
$$\vec{T} + m\vec{g} - m\vec{A} = 0$$

$$\text{tg}\theta = mA / mg$$

$$A = g \cdot \text{tg}\theta$$

Forças de Inércia

Força Centrífuga



$$\vec{N} = -\vec{P} = -m\vec{g}$$

No referencial não inercial

$$\vec{a}' = 0$$

$$\Rightarrow 0 = \vec{T} + \vec{F}_{in} = \vec{T} - m\vec{a}$$

$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a} = m\omega^2 r\hat{r}$$

No referencial inercial

$$\vec{T} = m\vec{a}_{cp}$$

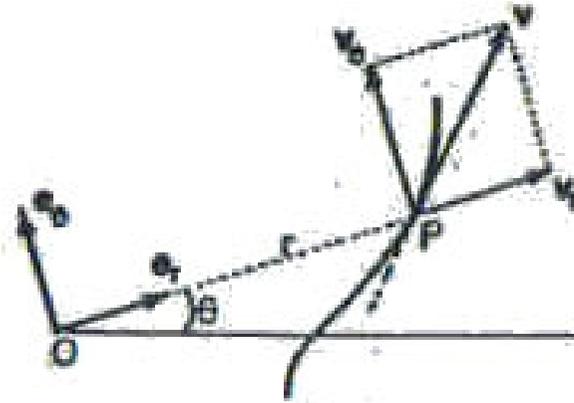
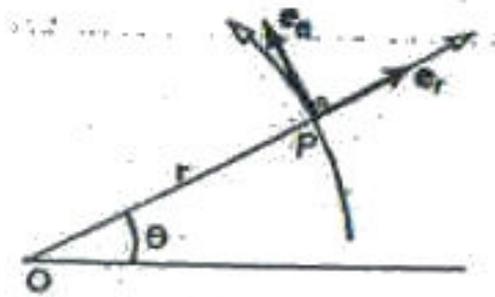
$$\vec{a}_{cp} = -\omega^2 r\hat{r}$$

$$\Rightarrow \vec{T} = -m\omega^2 r\hat{r}$$

com $v = \omega r$

Forças de Inércia

Coordenadas Polares



$$\vec{v} = \vec{v}_r + \vec{v}_\theta$$

$$\vec{v}_r = \dot{r}\hat{e}_r$$

$$\vec{v}_\theta = r\dot{\theta}\hat{e}_\theta$$

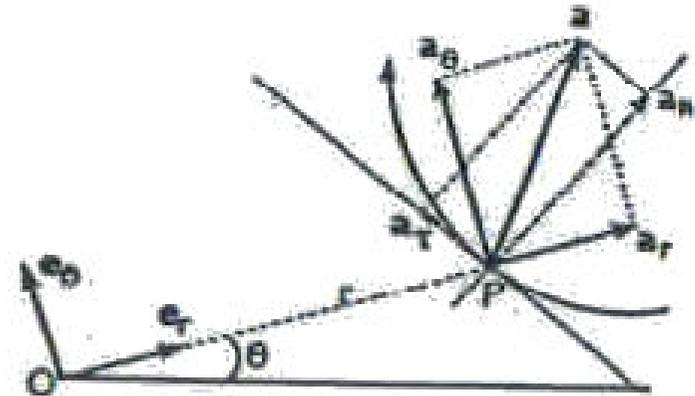
$$\vec{r} = r\hat{e}_r$$

$$\hat{r} = \hat{e}_r = \cos\theta\hat{i} + \sin\theta\hat{j}$$

$$\hat{\theta} = \hat{e}_\theta = -\sin\theta\hat{i} + \cos\theta\hat{j}$$

$$\vec{v} = ?$$

$$\vec{a} = ?$$



$$\vec{a} = \vec{a}_r + \vec{a}_\theta$$

$$\vec{a}_r = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{e}_r$$

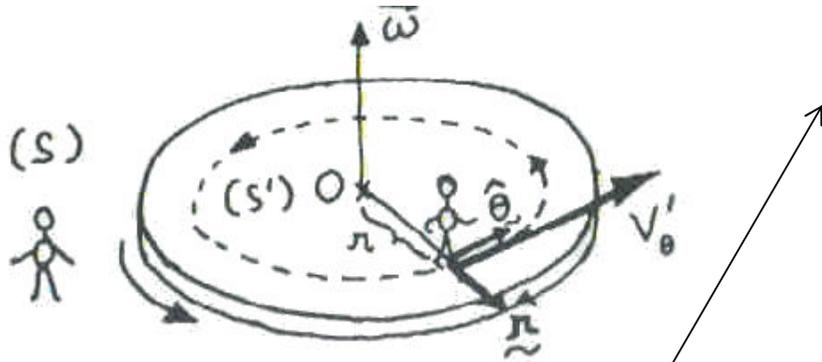
$$\vec{a}_\theta = (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{e}_\theta$$

com

$$\begin{cases} \frac{d\hat{e}_r}{d\theta} = \hat{e}_\theta \\ \frac{d\hat{e}_\theta}{d\theta} = -\hat{e}_r \end{cases}$$

Forças de Inércia

Força de Coriolis



Vamos supor que em S' a velocidade da pessoa seja v'_{θ} .

Em S , a velocidade seria

$$v_{\theta} = v'_{\theta} + \omega r$$

No referencial inercial

$$\vec{F}_{cp} = -m\omega^2 r \hat{r} = -m \frac{v_{\theta}^2}{r} \hat{r}$$

Que se origina no atrito com o solo

$$\vec{F}_{cp} = -m \frac{v_{\theta}^2}{r} \hat{r} = -m \frac{(v'_{\theta} + \omega r)^2}{r} \hat{r}$$

$$\vec{F}_{cp} = -m \left(\frac{v_{\theta}'^2}{r} + \omega^2 r + 2\omega v'_{\theta} \right) \hat{r}$$

No referencial não inercial

$$\vec{a}' \neq 0$$

$$\Rightarrow m\vec{a}' = -m \frac{v_{\theta}'^2}{r} \hat{r} = \vec{F}_{cp} + \vec{F}_{in}$$

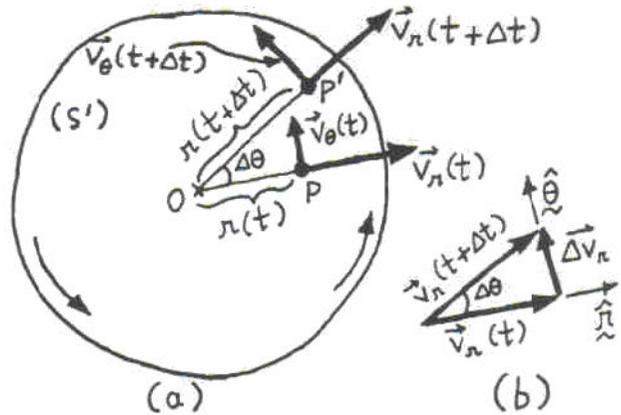
$$\vec{F}_{in} = m\omega^2 r \hat{r} + 2m\omega v'_{\theta} \hat{r}$$

Força centrífuga

Força de Coriolis

Forças de Inércia

Força de Coriolis



No referencial inercial

$$\Delta\theta = \omega\Delta t$$

$$\Delta v_r = v_r \Delta\theta$$

$$a_{tg} = \omega v_r$$

$$a_\theta = 2\omega v_r = 2\omega v'_r$$

$$\vec{a} = -\omega^2 r \hat{r} + 2\omega v'_r \hat{\theta}$$

No referencial não inercial

$$\vec{F}_{in} = -m\vec{a} = m\omega^2 r \hat{r} - 2m\omega v'_r \hat{\theta}$$

Força centrífuga

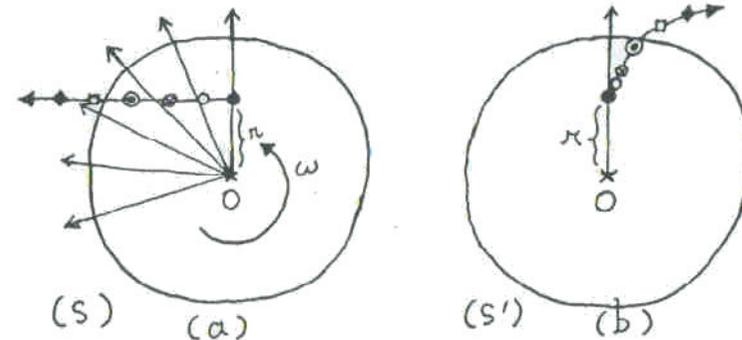
Força de Coriolis

Vamos supor que em S' a velocidade da pessoa seja v'_r .

Em S' , teríamos

$$\Delta v_\theta = \omega \Delta r$$

$$a_{tg} = \omega v_r$$



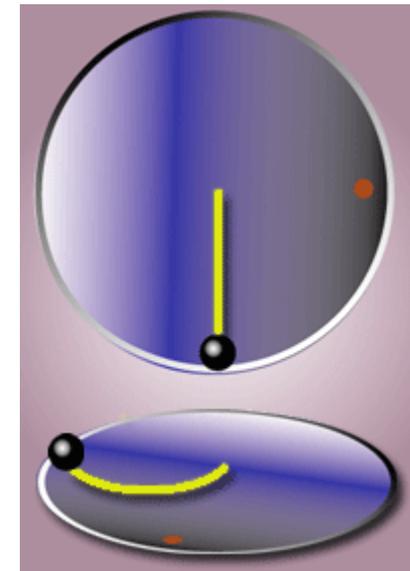
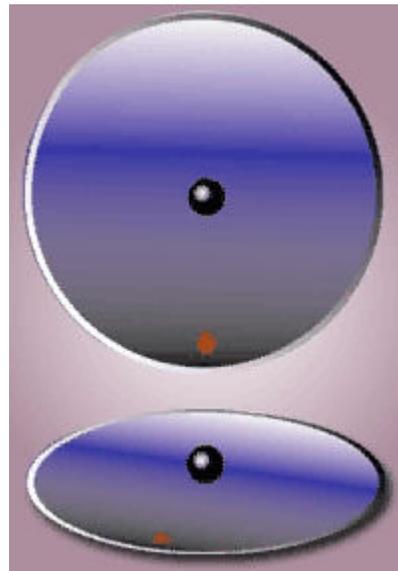
Forças de Inércia

Movimentos circulares

Força de Coriolis

$$\vec{F}_c = m\vec{a} = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}$$

Identifica-se a força de Coriolis como fictícia ou inercial devido ao fato desta existir somente em referenciais em movimento circular em relação a um inercial. Neste caso a força de Coriolis aparece junto com a força centrífuga, e como a força centrífuga, não é uma força na definição precisa do termo, ou seja, real. A força de Coriolis depende da velocidade do corpo em relação ao referencial girante, e é nula, por definição, no caso de um corpo imóvel em relação a este referencial. A força centrífuga, por sua vez, depende da *posição* do corpo em relação ao centro de rotação, e na maioria das vezes não é nula, mesmo para partículas paradas em relação ao referencial em rotação. Pode-se assim dizer que a força centrífuga é o componente estático da força inercial que se manifesta no referencial em rotação enquanto que a força de Coriolis é o componente dinâmico.

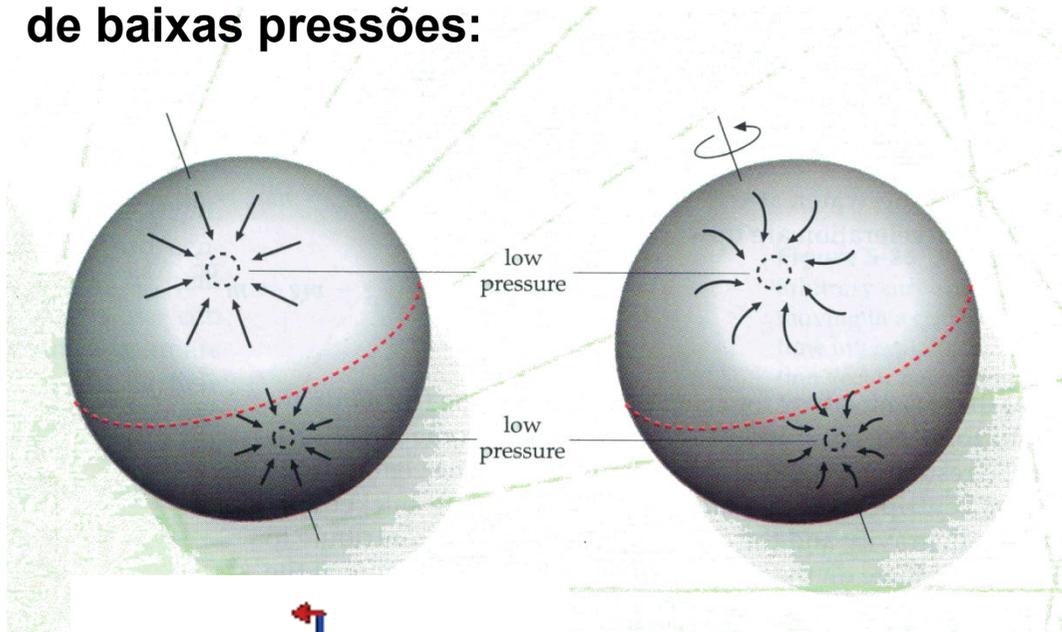


Forças de Inércia

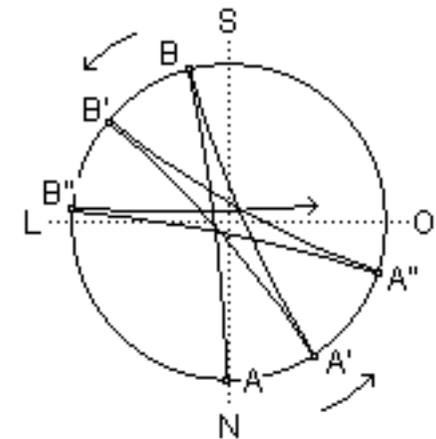
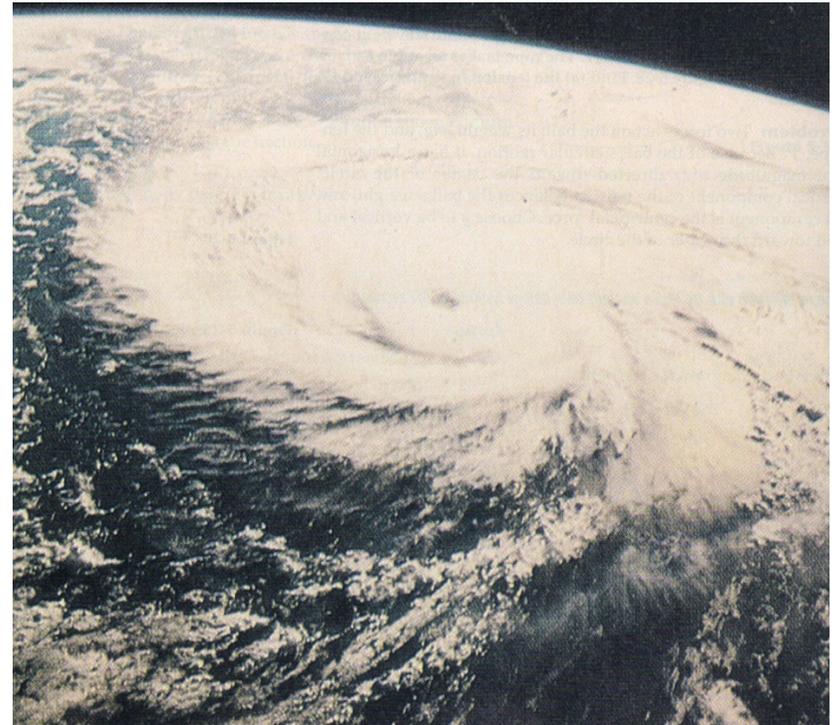
Força de Coriolis e Ciclones

$$\vec{F}_c = m\vec{a} = 2m\vec{v} \times \vec{\omega}$$

Na presença de zonas atmosféricas de baixas pressões:



Movimentos circulares



Outros exemplos: Pêndulo de Foucault e o ralo da pia.