

Eletrromagnetismo — 7600021

Quarta lista suplementar.

20/06/2024

1. Empregue a lei de Ampère para encontrar o campo magnético acima e abaixo de uma placa condutora infinita, posicionada ao longo do plano xy de um sistema de coordenadas, por onde corre uma densidade superficial uniforme de corrente $\vec{K} = K\hat{y}$. Qual é a descontinuidade que a componente paralela do campo sofre ao atravessar a superfície?
2. Combine o teorema de Gauss com a expressão para o divergente do campo magnético para encontrar a descontinuidade na componente perpendicular do campo magnético na questão anterior.
3. Calcule o divergente e o rotacional do campo magnético obtido na questão 1 em todo o espaço.
4. Um fio condutor retilíneo tem raio a , e seu eixo de simetria coincide com o eixo z de um sistema de coordenadas. Pelo fio circula uma corrente I , distribuída no material de forma que a densidade volumétrica J de corrente é uniforme e tem o sentido de \hat{z} . Encontre o potencial vetor em um ponto localizado à distância s do eixo z , tanto para $s > a$ como para $s < a$. Para definir o potencial vetor, tome como referência um ponto na superfície do fio. Para facilitar, eis a expressão do potencial escalar a uma distância s do eixo de uma barra retilínea de raio a carregada com densidade linear λ :

$$V(s) = \begin{cases} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left(1 - \frac{s^2}{a^2}\right) & (s \leq a) \\ -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{s}{a}\right) & (s > a). \end{cases}$$

5. A partir do resultado da questão 4, encontre o campo magnético no interior do fio e mostre que sua divergência é zero, enquanto seu rotacional é $\mu_0\vec{J}$.
6. O campo magnético de um solenóide de raio a com n voltas por unidade de comprimento por onde circula uma corrente I é facilmente calculado com ajuda da lei de Ampère:

$$B = \begin{cases} \mu_0 n I & (s < a) \\ 0 & (s > a) \end{cases}.$$

Calcule o potencial vetor dentro e fora do solenóide. *Sugestão: da definição do potencial vetor, segue que $\oint \vec{A} \cdot d\ell = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} da$.*

7. Verifique se a descontinuidade do campo magnético na superfície do solenóide é compatível com a igualdade $\vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{B}} = 0$.
8. Considere um pequeno circuito constituído por um fio que forma uma circunferência de raio a e está situado no plano xy de um sistema de coordenadas, com centro na origem, como mostra a figura 1. Pelo circuito circula uma corrente elétrica I . Nessas condições, o circuito define um *dipolo magnético* $\vec{\mathbf{m}}$, que tem direção perpendicular ao plano do circuito em módulo $m = Ia^2$.

O potencial vetor do dipolo magnético $\vec{\mathbf{m}}$ é dado pela expressão

$$\vec{\mathbf{A}}(\vec{\mathbf{r}}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{\mathbf{m}} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}.$$

Calcule o campo magnético do dipolo.

9. Calcule o divergente do potencial vetor na questão 6.
10. A figura 2 mostra, em corte, o solenóide da questão 6. Dentro dele, agora, está um circuito circular, de raio $a/2$, com resistência R . Como mostra a figura, o plano do circuito é perpendicular ao eixo do solenóide. Pelo solenóide circula uma corrente alternada $I = I_0 \cos(\omega t)$ no sentido antihorário. Encontre a corrente (intensidade e sentido) que circula no circuito laranja, em função do tempo.

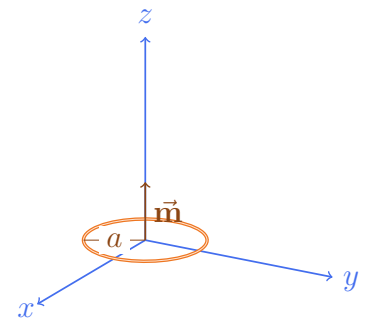


Figura 1: Questão 8

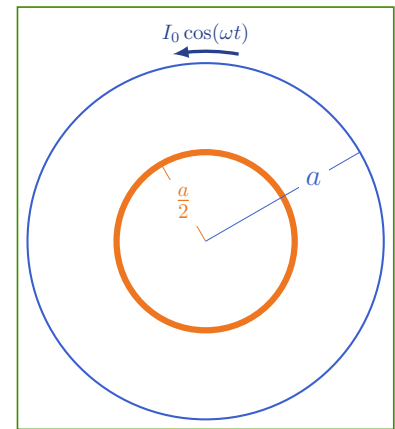


Figura 2: Questão 10