

Experimentos fatoriais fracionados

Profa. Cibebe Russo

(Referências: Montgomery (2012), Notas de aula de Roseli Leandro; Clarice Demétrio; Marinho Andrade)

Experimentos fatoriais fracionados

À medida que o número de fatores em um planejamento fatorial 2^k aumenta, o número de execuções necessárias para uma replicação completa do delineamento ultrapassa rapidamente os recursos da maioria dos experimentadores. Por exemplo, uma replicação completa do experimento 2^6 requer 64 execuções. Nesse delineamento,

- 6 dos 63 graus de liberdade correspondem aos efeitos principais,
- 15 graus de liberdade correspondem às interações de dois fatores.
- ou seja: 21 graus de liberdade associados a efeitos que provavelmente são de maior interesse.
- 42 graus de liberdade restantes estão associados a interações de três ou mais fatores.

Se o experimentador puder assumir razoavelmente que certas interações de alta ordem são negligenciáveis, informações sobre os efeitos principais e interações de baixa ordem podem ser obtidas executando apenas **uma fração** do experimento fatorial completo.

Delineamentos fatoriais fracionados estão entre os tipos de delineamentos mais amplamente usados para o planejamento de produtos e processos, melhoria de processos e experimentação industrial/comercial.

Experimentos fatoriais fracionados

Experimentos de triagem são geralmente realizados nas fases iniciais de um projeto quando muitos dos fatores inicialmente considerados provavelmente têm pouco ou nenhum efeito sobre a resposta.

Os fatores identificados como importantes são então investigados mais a fundo em experimentos subsequentes.

Os experimentos fatoriais fracionados se baseiam em três ideias:

- **Princípio da esparsidade dos Efeitos:** Quando há várias variáveis, o sistema ou processo provavelmente é impulsionado principalmente por alguns dos efeitos principais e interações de baixa ordem.
- **Propriedade de Projeção:** Experimentos fatoriais fracionados podem ser projetados em delineamentos mais robustos (maiores) no subconjunto de fatores significativos.
- **Experimentação Sequencial:** É possível combinar as execuções de dois (ou mais) experimentos fatoriais fracionados para construir sequencialmente um experimento maior para estimar os efeitos dos fatores e interações de interesse.

Meia-fração de um fatorial 2^k

Considere a situação em que três fatores, cada um em dois níveis, são de interesse, mas os experimentadores não conseguem executar todas as $2^3 = 8$ combinações de tratamento, mas podem executar 4. Isso sugere que seja executada meia-fração de um experimento 2^3 .

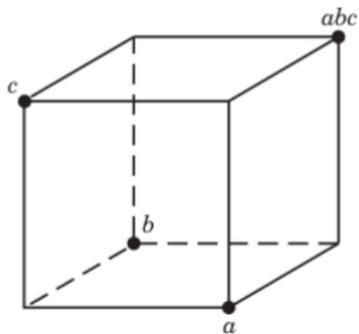
Como o desenho contém $2^{3-1} = 4$ combinações de tratamento, meia-fração 2^3 é frequentemente chamada de delineamento 2^{3-1} .

A tabela de sinais de mais e menos para o delineamento 2^3 é mostrada na Tabela 8.1. Suponha que selecionemos as quatro combinações de tratamento a, b, c e abc como nossa meia-fração.

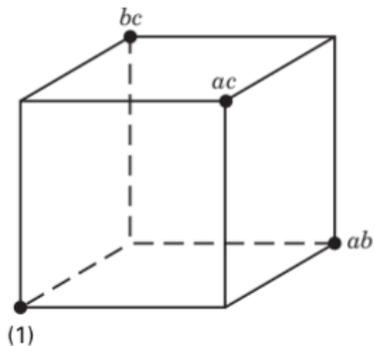
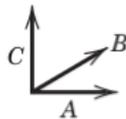
Note que o delineamento 2^{3-1} é formado selecionando apenas aquelas combinações de tratamento que têm um sinal de mais na coluna ABC. Assim, ABC é chamado de **gerador dessa fração específica**.

■ **TABLE 8.1**
Plus and Minus Signs for the 2^3 Factorial Design

Treatment Combination	Factorial Effect							
	<i>I</i>	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>AB</i>	<i>AC</i>	<i>BC</i>	<i>ABC</i>
<i>a</i>	+	+	-	-	-	-	+	+
<i>b</i>	+	-	+	-	-	+	-	+
<i>c</i>	+	-	-	+	+	-	-	+
<i>abc</i>	+	+	+	+	+	+	+	+
<i>ab</i>	+	+	+	-	+	-	-	-
<i>ac</i>	+	+	-	+	-	+	-	-
<i>bc</i>	+	-	+	+	-	-	+	-
(1)	+	-	-	-	+	+	+	-



(a) The principal fraction, $I = +ABC$



(b) The alternate fraction, $I = -ABC$

■ **FIGURE 8.1** The two one-half fractions of the 2^3 design

Normalmente, nos referimos a um gerador como ABC como uma palavra. Além disso, a coluna de identidade I é sempre “mais”, então chamamos $I = ABC$ de relação definidora para nosso delineamento.

Em geral, a relação definidora para um fatorial fracionado será sempre o conjunto de todas as colunas que são iguais à coluna de identidade I. As combinações de tratamentos no delineamento 2^{3-1} produzem três graus de liberdade que podemos usar para estimar os efeitos principais.

Construção de um experimento de meia-fração de 2^k

Meia-fração do delineamento 2^k de maior resolução pode ser construída escrevendo um delineamento básico consistindo das execuções para um fatorial completo 2^{k-1} e depois adicionando o k -ésimo fator, identificando seus níveis de mais e menos com os sinais de mais e menos da interação de ordem mais alta ABC... (K-1).

Portanto, o fatorial fracionário 2^{3-1}_{III} é obtido escrevendo o fatorial completo 2^2 como o delineamento básico e depois igualando o fator C à interação AB. A fração alternativa seria obtida igualando o fator C à interação -AB. Essa abordagem é ilustrada na Tabela 8.2.

■ TABLE 8.2

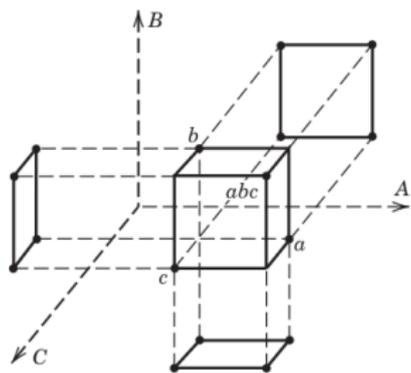
The Two One-Half Fractions of the 2^3 Design

Run	Full 2^2 Factorial (Basic Design)		$2^{3-1}_{III}, I = ABC$			$2^{3-1}_{III}, I = -ABC$		
	A	B	A	B	C = AB	A	B	C = -AB
1	-	-	-	-	+	-	-	-
2	+	-	+	-	-	+	-	+
3	-	+	-	+	-	-	+	+
4	+	+	+	+	+	+	+	-

Um delineamento básico de experimento tem o número correto de execuções, mas falta uma coluna.

A coluna ausente é determinada usando um gerador específico para manter a mais alta resolução do delineamento.

Qualquer interação pode gerar a coluna, mas apenas a interação específica manterá a máxima resolução. Construir uma meia-fração pode ser visto como dividir execuções em dois blocos, cada um com um delineamento fatorial fracionado de alta resolução.



■ FIGURE 8.2 Projection of a 2^{3-1}_{III} design into three 2^2 designs

Exemplo:

Ver material do Prof. Fernando Mayer

http://leg.ufpr.br/~fernandomayer/aulas/ce074/fatorial_fracional.html