

**Termostatística - IFUSP - 2016**  
**Segunda Série de Exercícios**

**1-** Suponha que as quatro bases,  $A$ ,  $C$ ,  $T$  e  $G$ , ocorram com a mesma probabilidade numa sequência de DNA com nove monômeros.

- (a) Qual a probabilidade de encontrar a sequência  $AAATCGAGT$ ?
- (b) Qual a probabilidade de encontrar a sequência  $CCCCCCCCC$ ?
- (c) Qual a probabilidade de encontrar uma sequência com quatro  $A$ s, um  $C$ , dois  $T$ s e dois  $G$ s, como a sequência do item (a)?

**2-** Um “gás de rede” é uma sistema de  $V$  células em que se distribuem  $N$  partículas, tal que cada célula esteja vazia ou ocupada no máximo por uma única partícula. Qual o número de configurações desse sistema com  $V = 20$  e  $N = 15$ ? E com  $V = 16$  e  $N = 15$ ? E com  $V = 15$  e  $N = 15$ ?

**3-** Dada a “distribuição plana” de probabilidades,

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a}, & -a \leq x \leq a, \\ 0, & x > |a|, \end{cases}$$

faça um gráfico de  $p(x)$  contra  $x$ . Obtenha:

- (a) os valores esperados  $\langle x \rangle$  e  $\langle x^2 \rangle$ ;
- (b) o desvio quadrático médio,  $\sigma^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$ .

**4-** Considere a distribuição de probabilidades

$$p(x) = \begin{cases} ax^n, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & x < 0, x > 1. \end{cases}$$

- (a) Encontre o parâmetro  $a$  para que essa distribuição seja normalizada.
- (b) Usando essa forma de  $a$ , faça um gráfico de  $p(x)$  contra  $x$  e obtenha os valores esperados  $\langle x \rangle$  e  $\langle x^2 \rangle$ , e o desvio quadrático médio,  $\sigma^2 = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle$ .

**5-** A distribuição de Poisson, usada para descrever o decaimento radioativo, é dada por

$$p(n) = \frac{1}{n!} a^n \exp(-a),$$

com  $n = 0, 1, 2, \dots, N$ .

- (a) Esboce gráficos de  $p(n)$  para  $a = 0,5$  e  $a = 5,0$ .

- (b) Verifique a normalização de  $p(n)$ .
- (c) Obtenha  $\langle n \rangle$  e  $\langle n^2 \rangle$ .
- (d) Em que limite essa distribuição tende a uma distribuição binomial? Por que? Você conhece outros exemplos de utilização dessa distribuição?

**6-** Obtenha os máximos e mínimos da função

$$V(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 - 24x.$$

Considerando  $V(x)$  como uma função potencial, qual o ponto de equilíbrio estável? Por que? Qual seria a frequência das pequenas oscilações em torno do equilíbrio?

**7-** Considere o problema de um bêbado em uma dimensão, dando  $N$  passos de mesmo comprimento a partir de determinada origem. Em cada passo, o bêbado pode ir para a direita, com probabilidade  $p$ , ou para a esquerda, com probabilidade  $q = 1 - p$ .

(a) Para  $N = 6$  e  $p = 2/3$ , desenhe um gráfico de  $P_N(N_1)$  contra  $N_1/N$ , em que  $N_1$  é o número de passos para a direita. Obtenha  $\langle N_1 \rangle$  e  $\langle N_1^2 \rangle$ , e use esses valores para escrever a "distribuição gaussiana correspondente",  $p_G(N_1)$ , isto é, a distribuição gaussiana com os mesmos valores do primeiro e do segundo momentos (ou seja, do valor médio e do valor quadrático médio). Desenhe um gráfico de  $p_G(N_1)$  contra  $N_1/N$  e compare com o resultado para a distribuição binomial correspondente.

(b) Faça de novo os cálculos do item anterior para  $N = 12$  e  $N = 48$ . Os novos gráficos são muito diferentes? Por que?