Fenômenos de Transportes 3 (ZEA0764)

Transferência de Massa por Convecção Forçada

Prof. Responsável:
Paulo José do Amaral Sobral

Junho de 2024

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Tópicos

I. Introdução

II. Números Adimensionais

III. Camada limite mássica, convecção e modelos

IV. Equações com números adimensionais

- **IV.1 Para escoamentos sem deslocamento da camada limite**
- **IV.2 Para escoamentos ao redor de corpos bojudos**
- **IV.3 Para escoamentos em leitos fixo e fluidizado**

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Capítulo 8 do Livro Texto (Cremasco):**

Vamos apresentar agora, os subcapítulos 8.1 e 8.2

** Disponível em https://fdocumentos.tips/document/fundamentos-de-transferencia-de-massa-cremasco.html

I. Introdução

Como já deve ser do conhecimento de todos, o modelo da convecção é muito simplesmente:

$$\vec{n}_{A,z} = k_m(\rho_{As} - \rho_{A\infty})$$

ou

$$\vec{N}_{A,z} = k_m(C_{As} - C_{A\infty})$$

Onde:

k_m = coeficiente de transferência de massa, cuja unidade é L/T (cm/s, m/h, ...).

No cap. 7, o autor apresenta outros conceitos de k_m, para quando se usar x, w ou p.

Também, como já discutido, o coeficiente de transferência de massa é uma propriedade de transporte, que depende de vários parâmetros:

$$k_m = f(\rho_B, \mu_B, V_B, D_{AB}, L, T, P, C_A)$$

Uma equação tendo muitas variáveis independentes seria complicada.

Também, como já discutido, o coeficiente de transferência de massa é uma propriedade de transporte, que depende de vários parâmetros:

$$k_m = \mathrm{f}(\rho_B, \mu_B, V_B, D_{AB}, L, T, P, C_A)$$

Uma equação tendo muitas variáveis independentes seria complicada.

Solução: uso de Números Adimensionais.

Conceitos de Difusividades moleculares:

FTIII - D_{AB}: difusividade mássica

Conceitos de Difusividades moleculares:

FTIII - D_{AB}: difusividade mássica

FTII - α: difusividade térmica ($k/\rho C_p$)

Conceitos de Difusividades moleculares:

FTIII - D_{AB}: difusividade mássica

FTII - α: difusividade térmica $(k/\rho C_p)$

FTI - υ: difusividade de quantidade de movimento (μ/ρ)

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Conceitos de Difusividades moleculares:

FTIII - D_{AB}: difusividade mássica

FTII - α: difusividade térmica $(k/\rho C_p)$

FTI - υ: difusividade de quantidade de movimento (μ/ρ)

Todas em **cm^2/s ou m^2/h...**

II. Números Adimensionais

Vistos em FT I:

$$Re = \frac{\rho\, V\, L}{\mu} = \frac{V\, L}{\nu}$$

$$Re = \frac{forças\ de\ inércia}{forças\ viscosas}$$

Onde: Re: número de Reynolds (-)

ρ: densidade do fluído (g/cm^3)

V: velocidade do fluido (cm/s)

L: dimensão característica do meio (cm)

μ: viscosidade dinâmica do fluído (Pa.s)

ν: viscosidade cinemática ($\frac{\mu}{\rho}$) do fluído (cm^2/s)

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

$$Eu = \frac{2\,\Delta P}{\rho\, V^2}$$

$$Eu = \frac{forças\ de\ pressão}{forças\ de\ inércia}$$

Onde: *Eu*: número de Euler (-)

P: pressão no fluido (Pa)

ρ: densidade do fluído (g/cm^3)

V: velocidade do fluido (cm/s)

Vistos em FT II:

$$Nu = \frac{h\,L}{k} = \frac{L/k}{1/h}$$

$$Nu = \frac{resistência \text{ à } condução}{resistência \text{ à } convecção}$$

Onde: *Nu*: número de Nusselt (-)

h: coeficiente de transferência de calor (W/K)

L: dimensão característica do meio (cm)

k: condutividade térmica [W/(cm.K)].

$$Pr = \frac{\mu\, C_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{1/\alpha}{1/\nu}$$

$$Pr = \frac{resistência\ à\ difusão\ térmica}{resistência\ à\ difusão\ de\ quantidade\ de\ movimento}$$

Onde: *Pr*: número de Prandtl (-)

C_p: calor específico do fluido (J/g.K)

α: difusividade térmica do fluído (cm^2/s)

Agora, em FT III:

$$Sh = \frac{k_m L}{D_{AB}} = \frac{L/D_{AB}}{1/k_m}$$

$$Sh = \frac{resistência\ \text{à}\ difusão\ mássica}{resistência\ \text{à}\ convecção\ mássica}$$

Onde: *Sh*: número de Sherwood (-)

k_m = coeficiente de transferência de massa (cm/s)

L: dimensão característica do meio (cm)

$$Sh = \frac{k_m L}{D_{AB}} = \frac{L/D_{AB}}{1/k_m}$$

$$Sh = \frac{resistência \text{ à } difusão \text{ } mássica}{resistência \text{ à } convecção \text{ } mássica}$$

Onde: *Sh*: número de Sherwood (-)

k_m = coeficiente de transferência de massa (cm/s)

L: dimensão característica do meio (cm)

Equivalente a:

$$Nu = \frac{h\,L}{k} = \frac{L/k}{1/h} = \frac{resistência \text{ à } condução}{resistência \text{ à } convecção}$$

$$Sh = \frac{k_m L}{D_{AB}} = \frac{L/D_{AB}}{1/k_m}$$

$$Sh = \frac{resistência\ à\ difusão\ mássica}{resistência\ à\ convecção\ mássica}$$

Onde: *Sh*: número de Sherwood (-)

k_m = coeficiente de transferência de massa (cm/s)

L: dimensão característica do meio (cm)

$$\neq Bi_M = \frac{k_m L}{K_p D_{AB}} = \frac{L/D_{AB}}{K_p/km}$$

$$Sh = \frac{k_m L}{D_{AB}} = \frac{L/D_{AB}}{1/k_m}$$

$$Sh = \frac{resistência \text{ à } difusão\ mássica}{resistência \text{ à } convecção\ mássica}$$

Onde: *Sh*: número de Sherwood (-)

k_m = coeficiente de transferência de massa (cm/s)

L: dimensão característica do meio (cm)

$$\neq Bi_M = \frac{k_m L}{K_p D_{AB}} = \frac{L/D_{AB}}{K_p/km}$$

Int: sólido

Ext: fluido

$$Sh = \frac{k_m L}{D_{AB}} = \frac{L/D_{AB}}{1/k_m}$$

fluido

fluido

Mesmo meio

$$Sh = \frac{resistência\ à\ difusão\ mássica}{resistência\ à\ convecção\ mássica}$$

Onde: *Sh*: número de Sherwood (-)

k_m = coeficiente de transferência de massa (cm/s)

L: dimensão característica do meio (cm)

$$\neq Bi_M = \frac{k_m L}{K_p D_{AB}} = \frac{L/D_{AB}}{K_p/km}$$

Int: sólido

Ext: fluido

$$Sc = \frac{\mu}{\rho\, D_{AB}} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{1/D_{AB}}{1/\nu}$$

$$Sc = \frac{resistência\ \text{à}\ difusão\ mássica}{resistência\ \text{à}\ difusão\ de\ quantidade\ de\ movimento}$$

Onde: *Sc*: número de Schmidt (-)

$$Sc = \frac{\mu}{\rho\, D_{AB}} = \frac{\nu}{D_{AB}} = \frac{1/D_{AB}}{1/\nu}$$

$$Sc = \frac{resistência \text{ à } difusão\ mássica}{resistência \text{ à } difusão\ de\ quantidade\ de\ movimento}$$

Onde: Sc: número de Schmidt (-)

Equivalente a

$$Pr = \frac{\mu\, C_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{1/\alpha}{1/\nu} = \frac{resistência \text{ à } difusão\ térmica}{resistência \text{ à } difusão\ de\ quantidade\ de\ movimento}$$

$$Le = \frac{k}{\rho C_p D_{AB}} = \frac{\alpha}{D_{AB}} = \frac{1/D_{AB}}{1/\alpha}$$

$$Le = \frac{resistência\ à\ difusão\ mássica}{resistência\ à\ difusão\ térmica}$$

Onde: Le: número de Lewis (-)

→ Importante em processos que envolvem transferências simultânea de calor e massa.

$$Pe_M = \frac{V\ L}{D_{AB}}$$

$$Pe_M = \frac{contribuição\ convectiva}{contribuição\ difusiva}$$

Onde: Pe_M: número de Peclet de massa (-)

$$Pe_M = \frac{V\ L}{D_{AB}}$$

$$Pe_M = \frac{contribuição\ convectiva}{contribuição\ difusiva}$$

Onde: Pe_M: número de Peclet de massa (-)

Interessante: $Pe_M = Re \times Sc$

$$Pe_M = \frac{\cancel{\rho}\ V\ L}{\cancel{\mu}}\ x\ \frac{\cancel{\mu}}{\cancel{\rho}\ D_{AB}}$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

E, $$St_M^{-1} = \frac{V_\infty}{k_m}$$

$$St_M^{-1} = \frac{contribuição\ convectiva}{contribuição\ da\ convecção}$$

Onde: St_M^{-1}: número de Stanton de massa (-)

Também apresentado assim:

$$St_M = \frac{k_m}{V_\infty}$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Sintetizando em termos de TM:

Temos 2 Números Adimensionais com k_m: Sh e St_M.

2 Números que são propriedades do sistema: Sc e Le.

E, Re, que tem parâmetros de processo (V, L).

Exemplo 8.1. Determinar o **Sc** do ar a 40ºC e 75% de umidade relativa.

Nesse caso, o ar é uma mistura binária de vapor de água (A) + ar seco (B) .

(vou fazer a passos rápidos – vejam os detalhes no Livro Texto).

Exemplo 8.1. Determinar o **Sc** do ar a 40ºC e 75% de umidade relativa.

Nesse caso, o ar é uma mistura binária de vapor de água (A) + ar seco (B) .

(vou fazer a passos rápidos – vejam os detalhes no Livro Texto).

Precisamos de dados:

- D_{AB} = 0,288 cm^2/s, calculada com a Eq. 8.20.

Exemplo 8.1. Determinar o **Sc** do ar a 40ºC e 75% de umidade relativa.

Nesse caso, o ar é uma mistura binária de vapor de água (A) + ar seco (B) .

(vou fazer a passos rápidos – vejam os detalhes no Livro Texto).

Precisamos de dados:

- D_{AB} = 0,288 cm^2/s, calculada com a Eq. 8.20.

- Precisamos, ainda de $\upsilon=\mu/\rho$, mas como se trata de uma mistura binária:
    - $\rho = \rho_A + \rho_B$ = 1,10018x10^{-3} g/cm^3 (calculado com Eqs 9-15)
    - $\mu = \mu_{mistura}$ = 1,831673x10^{-4} g/cm.s (calculada com as Eqs. 17-21)

Calculando:

$$\upsilon = 1{,}831673\text{x}10^{-4}\ (\text{g/cm.s}) / 1{,}10018\text{x}10^{-3}\ (\text{g/cm}^3)$$

$$\upsilon = 0{,}1665\ \text{cm}^2/\text{s}$$

Calculando:

$$\upsilon = 1{,}831673\mathrm{x}10^{-4}\ (\cancel{g}/\cancel{cm}.s)/\ 1{,}10018\mathrm{x}10^{-3}\ (\cancel{g}/cm^{\cancel{3}})$$

$$\upsilon = 0{,}1665\ cm^2/s$$

Calculando:

$$\upsilon = 1{,}831673\times10^{-4}\ (\cancel{g}/\cancel{cm}.s)/\ 1{,}10018\times10^{-3}\ (\cancel{g}/cm^{\cancel{3}})$$

$$\upsilon = 0{,}1665\ cm^2/s$$

E,

$$Sc = 0{,}1665/0{,}288$$

$$\boxed{Sc = 0{,}5831} \quad (\approx 0{,}5781\ \text{p/ ar seco})$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Calculando:

$$\upsilon = 1{,}831673\text{x}10^{-4}\ (\cancel{g}/\cancel{cm}.s)/\ 1{,}10018\text{x}10^{-3}\ (\cancel{g}/cm^{\cancel{3}})$$

$$\upsilon = 0{,}1665\ cm^2/s$$

E,

$$Sc = 0{,}1665/0{,}288$$

$$\boxed{Sc = 0{,}5831}$$

Observação:

Para gases → $Sc \approx 1$

Para Líquidos → $Sc >>> 1$

III. Camada limite mássica, convecção e modelos

Leiam rapidamente os sub-capítulos:

- 8.3: reparem o porque do expoente de Sc (e Pr) nas equações com números adimensionais, ser 1/3: relacionado com a espessura da camada limite (Eq. 8.63);

- 8.4: leitura rápida.

- 8.5: existem várias analogias, mas a mais importante (e usada) é a Analogia de Chilton-Colburn (8.5.4).

- 8.6: podem ler rapidamente, também.

IV. Equações com números adimensionais

Analogia de Chilton-Colburn: descreve a simultaneidade entre a transferência de quantidade de movimento e de massa no regime turbulento.

As equações dessa analogia, são as seguintes:

$$St_M\ Sc^{2/3} = \frac{c_f}{2} = j_M \quad (1)$$

Onde:

$St_M\ Sc^{2/3} = j_M$ é chamado de Fator de **Chilton-Colburn**

Lembrem-se: k_m está em St_M

Isso permite, inclusive, usar correlações da TC, por que:

$$\frac{c_f}{2} = j_M = j_C \quad (2)$$

Isso permite, inclusive, usar correlações da TC, por que:

$$\frac{C_f}{2} = j_M = j_C \quad (2)$$

Ou seja

$$\frac{C_f}{2} = \frac{Sh}{Re\,Sc^{1/3}} = \frac{Nu}{Re\,Pr^{1/3}} \quad (3)$$

Exemplo 8.7. Determine o coeficiente de transferência de massa por intermédio da Analogia de Chilton-Colburn, considerando que ar seco (B) a 25ºC e 1 atm, escoa a 60 m/s no interior de um tudo de 5 cm de diâmetro feito de naftaleno (A).

Dados: υ = 0,16x10^{-4} m^2/s, D_{AB} = 0,0611x10^{-4} m^2/s, y_{Ap}= 1,08x10^{-4}

Exemplo 8.7. Determine o coeficiente de transferência de massa por intermédio da Analogia de Chilton-Colburn, considerando que ar seco (B) a 25ºC e 1 atm, escoa a 60 m/s no interior de um tudo de 5 cm de diâmetro feito de naftaleno (A).

Dados: $\upsilon = 0{,}16 \times 10^{-4}$ m^2/s, $D_{AB} = 0{,}0611 \times 10^{-4}$ m^2/s, $y_{Ap} = 1{,}08 \times 10^{-4}$

Sabemos calcular o Cf para tubos lisos:

$$\frac{C_f}{2} = \frac{0{,}023}{Re^{0,2}}$$

válido para $3 \times 10^4 < Re < 1 \times 10^6$

Vamos calcular Re:

$$Re = \frac{V\ d}{\nu} = \frac{60\,\frac{m}{s}\,x\ 0{,}05\ m}{0{,}16x10^{-4}\ m^2/s} = 1{,}875x10^5$$ ➡ Regime turbulento

Vamos calcular Re:

$$Re = \frac{V\,d}{\nu} = \frac{60\,\frac{m}{s}\,x\,0{,}05\,m}{0{,}16x10^{-4}\,m^2/s} = 1{,}875x10^5$$ ➡ Regime turbulento

Agora, o cálculo de j_M:

$$j_M = \frac{C_f}{2} = \frac{0{,}023}{Re^{0{,}2}} = \frac{0{,}023}{(1{,}875x10^5)^{0{,}2}} = 2{,}03x10^{-3}$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Vamos calcular Re:

$$Re = \frac{V\,d}{\nu} = \frac{60\,\frac{m}{s}\,x\,0{,}05\,m}{0{,}16x10^{-4}\,m^2/s} = 1{,}875x10^5$$ ➡ Regime turbulento

Agora, o cálculo de j_M:

$$j_M = \frac{C_f}{2} = \frac{0{,}023}{Re^{0{,}2}} = \frac{0{,}023}{(1{,}875x10^5)^{0{,}2}} = 2{,}03x10^{-3}$$

E agora, aplicando a Analogia de C-C:

$$St_M\ Sc^{2/3} = j_M \Rightarrow St_M = 2{,}03x10^{-3}\ Sc^{-2/3}$$

Então, da definição de St_M, determinamos k_m:

$$St_M = \frac{k_m}{V_\infty} \Rightarrow k_m = V_\infty \, St_M$$

Então, da definição de St_M, determinamos k_m:

$$St_M = \frac{k_m}{V_\infty} \Rightarrow k_m = V_\infty \, St_M$$

Temos:

$$k_m = V_\infty \, (2{,}03x10^{-3}) \, Sc^{-2/3}$$

$$k_m = 60 \left(\frac{m}{s}\right) \quad (2{,}03x10^{-3}) \left(\frac{0{,}16x10^{-4} \; m^2/s}{0{,}0611x10^{-4} \; m^2/s)}\right)^{-2/3}$$

$$\boxed{k_m = 0{,}064 \text{ m/s}}$$

IV.1 Para escoamentos sem deslocamento da camada limite

1) Escoamento de uma solução sobre uma placa-plana

a) Regime laminar: $Re \leq 3x10^5$ e $0,5 < Sc < 2500$

$$j_M = \frac{0,6641}{Re^{0,5}} \quad (4)$$

1) Escoamento de uma solução sobre uma placa-plana

a) Regime laminar: $Re \leq 3x10^5$ e $0,5 < Sc < 2500$

$$j_M = \frac{0,6641}{Re^{0,5}} \quad (4)$$

b) Regime turbulento: $3x10^5 < Re < 3x10^8$ e $0,6 < Sc < 2500$

$$j_M = \frac{0,0365}{Re^{0,2}} \quad (5)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

1) Escoamento de uma solução sobre uma placa-plana

a) Regime laminar: $Re \leq 3 \times 10^5$ e $0,5 < Sc < 2500$

$$j_M = \frac{0,6641}{Re^{0,5}} \qquad (4)$$

b) Regime turbulento: $3 \times 10^5 < Re < 3 \times 10^8$ e $0,6 < Sc < 2500$

$$j_M = \frac{0,0365}{Re^{0,2}} \qquad (5)$$

Em ambos os casos, usem em Re: L: comprimento da placa e V_∞: velocidade da corrente livre.

2) Escoamento de uma solução em um duto circular (tubo)

a) Regime laminar: $Re \leq 2,1x10^3$

$$j_M = \frac{8}{Re} \quad (6)$$

2) Escoamento de uma solução em um duto circular (tubo)

a) Regime laminar: Re $\leq 2{,}1\text{x}10^3$

$$j_M = \frac{8}{Re} \qquad (6)$$

b) Regime turbulento:

- LIQUIDOS: $2{,}1\text{x}10^3 < Re < 1\text{x}10^6$ e $1000 < Sc < 2260$

$$j_M = \frac{0{,}023}{Re^{0{,}17}} \qquad (7)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

- GASES: $2{,}1\times10^3 < Re < 3{,}5\times10^4$ e $0{,}6 < Sc < 2{,}5$

$$y_{BLM} j_M = \frac{0{,}023}{Re^{0{,}17}} \quad Sc^{0{,}107} \qquad (8)$$

Em ambos os casos, usem em Re: d: diâmetro do tubo.

Para o cálculo da média logarítmica da fração molar do solvente (B), use as frações molares na interface com a parede do tubo e no seio da corrente gasosa.

2) Escoamento de uma solução no interior de dutos não circulares: nesse caso, utiliza-se as mesmas correlações para dutos circulares, mas utilizando-se o diâmetro equivalente (D_H):

$$D_H = 4\left(\frac{A}{P}\right) \quad = \frac{\text{área da seção transversal}}{\text{perímetro}} \quad (9)$$

Quadro 8.7 — Definição do diâmetro hidráulico para algumas geometrias

Geometrias (forma da seção de entrada)	$D_H = 4\left(\frac{A}{P}\right)$	Obs.:
Seção retangular	$D_H = \frac{2ab}{(a+b)}$	a,b – lados do retângulo.
Seção elíptica	$D_H \cong \frac{2\sqrt{2}ab}{\left(a^2+b^2\right)^{1/2}}$	a – semi-eixo maior; b – semi-eixo menor.
Seção triangular	$D_H = \frac{2bh}{(a+b+c)}$	a,c – lados do triângulo; b – base; h – altura.

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA

Exemplo 8.9. Vamos refazer o Exemplo 8.7 [Determinar o km considerando que ar seco (B) a 25ºC e 1 atm, escoa a 60 m/s no interior de um tudo de 5 cm de diâmetro feito de naftaleno (A)], considerando uma tubulação lisa e retangular, de lados iguais a 2 e 3 cm.

Dados: $\upsilon = 0{,}16\times10^{-4}$ m²/s, $D_{AB} = 0{,}0611\times10^{-4}$ m²/s, $y_{Ap} = 1{,}08\times10^{-4}$

Exemplo 8.9. Vamos refazer o Exemplo 8.7 [Determinar o km considerando que ar seco (B) a 25ºC e 1 atm, escoa a 60 m/s no interior de um tudo de 5 cm de diâmetro feito de naftaleno (A)], considerando uma tubulação lisa e retangular, de lados iguais a 2 e 3 cm.

Dados: υ = 0,16x10^{-4} m^2/s, D_{AB} = 0,0611x10^{-4} m^2/s, y_{Ap}= 1,08x10^{-4}

Vamos então calcular o D_H:

$$D_H = \frac{2ab}{(a+b)} = \frac{2\ x\ 2cm\ x\ 3\ cm}{(2+3)cm} = 2,4\ cm$$

Exemplo 8.9. Vamos refazer o Exemplo 8.7 [Determinar o km considerando que ar seco (B) a 25ºC e 1 atm, escoa a 60 m/s no interior de um tudo de 5 cm de diâmetro feito de naftaleno (A)], considerando uma tubulação lisa e retangular, de lados iguais a 2 e 3 cm.

Dados: υ = 0,16x10^{-4} m^2/s, D_{AB} = 0,0611x10^{-4} m^2/s, y_{Ap}= 1,08x10^{-4}

Vamos então calcular o D_H:

$$D_H = \frac{2ab}{(a+b)} = \frac{2\ x\ 2cm\ x\ 3\ cm}{(2+3)cm} = 2{,}4\ cm$$

Agora, o cálculo de Re:

$$Re = \frac{D_H V}{\nu} = \frac{0{,}024m\ x\ 60m/s}{0{,}16x10^{-4}m^2/s} = 9x10^4$$ ➡ TURBULENTO

Então, devemos usar a equação 7:

$$j_M = \frac{0{,}023}{Re^{0{,}17}} = \frac{0{,}023}{(9x10^4)^{0{,}17}} = 3{,}308x10^{-3}$$

Então, devemos usar a equação 7:

$$j_M = \frac{0{,}023}{Re^{0{,}17}} = \frac{0{,}023}{(9x10^4)^{0{,}17}} = 3{,}308x10^{-3}$$

E agora, aplicando a Analogia de C-C:

$$St_M\ Sc^{2/3} = 3{,}308x10^{-3} \Rightarrow St_M = 3{,}308x10^{-3}\ Sc^{-2/3}$$

Então, devemos usar a equação 7:

$$j_M = \frac{0{,}023}{Re^{0{,}17}} = \frac{0{,}023}{(9x10^4)^{0{,}17}} = 3{,}308x10^{-3}$$

E agora, aplicando a Analogia de C-C:

$$St_M\ Sc^{2/3} = 3{,}308x10^{-3} \Rightarrow St_M = 3{,}308x10^{-3}\ Sc^{-2/3}$$

Logo: $$k_m = V_\infty\ (3{,}308x10^{-3})\ Sc^{-2/3} \quad (10)$$

$$k_m = 60\ \left(\frac{m}{s}\right)\ \ (3{,}308x10^{-3})\ \left(\frac{0{,}16x10^{-4}\ m^2/s}{0{,}0611x10^{-4}\ m^2/s}\right)^{-2/3}$$

$\boxed{k_m = 0{,}104\ \text{m/s}}$ (>0,064 m/s)

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

IV.2 Para escoamentos ao redor de corpos bojudos

1) **Esfera única** – tem-se uma equação genérica:

$$Sh = 2 + cRe^{1/2}Sc^{1/3} \quad (11)$$

Usem em Sh e Re: dp: diâmetro da esfera e em Re: V∞: velocidade da corrente livre da solução.

Quadro 8.8 — Constante *c* da eq.(8.148b)

Gases (Fröessling, 1938)	Líquidos (Garner e Suckling, 1958)
$c = 0{,}552$	$c = 0{,}95$
$2 < Re_p < 12.000$	$100 < Re_p < 700$
$0{,}6 < Sc < 2{,}7$	$1.200 < Sc < 1.250$

No livro vemos ainda as seguintes equações, para : $200 < Re < 4x10^4$

$$j_M = \frac{0{,}43}{Re^{0{,}44}} \quad (12)$$

No livro vemos ainda as seguintes equações, para : 200 < Re < 4x10^4

$$j_M = \frac{0{,}43}{Re^{0{,}44}} \quad (12)$$

E, como

$$j_M = \frac{Sh}{Re\ Sc^{1/3}} \quad (13)$$

Podemos recalcular Sh como:

$$Sh = 0{,}43 Re^{0{,}56} Sc^{1/3} \quad (14)$$

Podemos encontrar na literatura, outras correlações, como por exemplo:,

para : $100 < Re < 700$

$$Sh = 2 + 0{,}68 Re^{1/2} Sc^{1/3} \text{ para } Sc \approx 2{,}54 \text{ (ar)}$$

Ou

$$Sh = 2 + 0{,}79 Re^{1/2} Sc^{1/3} \text{ para } 1210 \leq Sc \leq 2770 \text{ (líquidos)}$$

2) **Cilindro isolado**

a) GASES, escoando perpendicularmente ao cilindro, para $400 < Re < 2{,}5 \times 10^4$ e $0{,}6 < Sc < 2{,}6$

$$j_M = \frac{0{,}281}{Re^{0{,}5}} Sc^{0{,}107} \qquad (15)$$

2) **Cilindro isolado**

a) GASES, escoando perpendicularmente ao cilindro, para $400 < Re < 2{,}5\times10^4$ e $0{,}6 < Sc < 2{,}6$

$$j_M = \frac{0{,}281}{Re^{0{,}5}} Sc^{0{,}107} \qquad (15)$$

b) LIQUIDOS, para $400 < Re < 2{,}5\times10^4$ e $Sc > 3000$

$$j_M = \frac{0{,}281}{Re^{0{,}4}} \qquad (16)$$

Usem em Re: dp: diâmetro do cilindro e: V∞: velocidade da corrente livre da solução.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Exemplo 8.10. Foi proposto um experimento que consiste de uma tubulação no interior da qual escoa água a 25ºC e 1m/s, por 1h. No centro do tubo tem um corpo-de-prova feito de ácido benzoico.

Dados: densidade e solubilidade do ác. benzoico na água valem 1,316 g/cm^3 e 3x10^{-3} g/cm^3, respectivamente.

Sc = 740 e D_{AB} = 1,21x10^{-5} cm^2/s.

Exemplo 8.10. Foi proposto um experimento que consiste de uma tubulação no interior da qual escoa água a 25ºC e 1m/s, por 1h. No centro do tubo tem um corpo-de-prova feito de ácido benzoico.

Dados: densidade e solubilidade do ác. benzoico na água valem 1,316 g/cm^3 e $3x10^{-3}$ g/cm^3, respectivamente.

Sc = 740 e $D_{AB} = 1{,}21x10^{-5}$ cm^2/s.

a) Determine o raio final do corpo-de-prova, assumindo uma esfera de raio inicial igual a 0,5 cm.

Exemplo 8.10. Foi proposto um experimento que consiste de uma tubulação no interior da qual escoa água a 25ºC e 1m/s, por 1h. No centro do tubo tem um corpo-de-prova feito de ácido benzoico.

Dados: densidade e solubilidade do ác. benzoico na água valem 1,316 g/cm^3 e 3x10^{-3} g/cm^3, respectivamente.

Sc = 740 e D_{AB} = 1,21x10^{-5} cm^2/s.

a) Determine o raio final do corpo-de-prova, assumindo uma esfera de raio inicial igual a 0,5 cm.

Primeiro, temos que ter a equação que relaciona a taxa de transferência de massa com o raio:

$$W_A = -\rho \frac{dV}{dt} \quad (17)$$

A taxa pode ser calculada conhecendo-se o fluxo:

$$W_A = A_s\, n_A = A_s\, k_m(\rho_{As} - \rho_{A\infty}) \quad (18)$$

Onde: As é a área superficial do corpo de prova.

A taxa pode ser calculada conhecendo-se o fluxo:

$$W_A = A_s\, n_A = A_s\, k_m(\rho_{As} - \rho_{A\infty}) \quad (18)$$

Onde: As é a área superficial do corpo de prova.

Considerando que a água entra no tubo sem o ácido e que a solubilidade é baixa ($\rho_{A\infty} = 0$):

$$W_A = A_s\, k_m \rho_{As} \quad (19)$$

A taxa pode ser calculada conhecendo-se o fluxo:

$$W_A = A_s\, n_A = A_s\, k_m(\rho_{As} - \rho_{A\infty}) \quad (18)$$

Onde: As é a área superficial do corpo de prova.

Considerando que a água entra no tubo sem o ácido e que a solubilidade é baixa ($\rho_{A\infty} = 0$):

$$W_A = A_s\, k_m \rho_{As} \quad (19)$$

Então, igualando as Eqs 19 e 17, obtemos:

$$A_s\, k_m \rho_{As} = -\rho \frac{dV}{dt} \quad (20)$$

Substituindo os valores da densidade e solubilidade do ácido benzoico (como concentração na superfície), obtemos:

$$\frac{dV}{dt} = -\,\frac{3x10^{-3}}{1{,}316} A_s\, k_m = -2{,}28x10^{-3}\, A_s\, k_m \quad (21)$$

Substituindo os valores da densidade e solubilidade do ácido benzoico (como concentração na superfície), obtemos:

$$\frac{dV}{dt} = - \frac{3x10^{-3}}{1,316} A_s k_m = -2,28x10^{-3} A_s k_m \quad (21)$$

Por outro lado, sabendo que $k_m = V_\infty St_M$ e $j_M = St_M Sc^{2/3}$

Podemos escrever:

$$k_m = V_\infty j_M \quad Sc^{-2/3} \quad (22)$$

Substituindo os valores da densidade e solubilidade do ácido benzoico (como concentração na superfície), obtemos:

$$\frac{dV}{dt} = -\ \frac{3x10^{-3}}{1,316} A_s\, k_m = -2,28x10^{-3}\ A_s\, k_m \quad (21)$$

Por outro lado, sabendo que $k_m = V_\infty\ St_M$ e $j_M = St_M\ Sc^{2/3}$

Podemos escrever:

$$k_m = V_\infty\ j_M \quad Sc^{-2/3} \quad (22)$$

E, substituindo a Eq. 22 na Eq. 21, obtemos:

$$\frac{dV}{dt} = -2,28x10^{-3}\ x\ 100(cm/s)x\ (740)^{-2/3}\ A_s\, j_M \quad (23)$$

Então, ficamos com:

$$\frac{dV}{dt} = -2{,}79x10^{-3}\ A_s\, j_M \quad (24)$$

Então, ficamos com:

$$\frac{dV}{dt} = -2{,}79x10^{-3}\, A_s\, j_M \quad (24)$$

Mas, observem que j_M depende de Re, que depende do diâmetro da esfera. Portanto, sabendo que Sc= ν/D_{AB}, faremos o seguinte:

$$Re = \frac{V\, d}{\nu} = \frac{V\, d}{\mathrm{Sc}\ D_{AB}}$$

Então, ficamos com:

$$\frac{dV}{dt} = -2{,}79x10^{-3}\ A_s\, j_M \quad (24)$$

Mas, observem que j_M depende de Re, que depende do diâmetro da esfera. Portanto, sabendo que Sc= ν/D_{AB}, faremos o seguinte:

$$Re = \frac{V\ d}{\nu} = \frac{V\ d}{Sc\ D_{AB}}$$

E, substituindo os valores de Sc e D_{AB}

$$Re = \frac{100\ (cm/s)\ d}{740 \times 1{,}21x10^{-5}\ cm^2/s} = 1{,}12x10^4\ d \quad (25)$$

Agora, vamos calcular J_M com a Eq. 12:

$$j_M = \frac{0{,}43}{Re^{0{,}44}} = \frac{0{,}43}{(1{,}12\text{x}10^4\ d)^{0{,}44}} = \frac{7{,}11x10^{-3}}{d^{0{,}44}}$$

Agora, vamos calcular J_M com a Eq. 12:

$$j_M = \frac{0{,}43}{Re^{0{,}44}} = \frac{0{,}43}{(1{,}12x10^4\ d)^{0{,}44}} = \frac{7{,}11x10^{-3}}{d^{0{,}44}}$$

E, substituindo na equação 24, temos:

$$\frac{dV}{dt} = -2{,}79x10^{-3}\,\frac{7{,}11x10^{-3}}{d^{0{,}44}}\,A_s = -1{,}98x10^{-5}\,\frac{A_s}{d^{0{,}44}} \quad (26)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Agora, vamos calcular J_M com a Eq. 12:

$$j_M = \frac{0{,}43}{Re^{0{,}44}} = \frac{0{,}43}{(1{,}12x10^4\ d)^{0{,}44}} = \frac{7{,}11x10^{-3}}{d^{0{,}44}}$$

E, substituindo na equação 24, temos:

$$\frac{dV}{dt} = -2{,}79x10^{-3}\,\frac{7{,}11x10^{-3}}{d^{0{,}44}}\,A_s = -1{,}98x10^{-5}\,\frac{A_s}{d^{0{,}44}} \quad (26)$$

Trocando *d* por *R* e trabalhado o termo em V:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = \cancel{4\pi R^2}\,\frac{dR}{dt} = -1{,}46x10^{-5}\,\frac{\cancel{A_s}}{R^{0{,}44}} \quad (27)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Então, integrando a Eq. 27, temos

$$\int_{0,5}^{Rf} R^{0,44} dR = -1{,}46x10^{-5} \int_{0}^{3600} dt$$

Que fica:

$$Rf^{1,44} - 0{,}5^{1,44} = -2{,}1x10^{-5} x\ 3600$$

$$Rf = (0{,}5^{1,44} - 2{,}1x10^{-5} x\ 3600)^{1/1,44}$$

$$\boxed{Rf = 0{,}426 \text{ cm}}$$

Continuando com o Exemplo 8.1:

b) Determine o raio final do corpo-de-prova, assumindo um cilindro de raio inicial igual a 0,5 cm, disposto perpendicularmente ao fluxo de água.

Continuando com o Exemplo 8.1:

b) Determine o raio final do corpo-de-prova, assumindo um cilindro de raio inicial igual a 0,5 cm, disposto perpendicularmente ao fluxo de água.

Considerando que os passos iniciais são os mesmos, retomamos na equação 25:

$$Re = 1{,}12 \times 10^{4}\, d$$

Continuando com o Exemplo 8.1:

b) Determine o raio final do corpo-de-prova, assumindo um cilindro de raio inicial igual a 0,5 cm, disposto perpendicularmente ao fluxo de água.

Considerando que os passos iniciais são os mesmos, retomamos na equação 25:

$$Re = 1{,}12 \times 10^{4}\, d$$

A equação de j_M, será (Eq. 16):

$$j_M = \frac{0{,}281}{Re^{0{,}4}} = \frac{0{,}281}{(1{,}12 \times 10^{4}\, d)^{0{,}4}} = \frac{6{,}75x10^{-3}}{d^{0{,}4}} \quad (28)$$

E, substituindo na equação 24, com valores atuais:

$$\frac{dV}{dt} = -1{,}88x10^{-5}\,\frac{A_s}{d^{0,4}} \quad (29)$$

E, substituindo na equação 24, com valores atuais:

$$\frac{dV}{dt} = -1{,}88x10^{-5}\frac{A_s}{d^{0,4}} \quad (29)$$

Trocando *d* por *R* e trabalhado o termo em V:

$$\frac{d}{dt}(\pi L R^2) = \cancel{2\pi L R}\frac{dR}{dt} = -1{,}42x10^{-5}\frac{\cancel{A}_s}{R^{0,4}} \quad (30)$$

E, substituindo na equação 24, com valores atuais:

$$\frac{dV}{dt} = -1{,}88x10^{-5}\frac{A_s}{d^{0,4}} \quad (29)$$

Trocando *d* por *R* e trabalhado o termo em V:

$$\frac{d}{dt}(\pi L R^2) = \cancel{2\pi L R}\frac{dR}{dt} = -1{,}42x10^{-5}\frac{\cancel{A}_s}{R^{0,4}} \quad (30)$$

Que fica:

$$\frac{dR}{dt} = -1{,}42x10^{-5}\frac{1}{R^{0,4}} \quad (31)$$

$$\int_{0,5}^{Rf} R^{0,4}dR = -1{,}42x10^{-5} \int_{0}^{3600} dt$$

$$Rf^{1,4} - 0{,}5^{1,4} = -1{,}99x10^{-5}x\ 3600$$

Ou seja,

$$Rf\ = [0{,}5^{1,4} - 1{,}99x10^{-5}x\ 3600]^{1/1,4}$$

$\boxed{\text{Rf = 0,430 cm}}$ (≈ 0,426 cm)

IV.3 Para escoamentos em leitos fixo e fluidizado

São colunas contendo uma carga de partículas, através da qual, passa um fluido, percolando as partículas. Quando as partículas ficam imóveis, tem-se o Leito fixo, e quando as partículas se movem (flutuam), tem-se o Leito fluidizado.

São colunas contendo uma carga de partículas, através da qual, passa um fluido, percolando as partículas. Quando as partículas ficam imóveis, tem-se o Leito fixo, e quando as partículas se movem (flutuam), tem-se o Leito fluidizado.

1) **Leito fixo**, para Re > 80

$$Sh = 2 + 1{,}8Re^{1/2}Sc^{1/3} \quad (31)$$

São colunas contendo uma carga de partículas, através da qual, passa um fluido, percolando as partículas. Quando as partículas ficam imóveis, tem-se o Leito fixo, e quando as partículas se movem (flutuam), tem-se o Leito fluidizado.

1) **Leito fixo**, para Re > 80

$$Sh = 2 + 1{,}8Re^{1/2}Sc^{1/3} \quad (31)$$

Uma equação similar para partículas esféricas, para $3 < Re < 10^4$:

$$Sh = 2 + 1{,}1Re^{0{,}6}Sc^{1/3} \quad (32)$$

São colunas contendo uma carga de partículas, através da qual, passa um fluido, percolando as partículas. Quando as partículas ficam imóveis, tem-se o Leito fixo, e quando as partículas se movem (flutuam), tem-se o Leito fluidizado.

1) **Leito fixo**, para Re > 80

$$Sh = 2 + 1{,}8Re^{1/2}Sc^{1/3} \quad (31)$$

Uma equação similar para partículas esféricas, para $3 < Re < 10^4$:

$$Sh = 2 + 1{,}1Re^{0{,}6}Sc^{1/3} \quad (32)$$

Usem em Re: dp: diâmetro médio das partículas e V_0: velocidade superficial, ou seja, baseada na área transversal do leito vazio.

2) **Leito fluidizado**, para 20 < Re < 3000

$$\varepsilon j_M = 0{,}01 + \frac{0{,}863}{Re^{0{,}58} - 0{,}483} \quad (33)$$

2) **Leito fluidizado**, para 20 < Re < 3000

$$\varepsilon j_M = 0{,}01 + \frac{0{,}863}{Re^{0{,}58} - 0{,}483} \qquad (33)$$

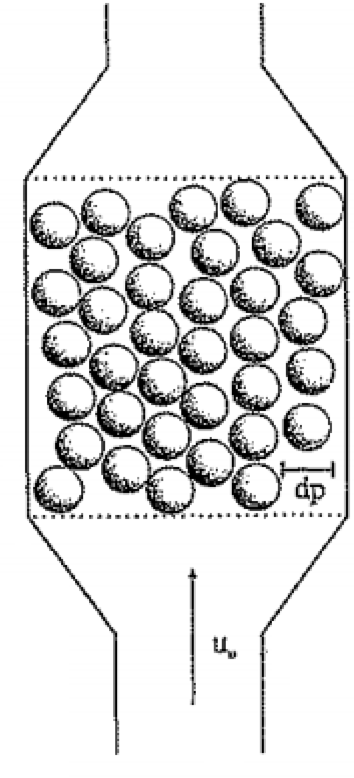
Ou, para 0,01 < Re < 1,5x10^4

$$\varepsilon j_M = \frac{0{,}765}{Re^{0{,}82}} + \frac{0{,}365}{Re^{0{,}386}} \qquad (34)$$

Quando as partículas não forem esféricas, se pode usar o conceito da esfericidade (φ):

usar φ*dp*, ao invés de apenas *dp*, em Re.

Exemplo 8.11. O leito apresentado na figura abaixo, está carregado com esferas de naftaleno de 2,9 cm de diâmetro e densidade = 1,145 g/cm^3, através do qual percola ar a 25°C e 1 atm. Dados: Sc = 2,45 e D_{AB} = 0,0611 cm^2/s.

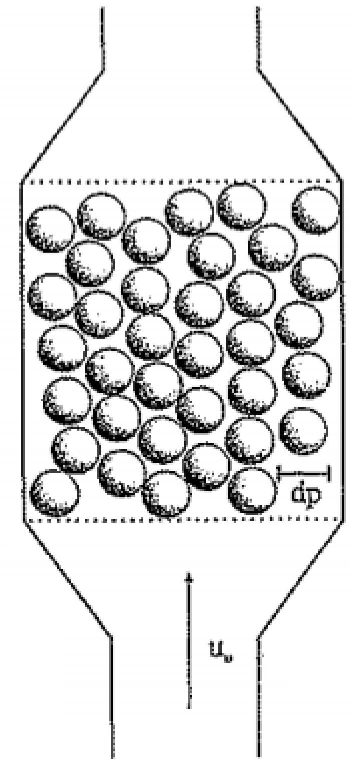


Exemplo 8.11

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Exemplo 8.11. O leito apresentado na figura abaixo, está carregado com esferas de naftaleno de 2,9 cm de diâmetro e densidade = 1,145 g/cm^3, através do qual percola ar a 25ºC e 1 atm. Dados: Sc = 2,45 e D_{AB} = 0,0611 cm^2/s.

a) Calcule Sh, com o ar fluindo a 14,91 cm/s na base da coluna e que a porosidade do leito vale 0,49 (valor experimental → Sh= 12,95).

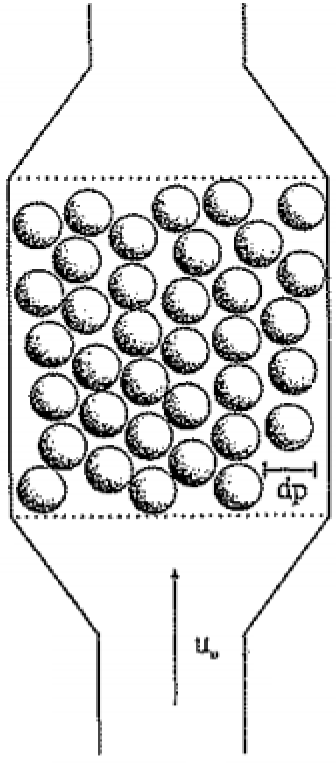


Exemplo 8.11

Exemplo 8.11. O leito apresentado na figura abaixo, está carregado com esferas de naftaleno de 2,9 cm de diâmetro e densidade = 1,145 g/cm³, através do qual percola ar a 25ºC e 1 atm. Dados: Sc = 2,45 e D_{AB} = 0,0611 cm²/s.

a) Calcule Sh, com o ar fluindo a 14,91 cm/s na base da coluna e que a porosidade do leito vale 0,49 (valor experimental → Sh= 12,95).

Começamos calculando o Re, considerando o dp:



Exemplo 8.11

$$Re = \frac{V\ dp}{\nu} = \frac{V\ dp}{Sc\ D_{AB}}$$

Logo,

$$Re = \frac{\frac{14{,}91cm}{s} x\ 2{,}9cm}{2{,}45\ x\ 0{,}0611\ cm^2/s} = 28{,}88$$

Usando a Equação 31:

$$Sh = 2 + 1{,}8Re^{1/2}Sc^{1/3}$$

$$Sh = 2 + 1{,}8(28{,}88)^{\frac{1}{2}}(2{,}45)^{1/3}$$

$$\boxed{Sh = 15{,}04}$$

Usando a Equação 31:

$$Sh = 2 + 1{,}8Re^{1/2}Sc^{1/3}$$

$$Sh = 2 + 1{,}8(28{,}88)^{\frac{1}{2}}(2{,}45)^{1/3}$$

$$\boxed{Sh = 15{,}04}$$

E, usando a equação 32:

$$Sh = 2 + 1{,}1Re^{0{,}6}Sc^{1/3}$$

$$Sh = 2 + 1{,}1(28{,}88)^{0{,}6}(2{,}45)^{1/3}$$

$\boxed{Sh = 13{,}16}$ → 12,95 Exp.

b) Calcule Sh, para quando a velocidade do ar for o dobro do anterior. Nesse caso, a porosidade será 0,69.

$$Re = \frac{\frac{29{,}82cm}{s} x\ 2{,}9cm}{2{,}45\ x\ 0{,}0611\ cm^2/s} = 57{,}76$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

b) Calcule Sh, para quando a velocidade do ar for o dobro do anterior. Nesse caso, a porosidade será 0,69.

$$Re = \frac{\frac{29{,}82cm}{s} x\ 2{,}9cm}{2{,}45\ x\ 0{,}0611\ cm^2/s} = 57{,}76$$

Usando a Eq. 33 (substituindo j_M):

$$\varepsilon j_M = \varepsilon \frac{Sh}{Re\ Sc^{1/3}} = \{0{,}01 + \frac{0{,}863}{Re^{0{,}58} - 0{,}483}\}$$

E, portanto:

$$Sh = \frac{Re\ Sc^{1/3}}{\varepsilon}\{0{,}01 + \frac{0{,}863}{Re^{0{,}58} - 0{,}483}\} \quad (35)$$

Substituindo os respectivos valores na Eq. 35:

$$Sh = \frac{57{,}76\ (2{,}45)^{1/3}}{0{,}69}\{0{,}01 + \frac{0{,}863}{(57{,}76)^{0{,}58} - 0{,}483}\}$$

$$\boxed{Sh = 10{,}84}$$

Substituindo os respectivos valores na Eq. 35:

$$Sh = \frac{57{,}76\ (2{,}45)^{1/3}}{0{,}69}\{0{,}01 + \frac{0{,}863}{(57{,}76)^{0{,}58} - 0{,}483}\}$$

$$\boxed{Sh = 10{,}84}$$

E, usando a equação 34:

$$Sh = \frac{Re\ Sc^{1/3}}{\varepsilon}[\frac{0{,}765}{Re^{0{,}82}} + \frac{0{,}365}{Re^{0{,}386}}]$$

Logo,

$$Sh = \frac{57{,}76\ (2{,}45)^{1/3}}{\varepsilon}[\frac{0{,}765}{(57{,}76)^{0{,}82}} + \frac{0{,}365}{(57{,}76)^{0{,}386}}]$$

$$\boxed{Sh = 11{,}71}$$

Boa semana a todos e a todas...