

# *Fenômenos de Transportes 3 (ZEA0764)*

---

## *Camada Limite*

### *Introdução à Convecção Mássica*

**Prof. Responsável:**  
Paulo José do Amaral Sobral



Maio de 2024

Tópicos

**I. Introdução**

**II. Camada Limite**

**III. Modelo da coluna molhada**

**IV. Análise do Escoamento**

**V. Alguns detalhes sobre a camada limite**



## Capítulo 7 do Livro Texto\*\* (Cremasco):

Na sequência, vamos apresentar partes importante do subcapítulo 7.1...

\*\* Disponível em

<https://fdocumentos.tips/document/fundamentos-de-transferencia-de-massa-cremasco.html>

## I. Introdução

A difusão pode ocorrer em sólidos e em fluídos.

A **convecção** ocorre apenas em **fluídos**:

- em movimento: convecção forçada
- parado: convecção natural.

## I. Introdução

A difusão pode ocorrer em sólidos e em fluídos.

A **convecção** ocorre apenas em **fluídos**:

- em movimento: convecção forçada
- parado: convecção natural.

Diferença:

- **Convecção mássica** é um fenômeno de transferência de massa.

- **Contribuição convectiva** é o efeito do movimento do meio no transporte do soluto:

$$\vec{n}_{A,z} = \rho_A \vec{v}_z \quad (1)$$



O modelo da convecção é, simplesmente:

$$\vec{n}_{A,z} = k_m(\rho_{As} - \rho_{A\infty}) \quad (2)$$

OU

$$\vec{N}_{A,z} = k_m(C_{As} - C_{A\infty}) \quad (3)$$

Onde:

- índice  $A_s$  indica concentração na superfície.
- índice  $A_\infty$  indica concentração distante da superfície.
- e,  $k_m$  = **coeficiente de transferência de massa (L/T).**

O coeficiente de transferência de massa é uma **propriedade cinemática**, que depende do movimento e das características do fluido, e do meio onde o fluido está escoando, bem como da interação molecular soluto/meio.

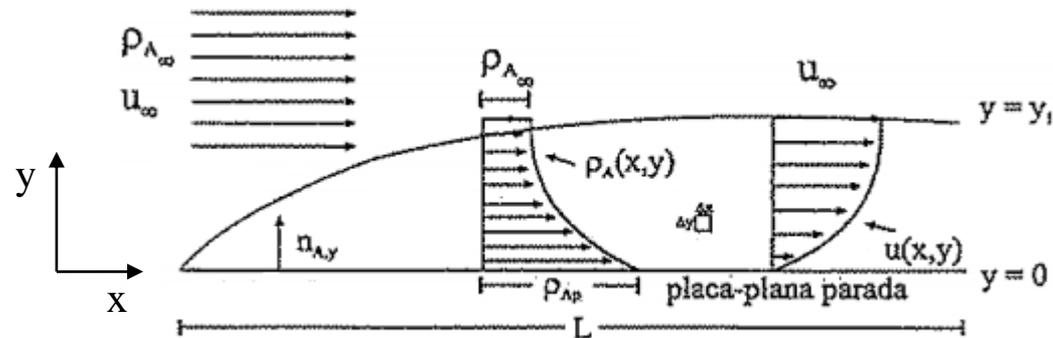
Então:

$$k_m = f(\rho_B, \mu_B, Z, V_B, D_{AB})$$



## II. Camada Limite

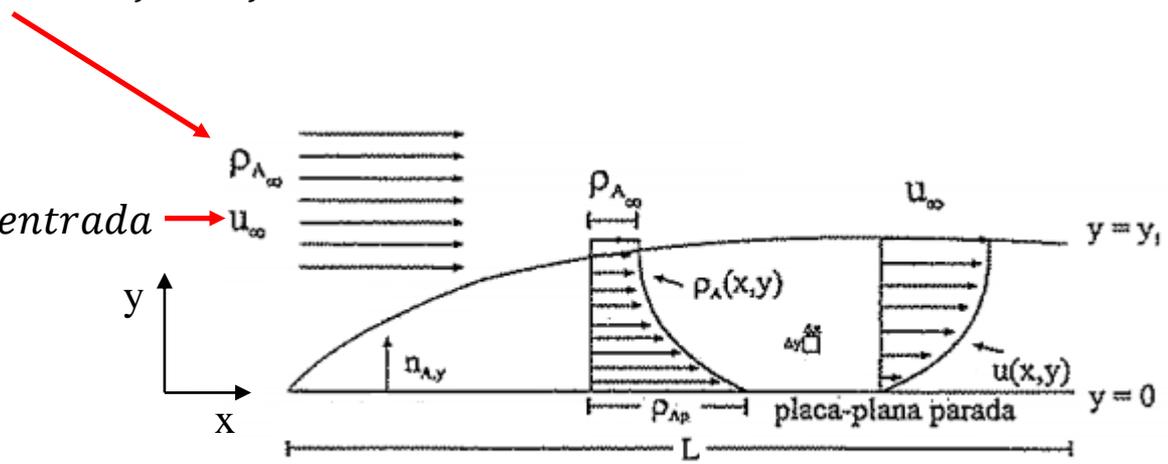
Considerem que um fluido está escoando sobre uma placa plana (Figura abaixo). Ao encontrar a placa (à esquerda), se estabelece um perfil de escoamento laminar, onde:



Considerem que um fluido está escoando sobre uma placa plana (Figura abaixo). Ao encontrar a placa (à esquerda), se estabelece um perfil de escoamento laminar, onde:

*concentração sem sofrer influencia da TM*

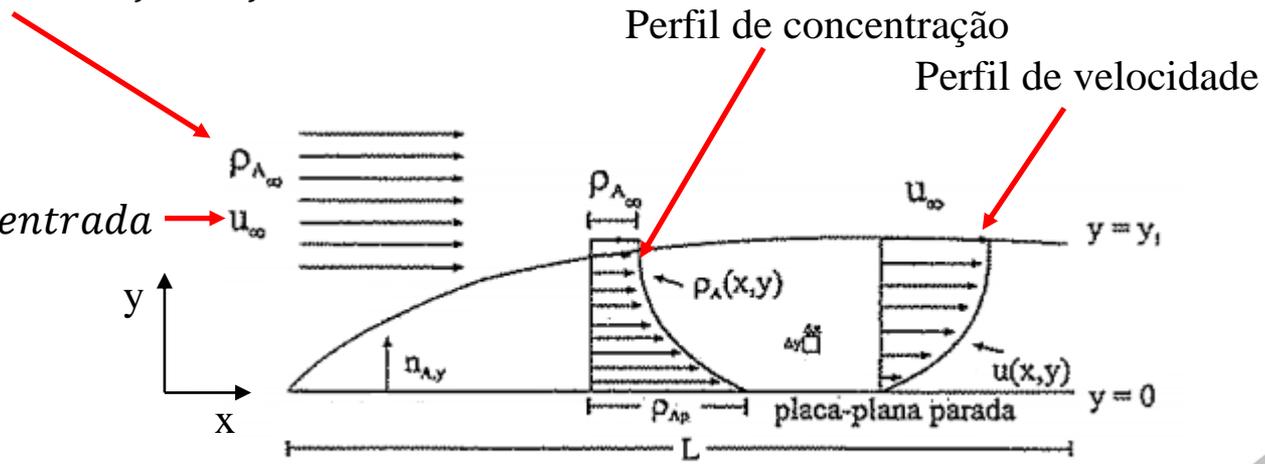
*velocidade de entrada*



Considerem que um fluido está escoando sobre uma placa plana (Figura abaixo). Ao encontrar a placa (à esquerda), se estabelece um perfil de escoamento laminar, onde:

*concentração sem sofrer influencia da TM*

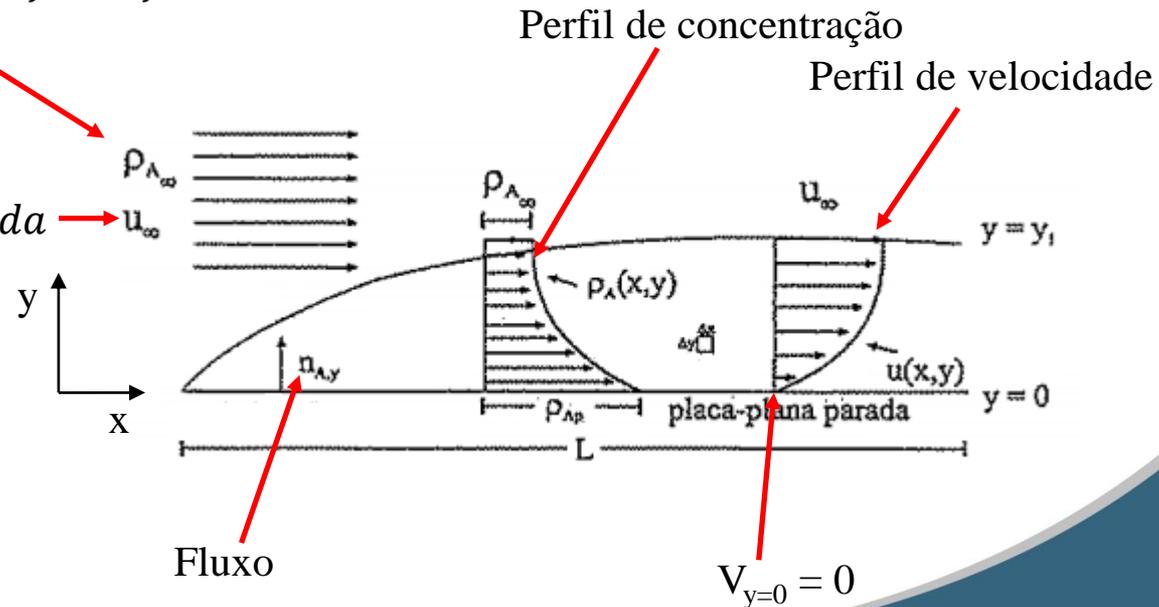
*velocidade de entrada*



Considerem que um fluido está escoando sobre uma placa plana (Figura abaixo). Ao encontrar a placa (à esquerda), se estabelece um perfil de escoamento laminar, onde:

*concentração sem sofrer influencia da TM*

*velocidade de entrada*



Essa situação equivale ao **Terceiro caso** de simplificações da Equação da Continuidade: Regime permanente, temperatura e pressão constantes no meio onde ocorre a TM, com velocidade constante, e sem reação química.

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_A \vec{v}^*) = \vec{\nabla} \cdot (D_{AB} \vec{\nabla} \rho_A) + R_A''' \quad (4)$$



Essa situação equivale ao **Terceiro caso** de simplificações da Equação da Continuidade: Regime permanente, temperatura e pressão constantes no meio onde ocorre a TM, com velocidade constante, e sem reação química.

$$\cancel{\frac{\partial \rho_A}{\partial t}} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_A \vec{v}^*) = \vec{\nabla} \cdot (D_{AB} \vec{\nabla} \rho_A) + \cancel{R_A'''} \quad (4)$$

Essa situação equivale ao **Terceiro caso** de simplificações da Equação da Continuidade: Regime permanente, temperatura e pressão constantes no meio onde ocorre a TM, com velocidade constante, e sem reação química.

$$\cancel{\frac{\partial \rho_A}{\partial t}} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_A \vec{v}) = \vec{\nabla} \cdot (D_{AB} \vec{\nabla} \rho_A) + \cancel{R_A'''} \quad (4)$$

Portanto, como a velocidade é constante:

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho_A = D_{AB} \nabla^2 \rho_A \quad (5)$$



Essa situação equivale ao **Terceiro caso** de simplificações da Equação da Continuidade: Regime permanente, temperatura e pressão constantes no meio onde ocorre a TM, com velocidade constante, e sem reação química.

$$\cancel{\frac{\partial \rho_A}{\partial t}} + \vec{\nabla} \cdot (\rho_A \vec{v}) = \vec{\nabla} \cdot (D_{AB} \vec{\nabla} \rho_A) + \cancel{R_A'''} \quad (4)$$

Portanto, como a velocidade é constante:

Contribuição convectiva

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} \rho_A = D_{AB} \nabla^2 \rho_A \quad (5)$$

contribuição difusiva

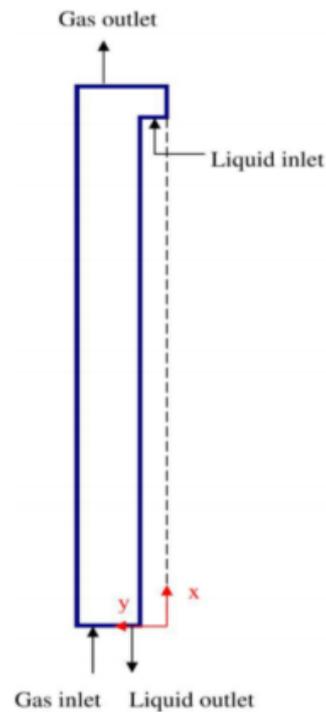


### III. Modelo da coluna molhada

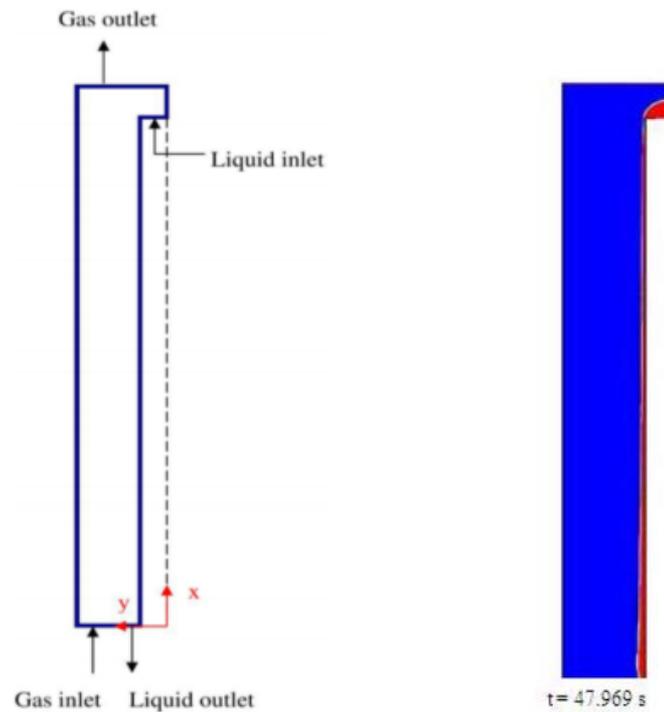
Vamos considerar o caso da Coluna Molhada, também conhecida como difusão em filme líquido descendente.



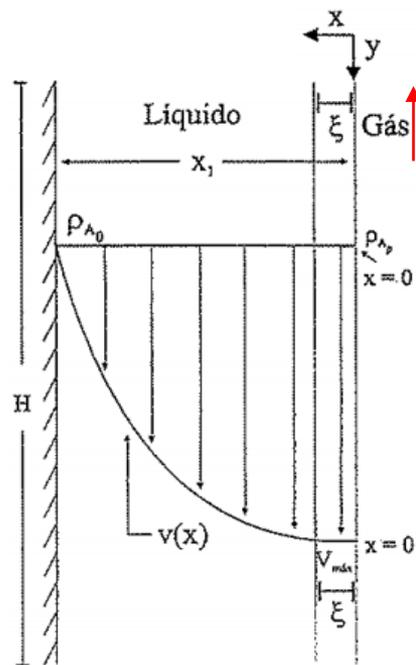
Vamos considerar o caso da Coluna Molhada, também conhecida como difusão em filme líquido descendente.



Vamos considerar o caso da Coluna Molhada, também conhecida como difusão em filme líquido descendente.



Vamos, agora, ver o modelo de coluna molhada (Figura abaixo) para separar um soluto de uma corrente gasosa. Para isso, essa mistura é posta em contato com uma película de líquido que escoar em regime laminar sobre uma placa vertical.



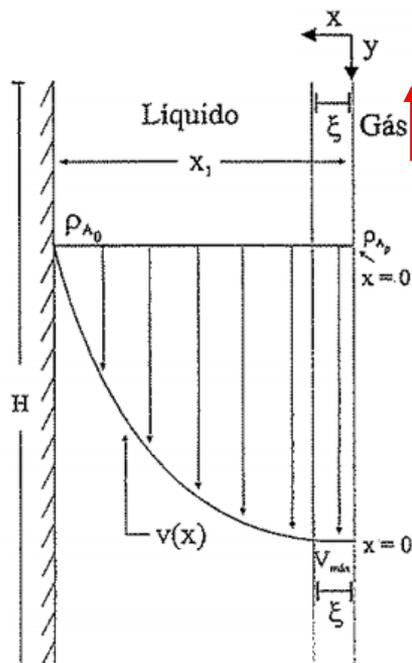
Vamos, agora, ver o modelo de coluna molhada (Figura abaixo) para separar um soluto de uma corrente gasosa. Para isso, essa mistura é posta em contato com uma película de líquido que escoar em regime laminar sobre uma placa vertical.

Neste caso, sabe-se:

$$\vec{V} = \vec{V}_{max} \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{x}{x_1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (6)$$

onde:

$$\vec{V}_{max} = \left( \frac{gx_1^2}{2\nu} \right)^{1/2} \quad (7)$$



Para o cálculo do fluxo mássico na interface gás/líquido, fazemos as seguintes hipóteses:

- Regime permanente;
- Fluxo mássico bidimensional;
- Sem reação química;
- O gás (A+C) e o líquido (A+B) são misturas binárias contendo A;
- O soluto (A) tem baixa solubilidade no líquido, portanto, ele penetra na fase líquida a uma pequena distância da interface:  $\xi \ll x_1$ ;

Em virtude disso, a velocidade em  $\xi$  é  $V_{\max}$ .



A Equação da continuidade em RP é

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{n}_A = 0 \quad (8)$$



A Equação da continuidade em RP é

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{n}_A = 0 \quad (8)$$

E, como temos fluxo bidimensional:

$$\frac{\partial n_{A,x}}{\partial x} + \frac{\partial n_{A,y}}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

A Equação da continuidade em RP é

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{n}_A = 0 \quad (8)$$

E, como temos fluxo bidimensional:

$$\frac{\partial n_{A,x}}{\partial x} + \frac{\partial n_{A,y}}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

Podemos calcular os fluxos com a Eq. de Fick Generalizada...



Na direção x:

$$\overline{n_{A,x}} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + w_A (\overline{n_{A,x}} + \overline{n_{B,x}}) \quad (10)$$



Na direção x:

$$\overrightarrow{n_{A,x}} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + w_A (\overrightarrow{n_{A,x}} + \overrightarrow{n_{B,x}}) \quad (10)$$

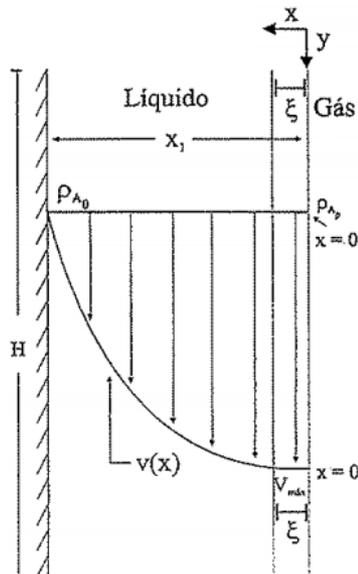
E, na direção y:

$$\overrightarrow{n_{A,y}} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} + w_A (\overrightarrow{n_{A,y}} + \overrightarrow{n_{B,y}}) \quad (11)$$

## Fluxo na direção y:

Considerando que não existe gradiente de concentração de A na direção y:

$$\vec{n}_{A,y} = -D_{AB} \frac{\partial p_A}{\partial y} + w_A (\vec{n}_{A,y} + \vec{n}_{B,y})$$



## Fluxo na direção y:

Considerando que não existe gradiente de concentração de A na direção y:

$$\vec{n}_{A,y} = -\cancel{D_{AB}} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} + w_A (\vec{n}_{A,y} + \vec{n}_{B,y})$$

Logo,

$$\vec{n}_{A,y} = w_A (\vec{n}_{A,y} + \vec{n}_{B,y}) = \rho_A \vec{V}_y \quad (12)$$



## Fluxo na direção $y$ :

Considerando que não existe gradiente de concentração de A na direção  $y$ :

$$\vec{n}_{A,y} = -\cancel{D_{AB}} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} + w_A (\vec{n}_{A,y} + \vec{n}_{B,y})$$

Logo,

$$\vec{n}_{A,y} = w_A (\vec{n}_{A,y} + \vec{n}_{B,y}) = \rho_A \vec{V}_y \quad (12)$$

Mas, considerando-se a última hipótese: o soluto tem baixa solubilidade no líquido, portanto, ele penetra na fase líquida a uma pequena distância da interface:  $\xi \ll x_1$ ; Em virtude disso, a velocidade em  $\xi$  é  $V_{\max}$ .



## Fluxo na direção y:

Considerando que não existe gradiente de concentração de A na direção y:

$$\vec{n}_{A,y} = -\cancel{D_{AB}} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} + w_A (\vec{n}_{A,y} + \vec{n}_{B,y})$$

Logo,

$$\vec{n}_{A,y} = w_A (\vec{n}_{A,y} + \vec{n}_{B,y}) = \rho_A \vec{V}_y \quad (12)$$

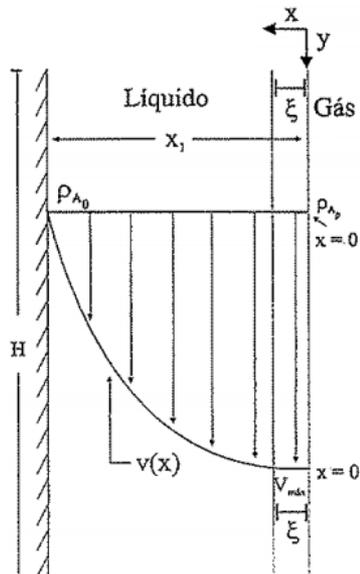
Mas, considerando-se a última hipótese:

$$\vec{n}_{A,y} = \rho_A \vec{V}_{max} \quad (13)$$

## Fluxo na direção x:

Como não existe movimento do fluido na direção x (ele apenas desce na coluna, na direção y):

$$\vec{n}_{A,x} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + w_A (\vec{n}_{A,x} + \vec{n}_{B,x})$$



## Fluxo na direção x:

Como não existe movimento do fluido na direção x (ele apenas desce na coluna, na direção y):

$$\overline{n}_{A,x} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + w_A (\overline{n}_{A,x} + \overline{n}_{B,x})$$

0

Ou seja,

$$\overline{n}_{A,x} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} \quad (14)$$



Da Eq. 9, temos:

$$\frac{\partial n_{A,y}}{\partial y} = - \frac{\partial n_{A,x}}{\partial x} \quad (15)$$



Da Eq. 9, temos:

$$\frac{\partial n_{A,y}}{\partial y} = - \frac{\partial n_{A,x}}{\partial x} \quad (15)$$

Logo, substituindo as Eqs. 13 e 14 na Eq 15, teremos:

$$\frac{\partial}{\partial y} (\rho_A \vec{V}_{max}) = \frac{\partial}{\partial x} (D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x}) \quad (16)$$

Da Eq. 9, temos:

$$\frac{\partial n_{A,y}}{\partial y} = - \frac{\partial n_{A,x}}{\partial x} \quad (15)$$

Logo, substituindo as Eqs. 13 e 14 na Eq 15, teremos:

$$\frac{\partial}{\partial y} (\rho_A \vec{V}_{max}) = \frac{\partial}{\partial x} (D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x}) \quad (16)$$

Como a **velocidade** e a difusividade são constantes,

$$\vec{V}_{max} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} = D_{AB} \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial x^2} \quad (17)$$

Que é similar à Eq. da Continuidade na 3ª Simplificação

Para a solução da Eq. 17, fazemos uma mudança de variável:

$$t^* = y/\vec{V}_{\max} \quad (18)$$

Portanto:

$$\vec{V}_{\max} dt^* = dy \quad (19)$$

Para a solução da Eq. 17, fazemos uma mudança de variável:

$$t^* = y/\vec{V}_{\max} \quad (18)$$

Portanto:

$$\vec{V}_{\max} dt^* = dy \quad (19)$$

Logo,

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t^*} = D_{AB} \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial x^2} \quad (20)$$

A Eq. 20 tem as seguintes condições de contorno:

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t^*} = D_{AB} \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial x^2}$$

CI:  $t^* = 0$  ( $y = 0$ )  $\rightarrow \rho_A = \rho_{A0}$

CC1: Em  $x = 0$  (na interface líquida)  $\rightarrow \rho_A = \rho_{As}$

CC2: Longe da interface,  $x \rightarrow \infty \rightarrow \rho_A = \rho_{A0}$



Adimensionalizando a Eq. 20, com:

$$\theta = \frac{\rho_A - \rho_{A0}}{\rho_{AS} - \rho_{A0}} \quad (21)$$



Adimensionalizando a Eq. 20, com:

$$\theta = \frac{\rho_A - \rho_{A0}}{\rho_{AS} - \rho_{A0}} \quad (21)$$

Temos,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} = D_{AB} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (22)$$



Adimensionalizando a Eq. 20, com:

$$\theta = \frac{\rho_A - \rho_{A0}}{\rho_{AS} - \rho_{A0}} \quad (21)$$

Temos,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} = D_{AB} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (22)$$

$$\text{Cl: } t^* = 0 (\rho_A = \rho_{A0}) \rightarrow \theta = 0$$



Adimensionalizando a Eq. 20, com:

$$\theta = \frac{\rho_A - \rho_{A0}}{\rho_{As} - \rho_{A0}} \quad (21)$$

Temos,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} = D_{AB} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (22)$$

$$\text{CI: } t^* = 0 (\rho_A = \rho_{A0}) \rightarrow \theta = 0$$

$$\text{CC1: Em } x = 0 (\rho_A = \rho_{As}) \rightarrow \theta = 1$$



Adimensionalizando a Eq. 20, com:

$$\theta = \frac{\rho_A - \rho_{A0}}{\rho_{As} - \rho_{A0}} \quad (21)$$

Temos,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} = D_{AB} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (22)$$

$$\text{CI: } t^* = 0 (\rho_A = \rho_{A0}) \rightarrow \theta = 0$$

$$\text{CC1: Em } x = 0 (\rho_A = \rho_{As}) \rightarrow \theta = 1$$

$$\text{CC2: Em } x \rightarrow \infty (\rho_A = \rho_{A0}) \rightarrow \theta = 0$$



Adimensionalizando a Eq. 20, com:

$$\theta = \frac{\rho_A - \rho_{A0}}{\rho_{As} - \rho_{A0}} \quad (21)$$

Temos,

$$\frac{\partial \theta}{\partial t^*} = D_{AB} \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \quad (22)$$

$$\text{CI: } t^* = 0 (\rho_A = \rho_{A0}) \rightarrow \theta = 0$$

$$\text{CC1: Em } x = 0 (\rho_A = \rho_{As}) \rightarrow \theta = 1$$

$$\text{CC2: Em } x \rightarrow \infty (\rho_A = \rho_{A0}) \rightarrow \theta = 0$$



Então, a solução da Eq. 22 é:

$$\theta = 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{4D_{AB}t^*}} \right) \quad (23)$$



Então, a solução da Eq. 22 é:

$$\theta = 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{4D_{AB}t^*}} \right) \quad (23)$$

Mas, com a Eq. 18, fica:

$$\frac{\rho_A - \rho_{A0}}{\rho_{AS} - \rho_{A0}} = 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{\sqrt{4D_{AB}y/V_{max}}} \right) \quad (24)$$



Agora, analisando o fluxo mássico na interface gás-líquido, para qualquer posição em  $y$ , teremos:

$$\overline{n_{A,x}} \Big|_{x=0} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (25)$$



Agora, analisando o fluxo mássico na interface gás-líquido, para qualquer posição em  $y$ , teremos:

$$\overline{n_{A,x}} \Big|_{x=0} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (25)$$

E, calculando o termo em derivada pela Eq. 24:

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial x} = -(\rho_{AS} - \rho_{A0}) \frac{\exp\left(-\frac{x^2 y}{4D_{AB}V_{max}}\right)}{\sqrt{\pi D_{AB} y / V_{max}}} \quad (26)$$



Agora, analisando o fluxo mássico na interface gás-líquido, para qualquer posição em  $y$ , teremos:

$$\overline{n_{A,x}} \Big|_{x=0} = -D_{AB} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} \Big|_{x=0} \quad (25)$$

E, calculando o termo em derivada pela Eq. 24:

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial x} = -(\rho_{AS} - \rho_{A0}) \frac{\exp\left(-\frac{x^2 y}{4D_{AB}V_{max}}\right)}{\sqrt{\pi D_{AB} y / V_{max}}} \quad (26)$$

Ou

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial x} \Big|_{x=0} = -(\rho_{AS} - \rho_{A0}) \frac{1}{\sqrt{\pi D_{AB} y / V_{max}}} \quad (27)$$

exp(0) ←

Então, substituindo a Eq. 27 na Eq. 25, temos:

$$\overrightarrow{n_{A,x}} \Big|_{x=0} = (\rho_{AS} - \rho_{A0}) \frac{D_{AB}}{\sqrt{\pi D_{AB} y / V_{max}}} \quad (28)$$



Então, substituindo a Eq. 27 na Eq. 25, temos:

$$\overline{n_{A,x}} \Big|_{x=0} = (\rho_{AS} - \rho_{A0}) \frac{D_{AB}}{\sqrt{\pi D_{AB} y / V_{max}}} \quad (28)$$

Rearranjando:

$$\overline{n_{A,x}} \Big|_{x=0} = (\rho_{AS} - \rho_{A0}) \frac{D_{AB}^{2/2}}{(\pi D_{AB} y / V_{max})^{1/2}} \quad (29)$$



Então, substituindo a Eq. 27 na Eq. 25, temos:

$$\overrightarrow{n_{A,x}} \Big|_{x=0} = (\rho_{AS} - \rho_{A0}) \frac{D_{AB}}{\sqrt{\pi D_{AB} y / V_{max}}} \quad (28)$$

Rearranjando:

$$\overrightarrow{n_{A,x}} \Big|_{x=0} = (\rho_{AS} - \rho_{A0}) \frac{D_{AB}^{2/2}}{(\pi D_{AB} y / V_{max})^{1/2}} \quad (29)$$

Logo,

$$\overrightarrow{n_{A,x}} \Big|_{x=0} = \sqrt{\frac{V_{max} D_{AB}}{\pi y}} (\rho_{AS} - \rho_{A0}) \quad (30)$$



Comparando a Eq. 30 com a 2  $[\vec{n}_{A,z} = k_m(\rho_{As} - \rho_{A\infty})]$ , e reconhecendo  $\rho_{A\infty} = \rho_{A0}$ , verificamos que:

$$k_{my} = \sqrt{\frac{V_{max} D_{AB}}{\pi y}} \quad (31)$$

Confirmando que o coeficiente de transferência de massa ( $k_m$ ) é influenciado pelo escoamento ( $\vec{V}_{max}$  e  $y$ ) e pela interação soluto/líquido ( $D_{AB}$ ).



## Capítulo 7 do Livro Texto\*\* (Cremasco):

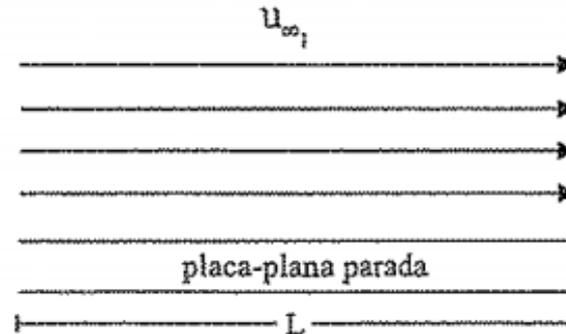
Agora, vamos ver muito rapidamente, subcapítulo 7.4...

Deem uma olhada nos subcapítulos 7.2 e 7.3.

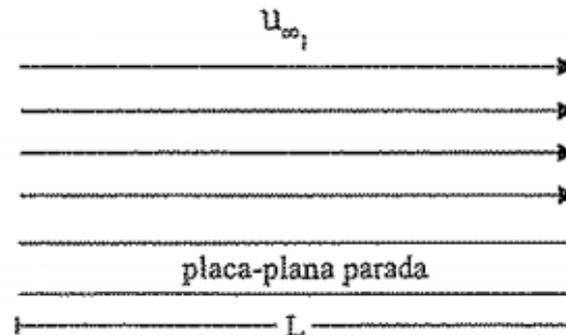
\*\* Disponível em  
<https://fdocumentos.tips/document/fundamentos-de-transferencia-de-massa-cremasco.html>

## IV. Análise do Escoamento

Vamos considerar que um fluido newtoniano escoe lentamente sobre uma placa plana horizontal. O escoamento pode ser representado com essa figura:



Vamos considerar que um fluido newtoniano escoe lentamente sobre uma placa plana horizontal. O escoamento pode ser representado com essa figura:

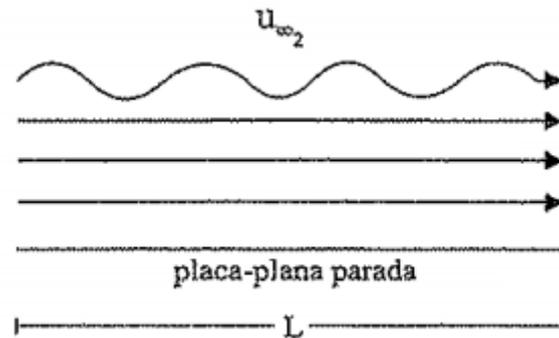


A transferência de QM ocorre por choques moleculares, sem modificar esse perfil de V.

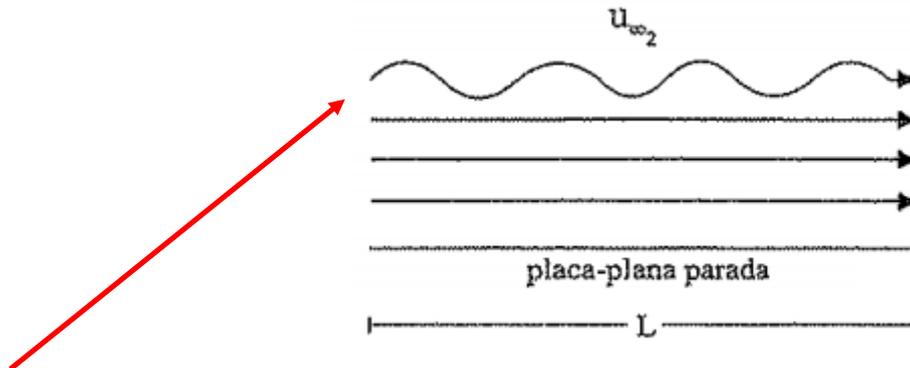


ESCOAMENTO LAMINAR

Aumentando a velocidade da corrente livre do fluido, o perfil de velocidade será alterado, conforme mostrado na figura:



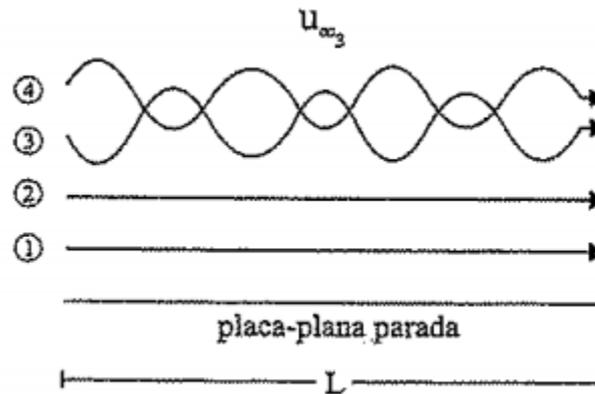
Aumentando a velocidade da corrente livre do fluido, o perfil de velocidade será alterado, conforme mostrado na figura:



A Lâmina mais distante se move com mais facilidade, mas a transferência de QM ainda ocorre em nível molecular, e o **Regime continua Laminar**, ou seja, o escoamento está abaixo do escoamento crítico.

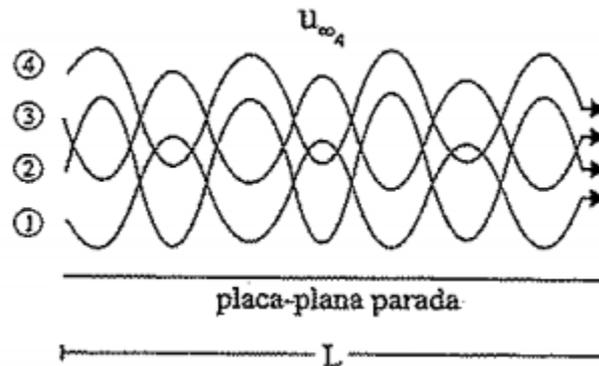


Aumentando a velocidade, ficando com  $Re_x$  entre  $5 \times 10^5$  e  $3 \times 10^6$ , chega-se no regime de transição entre o **Laminar** e o **Turbulento**:



Observamos mistura das camadas distantes.

E, aumentando ainda mais a velocidade, ou seja, para  $Re_x > 3 \times 10^6$ , teremos então, o **Regime Turbulento**:



Nesta situação, observamos a mistura completa das camadas do fluido.





REGIME  
LAMINAR



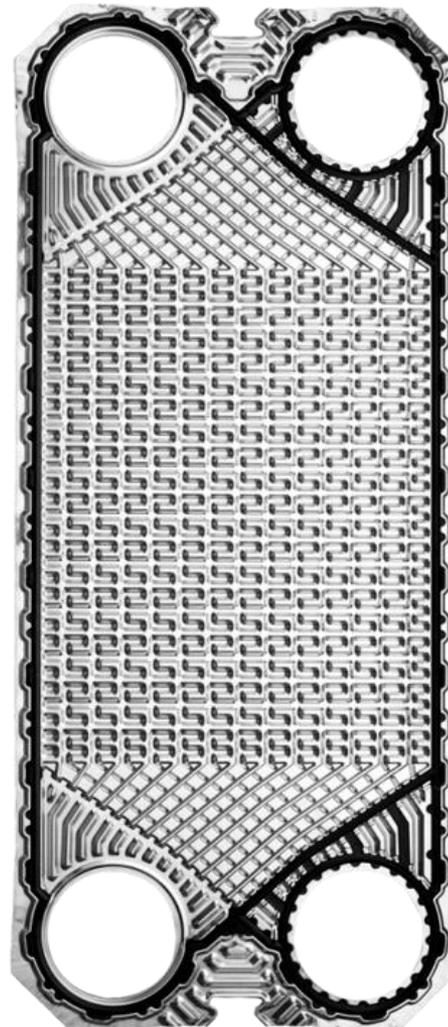
## REGIME TURBULENTO



TC de placas

$x = \text{pequeno}$

Fluido em regime laminar?



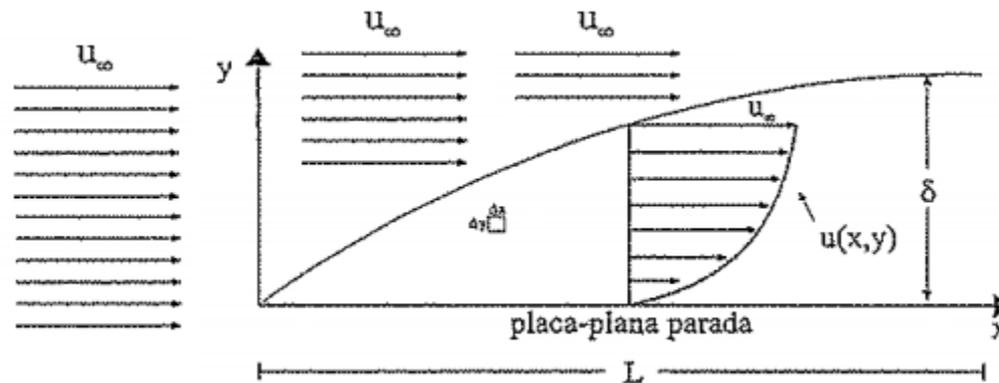
Placas tem  
promotores  
de turbulência



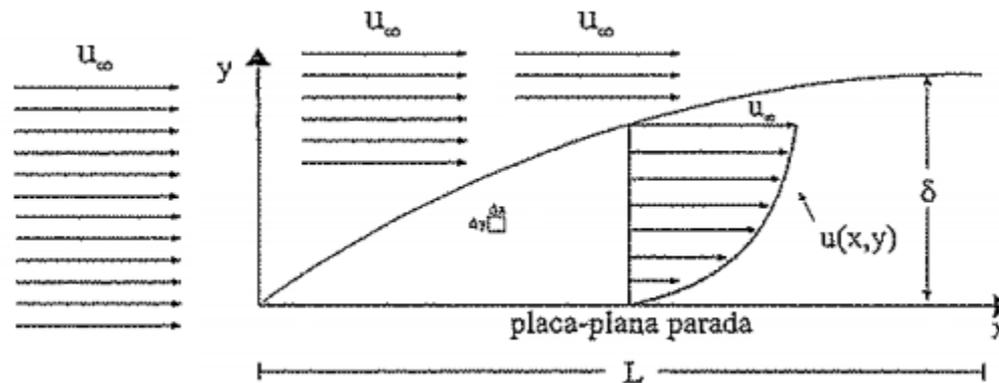
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

## V. Alguns detalhes sobre a camada limite

Ao entrar em contato com uma das extremidades de uma placa plana horizontal, a lâmina de fluido em contato com a superfície tem velocidade nula ( $\vec{V}=0$ ): **princípio de não deslizamento**:



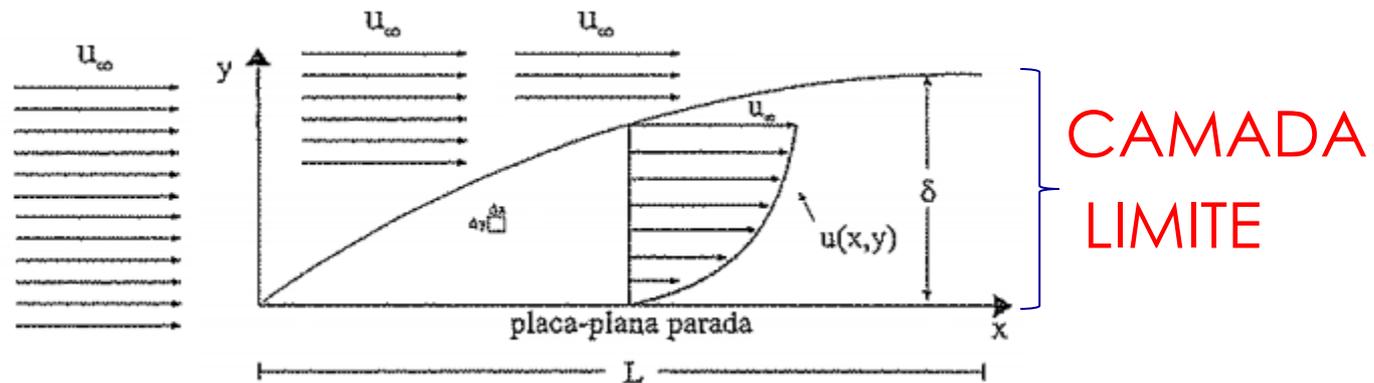
Ao entrar em contato com uma das extremidades de uma placa plana horizontal, a lâmina de fluido em contato com a superfície tem velocidade nula ( $\vec{V}=0$ ): **princípio de não deslizamento:**



As lâminas vizinhas são desaceleradas pela ação das forças viscosas.

$$Y = \delta \rightarrow \vec{V} = 0,99\vec{V}_\infty$$

Ao entrar em contato com uma das extremidades de uma placa plana horizontal, a lâmina de fluido em contato com a superfície tem velocidade nula ( $\vec{V}=0$ ): **princípio de não deslizamento:**



As lâminas vizinhas são desaceleradas pela ação das forças viscosas.

$$Y = \delta \rightarrow \vec{V} = 0,99\vec{V}_\infty$$

A modelagem da CL é semelhante ao feito anteriormente, a saber:

- a) escoamento bidimensional;
- b) Placa plana horizontal parada;
- c) Regime permanente;
- d) Fluido incompressível;
- e) Propriedades físicas constantes;
- f) Não há forças de campo.



Vejam as Eqs a partir da 7.43...

A Eq. 32 (7.84) é a **Equação de Blasius**, conhecida como a equação da camada limite:

$$f''' + \frac{1}{2} f f'' = 0 \quad (32)$$

Reparem que se trata de equação diferencial ordinária, não linear, de terceira ordem, com CCs:

$$\eta = 0 \rightarrow f = 0$$

$$\eta = 0 \rightarrow f' = 0$$

$$\eta = \infty \rightarrow f' = 1$$

Onde:  $\eta = y \left( \frac{V_\infty}{\nu x} \right)^{1/2} = \frac{y}{x} Re_x^{1/2} \quad (32, 7.71)$

Na sequência, aparecem no livro:

- Cálculo da tensão de cisalhamento na parede.
- Cálculo do coeficiente de atrito, onde aparece o conceito de **Coeficiente de atrito local**:

$$C_{fx} = \frac{0,664}{\sqrt{Re_x}} \quad (33, \quad 7.97)$$

E o **coeficiente de atrito médio**:

$$C_{fx} = \frac{1,33}{\sqrt{Re}} \quad (34, \quad 7.99)$$



---

**Boa semana e se cuidem!**

