

Exercícios de estudos para prova 2 (não vale nota, não é para entrega)

1. Seja $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ de posto n , $m > n$. Demonstre que as equações normais

$$A^T A \hat{x} = A^T \vec{b}, \quad (1)$$

que resolvem o método dos mínimos quadrados, são equivalentes ao uso da pseudoinversa de A , $A^+ \in \mathbb{R}^{n \times m}$, na forma

$$\hat{x} = A^+ \vec{b}. \quad (2)$$

Dica: parta de (1) e chegue em (2) utilizando a decomposição SVD de A e a definição $\Sigma^+ \Sigma = I_{n \times n}$.

2. Seja o conjunto de pontos

$$x_i = [0.00, 0.06, 0.14, 0.25, 0.31, 0.47, 0.60, 0.70]$$

$$y_i = [0.00, 0.08, 0.14, 0.20, 0.23, 0.25, 0.28, 0.29]$$

- (a) escreva o sistema de equações que representa o ajuste de uma função polinomial de grau 2 ao conjunto de pontos (matriz de Vandermonde)
- (b) esse sistema é sub ou superdeterminado?
- (c) o sistema de equações normais possui solução única?
- (d) utilize o Matlab/Octave para encontrar a solução do problema.
3. No triatlo, o atleta que ficou em primeiro lugar (A1) e o que ficou em segundo lugar (A2) gastou os seguintes tempos em cada uma das provas:

	natação	bicicleta	corrida	tempo total	colocação final
A1	3	3	2	8	1
A2	5	1	3	9	2

Para descobrir qual das 3 provas teve um impacto mais significativo na colocação final entre esses dois atletas, podemos resolver um problema dos mínimos quadrados.

- (a) escreva o sistema de equações na forma matricial que representa a solução desse problema.
- (b) esse sistema é sub ou superdeterminado?
- (c) o sistema de equações normais desse problema possui solução única (sim ou não)?
- (d) qual critério é utilizado para escolher uma dentre as infinitas soluções do sistema, quando a pseudoinversa é utilizada?
- (e) resolva o sistema utilizando o método da pseudoinversa.