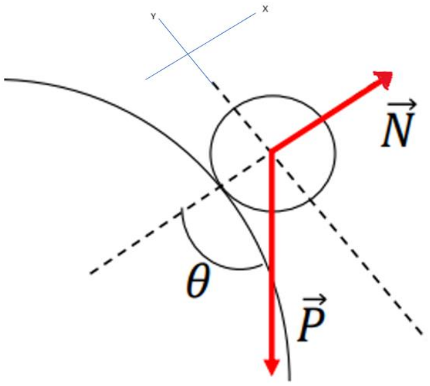
Resolução

A) Esquemas necessários para interpretar sua dedução: Diagrama de Corpo Livre do corpo (esfera maciça, esfera oca ou cilindro) no ponto em que descola da superfície esférica ou da superfície cilíndrica:



B) Determinação do ângulo entre a vertical que passa pelo centro de massa da superfície esférica ou superfície cilíndrica, e o raio que passa pelo ponto onde a esfera maciça, esfera oca ou cilindro perde contato com a superfície:

Considerando que não há perdas de energia por atrito,

$E\text{mec}, i = E\text{mec}, f$ **(1)**

O corpo (esfera maciça, esfera oca ou cilindro) é solto da altura **2R**. Se a origem do sistema de referência for colocada na base da superfície (esférica ou cilíndrica), a energia inicial é só energia potencial,

$E\text{mec}, i = mg.(2R + r)$ **(2)**

Escolhendo um sistema de referencia tangente à superfície (esférica ou cilíndrica) no ponto em que o corpo (esfera maciça, esfera oca ou cilindro) descola da superfície, e analisando as forças que atuam nela,

$\vec{P} + \vec{N} = m.\vec{a}$ **(3)**

Na projeção y dessa soma, no limite de perda de contato com a superfície esférica ou cilíndrica, $\vec{N} = \vec{0}$, portanto, de **(3)**, temos:

$$-m.g.\cos\theta = -m.a_{cp}$$
$$g.\cos\theta = a_{cp}$$

Mas, $a_{cp} = \frac{v^2}{R+r}$ **(4)**

Logo, $v^2 = R + r.\, g.\, cos\, \theta$ **(5)**

A energia, no ponto de perda de contato com a superfície esférica ou cilíndrica, é a soma da energia cinética mais a energia potencial, assim:

$$Emec,\, f = m.\, g.\, (R + (R + r).\, cos\, \theta) + \frac{1}{2}\, .\, m.\, v^2 + \frac{1}{2}\, .\, I\, (corpo).\, \omega^2 \quad (6)$$

Sendo I do corpo, o momento de inércia:

- Esfera maciça = $\frac{2}{5}$ m. r² **(7)**
- Esfera oca = $\frac{2}{3}$ m. r² **(8)**
- Cilindro = $\frac{1}{2}$ m. r² **(9)**

Substituindo **(7)**, **(8)** ou **(9),** dependendo do momento de inércia do corpo e **(4)** em **(6)**, temos:

$$Emec,\, f = m.\, g.\, (R + (R + r).\, cos\, \theta) + \frac{1}{2}\, .\, m.\, v^2 + \frac{1}{2}.\, I.\, \frac{v^2}{r^2} \quad (10)$$

Igualando **(2)** e **(10)**, e substituindo **(5)**, temos:

Situação 1(esfera maciça): I = $\frac{2}{5}$. m. r²:

$$Emec,\, i = Emec,\, f$$

$$mg\ 2R + r = m.\, g.\, (R + (R + r).\, cos\, \theta) + \frac{1}{2}\, .\, m.\, v^2 + \frac{1}{2}.\, I.\, \frac{v^2}{r^2}$$

$$mg.\, (2R + r) = m.\, g.\, (R + (R + r).\, cos\, \theta) + \frac{1}{2}\, .\, m.\, (R + r.\, g.\, cos\, \theta) + \frac{1}{2}.\, \frac{2}{5}.\, m.\, r^2.\, (\frac{R+r.g.cos\,\theta}{r^2})$$

$$cos\, \theta = \frac{10}{17} \qquad \theta = (cos^{-1})\, \frac{10}{17} = 54°$$

Situação 2(esfera oca): I = $\frac{2}{3}$. m. r²:

$$Emec,\, i = Emec,\, f$$

$$mg.\, (2R + r) = m.\, g.\, (R + (R + r).\, cos\, \theta) + \frac{1}{2}\, .\, m.\, v^2 + \frac{1}{2}.\, I.\, \frac{v^2}{r^2}$$

$$mg.\, (2R + r) = m.\, g.\, (R + (R + r).\, cos\, \theta) + \frac{1}{2}\, .\, m.\, (R + r.\, g.\, cos\, \theta) + \frac{1}{2}.\frac{2}{3}.\, m.\, r^2.\, (\frac{R+r.g.cos\,\theta}{r^2})$$

$\cos\theta = \frac{6}{11}$ $\theta = (\cos^{-1})\frac{6}{11} = 57°$

Situação 3(cilindro): $I = \frac{1}{2}.\ m.\ r^2$:

$Emec, i = Emec, f$

$mg.(2R + r) = m.\ g.\ (R + (R + r).\cos\theta) + \frac{1}{2}.\ m.\ v^2 + \frac{1}{2}.\ I.\ \frac{v^2}{r^2}$

$mg.(2R + r) = m.\ g.\ (R + (R + r).\cos\theta) + \frac{1}{2}.\ m.\ (R + r.g.\cos\theta) + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\ m.\ r^2.\ (\frac{R+r.g.\cos\theta}{r^2})$

$\cos\theta = \frac{4}{7}$ $\theta = (\cos^{-1})\frac{4}{7} = 55°$

C) Sim, pois comparando as 3 situações, dependendo de cada corpo, o resultado é diferente, pois **quanto maior for o momento de inércia de um corpo, mais difícil será girá-lo ou alterar sua rotação**. Assim temos:

$I_{esf.oca} < I_{cil.} < I_{esf.mac.}$

e

$\theta_{esf.oca} > \theta_{cil.} > \theta_{esf.mac.}$

Principais erros cometidos nas resoluções do problema

- Não definir um referencial;
- Não fazer o diagrama de corpo livre;
- Não colocar as forças no diagrama de corpo livre;
- Não usar a 2° Lei de Newton para a translação;
- Não levar em consideração o raio do corpo rígido menor nos cálculos;
- Não relacionar a conservação da Energia Mecânica à dedução feita a partir do diagrama de corpo livre;
- Não justificar o item c de acordo com o que foi pedido, relacionando o momento de inércia e o ângulo encontrado.