
Exercícios de estudos para prova 2 (não vale nota, não é para entrega)

1. Responda os seguintes itens:

- (a) Qual a equação que define autovalor/autovetor?
- (b) Quantos autovalores/autovetores uma matriz qualquer pode ter?
- (c) Se \vec{v} é autovetor de A , o que podemos dizer sobre $c\vec{v}$, para $c \neq 0$?
- (d) Qual a relação entre os autovalores de A e os autovalores de $A - cI$? Demonstre usando o item (a).
- (e) Qual a relação entre os autovalores de A e os autovalores de A^{-1} ? Demonstre usando o item (a).
- (f) Qual a relação entre os autovetores de A e os autovetores de $A - cI$? Demonstre usando o item (a).
- (g) Qual a relação entre os autovetores de A e os autovetores de A^{-1} ? Demonstre usando o item (a).
- (h) Para qual autovalor o método da potência converge?
- (i) Para qual autovalor o método da potência inversa converge?
- (j) Para qual autovalor o método da potência deslocada converge?
- (k) O que pode levar à falha do método da potência?
- (l) O que significa uma matriz ser diagonalizável, em relação aos seus autovetores?
- (m) Qualquer matriz é diagonalizável?
- (n) O que significa duas matrizes serem similares?
- (o) Qual a relação entre os autovalores/autovetores de duas matrizes similares?
- (p) O que é a decomposição de Schur?

2. Sobre a decomposição SVD, onde $A = U\Sigma V^T$, responda

- (a) qual propriedade das matrizes $A^T A$ e AA^T é relevante no cálculo da decomposição SVD? Demonstre essa propriedade para o caso de uma matriz $A \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ genérica.
- (b) demonstre a relação entre $A^T A$ e as matrizes da decomposição SVD
- (c) demonstre a relação entre AA^T e as matrizes da decomposição SVD
- (d) qual a relação entre os vetores coluna de U e V e as matrizes $A^T A$ e AA^T ?
- (e) qual a relação entre os autovalores de $A^T A$ e AA^T e a matriz Σ ?
- (f) qual a relação entre a matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ de posto k e as k matrizes $\sigma_i \vec{u}_i \vec{v}_i^T$?
- (g) qual é o posto de cada uma das k matrizes $\sigma_i \vec{u}_i \vec{v}_i^T$?

3. **Exemplo 6.9** do Quarteroni (arquivo lena.jpg em anexo).