Física 2 – Ciências Moleculares

Caetano R. Miranda

AULA 18 – 17/04/2024

crmiranda@usp.br

Cronograma

11/03	7	Hidrodinâmica	13/03	8	Hidrodinâmica	14/03	9	DEMO 3 - Hidrodinamica II	
18/03	10	Hidrodinâmica	20/03		SEM AULA - FEBRACE	21/03	11	PROVA 1	ENTREGA 1 (24/03)
25/03		SEMANA SANTA	27/03			28/03			
01/04	12	DEMO 4 - Corda vibrante / Molas / Ondulatória	03/04	13	Correção - PROVA	04/04	14	Projetos - Passo 1	
08/04		SEM AULA - MOLECULARIO	10/04	15	Oscilações I	11/04	16	Oscilações II	
15/04	17	DEMO 4b4 - Oscilacoes A & F - Corda vibrante	17/04	18	Oscilações - amortecidas e forçadas	18/04	19	Projetos Passo 2 - Exercicios - Oscilacoes A & F	
22/04	20	Ondas	24/04	21	Ondas	25/04	22	Som	ENTREGA 2 (28/04)
29/04	23	DEMO 5 - Barulhinho bom	01/05		SEM AULA - DIA DO TRABALHO	02/05	25	PROVA 2	
06/05	26	DEMO 6 - Fenômenos Térmicos	08/05	27	Temperatura	09/05	28	Correção - Prova / Projetos - Passo 3	
13/05	29	Primeira Lei	15/05	30	Primeira Lei	16/05	31	DEMO 7 - Experimentos Gases	
20/05	32	Gases	22/05	33	Gases	23/05	34	DEMO 8 - Máquinas térmicas - Projetos Passo 4	
27/05		SEMANA - CORPOS CHRISTI	29/05			30/05			ENTREGA 3a (02/06)
03/06	35	Segunda Lei	05/06	36	Segunda Lei	06/06	37	DEMO 9 - Cinética & Mecânica Estatística	
10/06	38	Cinética dos gases	12/06	39	Cinética dos gases	13/06	40	Mecânica Estatística	ENTREGA 3b (16/06)
17/06	41	Projetos	19/06	42	Projetos	20/06	43	Projetos	
24/06	44	PROJETOS - APRESENTAÇÃO	26/06	45	PROVA SUB	27/06	46	VISTA FINAL	

Movimento harmônico simples

- Quando a força restauradora é diretamente proporcional ao deslocamento da posição de equilíbrio, a oscilação denomina-se movimento harmônico simples, abreviado por MHS.
- A aceleração $a_x = d^2x/dt^2 = F_x/m$ de um corpo que executa um MHS é dada por:

Componente x da aceleração

Constante de força da força restauradora

Equação para o movimento harmônico simples

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Deslocamento

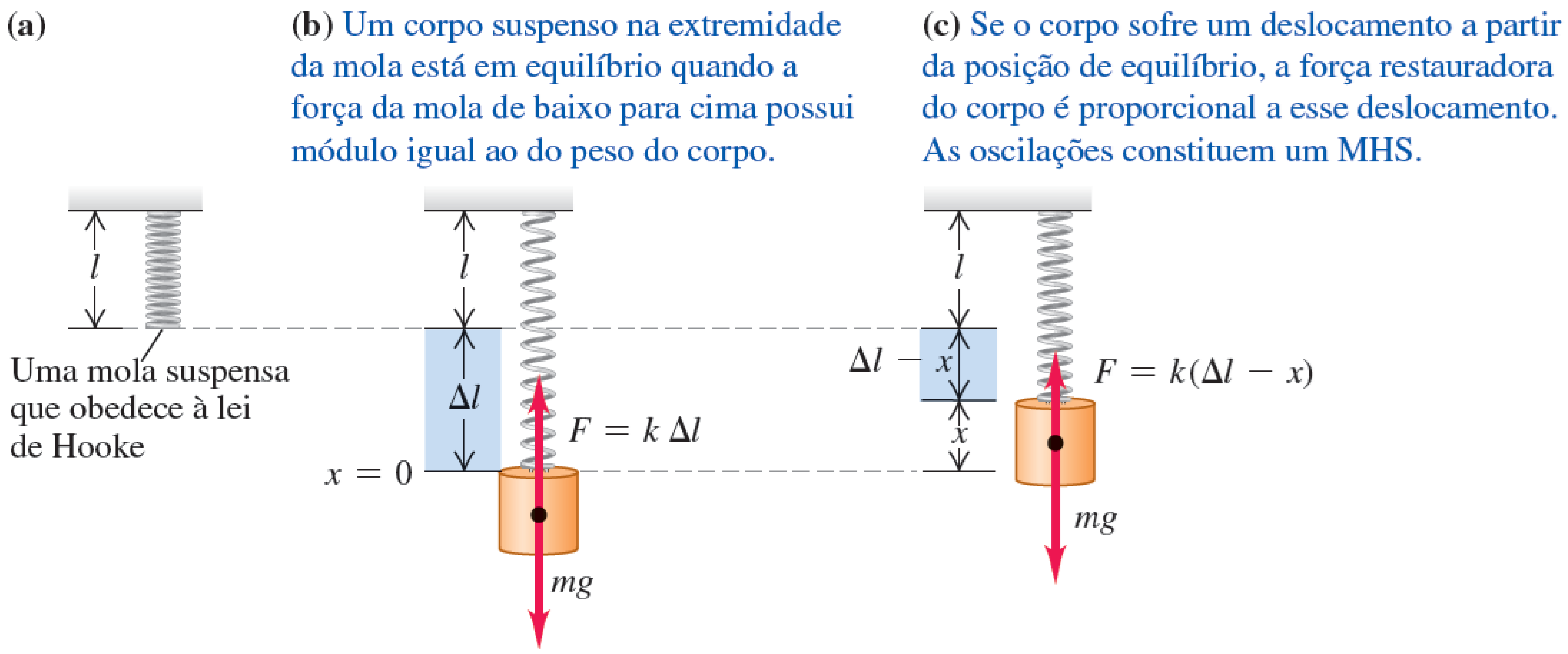
Segunda derivada do deslocamento

Massa do objeto

Aplicações do movimento harmônico simples

MHS na direção vertical

- Um corpo preso na extremidade de uma mola suspensa:

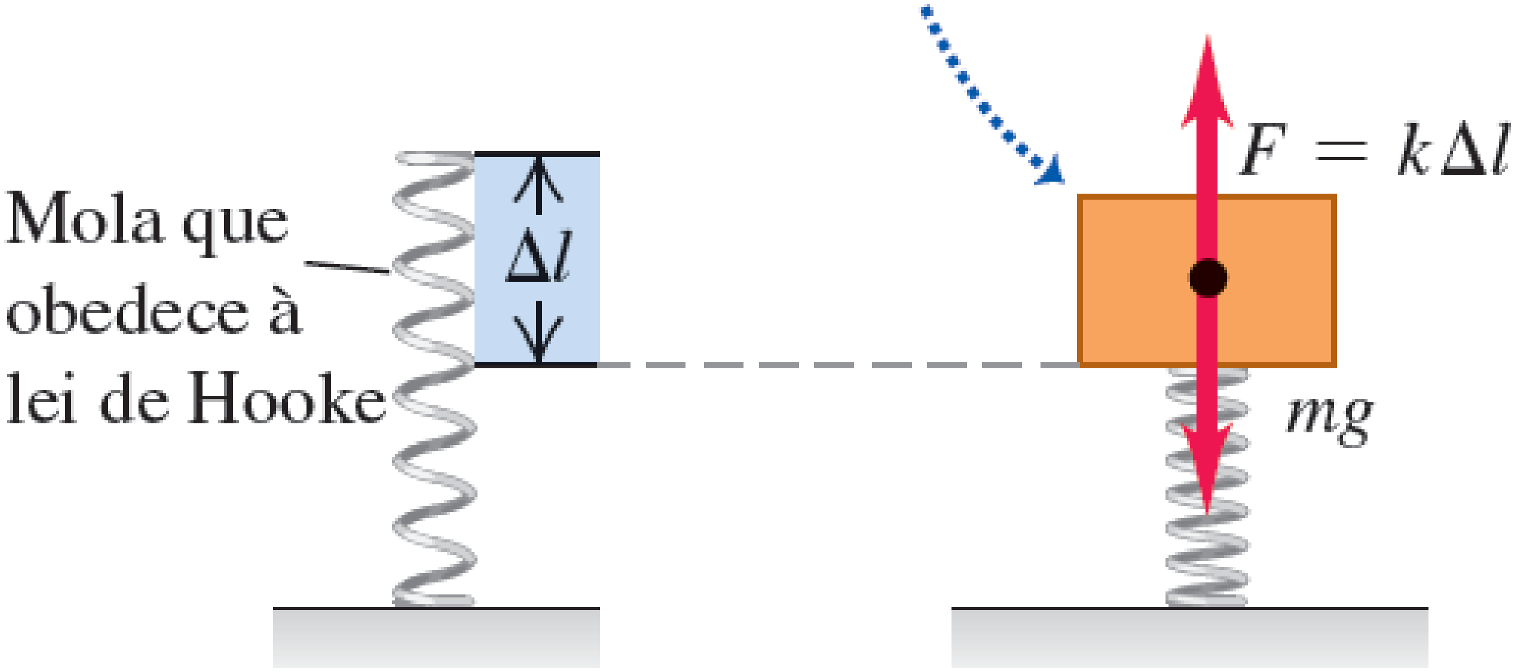


Aplicações do movimento harmônico simples

MHS na direção vertical

- Quando um corpo com peso mg é colocado verticalmente sobre uma mola:

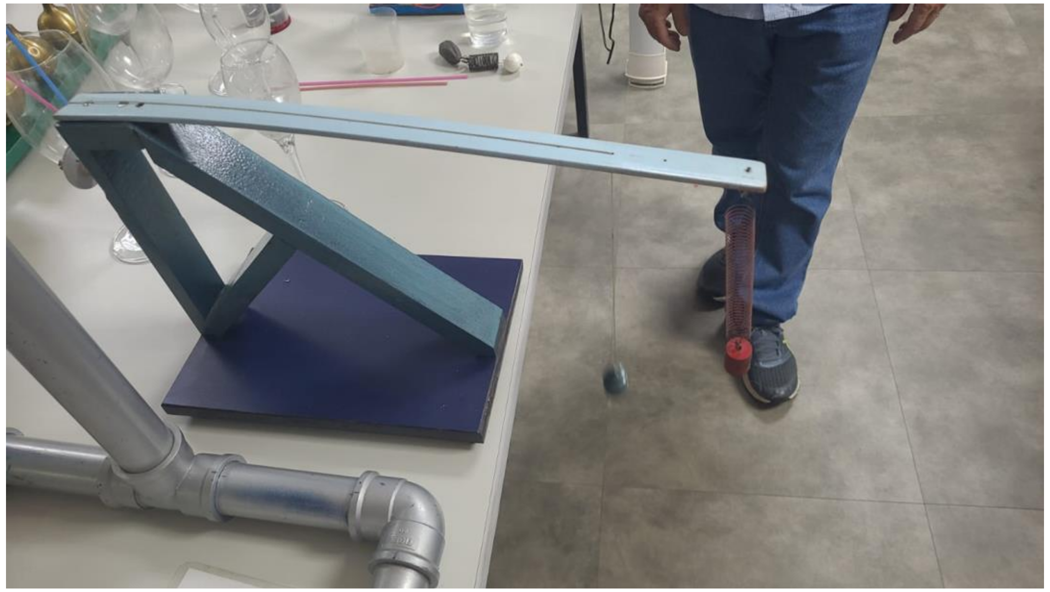
Um corpo é colocado sobre a mola. Ele está em equilíbrio quando a força de baixo para cima exercida pela mola comprimida for igual ao peso do corpo.



Experimento computacional

[Masses and Springs (colorado.edu)]

Oscilação forçada



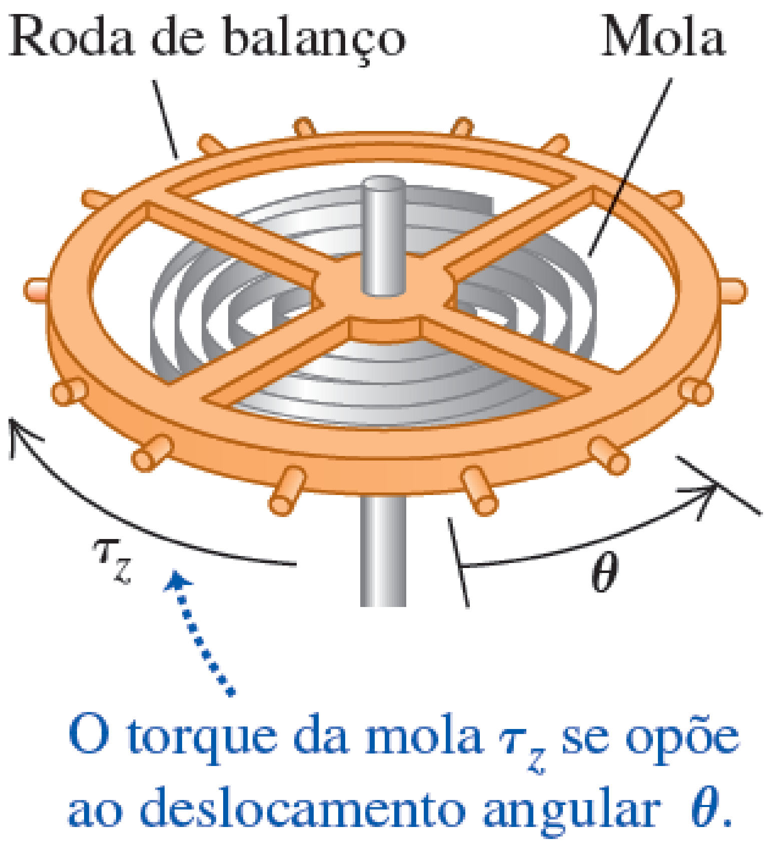
- Em sala, foi visto oscilações normais, em que tínhamos apenas um pêndulo simples ou apenas um sistema massa mola. Mas o que ocorre se tomarmos, por exemplo, o sistema massa-mola e adicionarmos uma perturbação: uma força, por exemplo? Chamamos esse tipo de situação de oscilação forçada.

- Sabendo que o fio do pêndulo tem comprimento ajustável, calcule e preveja qual o tamanho do fio que é necessário para que o sistema entre em ressonância (a oscilação do pêndulo tenha a mesma frequência que a oscilação do massa-mola).

Aplicações do movimento harmônico simples

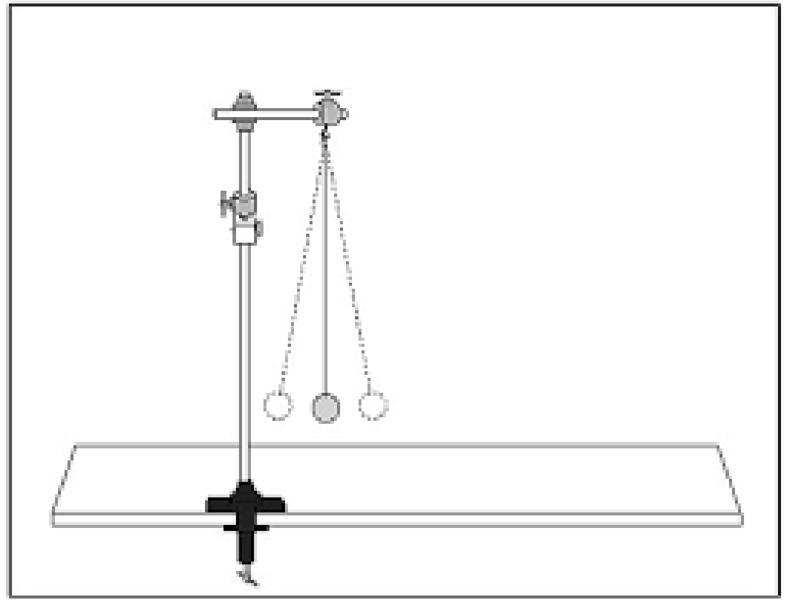
MHS angular

- A roda de balanço de um relógio mecânico. A mola helicoidal exerce um torque restaurador proporcional ao deslocamento angular θ. Logo, o movimento é um MHS:

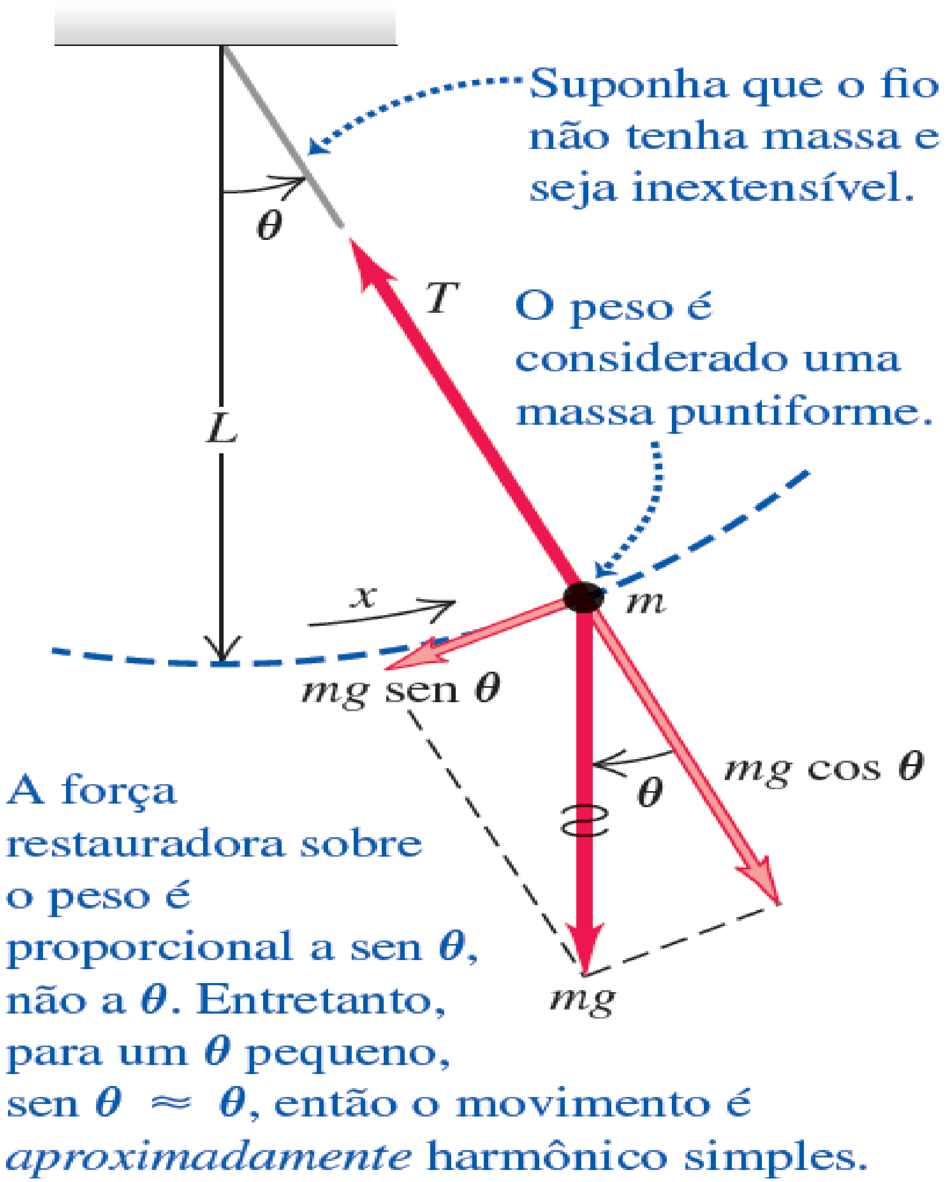


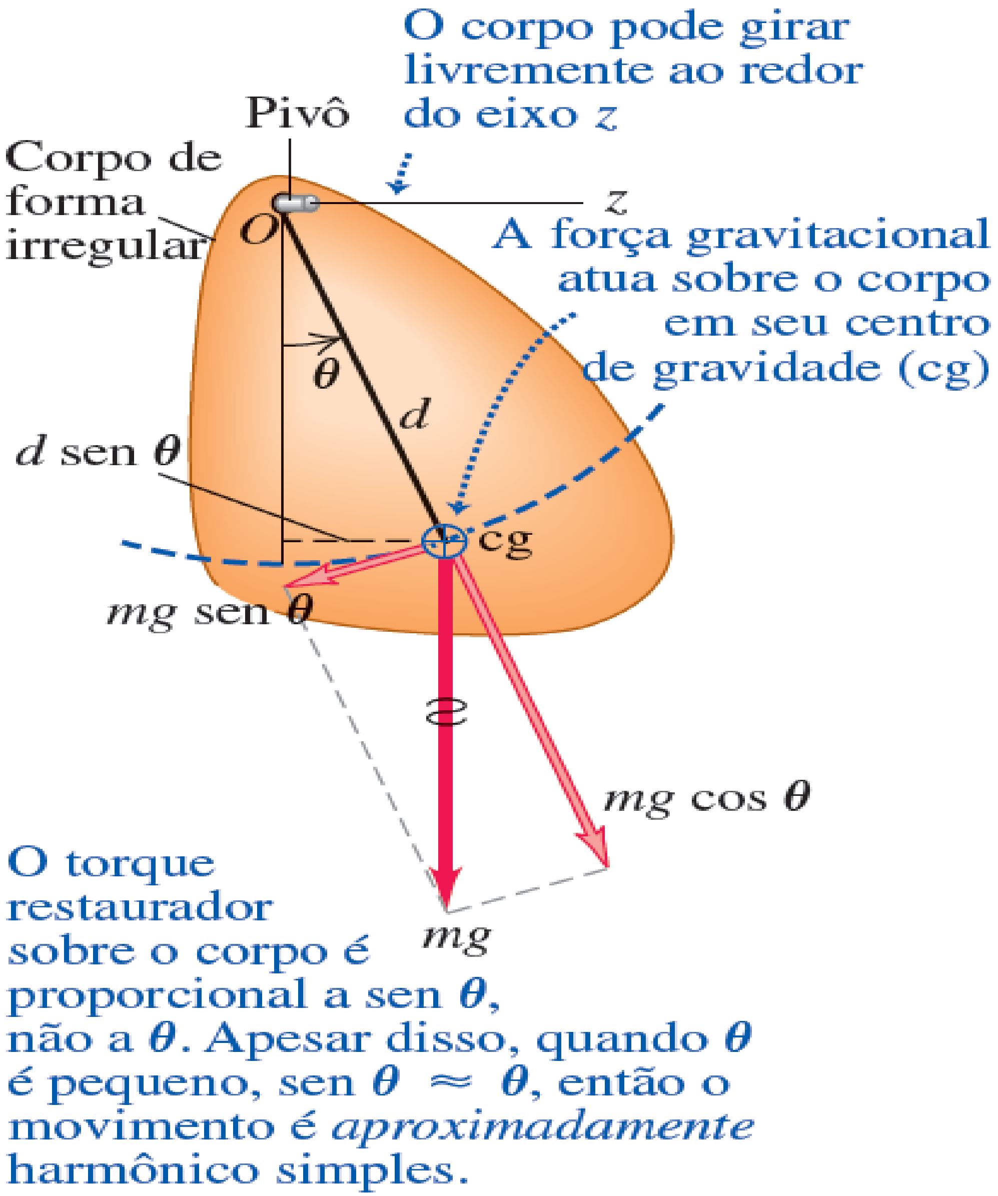
O pêndulo simples

- Um **pêndulo simples** é um modelo idealizado constituído por um corpo puntiforme suspenso por um fio inextensível de massa desprezível.
- Quando esse corpo é puxado lateralmente a partir de sua posição de equilíbrio e a seguir liberado, ele oscila em torno da posição de equilíbrio.



Pêndulo ideal simples





Experimento computacional

[Pendulum Lab (colorado.edu)]

Pêndulo de Wilberforce

- Como a energia é transferida da oscilação vertical para a angular ?
- Como evitar a transferência de energia ?
- Qual a relação entre o pêndulo de Wilberforce e a sua máquina de lavar ?
- Como encontrar as duas frequências naturais ?

[e-Aulas da USP :: Oscilações e Ondas - Tema 4 - Osciladores...]

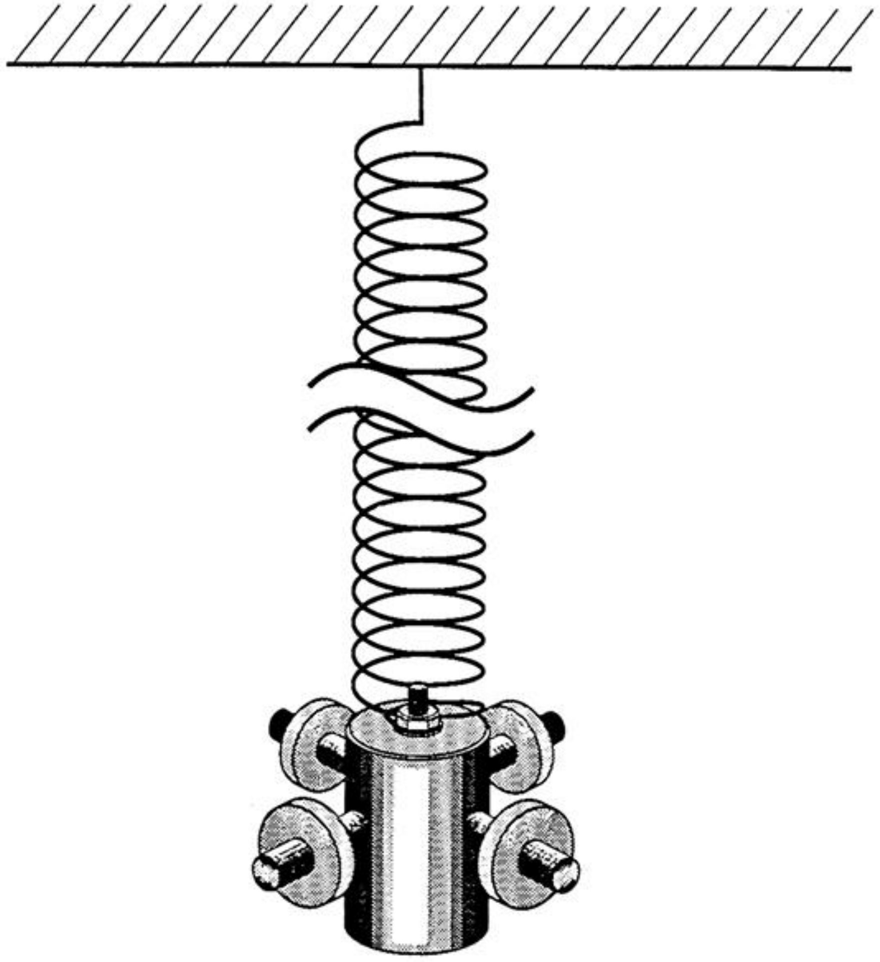


Fig. 1. Sketch of our Wilberforce pendulum. The actual length of the spring is almost 2 m.

$$m\ddot{z} + kz + \tfrac{1}{2}\epsilon\theta = 0$$

and

$$I\ddot{\theta} + \delta\theta + \tfrac{1}{2}\epsilon z = 0,$$

Solução

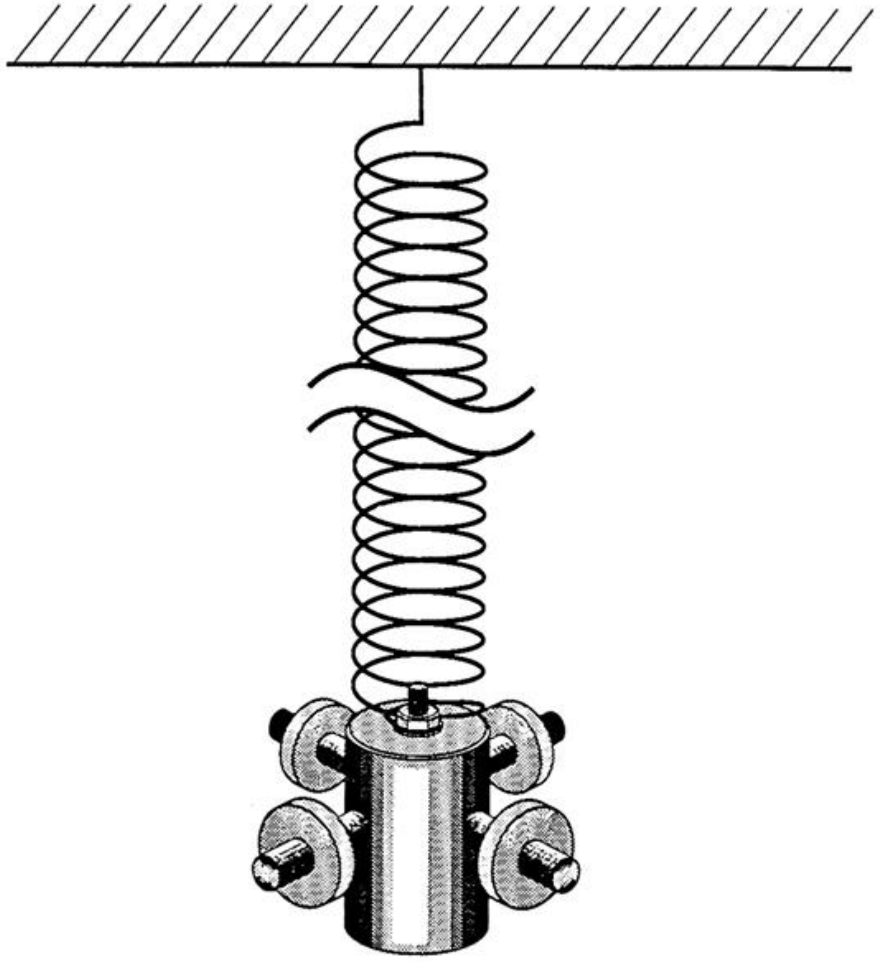


Fig. 1. Sketch of our Wilberforce pendulum. The actual length of the spring is almost 2 m.

$\omega_z^2 = k/m$ and $\omega_\theta^2 = \delta/I$,

$$\frac{d^4\theta}{dt^4} + (\omega_z^2 + \omega_\theta^2)\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\omega_z^2\omega_\theta^2 - \frac{\epsilon^2}{4mI}\right)\theta = 0, \qquad (4)$$

where an equation of the same form exists for z.

Assuming a solution of the form

$$\theta(t) = Ae^{i\omega t}, \qquad (5)$$

and inserting this into (4), we obtain a quartic equation,

$$\omega^4 - (\omega_z^2 + \omega_\theta^2)\omega^2 + (\omega_z^2\omega_\theta^2 - \epsilon^2/4mI) = 0, \qquad (6)$$

which can be solved to determine the frequencies of the normal modes,

$$\omega^2 = \tfrac{1}{2}\{\omega_\theta^2 + \omega_z^2 \pm [(\omega_\theta^2 - \omega_z^2)^2 + \epsilon^2/mI]^{1/2}\}. \qquad (7)$$

The frequencies of the two normal modes are then

$$\omega_1^2 = \tfrac{1}{2}\{\omega_\theta^2 + \omega_z^2 + [(\omega_\theta^2 - \omega_z^2)^2 + \epsilon^2/mI]^{1/2}\}$$
$$= \omega^2 + (\epsilon^2/4mI)^{1/2}, \qquad (8)$$

and

$$\omega_2^2 = \tfrac{1}{2}\{\omega_\theta^2 + \omega_z^2 - [(\omega_\theta^2 - \omega_z^2)^2 + \epsilon^2/mI]^{1/2}\}$$
$$= \omega^2 - (\epsilon^2/4mI)^{1/2}, \qquad (9)$$

Solução

$$f_T = \sqrt{\frac{k}{m}} \approx \sqrt{\frac{\kappa}{I}} = f_R$$

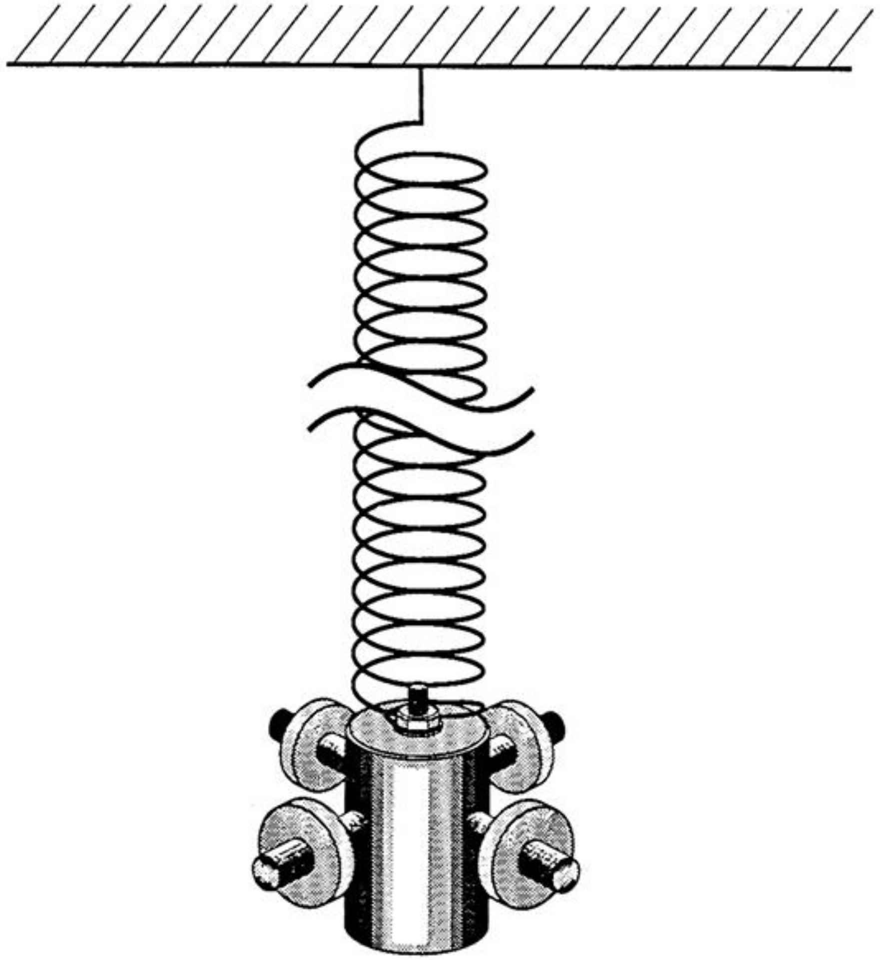


Fig. 1. Sketch of our Wilberforce pendulum. The actual length of the spring is almost 2 m.

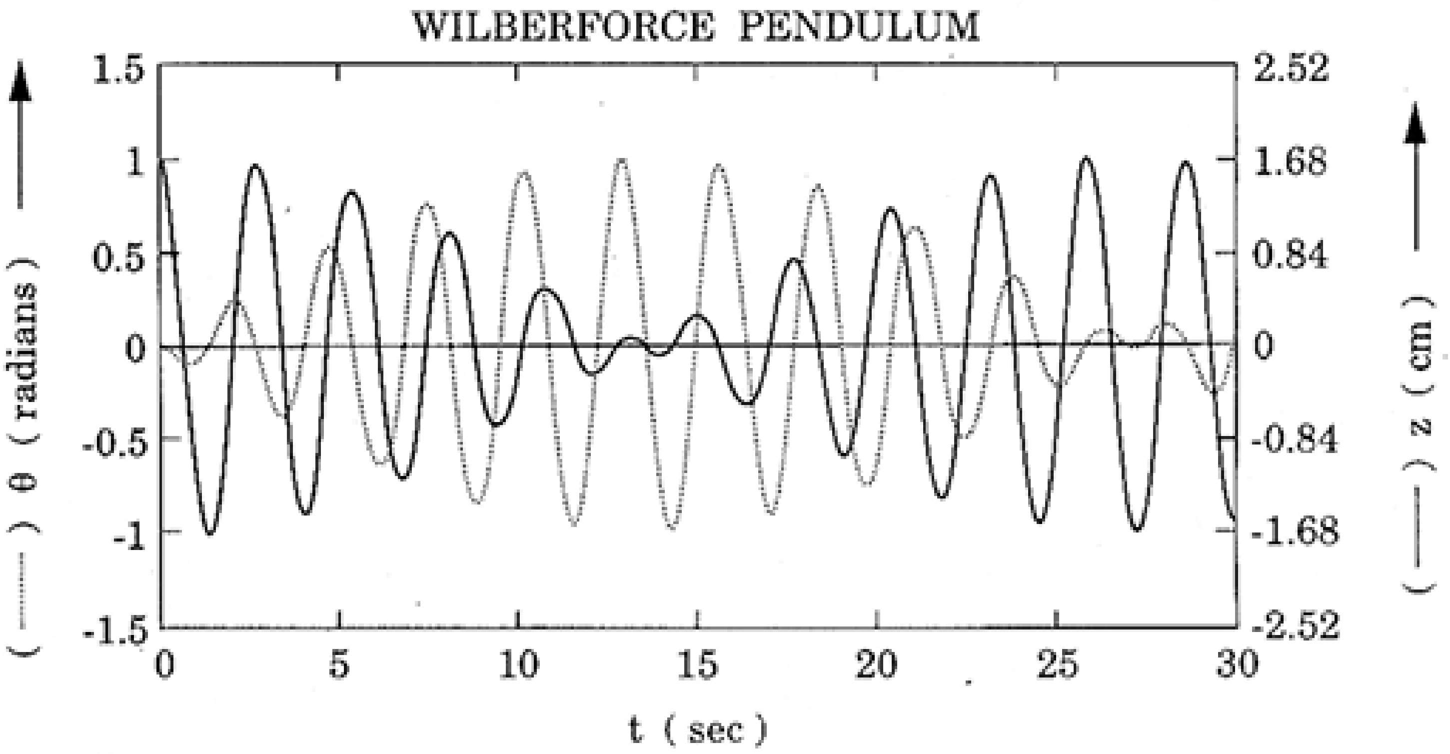


Fig. 2. Coordinates z and θ as a function of time for our Wilberforce pendulum, when the pendulum is started in the longitudinal mode by lifting the bob straight up and releasing it from rest.

Oscilações amortecidas

- Um **sino** balançando por si só acaba parando de oscilar em virtude das forças amortecedoras (resistência do ar e atrito no ponto de suspensão):

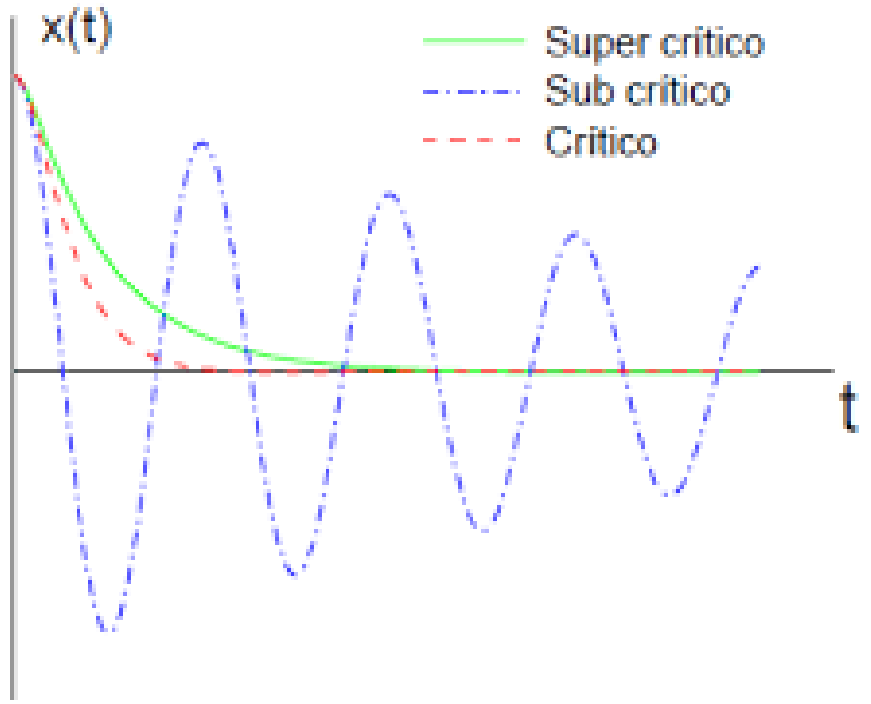
Oscilações amortecidas

- E se, ao invés de aplicarmos uma força que induza a um estímulo da oscilação, provoquemos uma perturbação que leve ao freamento da oscilação? Nesse caso, temos a situação de oscilação amortecida. Sendo mais um caso de oscilação que difere da comumente usada oscilação harmônica simples.
- Temos diferentes tipos de amortecimento:

1. **Amortecimento subcrítico**: ainda temos oscilações. O sistema ainda se movimenta ao redor do ponto de equilíbrio, mas a amplitude de oscilação diminui a cada oscilação.
2. **Amortecimento crítico:** o sistema é tirado do equilíbrio e retorna para o ponto de equilíbrio, sendo frenado até chegar em x = 0 (ponto de equilíbrio).
3. **Amortecimento supercrítico:** situação semelhante à do crítico, mas com maior intensidade, a massa demora mais tempo até chegar ao ponto de equilíbrio. Ou seja, a frenagem é maior.

Oscilações amortecidas

- Sabendo disso, para cada tipo de oscilação amortecida, dê exemplo de um fluido que possam levar a esse tipo de oscilação.
-
- Em nosso experimento em questão, é possível calcular propriedades do fluido em questão sabendo as variáveis do sistema massa-mola?



Oscilações amortecidas

- Quando a força de amortecimento é relativamente pequena, o movimento é descrito por:

Deslocamento do oscilador com pequeno amortecimento

Amplitude inicial

Constante de amortecimento

Massa

Tempo

$$x = Ae^{-(b/2m)t}\cos(\omega' t + \phi)$$

Frequência angular das oscilações amortecidas

Ângulo de fase

- A frequência angular dessas oscilações amortecidas é dada por:

Frequência angular do oscilador com pequeno amortecimento

Constante de força da força restauradora

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}$$

Constante de amortecimento

Massa

Oscilações forçadas e ressonância

- Quando aplicamos uma força propulsora variando periodicamente com uma frequência angular ϖ_d a um oscilador harmônico amortecido, o movimento resultante é uma **oscilação forçada** ou uma oscilação com **força propulsora**.

Valor máximo da força propulsora

Amplitude de um oscilador forçado

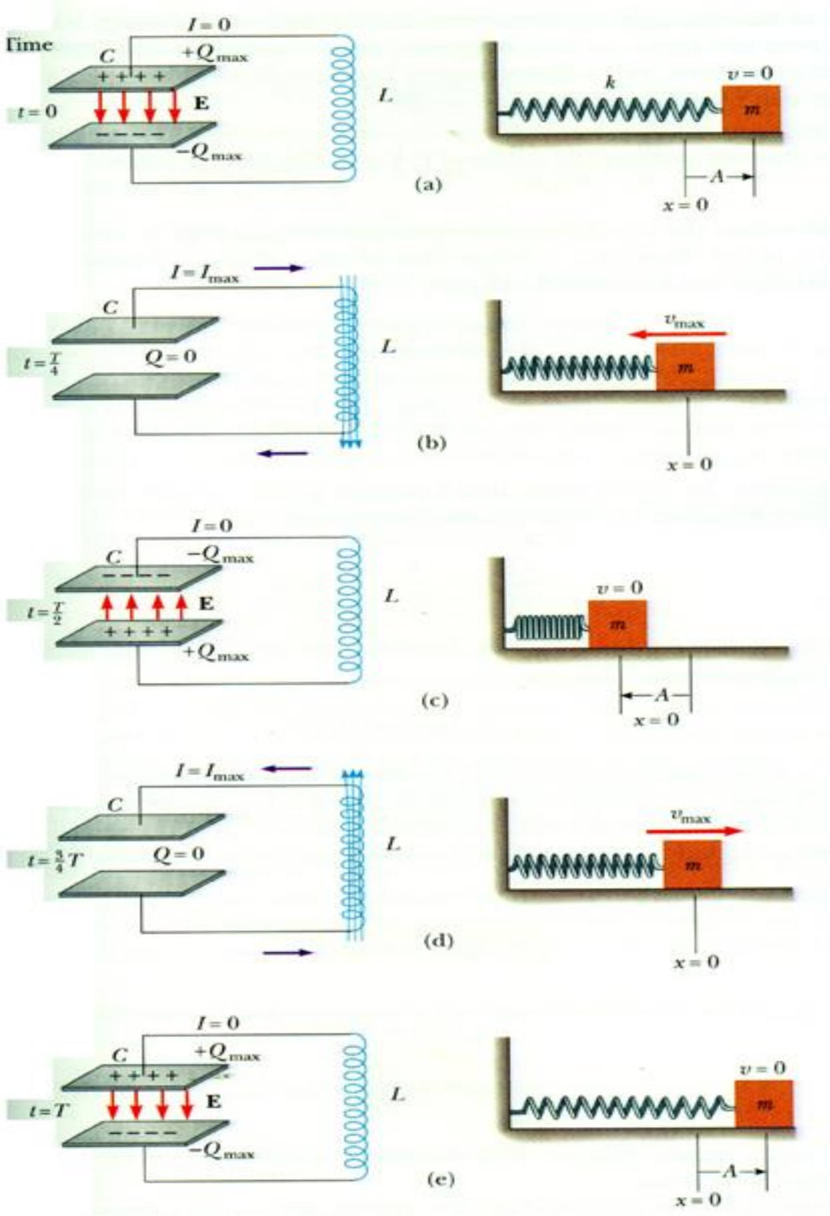
$$A = \frac{F_{\text{máx}}}{\sqrt{(k - m\omega_d^2)^2 + b^2\omega_d^2}} \quad (1$$

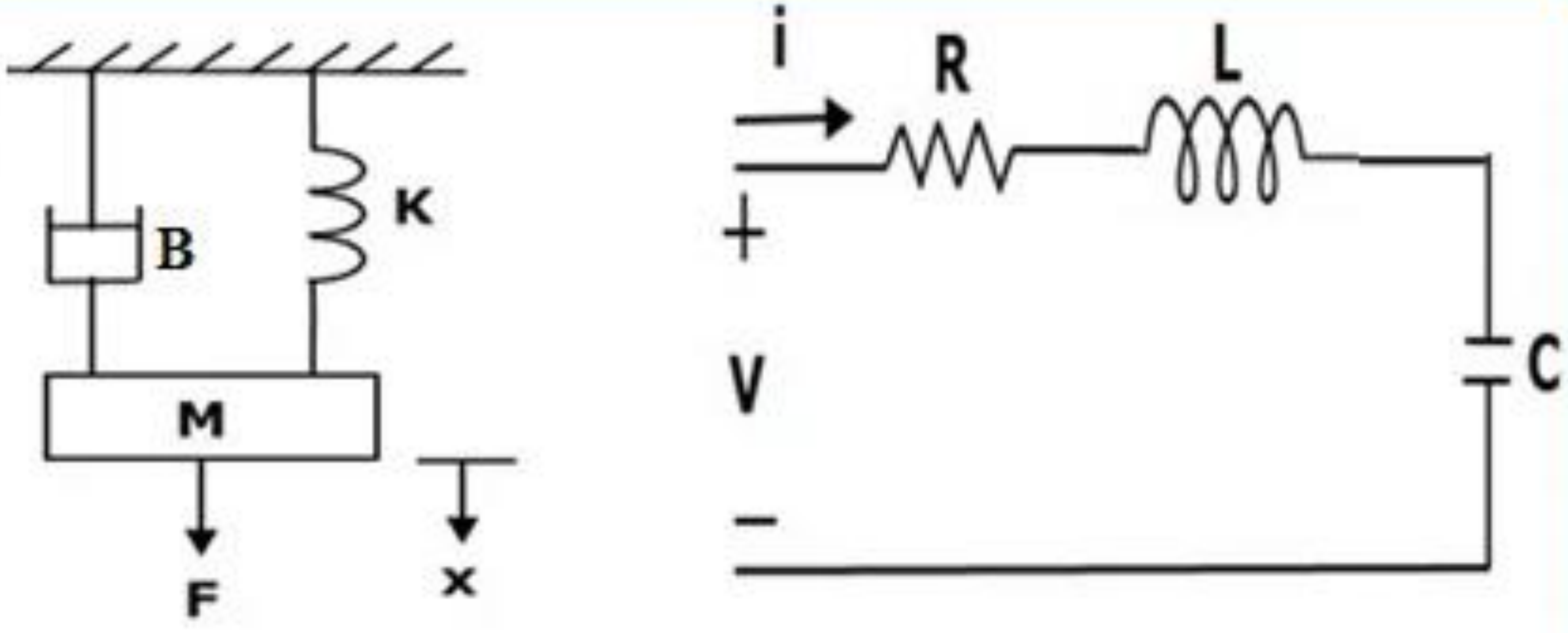
Constante de amortecimento

Constante de força da força restauradora

Massa

Frequência angular da força propulsora





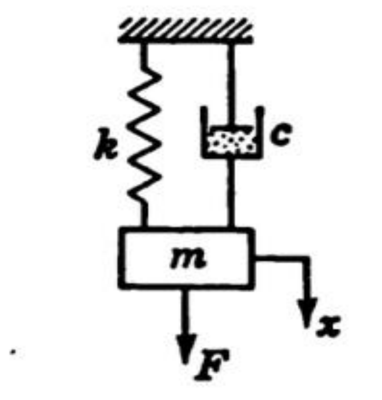
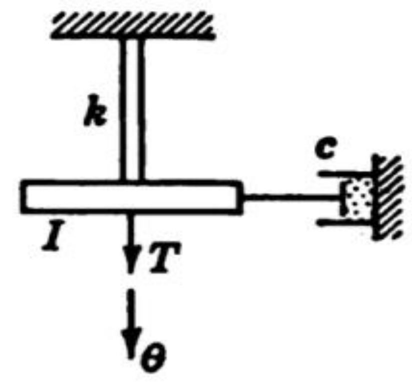
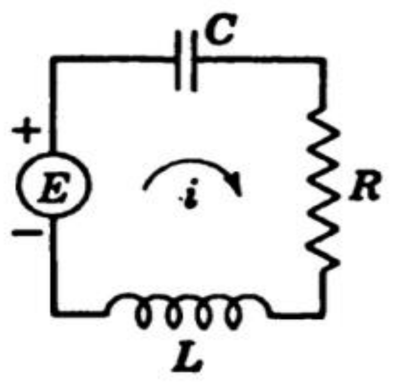
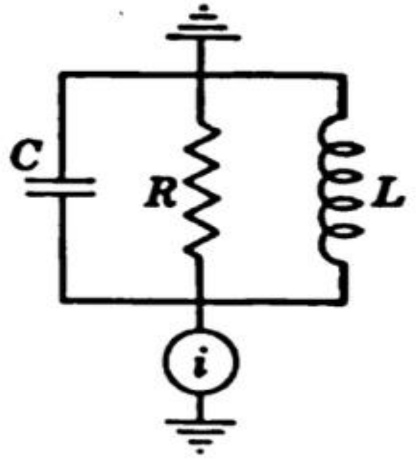
Mechanical System

$$F = M\frac{d^2x}{dt^2} + B\frac{dx}{dt} + Kx$$

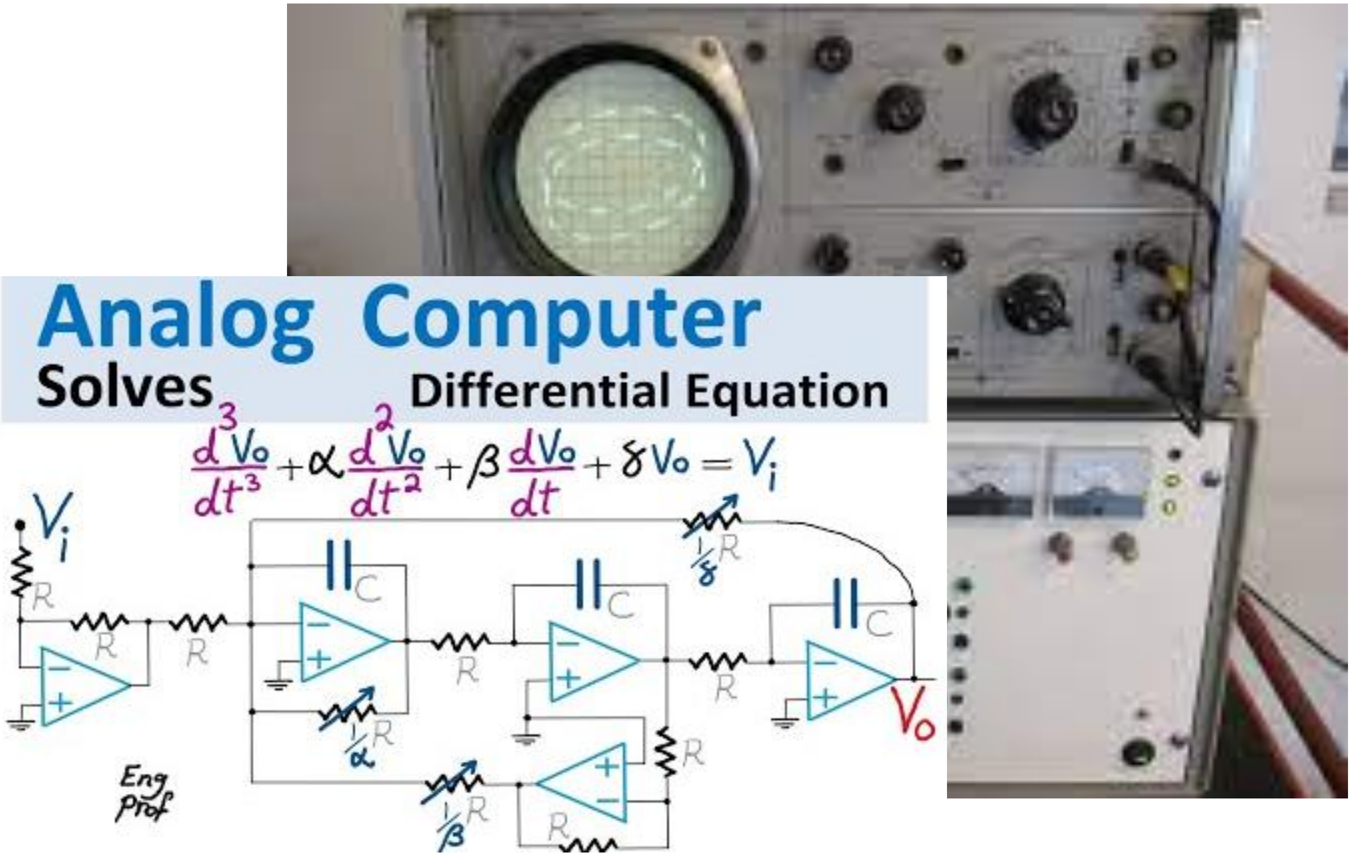
Electrical System

$$V = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{c}\int i dt$$

Table 9.1. Summary of Analogous Electrical and Mechanical Quantities

Rectilinear mechanical system	Torsional mechanical system	Mass-inductance analogy	Mass-capacitance analogy
			
Force F ≐	Torque T ≐	Voltage E ≐	Current i
Mass m ≐	Inertia I ≐	Inductance L ≐	Capacitance C
Damping c ≐	Damping c ≐	Resistance R ≐	Conductance $\frac{1}{R}$
Velocity v ≐	Velocity Ω ≐	Current i ≐	Voltage E
Compliance $\frac{1}{k}$ ≐	Compliance $\frac{1}{k}$ ≐	Capacitance C ≐	Inductance L
Displacement x ≐	Displacement θ ≐	Charge q ≐	$\int_0^t E\,dt$

Computador analógico



Problema

9. Um bloco cúbico de 10 cm de aresta e densidade 8 g/cm^3 está suspenso do teto por uma mola de constante elástica 40 N/m e comprimento relaxado de 0,5 m, e mergulhado dentro de um fluido viscoso de densidade 1,25 g/cm^3. Na situação considerada, a resistência do fluido é proporcional à velocidade, com coeficiente de proporcionalidade ρ = 2 N.s/m. Inicialmente em equilíbrio, o bloco é deslocado de 1 cm para baixo e solto a partir do repouso. Com origem no teto e eixo z vertical orientado para baixo (fig. P.1), determine a coordenada z da extremidade superior do bloco em função do tempo.

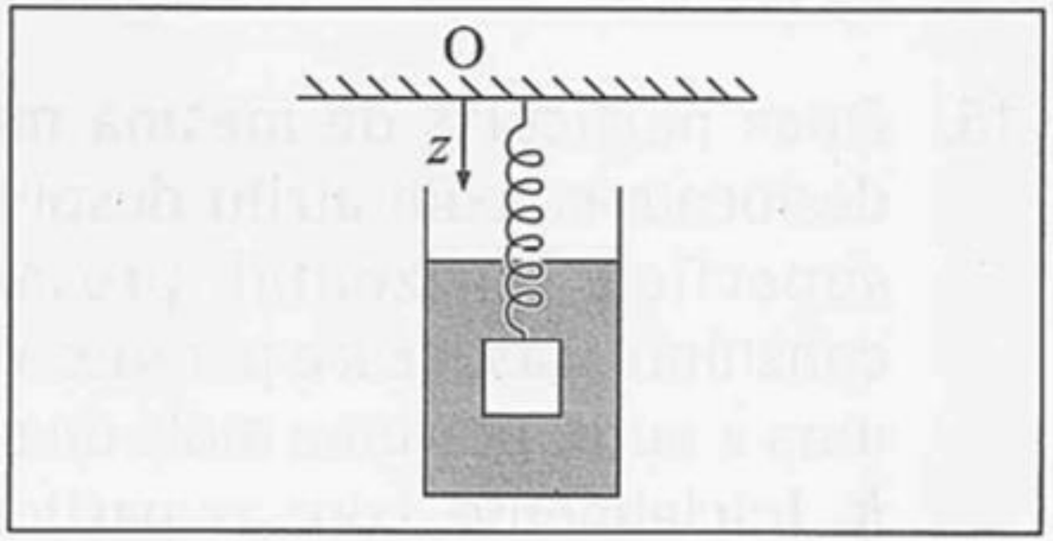


Figura P.1

Problema 2

17. Um modelo clássico para a molécula de CO_2 é constituído por duas partículas idênticas de massa M ligadas a uma partícula central de massa m por molas idênticas de constante elástica k e massa desprezível. Sejam x_1, x_2 e x_3 os deslocamentos das três partículas a partir das respectivas posições de equilíbrio (fig. P.6). (a) Escreva as equações de movimento para x_1, x_2 e x_3 e verifique que o centro de massa do sistema permanece em repouso ou em movimento retilíneo uniforme. (b) Obtenha as equações de movimento para as coordenadas relativas, $x_2 - x_1 = \xi$ e $x_3 - x_2 = \eta$. (c) A partir de (b), calcule as freqüências angulares de oscilação associadas aos dois modos normais de vibração do sistema. Interprete fisicamente estes dois modos, caracterizando os tipos de oscilação das massas a eles associados. (d) Aplique este modelo à molécula de CO_2, calculando a *razão* entre as duas freqüências de modos normais de vibração para esta molécula. Tome as massas do carbono e oxigênio como 12 e 16, respectivamente, em unidades de massa atômica.

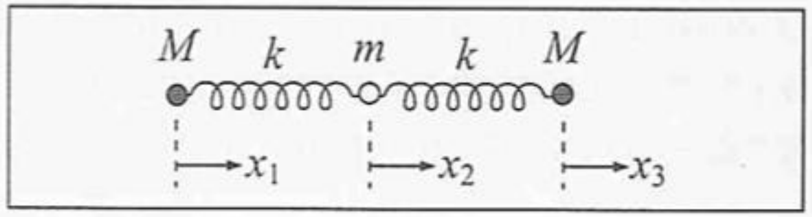
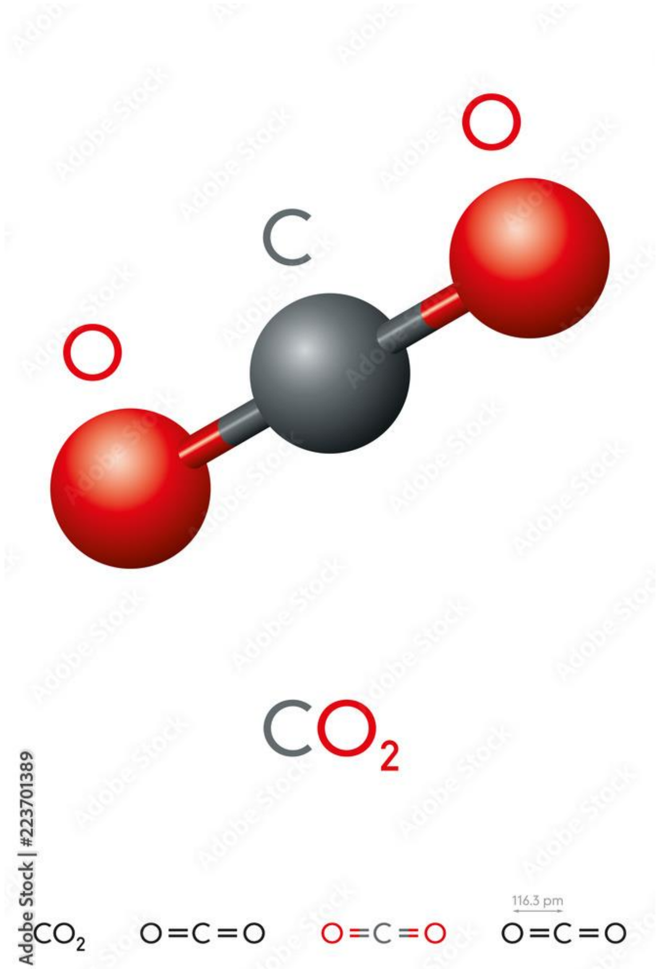
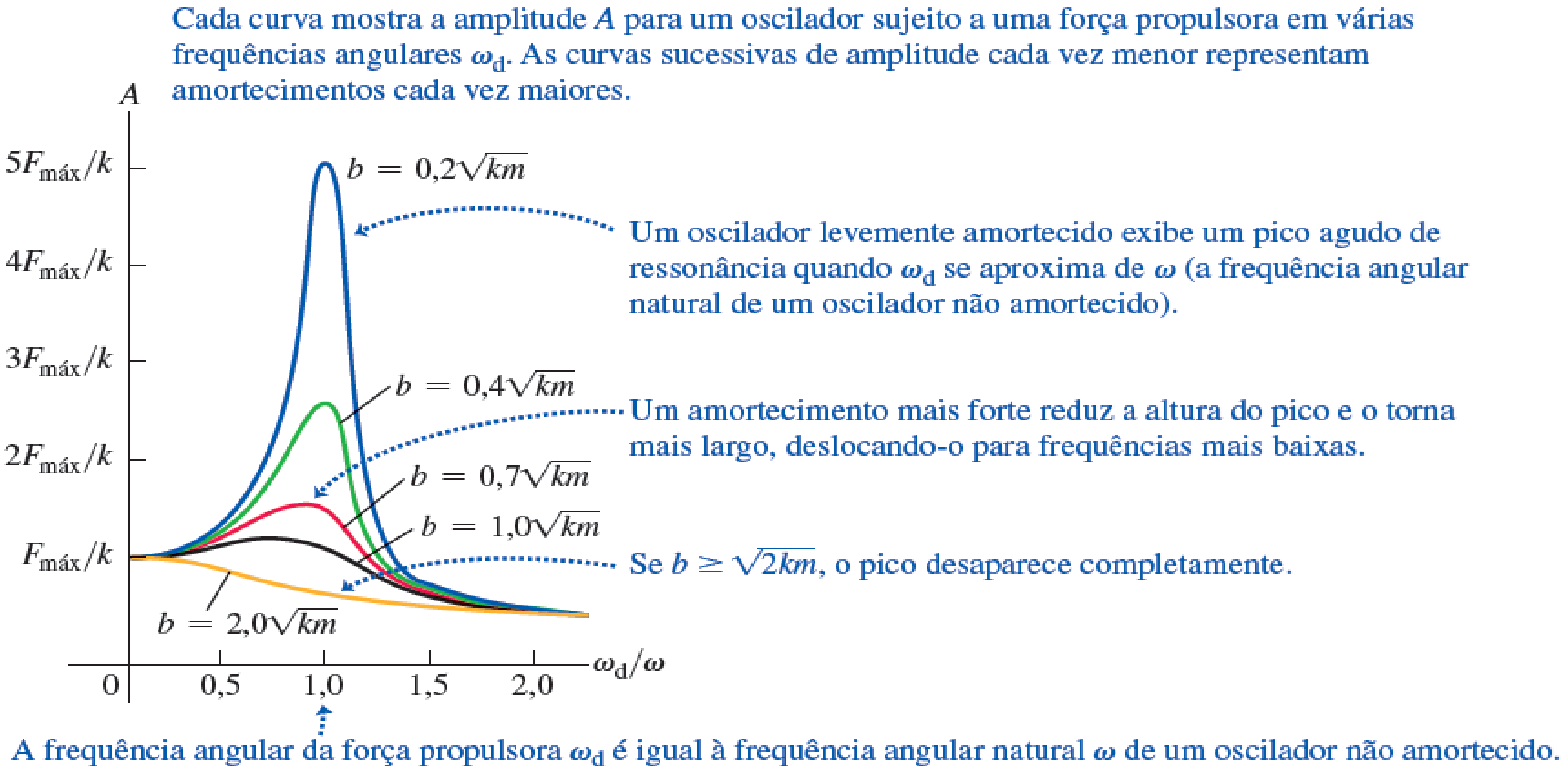


Figura P.6



Oscilações forçadas e ressonância

- Gráfico da amplitude *A* da oscilação forçada em função da frequência angular ϖ_d da força propulsora:



Oscilações forçadas e ressonância

- A **ressonância** é o fenômeno que ocorre quando existe um pico de amplitude provocado por uma força cuja frequência está próxima da frequência de oscilação natural do sistema.

- A física está repleta de exemplos de ressonância.

Sumário – 17/04/2024

- Oscilações amortecidas e forçadas

Devolutiva:

- Como foi a aula hoje ? (Moodle)

https://forms.gle/h5K7EmJQZkNzsorx6