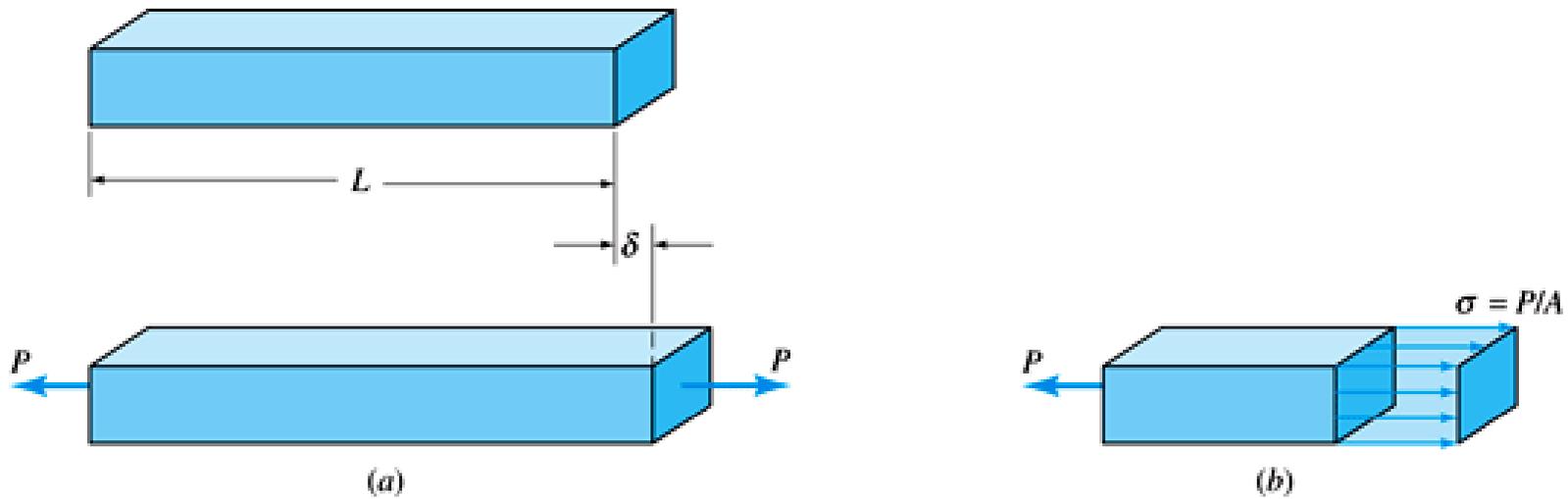


MEMBROS CARREGADOS AXIALMENTE

CAPÍTULO 4

Deformação de membros carregados axialmente



(a) Alongamento de uma barra prismática

(b) Diagrama de corpo livre

Equações Importantes

$$\varepsilon = \Delta L / L_0 \text{ (Geometria de deformação)}$$

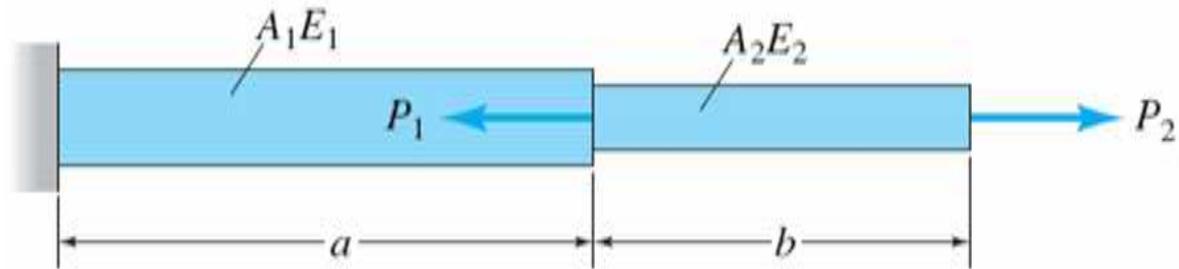
$$\sigma = P / A \text{ (Condição de Equilíbrio)}$$

$$\sigma = E\varepsilon \text{ (Comportamento do Material)}$$

$$\Delta L = PL_0 / AE \text{ (Alongamento)}$$

O produto (AE) é chamado de rigidez axial

Barra Escalonada com múltiplos carregamentos



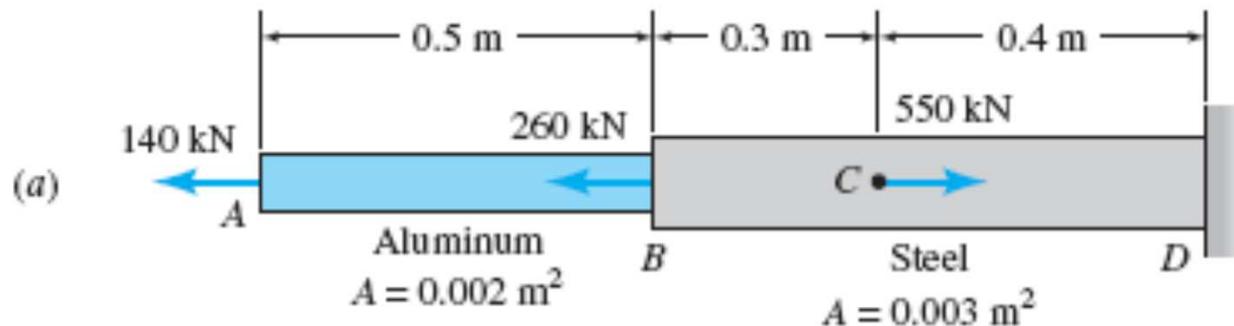
$$\delta = \sum_{i=1}^n \frac{P_i L_i}{A_i E_i}$$

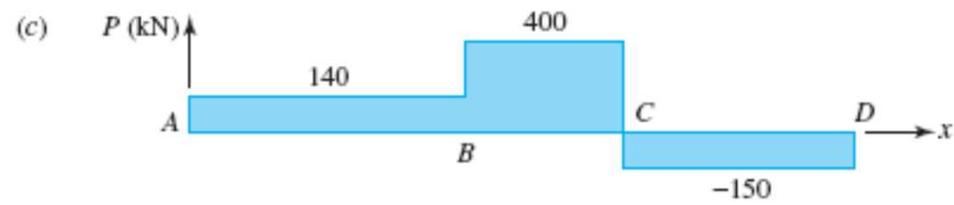
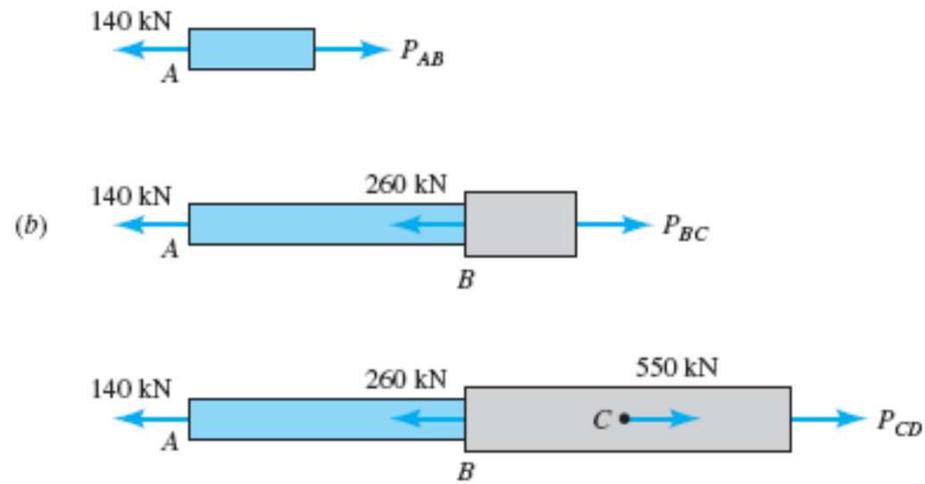
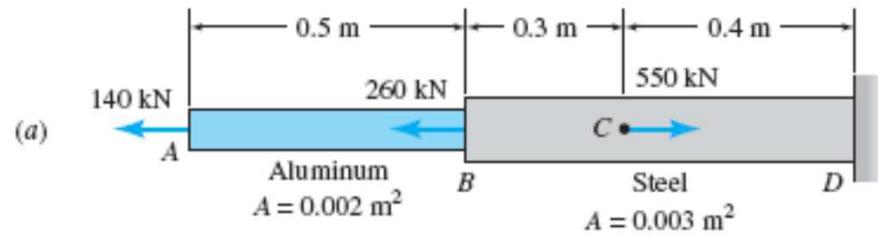
Exemplo no mundo real



Exemplo de uma barra escalonada

Duas barras de seção transversal circular, uma de aço e outra de alumínio, são unidas rigidamente no ponto B formando uma barra composta, conforme mostrado na fig. abaixo. Dado $E_{\text{aço}} = 200 \text{ GPa}$ e $E_{\text{Al}} = 70 \text{ GPa}$, determine o deslocamento (alongamento) da barra composta devido à aplicação das cargas axiais.



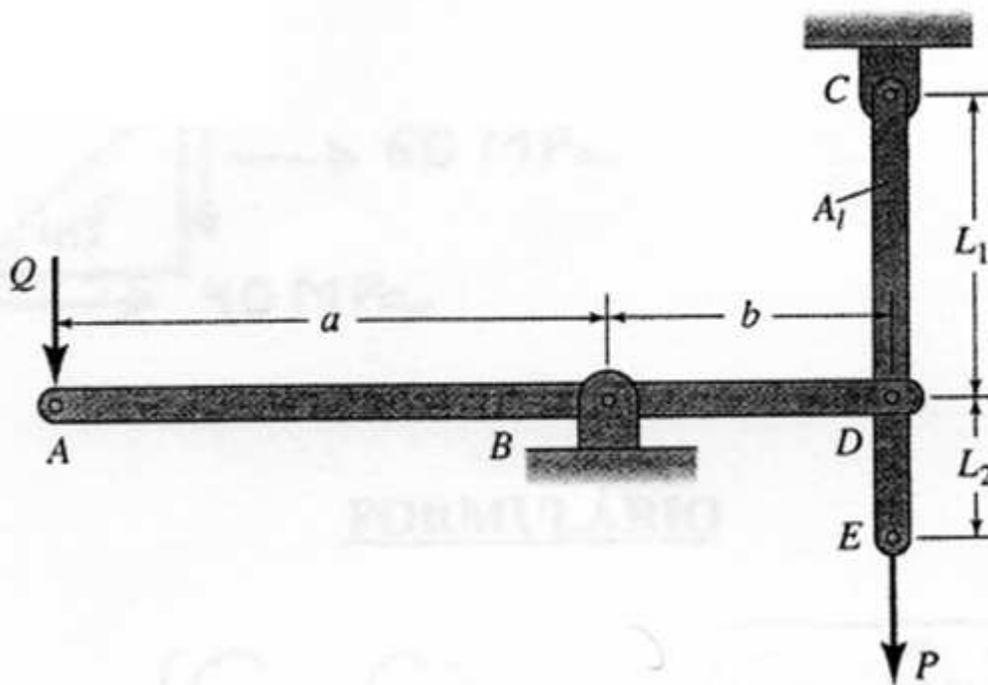


Geometria da deformação - Exemplo

Como visto na figura abaixo, a haste de latão **CE** ($E = 105 \text{ GPa}$) tem a área da seção transversal $A_1 = 200 \text{ mm}^2$. Qual é o deslocamento vertical causado pelas cargas **Q** e **P**:

- no ponto **A** do segmento rígido **AD**;
- no ponto **E**?

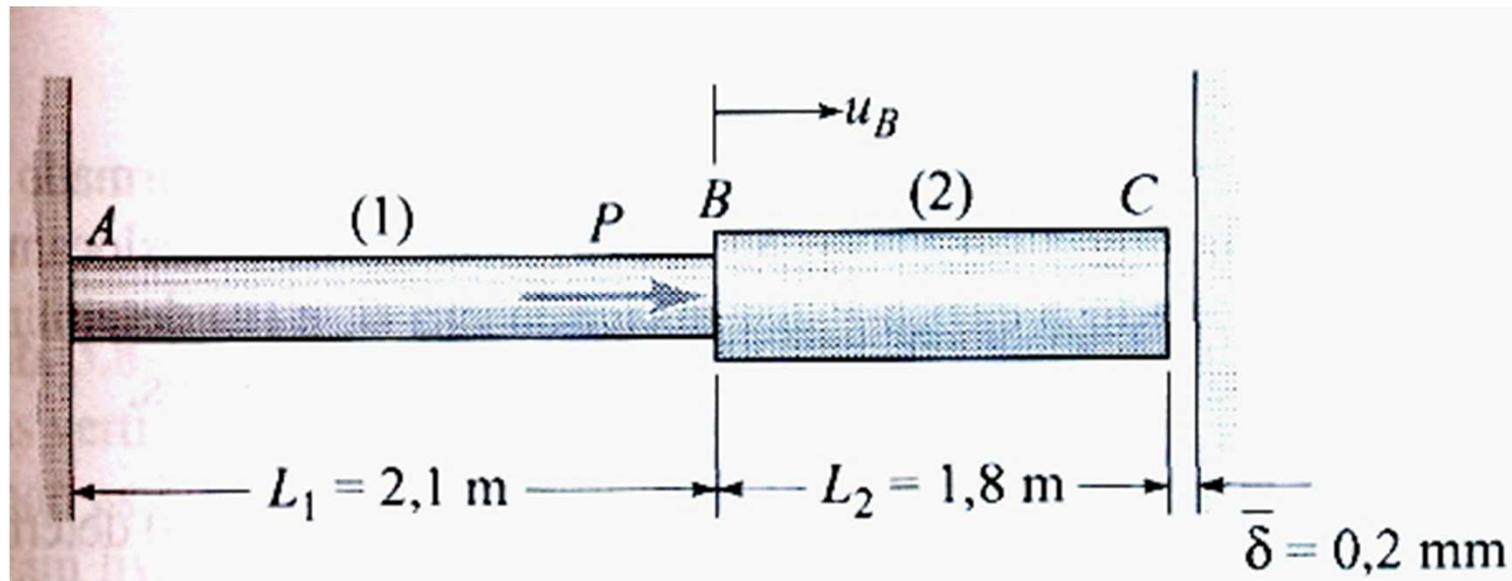
Dado $Q = 15 \text{ kN}$; $P = 5 \text{ kN}$; $a = 2b$ e $L_1 = 2L_2 = 0,4 \text{ m}$.



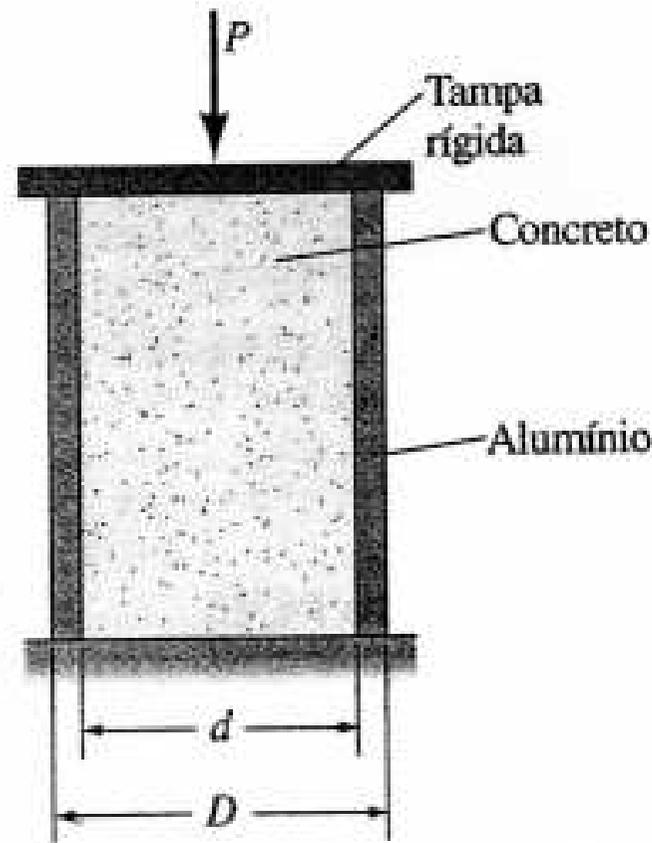
Estruturas estaticamente indeterminadas

Somente as equações de equilíbrio não são suficientes para determinar os esforços desconhecidos numa estrutura carregada

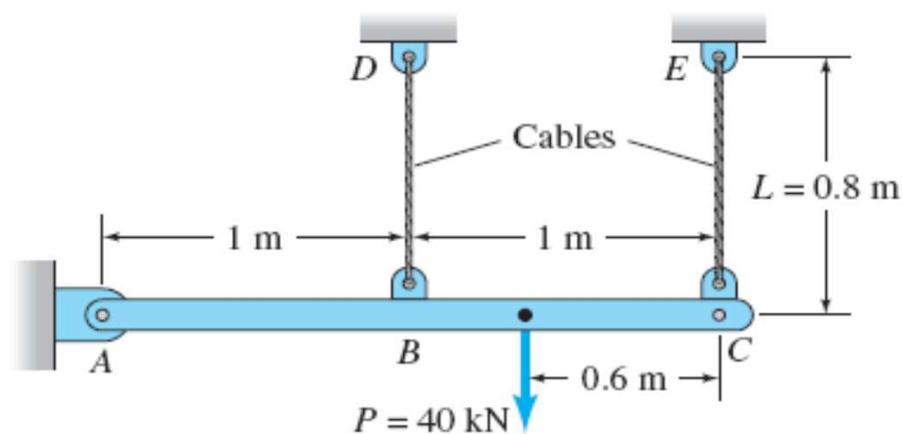
- 1) Dois elementos são unidos em **B**, e a barra bissegmentada resultante é presa a um suporte rígido em **A**. Quando não houver carga aplicada na barra de dois elementos ($\mathbf{P} = 0$), existirá uma folga de $\bar{\delta} = 0,2$ mm entre a extremidade do elemento (2) e a parede rígida em **C**. O elemento (1) é aço ($\mathbf{E}_1 = 210$ GPa) e a área da seção transversal $\mathbf{A}_1 = 1000$ mm²; o elemento (2) é de liga de titânio ($\mathbf{E}_2 = 120$ GPa), $\mathbf{A}_2 = 1000$ mm². Uma única força $\mathbf{P} = 50$ kN é aplicada ao ponto **B**, determine:
- as tensões induzidas nas barras **1** e **2** quando a força \mathbf{P} for aplicada;
 - o deslocamento u_B correspondente da junta **B**.



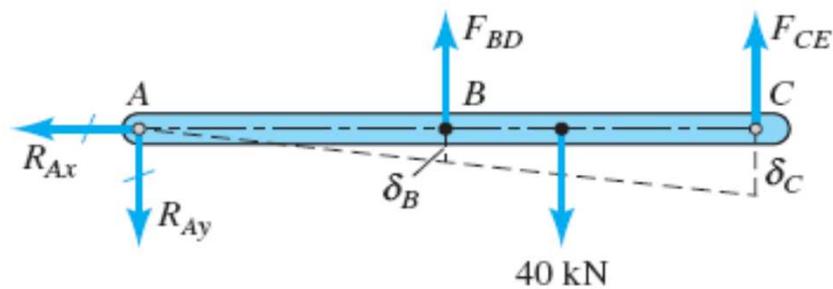
2) Um tubo de liga de alumínio de diâmetro interno d e diâmetro externo D é preenchido com concreto. Uma carga compressiva P é aplicada à tampa rígida, conforme mostra a fig. abaixo. Qual é o maior valor da carga admissível, P_{adm} ? Dados: $d = 300$ mm, $D = 340$ mm, $E_{Al} = 70$ GPa, $E_C = 15$ GPa, σ_{adm} (Alumínio) = 90 MPa, σ_{adm} (Concreto) = 20 MPa.



3) Uma viga horizontal rígida é suportada por dois cabos de aço BD e CE como mostrado na fig. abaixo. Calcule as tensões em cada cabo devido a força de 40 kN aplicado como mostrado. Dado: área da seção transversal do cabo = 140 mm^2 e $E = 200 \text{ GPa}$

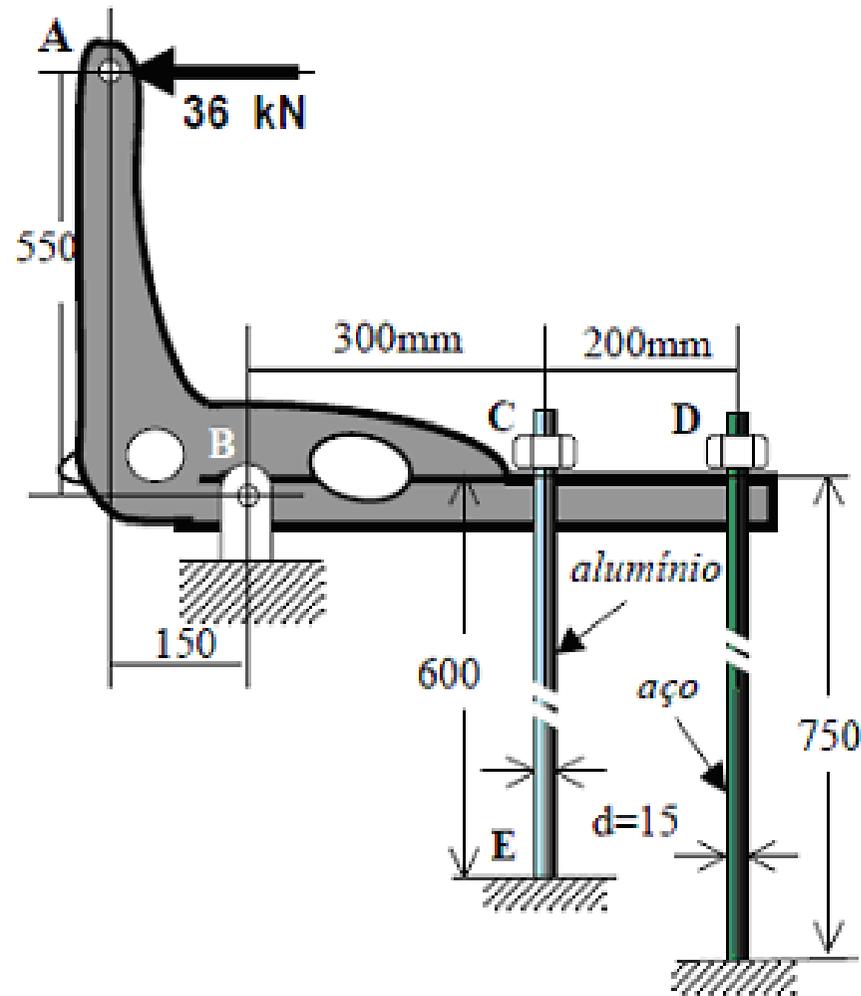


(a)

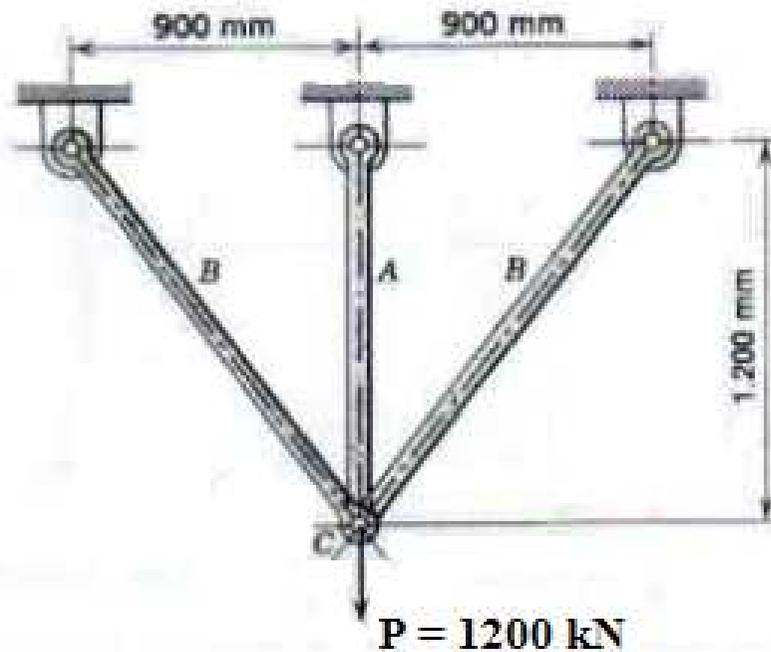


(b)

4) A barra ABCD é rígida, enquanto que as hastes CE e DF são, respectivamente, de alumínio ($E = 70 \text{ GPa}$) e de aço ($E = 210 \text{ GPa}$) ambas com diâmetro de 15 mm e com os comprimentos indicados. Para a carga de 36 kN aplicada em A, pede-se determinar as tensões nas duas hastes.



5) A barra **A** da figura abaixo é feita de latão ($E = 100 \text{ GPa}$), com uma seção transversal de $60 \times 30 \text{ mm}$. As barras **B** são de aço ($E = 210 \text{ GPa}$), com seções transversais de $50 \times 30 \text{ mm}$. Para uma carga indicada $P = 1200 \text{ kN}$, aplicada em **C**, determine as tensões axiais nas barras e o deslocamento do ponto **C**.



Tensões e deformações induzidas por mudanças de temperaturas

$$\varepsilon_t = \alpha \Delta T$$

$$\delta_t = \alpha (\Delta T) L$$

Exemplo

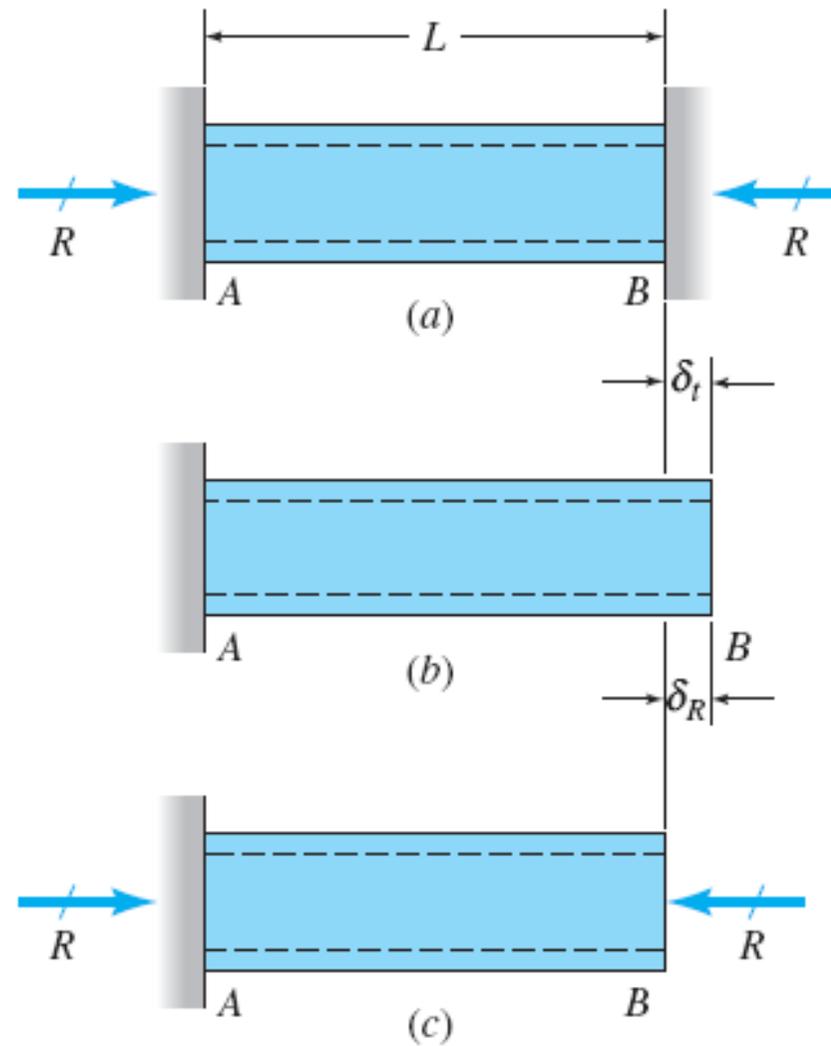
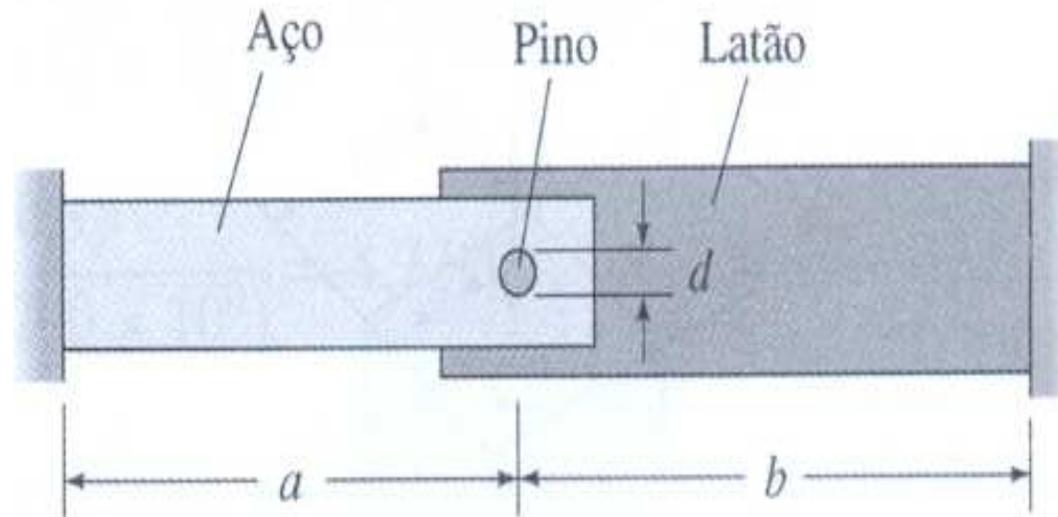


FIGURE 4.11 (a) Tube with restrained ends; (b) thermal expansion; (c) contraction due to reaction R .

1) Uma barra de aço e outra de latão, cada uma restrita em uma de suas extremidades, são fixadas entre si pelas extremidades livres por meio de um pino de diâmetro d , conforme mostrado na figura abaixo. Calcule a tensão cisalhante no pino, se a temperatura diminuir 104°F . Dados: $d = 7/8$ in, $a = 3$ ft, $b = 4$ ft, $A_{\text{aço}} = 1$ in², $A_{\text{latão}} = 1,5$ in², $E_{\text{aço}} = 29 \times 10^6$ psi, $E_{\text{latão}} = 15 \times 10^6$ psi, $\alpha_{\text{aço}} = 6,5 \times 10^{-6}/^\circ\text{F}$, $\alpha_{\text{latão}} = 11,3 \times 10^{-6}/^\circ\text{F}$.



- 2) Barras retangulares de cobre e alumínio estão presas por pinos em suas extremidades, conforme figura abaixo. Espaçadores finos permitem um espaçamento entre as barras. As barras de cobre tem seção transversal 0,5 in x 2,0 in e a de alumínio tem dimensões 1,0 in x 2,0 in. Determine a tensão de cisalhamento nos pinos de 7/16 in de diâmetro se a temperatura for aumentada em 100 °F. Dado: para o cobre: $E_C = 18000$ ksi e $\alpha_C = 9,5 \times 10^{-6}/^\circ\text{F}$; para o alumínio: $E_A = 10000$ ksi e $\alpha_A = 13 \times 10^{-6}/^\circ\text{F}$

