

Distribuição de Weibull

Sumario

- ▶ Distribuições de vida
 - ▶ Distribuição Weibull
 - ▶ Estimativa de parametros
 - ▶ Efeitos dos parâmetros nas funções $f(t)$, $F(t)$, e $R(t)$
 - ▶ Método da Plotagem das probabilidades

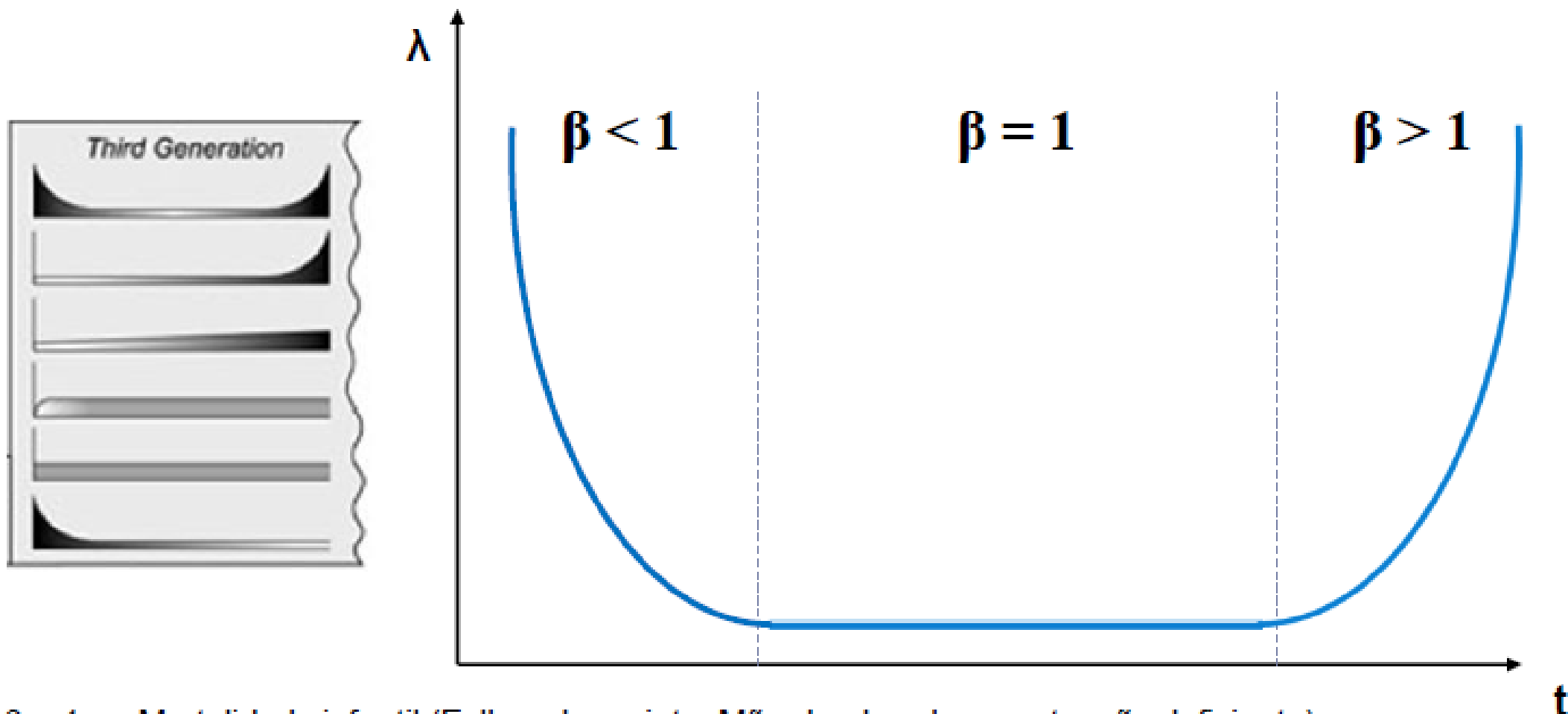
Análise de dados de vida

Método:

1. Levante os dados históricos de vida, certificando-se da exatidão destes dados
2. Selecione a distribuição de vida que se ajuste aos dados
3. Estime os parâmetros da distribuição de vida
4. Plote os gráficos de vida característica do item e confiabilidade

Distribuição de Weibull

Criada pelo professor Waloddi Weibull, se ajusta a uma ampla faixa de dados e características de vida, devido a sua capacidade de mudar através da variação do parâmetro de forma β .



$\beta < 1 \Rightarrow$ Mortalidade infantil (Falhas de projeto, Mão-de-obra de manutenção deficiente)

$\beta = 1 \Rightarrow$ Taxa de falhas aleatórias (Componentes eletro-eletrônicos, Equipamentos complexos)

$\beta > 1 \Rightarrow$ Fim de vida útil (Componentes mecânicos, Fadiga)

Distribuição de Weibull

Distribuição Weibull 3 parâmetros

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t-\gamma}{\eta}\right)^\beta}$$

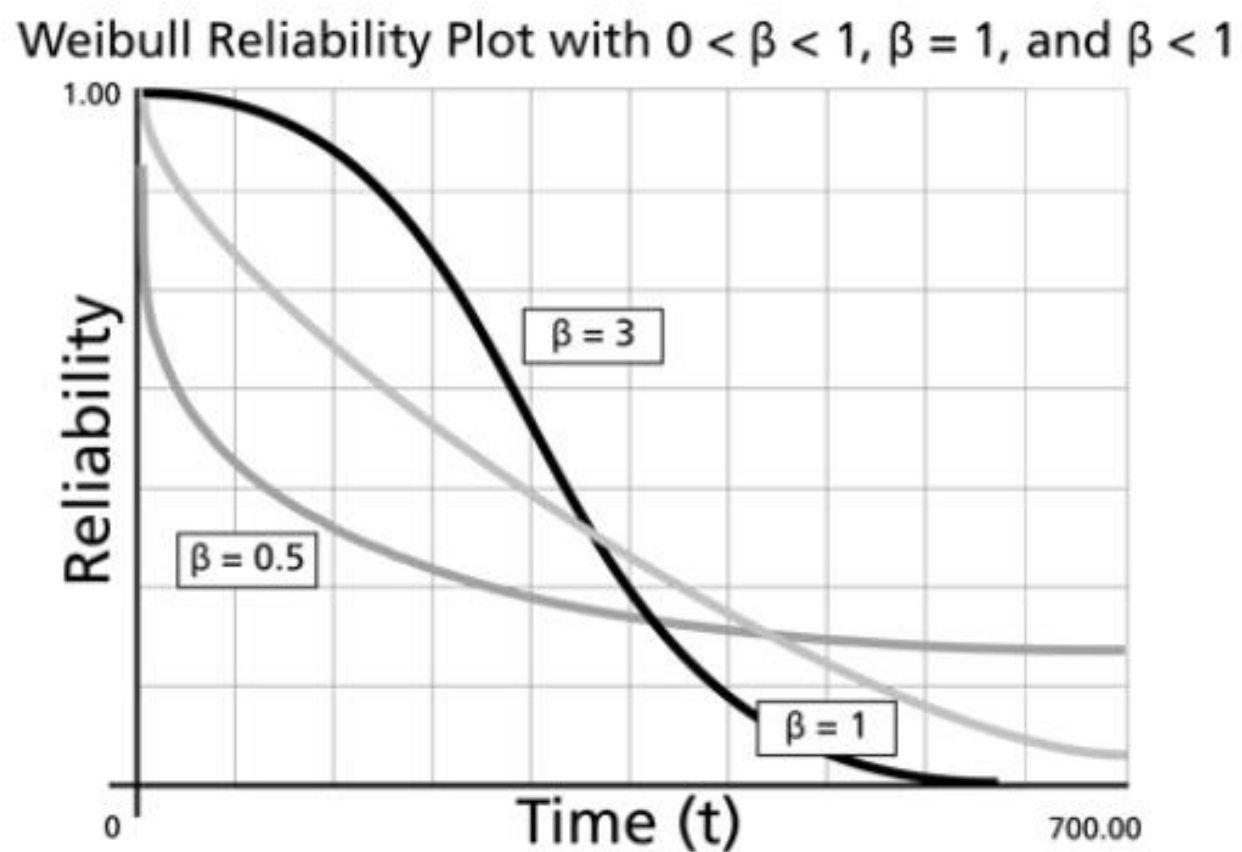
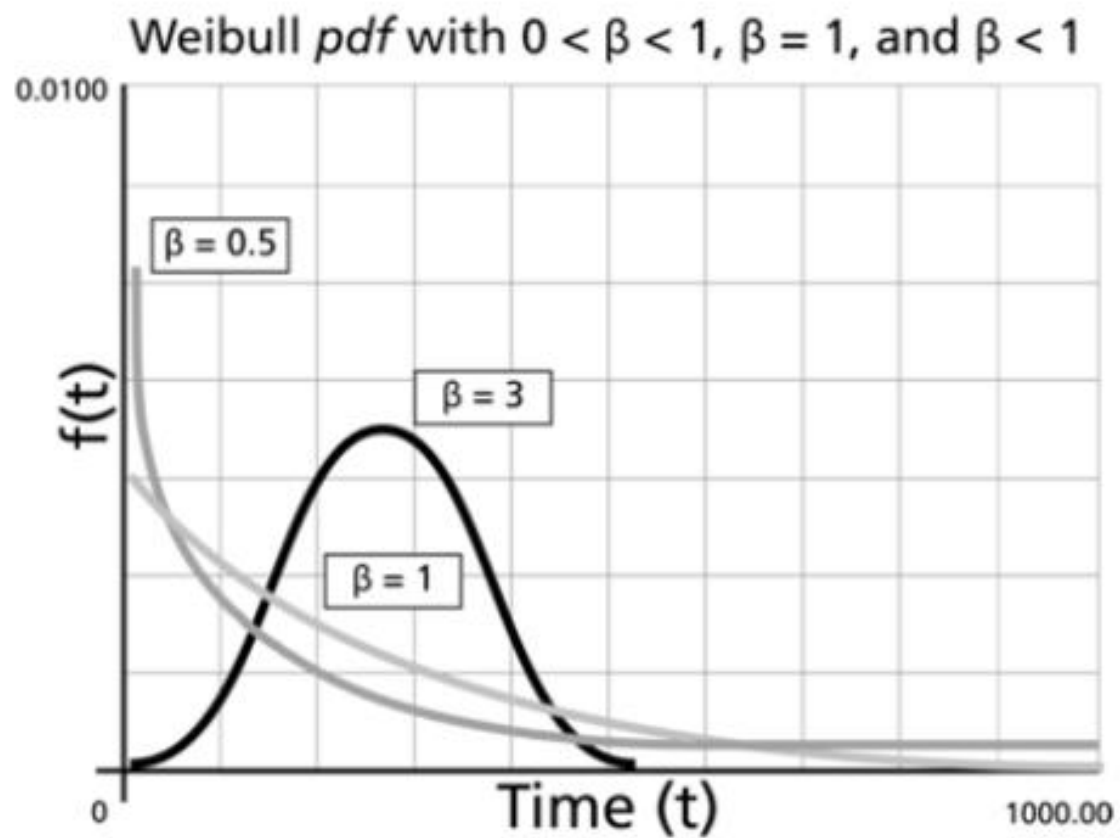
Distribuição Weibull 2 parâmetros ($\gamma = 0$)

$$F(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$$

Distribuição de Weibull

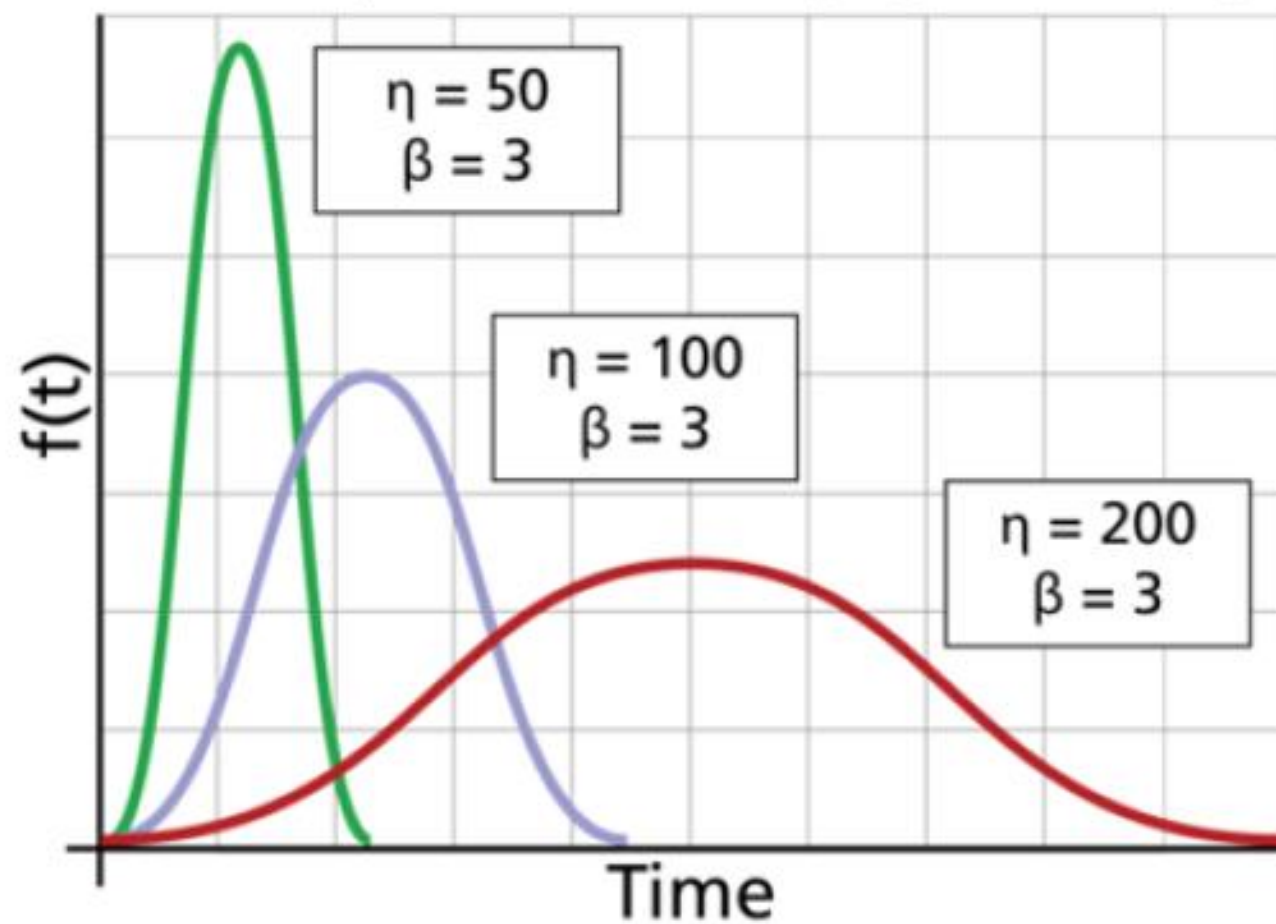
Efeitos do parâmetro de forma



Distribuição de Weibull

Efeitos do parâmetro de escala

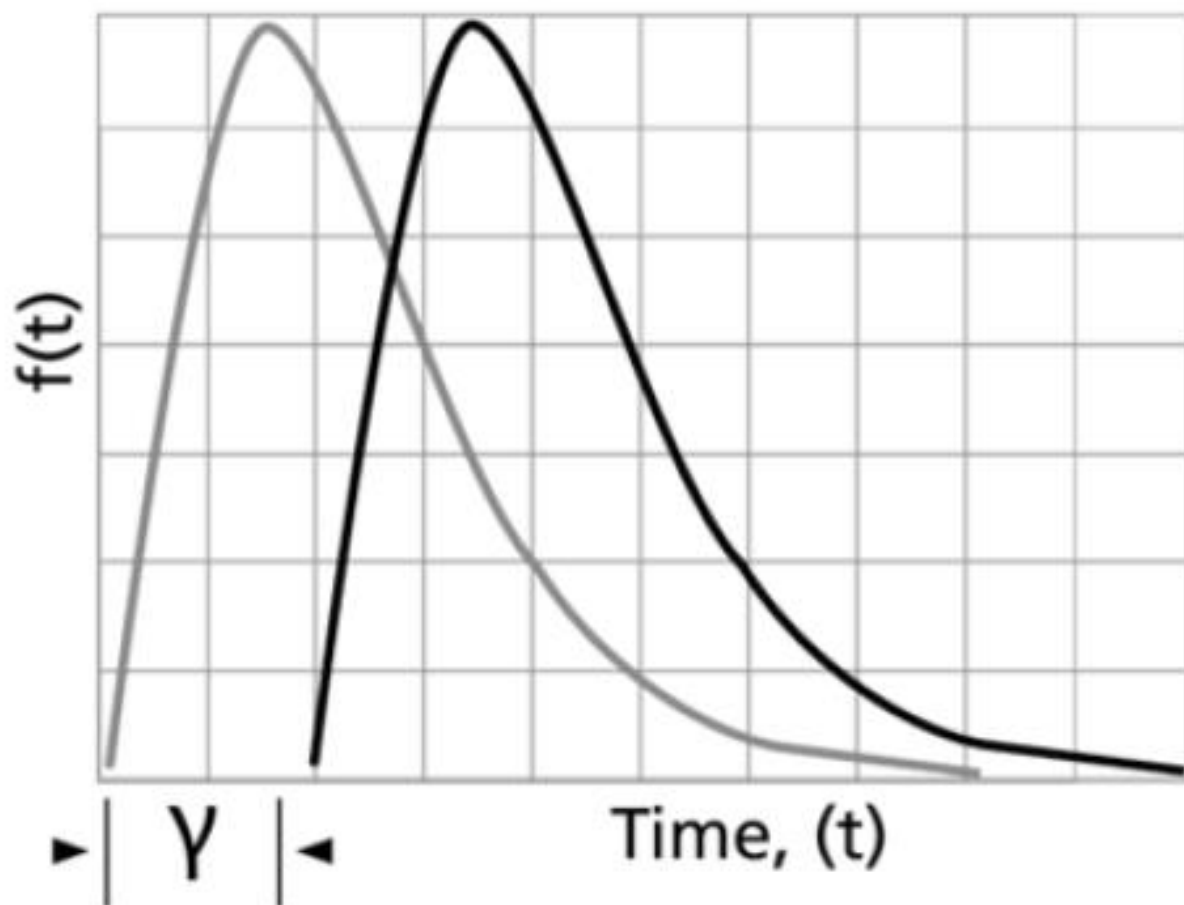
Weibull *pdf* Plot with Varying Values of η



Distribuição de Weibull

Efeitos do parâmetro de localização

Effect of Location Parameter γ on Weibull *pdf*



Distribuição de Weibull

Estimativa de parâmetros pelo método da Plotagem de probabilidades

Exemplo: seis componentes de máquinas apresentaram os seguintes tempos de vida em horas: 93, 34, 16, 120, 53 and 75. Estime os parâmetros de forma (β) e a vida característica (η), para uma distribuição Weibull biparamétrica. Determine a confiabilidade destes componentes para um ciclo de 15 horas.

1º passo: ordene os tempos de vida em ordem crescente e enumere a ordem dos valores

MTTF	Ordem numérica da falha
16	1
34	2
53	3
75	4
93	5
120	6

Distribuição de Weibull

2º passo: obter o median rank position (categoria mediana) através da “Aproximação de Bernard”

Número de valores \longrightarrow

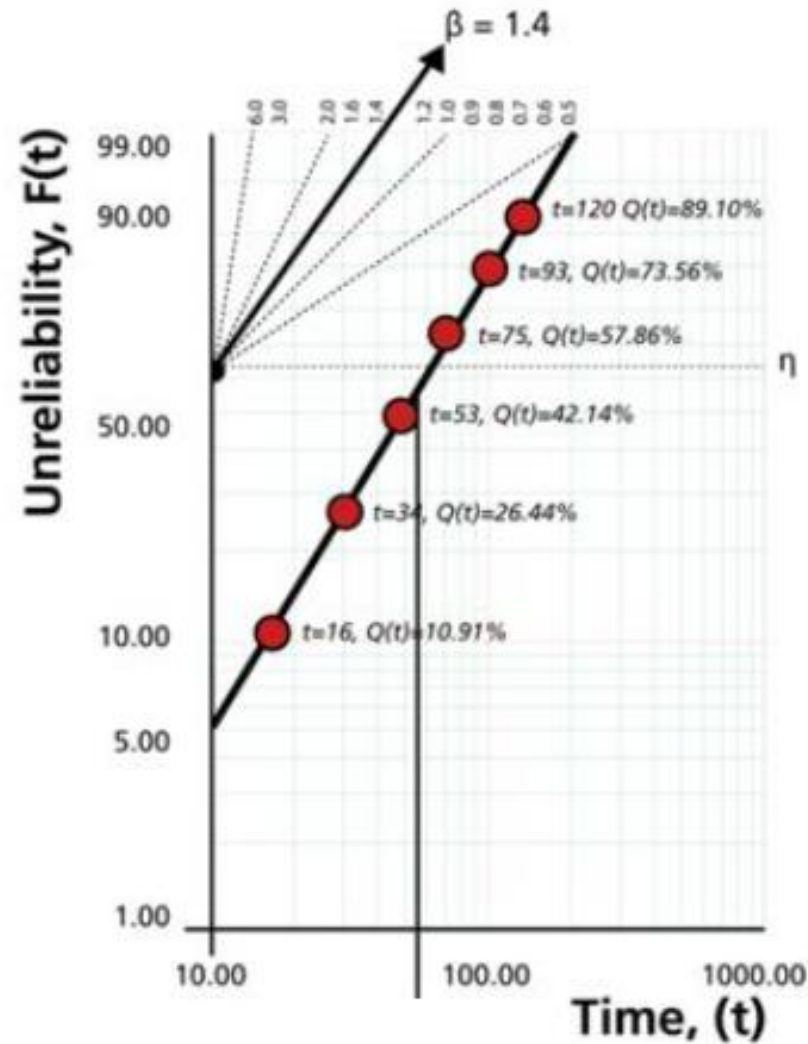
$$MR = \frac{i - 0,3}{N + 0,4} \times 100(\%)$$

Aproximação de Bernard

MTTF	Ordem numérica da falha	MR (%)
16	1	10,91
34	2	26,44
53	3	42,14
75	4	57,86
93	5	73,56
120	6	89,10

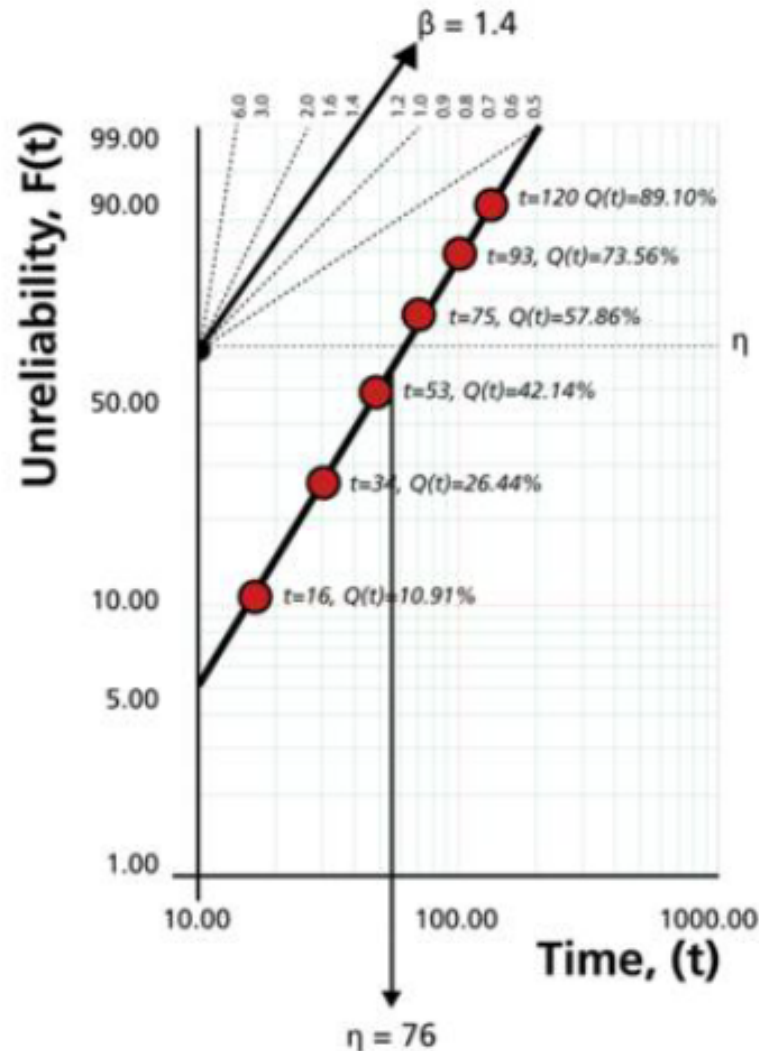
Distribuição de Weibull

3º passo: utilizando a folha di-log, plote os MR positions no eixo Y e os respectivos MTTF's no eixo X, interpolando para obter a curva de probabilidade de falha (cdf) linearizada. Encontre o fator de forma através da inclinação da reta.



Distribuição de Weibull

4º passo: no valor de 63,2% da função $F(t)$, trace uma linha horizontal até a curva $F(t)$, e a partir deste ponto, trace uma reta vertical até o eixo das abscissas. O valor encontrado é a vida característica η .



Se $t = \eta$

$$Q(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta} = 1 - e^{-1} = 0.632 = 63.2\%$$

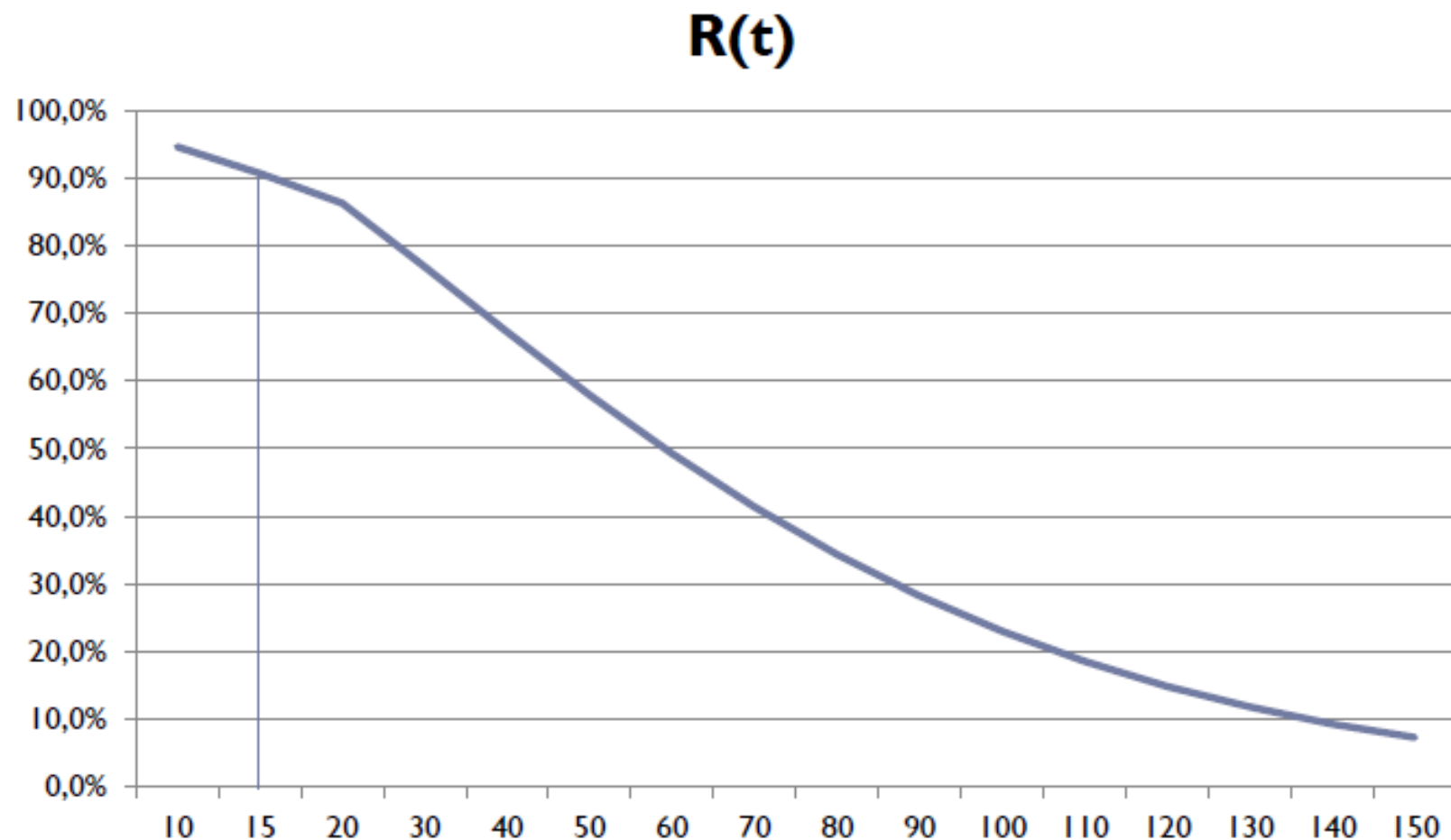
Qualquer valor de confiabilidade pode ser obtido do gráfico ou analiticamente. Assim, para obter a confiabilidade para uma missão de 15 horas, deve-se traçar uma reta vertical a partir do ponto 15 horas no eixo das abscissas, até interceptar a curva $F(x)$, e então traçar uma reta horizontal deste ponto até o eixo das ordenadas.

O valor encontrado será $F(15)$, que deve ser subtraído de 100% para se obter $R(15)$. A resolução analítica será:

$$R(t = 15) = e^{-\left(\frac{15}{\eta}\right)^\beta} = e^{-\left(\frac{15}{76}\right)^{1.4}} = 90.2\%$$

Distribuição de Weibull

Exercício 1: utilizando o método da plotagem das probabilidades e o papel di-log, determine a curva de confiabilidade do item do exemplo anterior, para o intervalo de 150 horas, e localize no gráfico a confiabilidade para o intervalo de 15 horas.

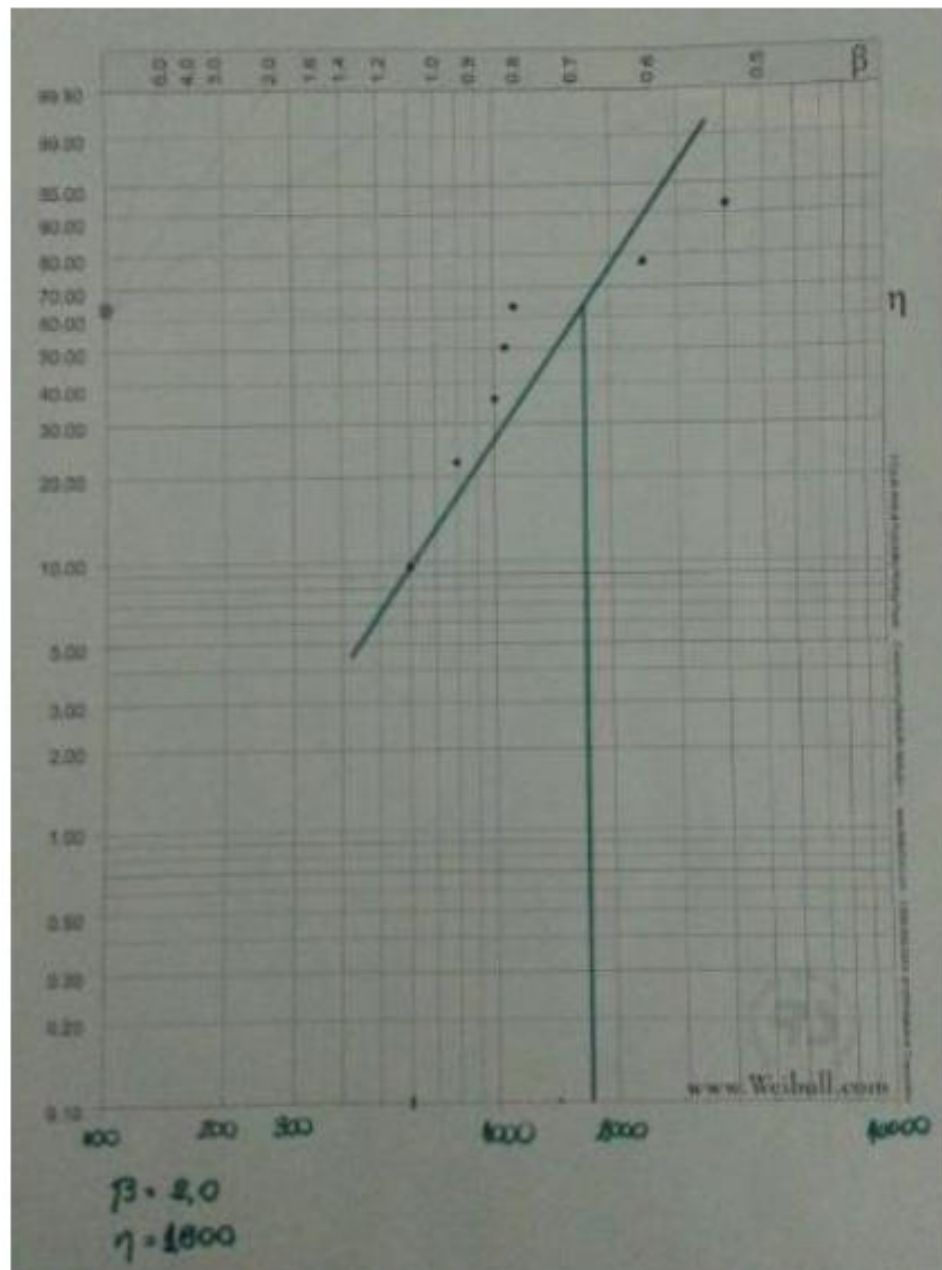


Exercicio 2:

$$MR = \frac{i - 0,3}{N + 0,4} \times 100(\%)$$

Tempo de vida em horas	i	MR (%)
600	1	9,46
800	2	22,97
1.000	3	36,49
1.050	4	50,00
1.100	5	63,51
2.500	6	77,03
4.000	7	90,54

Exercício 2:



$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$$

t(h)	R(t) %
500	92,6
1000	73,4
1500	49,9
2000	29,1
2500	14,5
3000	6,2
3500	2,3
4000	0,7

$$R(t) \text{ para } t = 1000$$

$$t = 1500$$

$$\beta = 2,0$$

$$\eta = 1800$$

$$R(1000) = 73,4\%$$

$$R(1500) = 49,9\%$$

$$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta}}$$

$t(h)$	$R(t) \%$
500	92,6
1000	73,4
1500	49,9
2000	29,9
2500	14,5
3000	6,2
3500	2,3
4000	0,7

$$R(t) \text{ ni } t = 1000 \\ t' = 1500$$

$$\beta = 2,0$$

$$\eta = 1800$$

$$R(1000) = 73,4 \%$$

$$R(1500) = 49,9 \%$$

