



Nome: _____

Nota _____

NUSP: _____ Assinatura: _____

Q1 _____

Professor: _____

Q2 _____

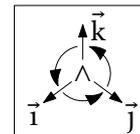
Prova: P1 P2 P3 PSUB PREC

Turma

Q3 _____

INSTRUÇÕES

- Esta avaliação tem duração de **120 minutos** e é composta por **3 questões**.
- Não é permitido utilizar dispositivos eletrônicos ou consultar materiais externos.
- As resoluções podem ser deixadas a lápis.
- O aluno pode resolver as questões na ordem de sua preferência, usando frente e verso.

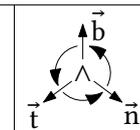


(1) Sistemas de forças e estática

$$\begin{aligned}
 \vec{R} &= \sum_{i=1}^n \vec{F}_i & \vec{M}_O &= \sum_{i=1}^n (P_i - O) \wedge \vec{F}_i + \sum_{j=1}^m \vec{M}_j & M_{Ou} &= \vec{M}_O \cdot \vec{u} & \vec{M}_A &= \vec{M}_B + (B - A) \wedge \vec{R} & I &= \vec{M}_O \cdot \vec{R} \\
 \vec{M}_{\min} &= \frac{I}{|\vec{R}|^2} & E &= O + \frac{\vec{R} \wedge \vec{M}_O}{|\vec{R}|^2} + \lambda \vec{R}, \lambda \in \mathbb{R} & (G - O) &= \frac{\sum_{i=1}^n m_i (P_i - O)}{\sum_{i=1}^n m_i} & \Delta p &= \rho g \Delta h & |F_{at}| &\leq \mu_e N
 \end{aligned}$$

(2) Cinemática do ponto

$$\vec{v} = v\vec{t} \quad \vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{v^2}{\rho}\vec{n} \quad \vec{b} = \vec{t} \wedge \vec{n} = \frac{\vec{v} \wedge \vec{a}}{|\vec{v} \wedge \vec{a}|} \quad \rho = \frac{|\vec{v}|^2}{\vec{a} \cdot \vec{n}} = \frac{|\vec{v}|^3}{|\vec{v} \wedge \vec{a}|}$$



(3) Cinemática do corpo rígido e composição de movimentos

$$\begin{aligned}
 \vec{v}_P \cdot (P - Q) &= \vec{v}_Q \cdot (P - Q) & \vec{v}_P &= \vec{v}_Q + \vec{\omega} \wedge (P - Q) & \vec{a}_P &= \vec{a}_Q + \vec{\alpha} \wedge (P - Q) + \vec{\omega} \wedge [\vec{\omega} \wedge (P - Q)] \\
 \vec{v}_P &= \vec{v}_{P,arr} + \vec{v}_{P,rel} & \vec{a}_P &= \vec{a}_{P,arr} + \vec{a}_{P,rel} + 2\vec{\omega}_{arr} \wedge \vec{v}_{P,rel} & \vec{\omega} &= \vec{\omega}_{arr} + \vec{\omega}_{rel} & \vec{\alpha} &= \vec{\alpha}_{arr} + \vec{\alpha}_{rel} + \vec{\omega}_{arr} \wedge \vec{\omega}_{rel}
 \end{aligned}$$

(4) Teoremas da dinâmica

$$m\vec{a}_G = \vec{R}^{ext} \quad \frac{d\vec{H}_P}{dt} + \vec{v}_P \wedge (m\vec{v}_G) = \vec{M}_P^{ext} \quad \Delta T = W^{ext} + W^{int}$$

Trabalho de esforços conservativos

$$W_{cons} = -\Delta V \quad V_g = mgh_G \quad V_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

(5) Dinâmica do corpo rígido

$$\begin{aligned}
 \vec{H}_P &= m(G - P) \wedge \vec{v}_P + \mathbf{J}_P(\vec{\omega}) & m(G - P) \wedge \vec{a}_P + \mathbf{J}_P(\vec{\alpha}) + \vec{\omega} \wedge \mathbf{J}_P(\vec{\omega}) &= \vec{M}_P^{ext} \\
 T &= \frac{1}{2}m\vec{v}_P \cdot \vec{v}_P + m\vec{v}_P \cdot \vec{\omega} \wedge (G - P) + \frac{1}{2}\vec{\omega} \cdot \mathbf{J}_P(\vec{\omega}) & \frac{dT}{dt} &= \vec{R} \cdot \vec{v}_P + \vec{M}_P \cdot \vec{\omega} \\
 \mathbf{J}_P(\vec{\omega}) &= (+J_{Px}\omega_x - J_{Pxy}\omega_y - J_{Pxz}\omega_z)\vec{i} + (-J_{Pxy}\omega_x + J_{Py}\omega_y - J_{Pyz}\omega_z)\vec{j} + (-J_{Pxz}\omega_x - J_{Pyz}\omega_y + J_{Pz}\omega_z)\vec{k}
 \end{aligned}$$

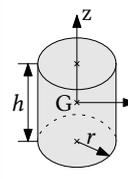
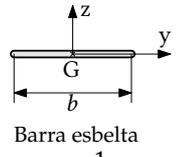
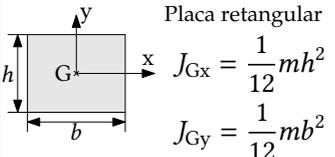
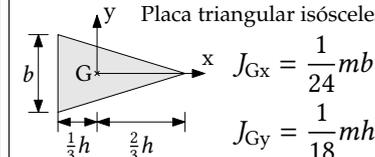
Movimento no plano xy

$$m(G - P) \wedge \vec{a}_P + J_{Pz}\vec{\alpha} = \vec{M}_P^{ext} \quad \mathbf{J}_P(\vec{\omega}) = J_{Pz}\vec{\omega}$$

(6) Momentos e produtos de inércia

$$J_{Oz} = \sum_i m_i(x_i^2 + y_i^2) \quad J_{Oxy} = \sum_i m_i x_i y_i \quad J_{Oz} = J_{Gz} + m(x_G^2 + y_G^2) \quad J_{Oxy} = J_{Gxy} + m x_G y_G$$

(7) Propriedades inerciais de sólidos homogêneos (de massa m e dimensões indicadas)

 <p>Cilindro maciço ou disco esbelto ($h = 0$)</p> $J_{Gz} = \frac{1}{2}mr^2$ $J_{Gy} = \frac{1}{12}m(3r^2 + h^2)$	 <p>Barra esbelta</p> $J_{Gz} = \frac{1}{12}mb^2$	 <p>Placa retangular</p> $J_{Gx} = \frac{1}{12}mh^2$ $J_{Gy} = \frac{1}{12}mb^2$	 <p>Placa triangular isóceles</p> $J_{Gx} = \frac{1}{24}mb^2$ $J_{Gy} = \frac{1}{18}mh^2$
Para corpos modelados como placas sobre o plano xy: $J_{Gz} = J_{Gx} + J_{Gy}$			