

**Exercícios de estudos para prova 1 (não vale nota, não é para entrega)**

Dica: Use a calculadora e os códigos das atividades para verificar os resultados. Para os métodos iterativos, faça algumas iterações na mão para entender a lógica, e termine o exercício no computador.

1. Sabe-se que o computador possui limitação na representação dos números e essa limitação depende da precisão utilizada. Utilizando as normas IEEE 754 e considerando a precisão simples responda:
  - (a) quantos bits são necessários para representar um número?
  - (b) qual o maior número real representado?
  - (c) qual o menor número real maior que zero representado?
  - (d) qual seria o sistema de ponto flutuante  $\mathbb{F}(\beta, t, L, U)$  para essa precisão?
2. Dado o sistema  $\mathbb{F}(2, 4, -30, 31)$  responda os itens (a), (b) e (c) da questão 1.
3. Defina com suas palavras o que é uma operação elementar matricial e quais são elas.
4. Seja o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_3 = -1 \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 8 \end{cases}$$

- (a) Escreva o sistema na forma  $A\vec{x} = \vec{b}$ .
  - (b) Resolva o sistema utilizando o método de Gauss sem pivoteamento.
  - (c) Qual a decomposição LU de A?
  - (d) Qual o determinante de A?
  - (e) Calcule a decomposição LU com pivoteamento parcial ( $PA = LU$ ).
  - (f) O determinante de  $PA = LU$  é igual ao determinante de A? Porque?
  - (g) Calcule a inversa de A usando a decomposição  $PA = LU$
5. O que é um método iterativo e como ele chega ao fim?
  6. Dentre os métodos de Gauss-Jacobi e Gauss-Seidel qual converge mais rápido, em geral? Porque?
  7. Se uma matriz  $A$  é triangular superior, como fica a sua decomposição LU? Ilustre com um exemplo para  $A_{3 \times 3}$ .

8. Se uma matriz  $A$  é triangular inferior, com elementos da diagonal principal iguais a 1, como fica a sua decomposição LU? E quando  $A$  é triangular inferior com diagonal principal diferente de 1? Ilustre com um exemplo para  $A_{3 \times 3}$ .
9. Mostre que a equação  $f(x) = 4x - e^x = 0$  possui uma raiz no intervalo  $(0, 1)$  e outra no intervalo  $(2, 3)$ .
10. Aplique o método da bisseção para resolver:
  - (a)  $\exp(x) - x - 3x = 0$
  - (b)  $x^3 + \cos(x) = 0$demonstrando os passos graficamente.
11. Qual a semelhança e diferença entre o método de Newton e o método da secante? Descreva graficamente os dois métodos.
12. Responda com verdadeiro ou falso:
  - (a) Se premultiplicar (ou seja, multiplicar a esquerda) uma matriz  $A$  por uma matriz de permutação  $P$ , então o resultado será uma matriz com as mesmas linhas que  $A$ , mas numa ordem diferente.
  - (b) Uma matriz obtida trocando a ordem apenas de duas linhas da matriz identidade, é uma matriz de permutação.
  - (c) Se  $A = LU$  (decomposição LU), então  $\det(A) = \det(L)$ .
  - (d) O pivotamento ajuda na precisão reduzindo o erro de arredondamento.
  - (e) Toda matriz não-singular admite ser fatorada como  $A = LU$ .
  - (f) Toda matriz não-singular admite ser fatorada como  $PA = LU$ .
13. Descreva a relação entre o método de Newton e a aproximação de Taylor.
14. No método de Newton para solução de equação não-linear, era necessário que a derivada da função não fosse zero em  $x^{(k)}$ . Qual é a condição equivalente, no uso do método de Newton para a solução de um sistema de equações não-lineares?
15. Exercícios do Quarteroni: 2.2, 2.6