

# ACH2024

## Aula 6

### Implementação de Grafos por Lista de Adjacências (parte 2)

Profa. Ariane Machado Lima

# Aulas passadas...

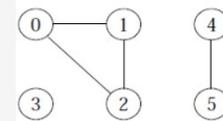
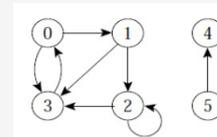
# grafo\_matrizadj.h

```
#include <stdbool.h>

#define MAXNUMVERTICES 100
#define AN -1 /* aresta nula (representa ausencia de aresta) */
#define VERTICE_INVALIDO -1 /* vertice inexistente */

typedef int Peso;
typedef struct {
    Peso mat[MAXNUMVERTICES][MAXNUMVERTICES];
    int numVertices;
    int numArestas;
} Grafo;

void inicializaGrafo(Grafo* grafo, int nv);
void insereAresta(int v1, int v2, Peso peso, Grafo *grafo);
bool existeAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo);
void removeAresta(int v1, int v2, Peso* peso, Grafo *grafo);
bool listaAdjVazia(int v, Grafo* grafo);
int primeiroListaAdj(int v, Grafo* grafo);
int proxListaAdj(int v, Grafo* grafo, int prox);
void imprimeGrafo(Grafo* grafo);
void liberaGrafo(Grafo* grafo);
```



	0	1	2	3	4	5
0		1		1		
1			1	1		
2				1	1	
3	1					
4						
5						

	0	1	2	3	4	5
0		1	1			
1	1		1			
2	1	1				
3						
4						
5						

# Matriz de adjacência - Reflexões

Essa representação por matriz adjacência é sempre eficiente?

	Matriz de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$
<b>insereAresta</b>	$O(1)$
<b>existeAresta</b>	$O(1)$
<b>removeAresta</b>	$O(1)$
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$



- ✓ Acesso instantâneo a uma aresta (tempo constante) – consulta, inserção e remoção
- ✓ **Para grafos densos OK !!!**



- Mesmo que o grafo tenha poucas arestas (**esparso**):
- × Utilização da lista de adjacência em  $O(v)$
  - × Espaço  $\Omega(v^2)$

# Lista de adjacência (grafo\_listaadj.h)

```
#include <stdbool.h> /* variaveis bool assumem valores "true" ou "false" */

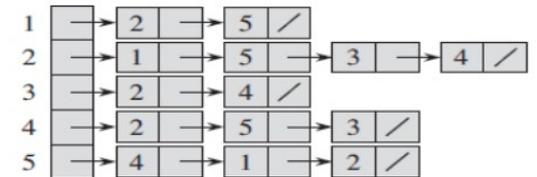
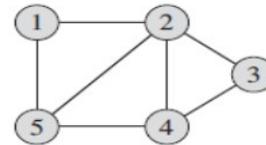
#define VERTICE_INVALIDO NULL /* numero de vertice invalido ou ausente */
#define AN -1 /* aresta nula */

typedef int Peso;

/*
  tipo estruturado taresta:
  vertice destino, peso, ponteiro p/ prox. aresta
*/
typedef struct str_aresta {
  int vdest;
  Peso peso;
  struct str_aresta* prox;
} Aresta;

typedef Aresta* Apontador;

/*
  tipo estruturado grafo:
  vetor de listas de adjacencia (cada posicao contem o ponteiro
  para o inicio da lista de adjacencia do vertice)
  numero de vertices
*/
typedef struct {
  Apontador* listaAdj;
  int numVertices;
  int numArestas;
} Grafo;
```



Por conta do  
proxListaAdj

# Novo grafo\_matrizadj.h

```
#define MAXNUMVERTICES 100
#define AN -1 /* aresta nula, ou seja, valor que representa ausencia de aresta */
#define VERTICE_INVALIDO -1 /* numero de vertice invalido ou ausente */

#include <stdbool.h> /* variaveis bool assumem valores "true" ou "false" */

typedef int Peso;
typedef struct {
    Peso mat[MAXNUMVERTICES][MAXNUMVERTICES];
    int numVertices;
    int numArestas;
} Grafo;
typedef int Apontador; ←

bool inicializaGrafo(Grafo* grafo, int nv);
int obtemNrVertices(Grafo* grafo);
int obtemNrArestas(Grafo* grafo);
bool verificaValidadeVertice(int v, Grafo *grafo);
void insereAresta(int v1, int v2, Peso peso, Grafo *grafo);
bool existeAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo);
Peso obtemPesoAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo);
bool removeArestaObtendoPeso(int v1, int v2, Peso* peso, Grafo *grafo);
bool removeAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo);
bool listaAdjVazia(int v, Grafo* grafo);
Apontador primeiroListaAdj(int v, Grafo* grafo); ←
Apontador proxListaAdj(int v, Grafo* grafo, Apontador atual); ←
void imprimeGrafo(Grafo* grafo);
void liberaGrafo(Grafo* grafo);
int verticeDestino(Apontador p, Grafo* grafo); ←
```

Essa parte (ou seja, os protótipos) devem ser idênticos em grafo\_matrizadj.h e grafo\_listaadj.h



# Lista de adjacência (grafo\_listaadj.h)

```
#include <stdbool.h> /* variaveis bool assumem valores "true" ou "false" */  
  
#define VERTICE_INVALIDO NULL /* numero de vertice invalido ou ausente */  
#define AN -1 /* aresta nula */
```

```
typedef int Peso;
```

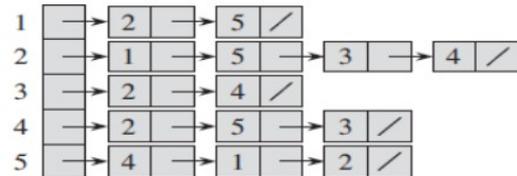
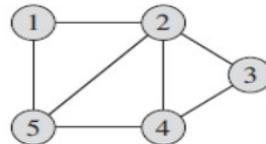
```
/*  
 tipo estruturado taresta:  
 vertice destino, peso, ponteiro p/ prox. aresta  
*/
```

```
typedef struct str_aresta {  
 int vdest;  
 Peso peso;  
 struct str_aresta* prox;  
} Aresta;
```

```
typedef Aresta* Apontador;
```

```
/*  
 tipo estruturado grafo:  
 vetor de listas de adjacencia (cada posicao contem o ponteiro  
 para o inicio da lista de adjacencia do vertice)  
 numero de vertices  
*/
```

```
typedef struct {  
 Apontador* listaAdj;  
 int numVertices;  
 int numArestas;  
} Grafo;
```



```
bool inicializaGrafo(Grafo* grafo, int nv);  
int obtemNrVertices(Grafo* grafo);  
int obtemNrArestas(Grafo* grafo);  
bool verificaValidadeVertice(int v, Grafo *grafo);  
void insereAresta(int v1, int v2, Peso peso, Grafo *grafo);  
bool existeAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo);  
Peso obtemPesoAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo);  
bool removeArestaObtendoPeso(int v1, int v2, Peso* peso, Grafo *grafo);  
bool removeAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo);  
bool listaAdjVazia(int v, Grafo* grafo);  
Apontador primeiroListaAdj(int v, Grafo* grafo);  
Apontador proxListaAdj(int v, Grafo* grafo, Apontador atual);  
void imprimeGrafo(Grafo* grafo);  
void liberaGrafo(Grafo* grafo);  
int verticeDestino(Apontador p, Grafo* grafo);
```

# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.
→ inicializaGrafo	$O(v^2)$	
imprimeGrafo	$O(v^2)$	
insereAresta	$O(1)$	
existeAresta	$O(1)$	
removeAresta	$O(1)$	
listaAdjVazia	$O(v)$	
proxListaAdj	$O(v)$	
liberaGrafo	$O(1)$	

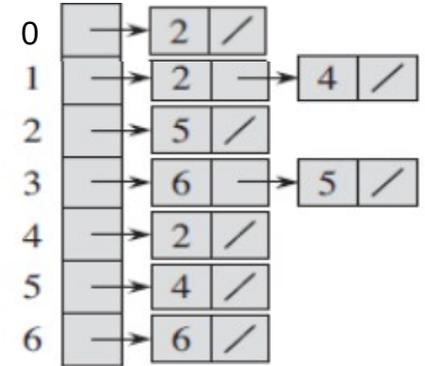
# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.
→ inicializaGrafo	$O(v^2)$	$O(v)$
imprimeGrafo	$O(v^2)$	
insereAresta	$O(1)$	
existeAresta	$O(1)$	
removeAresta	$O(1)$	
listaAdjVazia	$O(v)$	
proxListaAdj	$O(v)$	
liberaGrafo	$O(1)$	

# Verificação se a lista de adjacência de um vértice é vazia

```
/*  
bool listaAdjVazia(int v, Grafo* grafo):  
Retorna true se a lista de adjacencia (de vertices adjacentes)  
do vertice v é vazia, e false caso contrário.  
*/  
bool listaAdjVazia(int v, Grafo* grafo){  
    if (! verificaValidadeVertice(v, grafo))  
        return false;  
    return (grafo->listaAdj[v]==NULL);  
}
```



```
typedef struct str_aresta {  
    int vdest;  
    Peso peso;  
    struct str_aresta* prox;  
} Aresta;
```

```
typedef struct {  
    Aresta** listaAdj;  
    int numVertices;  
    int numArestas;  
} Grafo;
```

# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	
→ <b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	

# Próximo da lista de adjacência

```
/*  
  Apontador proxListaAdj(int v, Grafo* grafo, Apontador atual):  
  Retorna o proximo vertice adjacente a v, partindo do vertice "atual" adjacente a v  
  ou NULL se a lista de adjacencia tiver terminado sem um novo proximo.  
*/  
Apontador proxListaAdj(int v, Grafo* grafo, Apontador atual){  
  if (atual == NULL) {  
    fprintf(stderr, "atual == NULL\n");  
    return VERTICE_INVALIDO;  
  }  
  return(atual->prox);  
}
```

# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

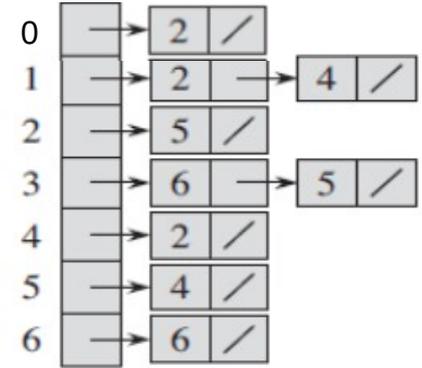
	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	



# Primeiro da lista de adjacência

```
/*  
primeiroListaAdj(v, Grafo): retorna o endereço do primeiro vertice  
adjacente a v.  
*/
```

```
Apontador primeiroListaAdj(int v, Grafo *grafo) {  
    return(grafo->listaAdj[v]);  
}
```



```
typedef struct str_aresta {  
    int vdest;  
    Peso peso;  
    struct str_aresta* prox;  
} Aresta;
```

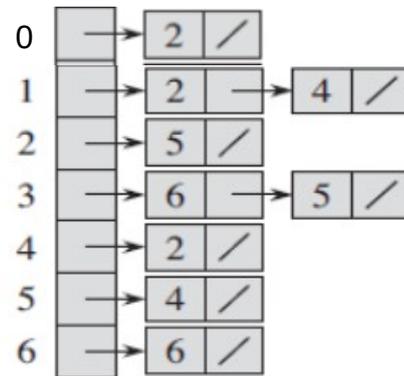
```
typedef struct {  
    Apontador* listaAdj;  
    int numVertices;  
    int numArestas;  
} Grafo;
```

# Existência de aresta

```
/*  
bool existeAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo):  
Retorna true se existe a aresta (v1, v2) no grafo e false caso contrário  
*/  
bool existeAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo)  
{  
    Apontador q;  
  
    if (! (verificaValidadeVertice(v1, grafo) && verificaValidadeVertice(v2, grafo)))  
        return false;  
  
    q = grafo->listaAdj[v1];  
    while ((q != NULL) && (q->vdest != v2))  
        q = q->prox;  
    if (q != NULL) return true;  
    return false;  
}
```

```
typedef struct str_aresta {  
    int vdest;  
    Peso peso;  
    struct str_aresta* prox;  
} Aresta;
```

```
typedef struct {  
    Apontador* listaAdj;  
    int numVertices;  
    int numArestas;  
} Grafo;
```



# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	
→ <b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	

# Obtenção do peso da aresta

```
/*  
  Peso obtemPesoAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo):  
  Retorna o peso da aresta (v1, v2) no grafo se ela existir e AN caso contrário  
*/  
Peso obtemPesoAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo)  
{
```

$O(v)$

# Aula de hoje

Demais operações

Juntando tudo

Buscas em grafos

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	

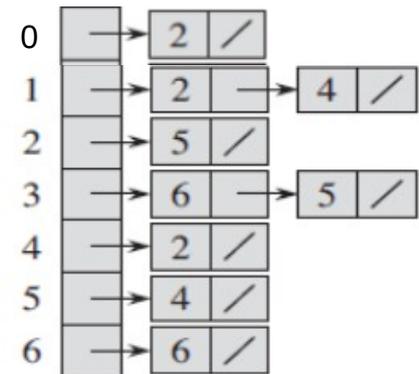
# Inserção de aresta

```
/*  
void insereAresta(int v1, int v2, Peso peso, Grafo *grafo):  
Insere a aresta (v1, v2) com peso "peso" no grafo.  
Nao verifica se a aresta ja existia (isso deve ser feito pelo usuario antes, se necessario).  
*/  
void insereAresta(int v1, int v2, Peso peso, Grafo *grafo){
```

(não verifica se ela já existe; sem ordenação dos adjacentes)

```
typedef struct str_aresta {  
    int vdest;  
    Peso peso;  
    struct str_aresta* prox;  
} Aresta;
```

```
typedef struct {  
    Apontador* listaAdj;  
    int numVertices;  
    int numArestas;  
} Grafo;
```

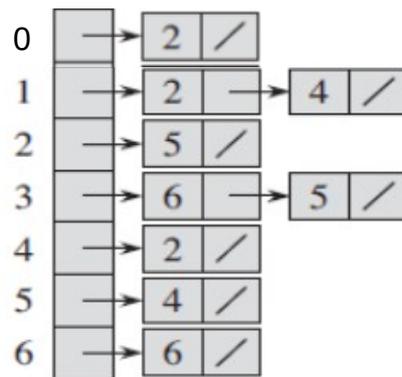


# Inserção de aresta

```
/*  
 void insereAresta(int v1, int v2, Peso peso, Grafo *grafo):  
 Insere a aresta (v1, v2) com peso "peso" no grafo.  
 Não verifica se a aresta já existia.  
*/  
void insereAresta(int v1, int v2, Peso peso, Grafo *grafo) {  
    Apontador p;  
  
    if (! (verificaValidadeVertice(v1, grafo) && verificaValidadeVertice(v2, grafo)))  
        return;  
  
    if(!(p = (Apontador) calloc(1, sizeof(Aresta)) )){  
        fprintf(stderr, "ERRO: Falha na alocação de memória na função insereAresta\n");  
        return;  
    }  
    p->vdest = v2;  
    p->peso = peso;  
    p->prox = grafo->listaAdj[v1]; /* insere no início! */  
    grafo->listaAdj[v1] = p;  
    grafo->numArestas++;  
}
```

```
typedef struct str_aresta {  
    int vdest;  
    Peso peso;  
    struct str_aresta* prox;  
} Aresta;
```

```
typedef struct {  
    Apontador* listaAdj;  
    int numVertices;  
    int numArestas;  
} Grafo;
```



# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	
→ <b>insereAresta</b>	$O(1)$	
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	

# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	
→ <b>insereAresta</b>	$O(1)$	$O(1)$
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	

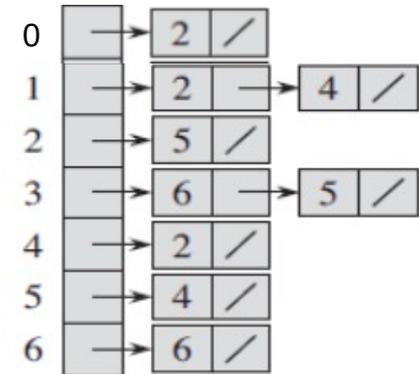
Sem verificar existência!!!  
E sem ordenar!!!

# Remoção de aresta

```
/*  
  bool removeArestaObtendoPeso(int v1, int v2, Peso* peso, Grafo *grafo);  
  Remove a aresta (v1, v2) do grafo.  
  Se a aresta existia, coloca o peso dessa aresta em "peso" e retorna true,  
  caso contrario retorna false (e "peso" é inalterado).  
*/  
bool removeArestaObtendoPeso(int v1, int v2, Peso* peso, Grafo *grafo)  
{
```

```
typedef struct str_aresta {  
  int vdest;  
  Peso peso;  
  struct str_aresta* prox;  
} Aresta;
```

```
typedef struct {  
  Apontador* listaAdj;  
  int numVertices;  
  int numArestas;  
} Grafo;
```



# Remoção de aresta

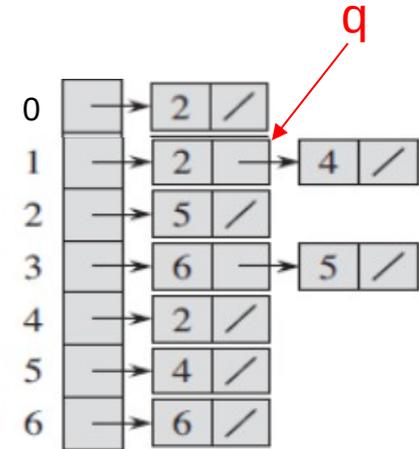
```
/*
 bool removeArestaObtendoPeso(int v1, int v2, Peso* peso, Grafo *grafo);
 Remove a aresta (v1, v2) do grafo.
 Se a aresta existia, coloca o peso dessa aresta em "peso" e retorna true,
 caso contrario retorna false (e "peso" é inalterado).
*/
bool removeArestaObtendoPeso(int v1, int v2, Peso* peso, Grafo *grafo)
{
    Apontador q, ant;

    if (! (verificaValidadeVertice(v1, grafo) && verificaValidadeVertice(v2, grafo)))
        return false;

    q = grafo->listaAdj[v1];
    while ((q != NULL) && (q->vdest != v2)){
        ant = q;
        q = q->prox;
    }
    //aresta existe
    if (q != NULL){
        if (grafo->listaAdj[v1] == q)
            grafo->listaAdj[v1] = q->prox;
        else ant->prox = q->prox;
        *peso = q->peso;
        q->prox = NULL;
        free(q);
        q = NULL;
        return true;
    }
    //aresta nao existe
    return false;
}
```

```
typedef struct str_aresta {
    int vdest;
    Peso peso;
    struct str_aresta* prox;
} Aresta;
```

```
typedef struct {
    Apontador* listaAdj;
    int numVertices;
    int numArestas;
} Grafo;
```

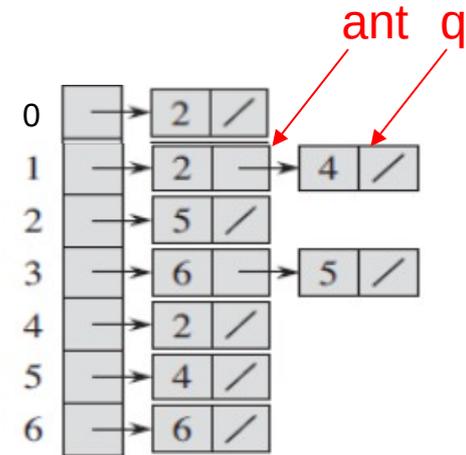


# Remoção de aresta

```
/*  
 bool removeArestaObtendoPeso(int v1, int v2, Peso* peso, Grafo *grafo);  
 Remove a aresta (v1, v2) do grafo.  
 Se a aresta existia, coloca o peso dessa aresta em "peso" e retorna true,  
 caso contrario retorna false (e "peso" é inalterado).  
*/  
bool removeArestaObtendoPeso(int v1, int v2, Peso* peso, Grafo *grafo)  
{  
    Apontador q, ant;  
  
    if (! (verificaValidadeVertice(v1, grafo) && verificaValidadeVertice(v2, grafo)))  
        return false;  
  
    q = grafo->listaAdj[v1];  
    while ((q != NULL) && (q->vdest != v2)){  
        ant = q;  
        q = q->prox;  
    }  
    //aresta existe  
    if (q != NULL){  
        if (grafo->listaAdj[v1] == q)  
            grafo->listaAdj[v1] = q->prox;  
        else ant->prox = q->prox;  
        *peso = q->peso;  
        q->prox = NULL;  
        free(q);  
        q = NULL;  
        return true;  
    }  
    //aresta nao existe  
    return false;  
}
```

```
typedef struct str_aresta {  
    int vdest;  
    Peso peso;  
    struct str_aresta* prox;  
} Aresta;
```

```
typedef struct {  
    Apontador* listaAdj;  
    int numVertices;  
    int numArestas;  
} Grafo;
```



# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	$O(1)$
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
→ <b>removeAresta</b>	$O(1)$	
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	

Sem verificar existência!!!  
E sem ordenar!!!

# Complexidades

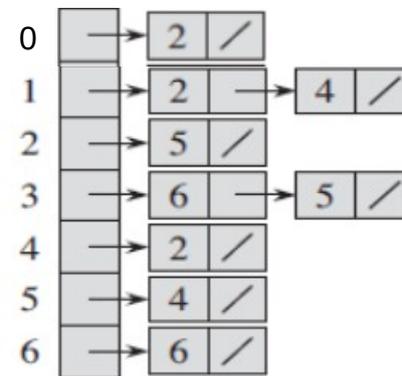
(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	$O(1)$
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	

Sem verificar existência!!!  
E sem ordenar!!!



# Liberação do espaço em memória

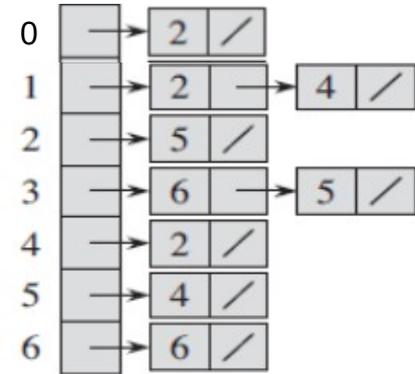


```
typedef struct str_aresta {  
    int vdest;  
    Peso peso;  
    struct str_aresta* prox;  
} Aresta;
```

```
typedef struct {  
    Apontador* listaAdj;  
    int numVertices;  
    int numArestas;  
} Grafo;
```

# Liberação do espaço em memória

```
/*  
 void liberaGrafo (Grafo *grafo): Libera o espaço ocupado por um grafo.  
*/  
void liberaGrafo (Grafo *grafo) {  
    int v;  
    Apontador p;  
  
    // libera a lista de adjacencia de cada vertice  
    for (v = 0; v < grafo->numVertices; v++) {  
        while ((p = grafo->listaAdj[v]) != NULL) {  
            grafo->listaAdj[v] = p->prox;  
            p->prox=NULL;  
            free(p);  
        }  
    }  
    grafo->numVertices=0;  
    // Libera o vetor de ponteiros para as listas de adjacencia  
    free(grafo->listaAdj);  
    grafo->listaAdj = NULL;  
}
```



```
typedef struct str_aresta {  
    int vdest;  
    Peso peso;  
    struct str_aresta* prox;  
} Aresta;
```

```
typedef struct {  
    Apontador* listaAdj;  
    int numVertices;  
    int numArestas;  
} Grafo;
```

# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	$O(1)$
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	

Sem verificar existência!!!  
E sem ordenar!!!



# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	$O(1)$
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	$O(v+a)$

Sem verificar existência!!!  
E sem ordenar!!!



# Impressão do grafo

```
/*  
void imprimeGrafo(Grafo* grafo):  
Imprime os vertices e arestas do grafo no seguinte formato:  
v1: (adj11, peso11); (adj12, peso12); ...  
v2: (adj21, peso21); (adj22, peso22); ...  
Assuma que cada vértice é um inteiro de até 2 dígitos.  
*/  
void imprimeGrafo(Grafo *grafo) {
```

# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.	
	$O(v^2)$	$O(v)$	
→ <b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$		
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	$O(1)$	Sem verificar existência!!! E sem ordenar!!!
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$	
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$	
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$	
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$	
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	$O(v+a)$	

# Complexidades

(considerando um grafo de  $v$  vértices e  $a$  arestas)

	Matriz de adj.	Lista de adj.	
inicializaGrafo	$O(v^2)$	$O(v)$	
→ imprimeGrafo	$O(v^2)$	$O(v+a)$	
insereAresta	$O(1)$	$O(1)$	Sem verificar existência!!! E sem ordenar!!!
existeAresta	$O(1)$	$O(v)$	
removeAresta	$O(1)$	$O(v)$	
listaAdjVazia	$O(v)$	$O(1)$	
proxListaAdj	$O(v)$	$O(1)$	
liberaGrafo	$O(1)$	$O(v+a)$	

# Matriz e listas de adjacência - escolhas

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v+a)$
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	$O(1)$
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	$O(v+a)$

# Matriz e listas de adjacência - escolhas

Para escolher entre uma representação e outra, devem ser considerados:

- O grafo é esparso? ( $|a| \ll |V^2|$ ) (a: arestas)
- Economia de espaço é fundamental?
  - Cuidado: ponteiros também ocupam espaço...
- Prioridade para economia de tempo em algumas dessas operações:
  - Acesso a arestas específicas
  - Iterar sobre os adjacentes de um vértice

	Matriz de adj.	Lista de adj.
<b>inicializaGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v)$
<b>imprimeGrafo</b>	$O(v^2)$	$O(v+a)$
<b>insereAresta</b>	$O(1)$	$O(1)$
<b>existeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>removeAresta</b>	$O(1)$	$O(v)$
<b>listaAdjVazia</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>proxListaAdj</b>	$O(v)$	$O(1)$
<b>liberaGrafo</b>	$O(1)$	$O(v+a)$

# Juntando tudo

# Juntando tudo

Temos então 6 arquivos:

- **grafo\_matrizadj.h**: tipos e protótipos para matriz
- **grafo\_matrizadj.c**: implementações das funções prototipadas em grafo\_matrizadj.h, de acordo com matriz
- **grafo\_listaadj.h**: tipos e protótipos para lista
- **grafo\_listaadj.c**: implementações das funções prototipadas em grafo\_listaadj.h, de acordo com lista
- **testa\_grafo.c**: onde tem o main que chama as funções prototipadas nos .h (são idênticas nos dois .h)
- **Makefile**: rege como eles serão compilados e ligados, gerando um executável usando matriz ou lista

# grafo\_matrizadj.h

```
#define MAXNUMVERTICES 100
#define AN -1 /* aresta nula, ou seja, valor que representa ausencia de aresta */
#define VERTICE_INVALIDO -1 /* numero de vertice invalido ou ausente */

#include <stdbool.h> /* variaveis bool assumem valores "true" ou "false" */

typedef int Peso;
typedef struct {
    Peso mat[MAXNUMVERTICES][MAXNUMVERTICES];
    int numVertices;
    int numArestas;
} Grafo;
typedef int Apontador; ←

bool inicializaGrafo(Grafo* grafo, int nv);
int obtemNrVertices(Grafo* grafo);
int obtemNrArestas(Grafo* grafo);
bool verificaValidadeVertice(int v, Grafo *grafo);
void insereAresta(int v1, int v2, Peso peso, Grafo *grafo);
bool existeAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo);
Peso obtemPesoAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo);
bool removeArestaObtendoPeso(int v1, int v2, Peso* peso, Grafo *grafo);
bool removeAresta(int v1, int v2, Grafo *grafo);
bool listaAdjVazia(int v, Grafo* grafo);
Apontador primeiroListaAdj(int v, Grafo* grafo); ←
Apontador proxListaAdj(int v, Grafo* grafo, Apontador atual); ←
void imprimeGrafo(Grafo* grafo);
void liberaGrafo(Grafo* grafo);
int verticeDestino(Apontador p, Grafo* grafo); ←
```

Essa parte (ou seja, os protótipos) devem ser idênticos em grafo\_matrizadj.h e grafo\_listaadj.h

## Arquivo testa\_grafo.c

```
//#include "grafo_matrizadj.h"
#include "grafo_listaadj.h"
#include <stdio.h>

int main()
{
    Grafo g1;
    int numVertices;

    //inicializaGrafo(&g1, 10);

    do {
        printf("Digite o número de vértices do grafo\n");
        scanf("%d", &numVertices);
    } while (!inicializaGrafo(&g1, numVertices));

    //imprimeGrafo(&g1);

    return 0;
}
```

Mudança apenas nessas duas linhas !!!!

# Makefile

```
testa_matriz: grafo_matrizadj.o testa_grafo.o
    gcc -o testa_grafo_matriz.exe grafo_matrizadj.o testa_grafo.o
```

```
grafo_matrizadj.o: grafo_matrizadj.c grafo_matrizadj.h
    gcc -c grafo_matrizadj.c
```

```
clean:
    rm -f *.o *.exe
```

```
testa_lista: grafo_listaadj.o testa_grafo.o
    gcc -o testa_grafo_lista.exe grafo_listaadj.o testa_grafo.o
```

```
grafo_listaadj.o: grafo_listaadj.c grafo_listaadj.h
    gcc -c grafo_listaadj.c
```

```
testa_grafo.o: testa_grafo.c grafo_matrizadj.h grafo_listaadj.h
    gcc -c testa_grafo.c
```



# Exercícios

- 1) Implementar a estrutura e operações de grafos utilizando lista de adjacências para:
  - grafos direcionados
  - grafos não direcionados
- 2) Você pode implementar outras operações que julgar relevantes também, como por exemplo obterPeso
- 3) Capriche no testa\_grafo.c! Inclua a leitura de um grafo (prox slide)

```

/*
LeGrafo(nomearq, Grafo)
Le o arquivo nomearq e armazena na estrutura Grafo
Layout do arquivo:
  A 1a linha deve conter o número de vertices e o numero de arestas do grafo,
  separados por espaço.
  A 2a linha em diante deve conter a informacao de cada aresta, que consiste
  no indice do vertice de origem, indice do vertice de destino e o peso da
  aresta, tambem separados por espacos.
Observações:
  Os vertices devem ser indexados de 0 a |V|-1
  Os pesos das arestas sao numeros racionais nao negativos.

Exemplo: O arquivo abaixo contem um grafo com 4 vertices (0,1,2,3) e
7 arestas.

4 7
0 3 6.3
2 1 5.0
2 0 9
1 3 1.7
0 1 9
3 1 5.6
0 2 7.2

Codigo de saida:
  1: leitura bem sucedida
  0: erro na leitura do arquivo
*/
int leGrafo(char* nomearq, Grafo *grafo) {

```

```
int leGrafo(char* nomearq, Grafo *grafo) {  
    FILE *fp;  
    int nvertices, narestas;  
    int v1, v2;  
    Peso peso;  
    int idar;
```

```
    fp = fopen(nomearq, "r");
```

```
    if (fp==NULL)
```

```
        return(0);
```

Coloque aqui antes uma msg de erro

```
    if (fscanf(fp, "%d %d", &nvertices, &narestas)!=2)
```

```
        return(0);
```

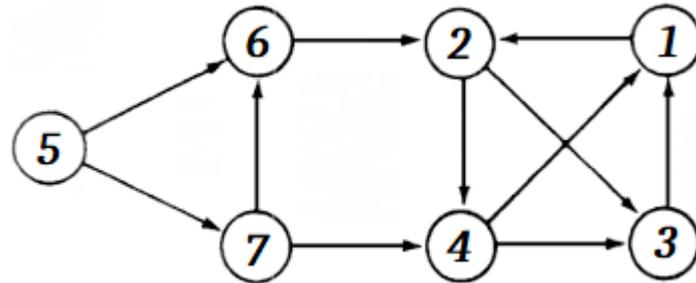
Coloque aqui antes uma msg de erro

```
    inicializaGrafo(grafo, nvertices);
```

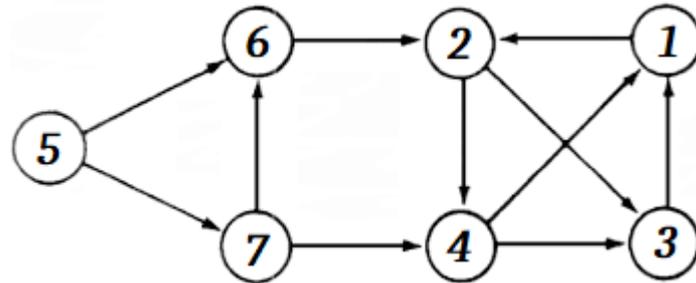
```
    (...)
```

# Formas de percorrer um grafo

# Como podemos percorrer esse grafo?

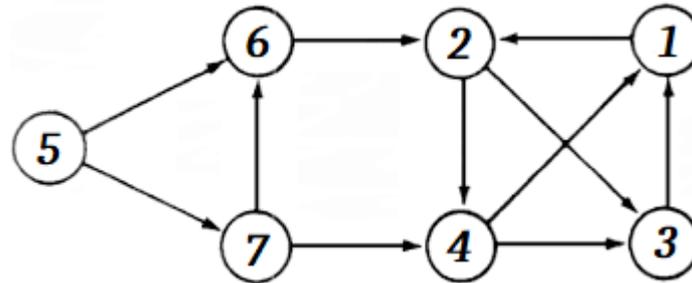


# Como podemos percorrer esse grafo?

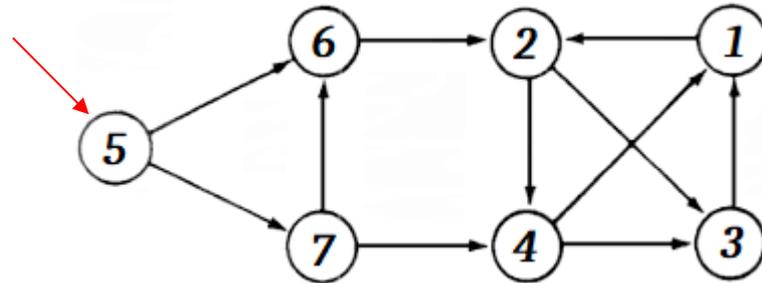


Se simplesmente queremos saber quem são todos os vértices e/ou arestas, logicamente podemos varrer a estrutura de dados de alguma forma. Mas a forma como percorremos o grafo de um nó a outro pode ser parte da solução de diferentes problemas envolvendo grafos...

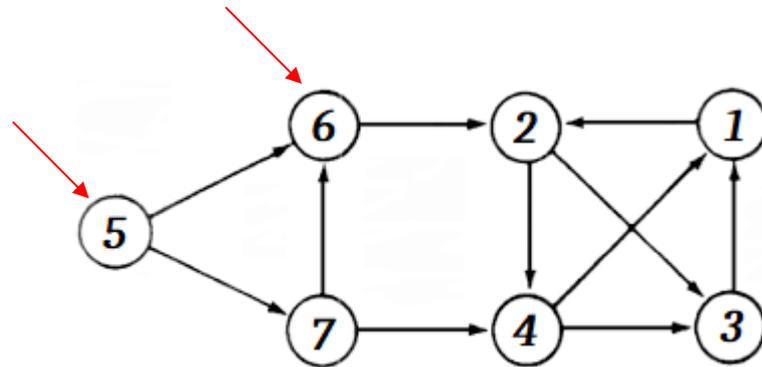
# Como podemos identificar se esse grafo possui um ciclo?



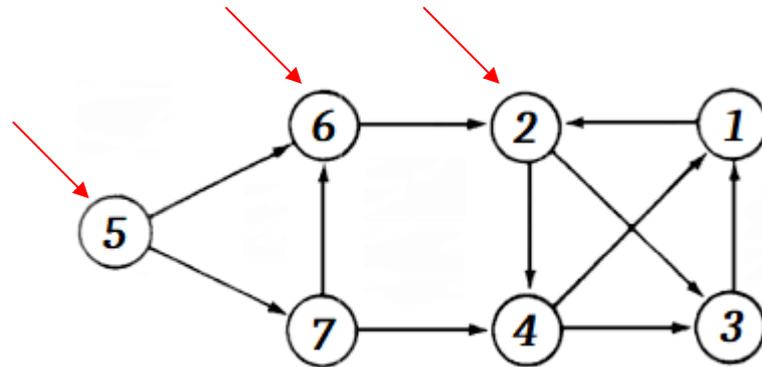
# Como podemos identificar se esse grafo possui um ciclo?



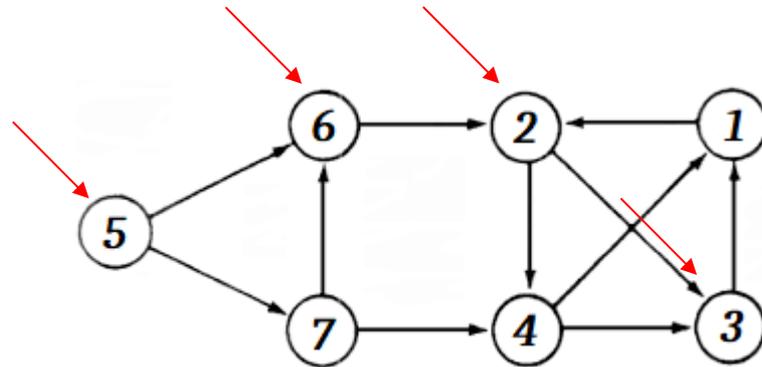
# Como podemos identificar se esse grafo possui um ciclo?



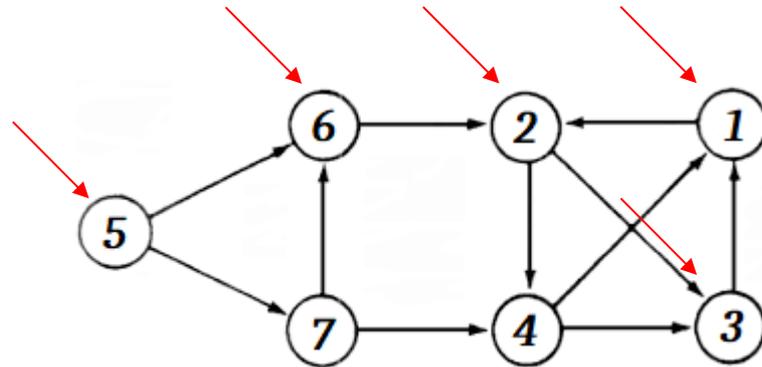
# Como podemos identificar se esse grafo possui um ciclo?



# Como podemos identificar se esse grafo possui um ciclo?

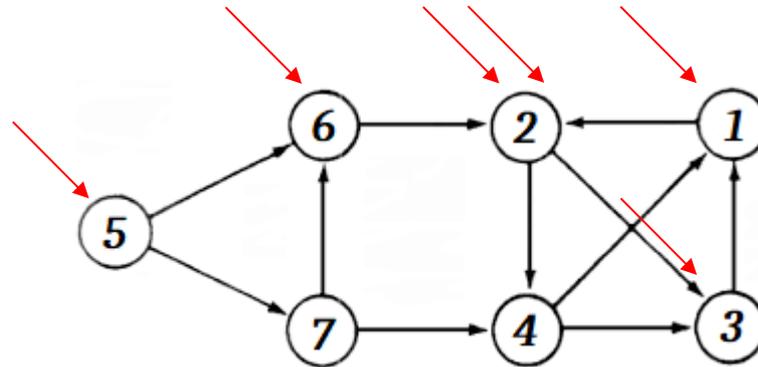


# Como podemos identificar se esse grafo possui um ciclo?

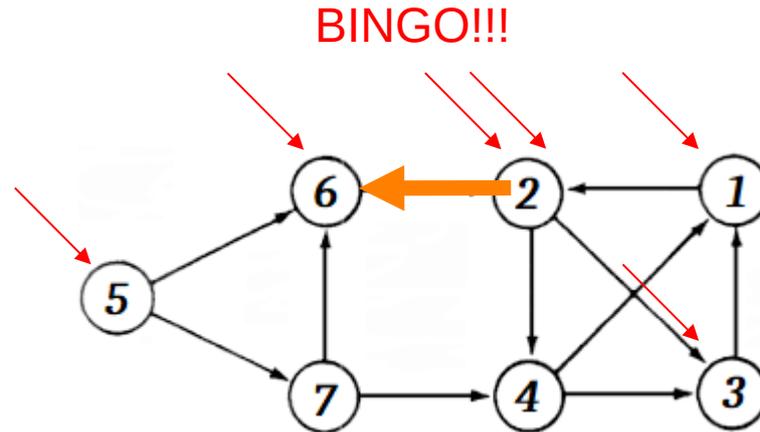


# Como podemos identificar se esse grafo possui um ciclo?

BINGO!!!

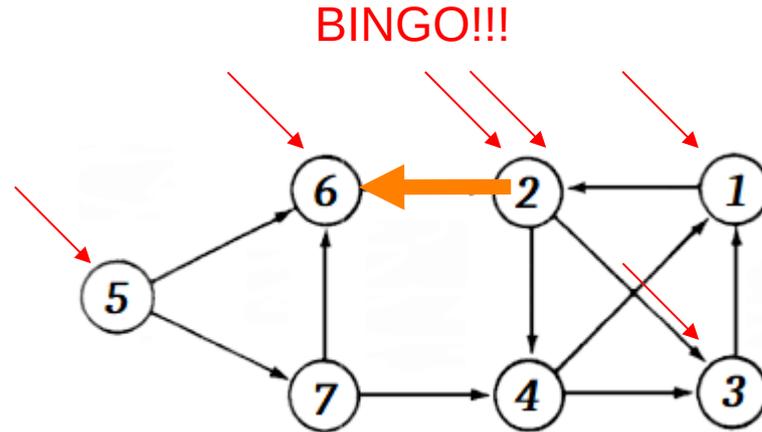


# Como podemos identificar se esse grafo possui um ciclo?



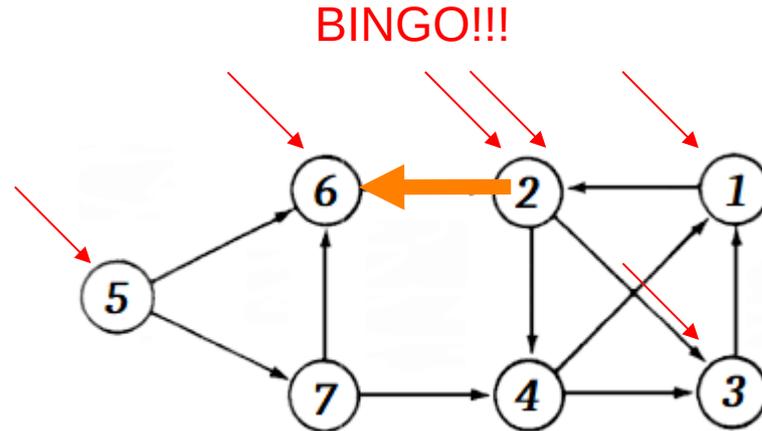
E se esse ciclo não fosse alcançável a partir do vértice 6?

# Como podemos identificar se esse grafo possui um ciclo?



E se esse ciclo não fosse alcançável a partir do vértice 6?  
Teria que testar também os vários caminhos... (por ex pelo vértice 7)

# Como podemos identificar se esse grafo possui um ciclo?



Essa forma de percorrer o grafo (sempre indo adiante a cada vértice alcançado) chama-se **busca em profundidade**

# Busca em profundidade

- O algoritmo geral tem a finalidade de passar por TODOS OS VÉRTICES seguindo arestas do grafo
- Pode ser utilizado/adaptado para várias aplicações em grafos

---

## Busca em Profundidade

---

- A busca em profundidade, do inglês *depth-first search*), é um algoritmo para caminhar no grafo.
- A estratégia é buscar o mais profundo no grafo sempre que possível.
- As arestas são exploradas a partir do vértice  $v$  mais recentemente descoberto que ainda possui arestas não exploradas saindo dele.
- Quando todas as arestas adjacentes a  $v$  tiverem sido exploradas a busca anda para trás para explorar vértices que saem do vértice do qual  $v$  foi descoberto. (antecessor de  $v$ )
- O algoritmo é a base para muitos outros algoritmos importantes, tais como verificação de grafos acíclicos, ordenação topológica e componentes fortemente conectados.

## Busca em Profundidade

- Para acompanhar o progresso do algoritmo cada vértice é colorido de branco, cinza ou preto.
- Todos os vértices são inicializados branco.
- Quando um vértice é *descoberto* pela primeira vez ele torna-se cinza, e é tornado preto quando sua lista de adjacentes tenha sido completamente examinada.

- $d[v]$ : tempo de descoberta

Medidores de tempo: úteis para

- acompanhar a evolução da busca

- utilizados em vários algoritmos de grafos

- $t[v]$ : tempo de término do exame da lista de adjacentes de  $v$ .

- Estes registros são inteiros entre 1 e  $2|V|$  pois existe um evento de descoberta e um evento de término para cada um dos  $|V|$  vértices.

# Busca em Profundidade: Exemplo

Cada vértice tem:  
 cor(d[v],t[v]) e  
 antecessor (  $\rightarrow$  )

