Física 2 – Ciências Moleculares

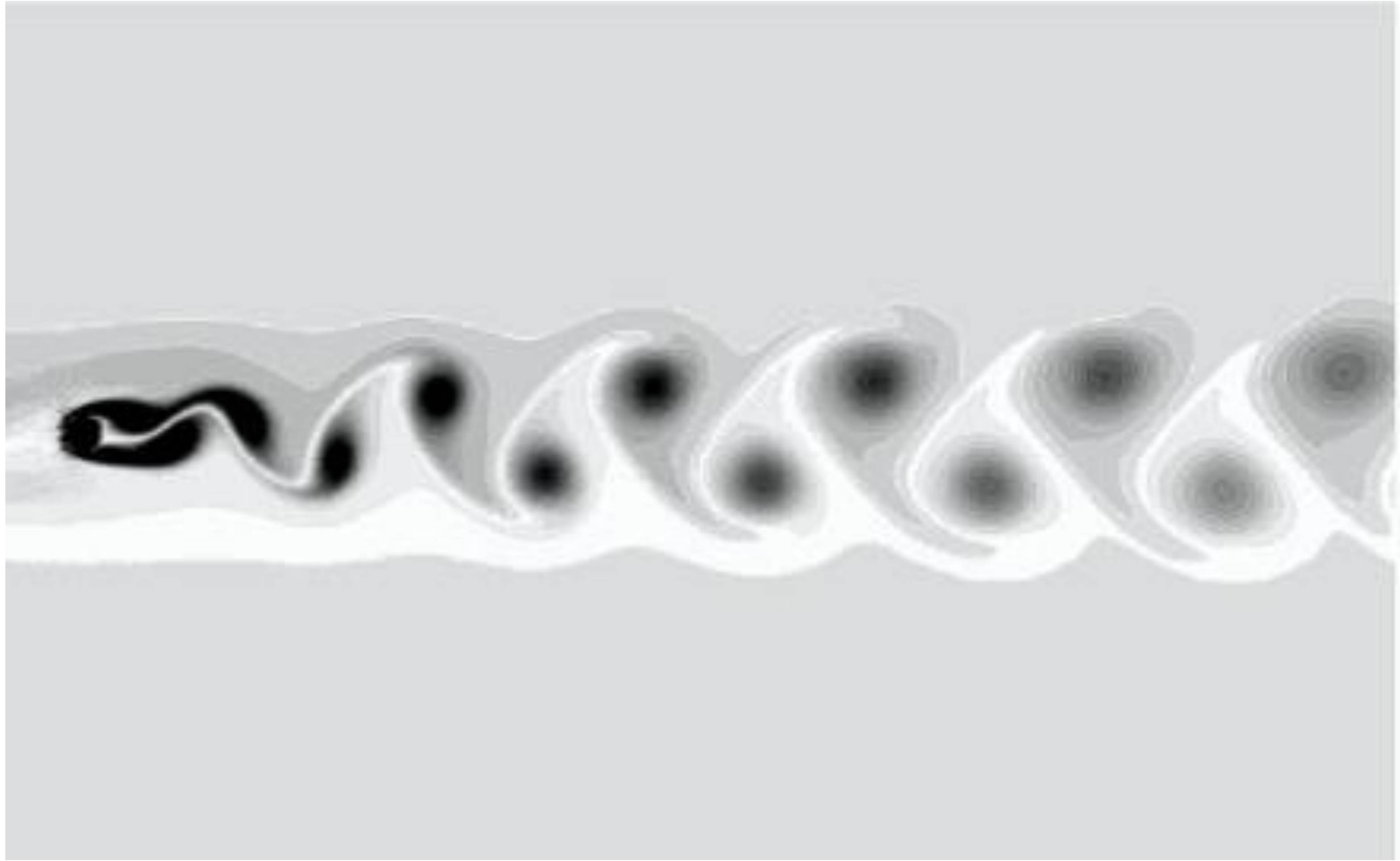
Caetano R. Miranda

crmiranda@usp.br

AULA 8 – 13/03/2024

Hidrodinâmica - Circulação

Turbulência



Grandes Num Reynolds:

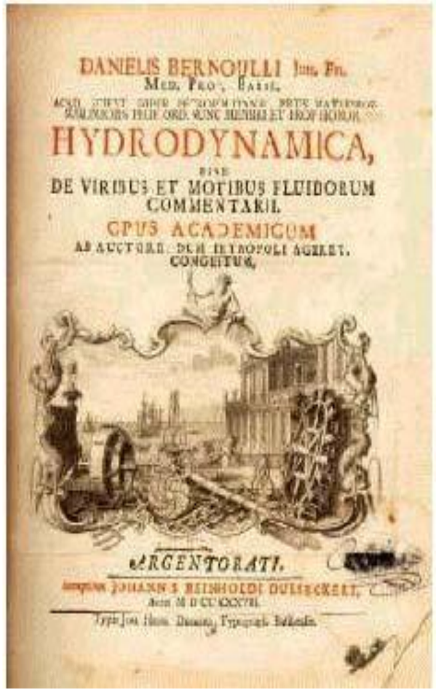
$$Re = \frac{uL}{\nu}$$

Fluxo

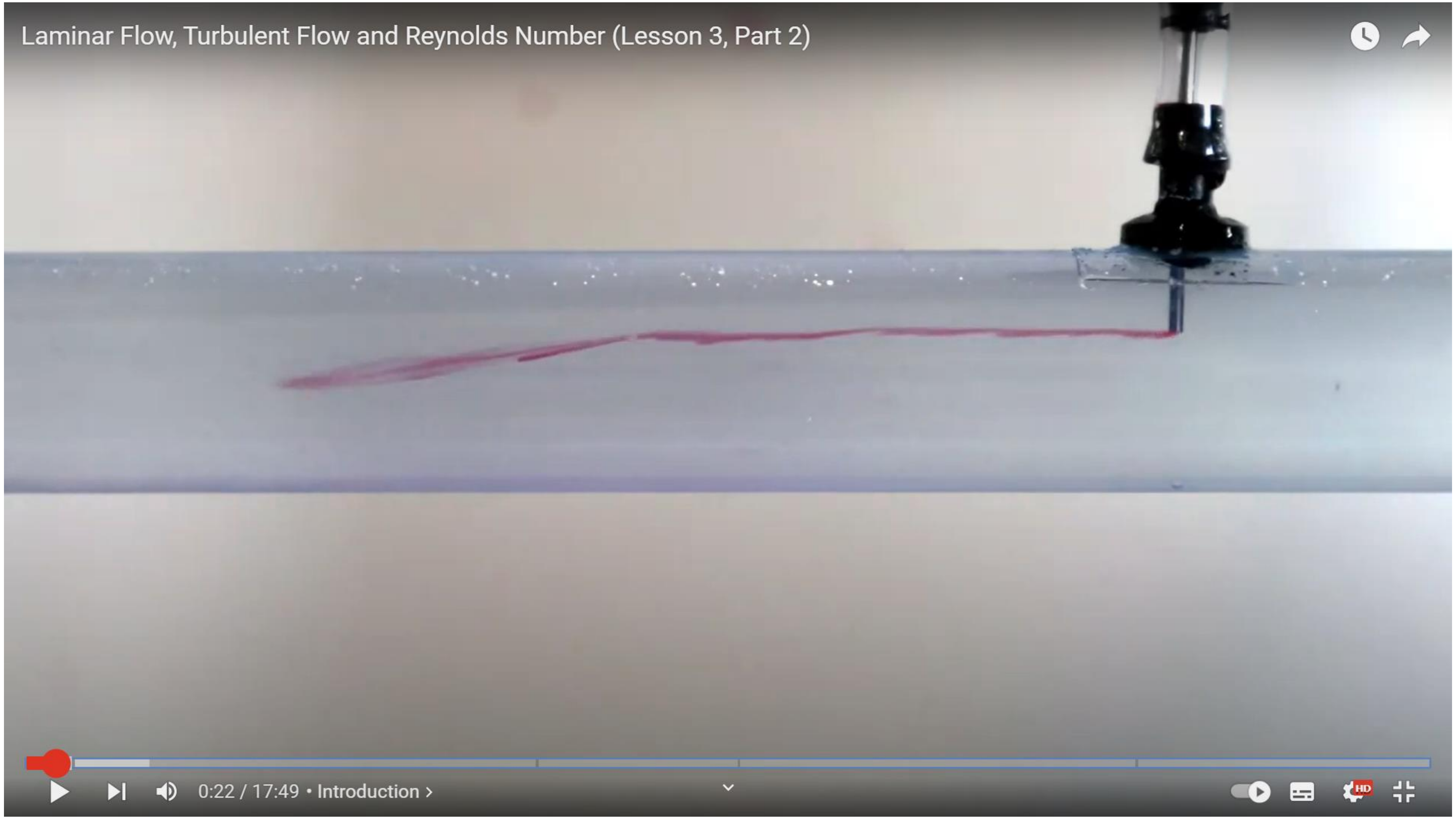
Fluidos Ideais em Movimento

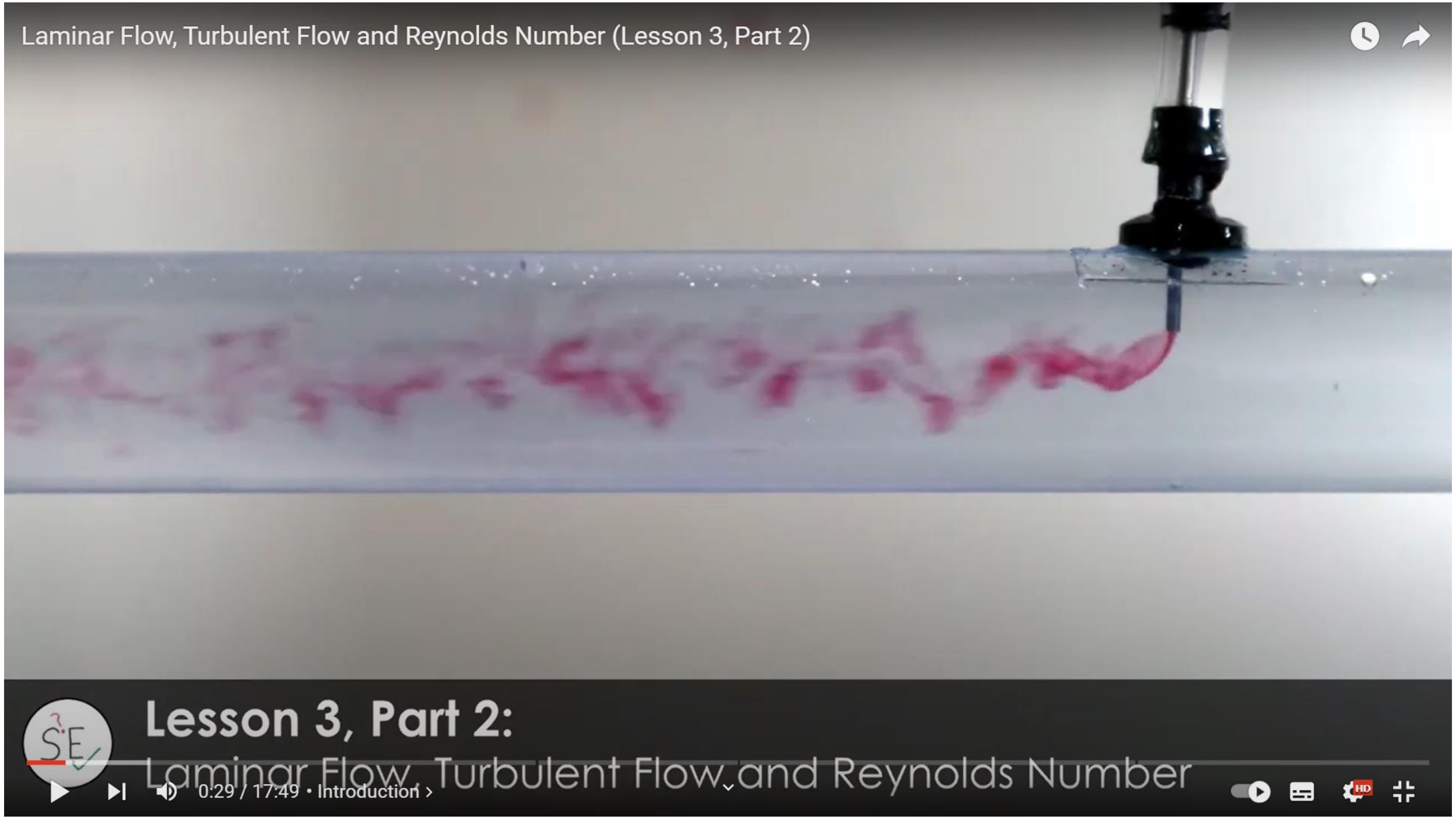
DANIEL BERNOULLI (1700-1782)

Radicada em Basiléia, Suíça, a família Bernoulli (ou Bernouilli) tem um papel de destaque nos meios científicos dos séculos XVII e XVIII: dela descendem nada menos que dez cientistas eminentes, que revolucionarão a Física e a Matemática do período.



A obra mais marcante, de Daniel Bernoulli foi ***Hidrodinâmica*** *- importante estudo de mecânica dos fluidos.*


Laminar Flow, Turbulent Flow and Reynolds Number (Lesson 3, Part 2)
0:22 / 17:49 • Introduction ›


Laminar Flow, Turbulent Flow and Reynolds Number (Lesson 3, Part 2)
Lesson 3, Part 2:
Laminar Flow, Turbulent Flow and Reynolds Number
0:29 / 17:49 • Introduction ›

Fluidos Ideais em Movimento

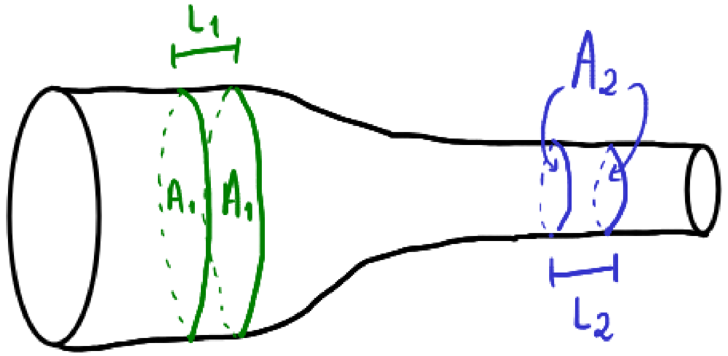
Escoamento Laminar - Fluidos ideais
Equação da Continuidade
Equação de Bernoulli

Um fluido ideal tem pelo menos as seguintes características:

- Escoamento ***Laminar*** - A velocidade do fluido em qualquer ponto fixo não muda com o tempo.
- Escoamento ***incompressível***, densidade é constante.
- Escoamento ***não viscoso***.
- Escoamento ***não - rotacional***, irrotacional.

"Escoamento ideal ou escoamento sem atrito, é aquele no qual não existem tensões de cisalhamento atuando no movimento do fluido".

Equação da continuidade visualizada



Pela lei de conservação da massa: toda massa de fluido que passa por A_1 em Δt, deve ser igual à massa que passa por A_2 também em Δt.

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 \Rightarrow \rho_1 \Delta V_1 = \rho_2 \Delta V_2 \Rightarrow \rho_1 A_1 L_1 = \rho_2 A_2 L_2$$

⤳ Sendo $v = \frac{L}{\Delta t}$ (a velocidade do fluido é o deslocamento L dividido pelo intervalo Δt).

⤳ O líquido é incompressível $\Rightarrow$ densidade é constante por ele todo.

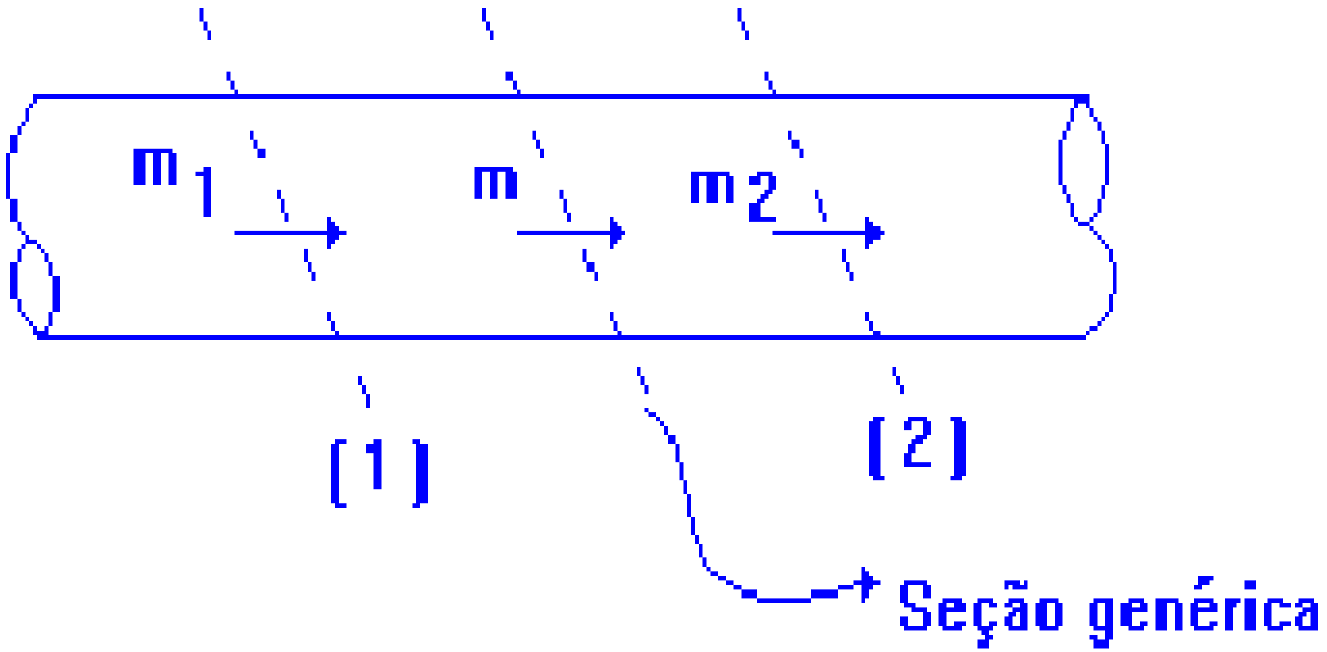
$$\Rightarrow \cancel{\rho_1} A_1 v_1 \cancel{\Delta t} = \cancel{\rho_2} A_2 v_2 \cancel{\Delta t}$$

$$\boxed{\therefore A_1 v_1 = A_2 v_2}$$

Como interpretar essa equação?
Como observar essa equação no experimento?

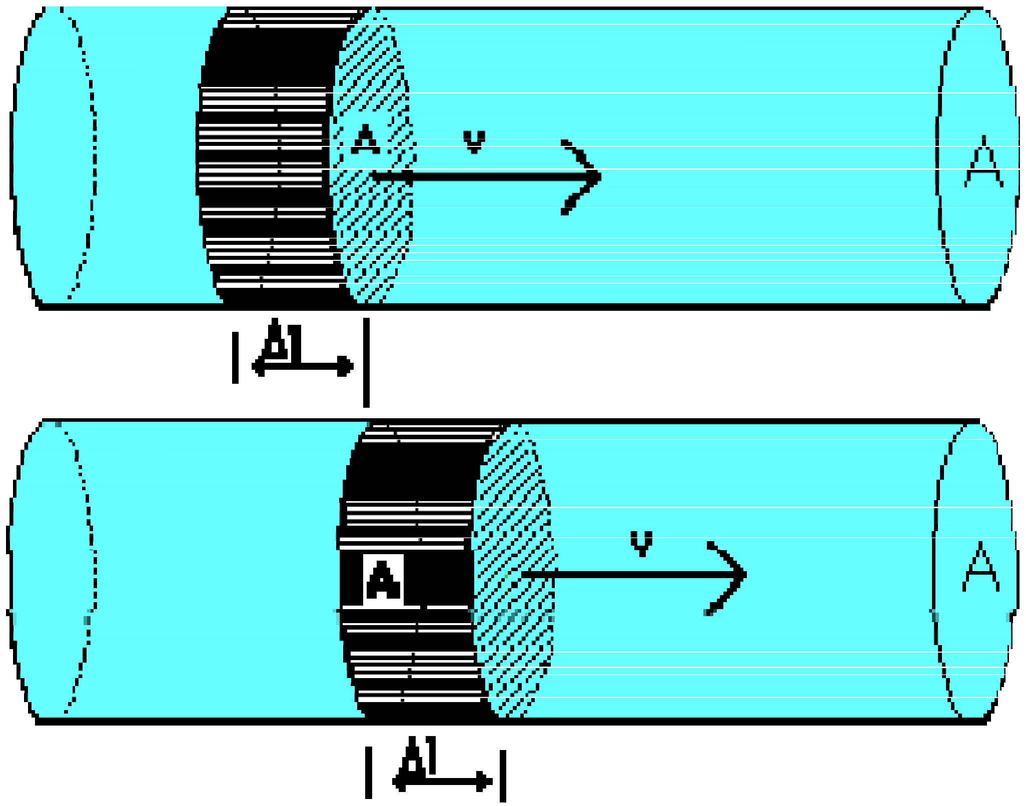
Equação da Continuidade

- É a equação que mostra a conservação da massa de líquido no conduto, ao longo de todo o escoamento;
- Pela condição de escoamento em regime permanente, podemos afirmar que entre as seções (1) e (2), não ocorre nem acúmulo, nem falta de massa:



m1 = m2 = m = cte

Equação da Continuidade



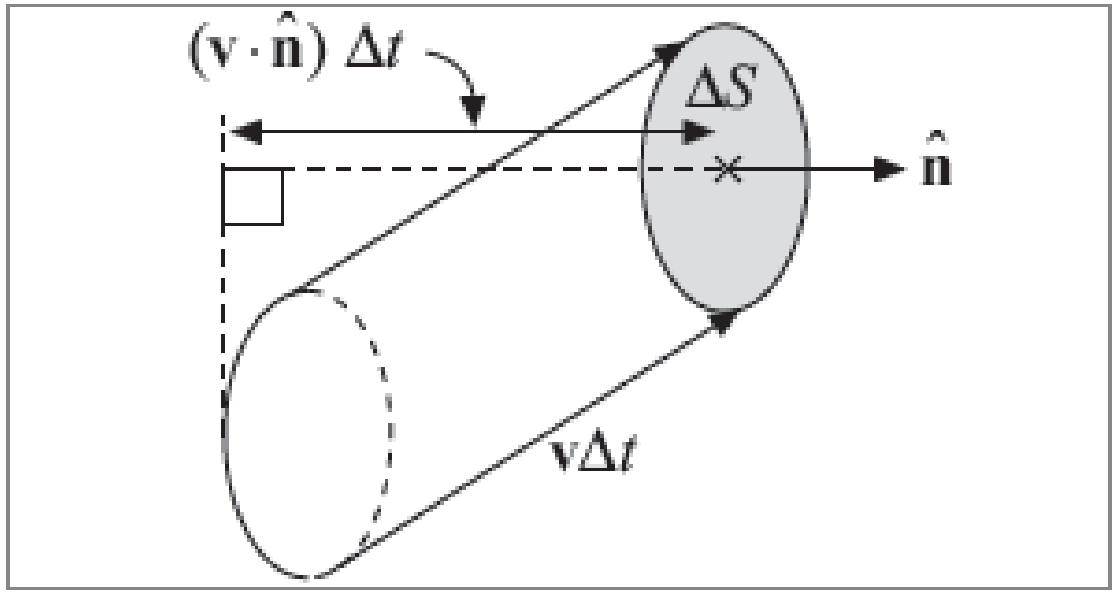


Figura 2.7 Massa que atravessa ΔS.

$$\text{Fluxo de massa} = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho\, A\, v$$

$\rho = \Delta m/V \quad \Delta m = \rho.V \quad V = A.\Delta l$

$Q = \Delta m/\Delta t = \rho.V/\,\Delta t = \rho.\,A.\Delta l\,/\Delta t = \rho.A.v$

Equação da Continuidade

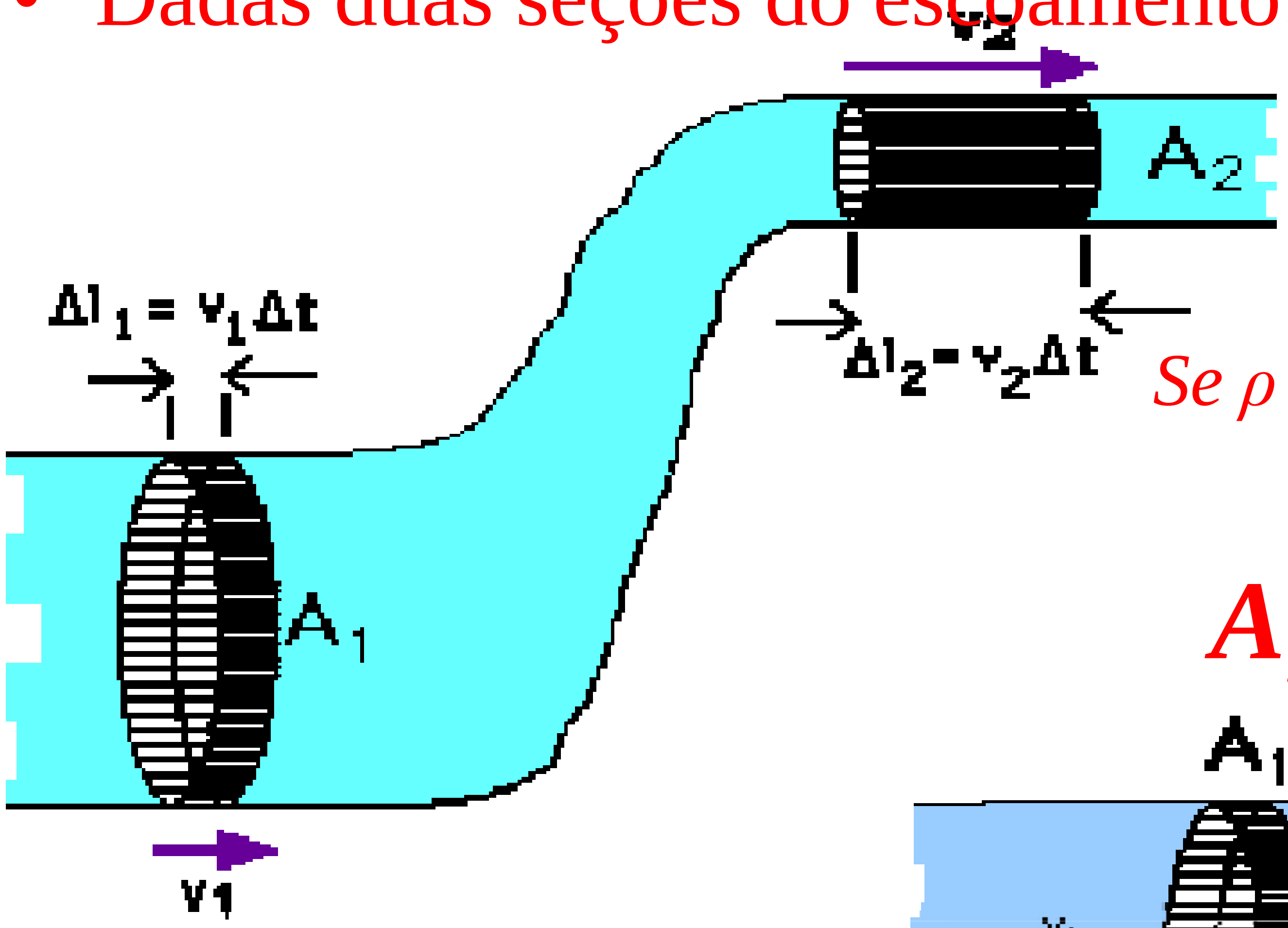
- Dadas duas seções do escoamento:

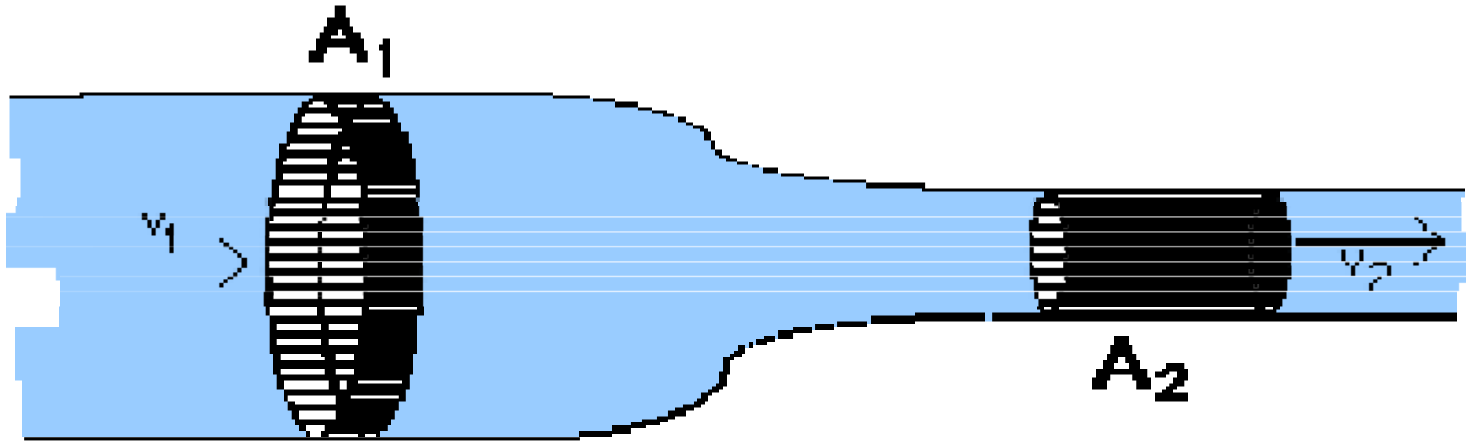
$$Q = \boldsymbol{\rho . A . v}$$

$$\rho A \mathrm{v} = constante$$

Se ρ é constante (não há variação de massa):

$$\boldsymbol{A_1 V_1 = A_2 V_2}$$





Equação da Continuidade

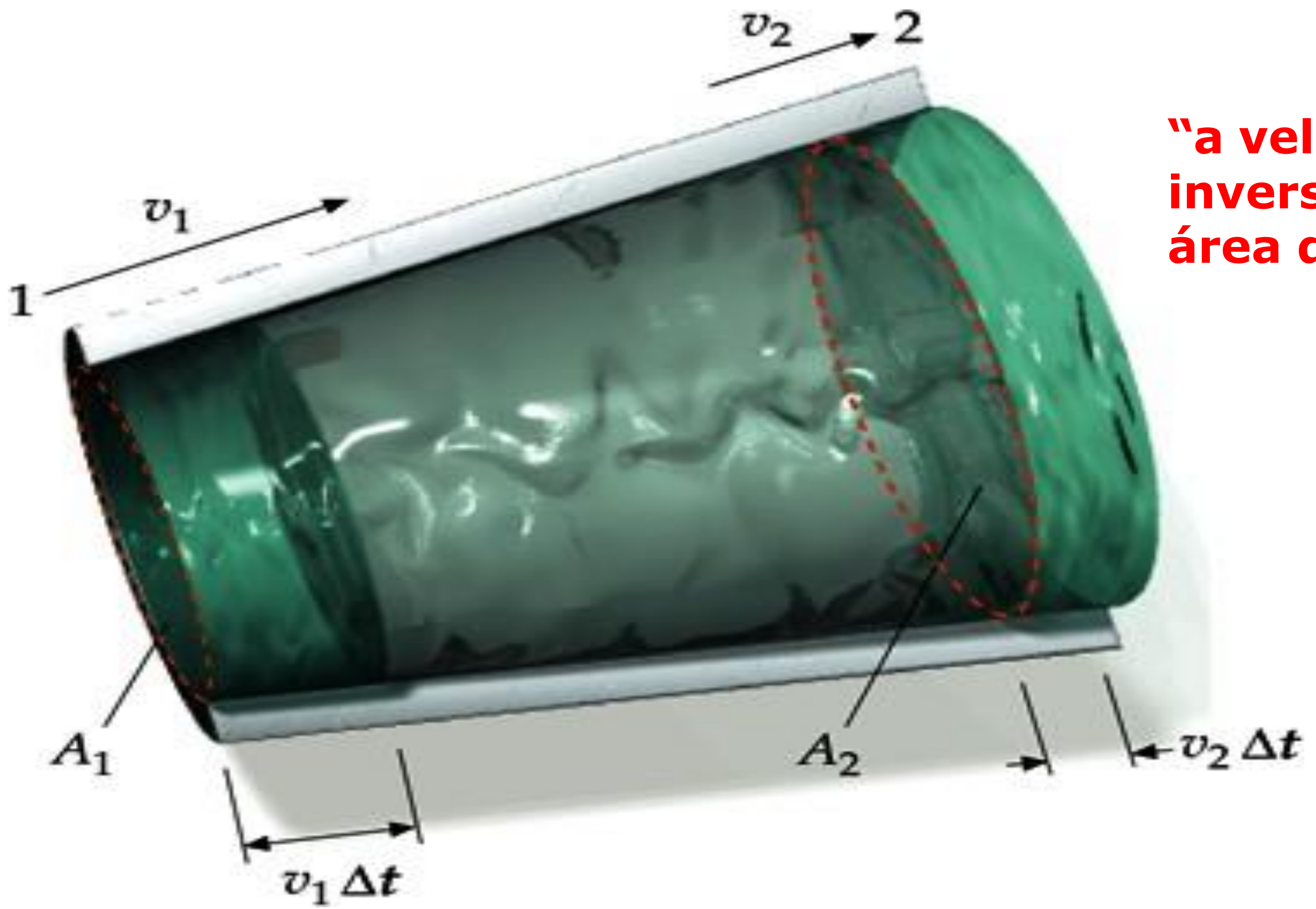
A *equação da continuidade* estabelece que:

• o volume total de um fluido incompressível (fluido que mantém constante a densidade apesar das variações na pressão e na temperatura) que entra em um tubo será igual aquele que está saindo do tubo;

• a vazão medida num ponto ao longo do tubo será igual a vazão num outro ponto ao longo do tubo, apesar da área da seção transversal do tubo em cada ponto ser diferente.

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 = constante$$

Equação da Continuidade



"a velocidade de escoamento é inversamente proporcional à área da secção transversal"

Sumário

- A massa de um fluido não varia durante seu escoamento.
- Isso leva a uma relação importante chamada equação da continuidade.

Equação da continuidade para um **fluido incompressível**

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \qquad (14.10)$$

Seção reta do tubo de escoamento em dois pontos (ver Figura 14.21)

Velocidade de escoamento nos dois pontos

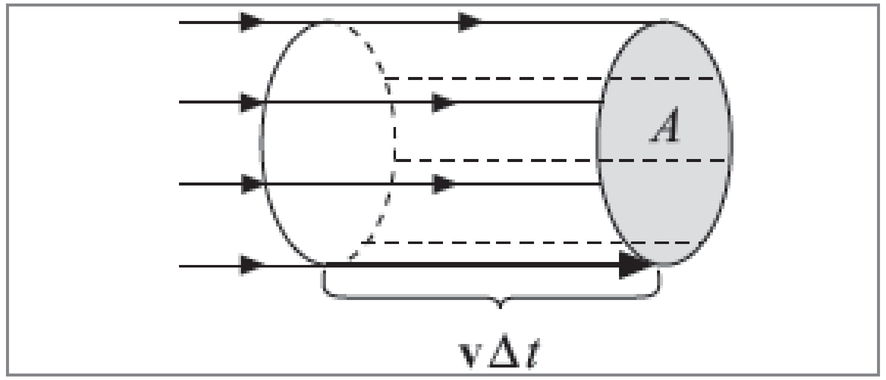


Figura 2.4 Massa que atravessa *A*.

- A vazão mássica é a taxa de variação da massa por unidade de tempo através da seção reta do tubo.
- Ela é dada pelo produto da densidade r pela vazão volumétrica *dV/dt*.

Exercício

Uma mangueira de diâmetro de 2 cm é usada para encher um balde de 20 litros.

a)Se leva 1 minuto para encher o balde. Qual é a velocidade com que a água passa pela mangueira?

b) Alguém aperta a saída da mangueira até ela ficar com um diâmetro de 5 mm, e acerta o vizinho com água. Qual é a velocidade com que a água sai da mangueira?

Solução

a) A área da seção transversal da mangueira será dada por

$A_1 = \pi r^2 = \pi(2cm\ /2)^2 = \pi\ cm^2.$

Para encontrar a velocidade, v_1 *, usamos*

Taxa de escoamento (vazão)=

$A_1 v_1 = 20 \quad L\ /\ min = 20\ x \quad 10^3\ cm^3\ /\ 60s$

$v_1 = \quad (20\ x \quad 10^3\ cm^3\ /\ 60\ s)\ /\ (\pi\ cm^2) \qquad = 106{,}1 \quad cm/s.$

b) A taxa de escoamento ($A_1 v_1$ *) da água que se aproxima da abertura da mangueira deve ser igual a taxa de escoamento que deixa a mangueira (* $A_2 v_2$ *). Isto resulta em:*

$v_2 = A_1 v_1\ /\ A_2 \qquad = (\pi.\ 106{,}1)\ /\ (\pi.\ (0{,}5/2)^2) \qquad = 1698 \quad cm/s.$

Problema

Assumindo o fluxo de um fluido incompressível como o sangue, se a velocidade medida num ponto dentro de um vaso sanguíneo é 40 m/s, qual é a velocidade num segundo ponto que tem um terço do raio original?

Este problema pode ser resolvido usando a equação da continuidade:

$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$ *onde:*

ρ *é a densidade do sangue*

A é a área da seção transversal

v é a velocidade e os subscritos 1 e 2 referem-se às localizações dentro do vaso.

Desde que o fluxo sangüíneo é incompressível, temos

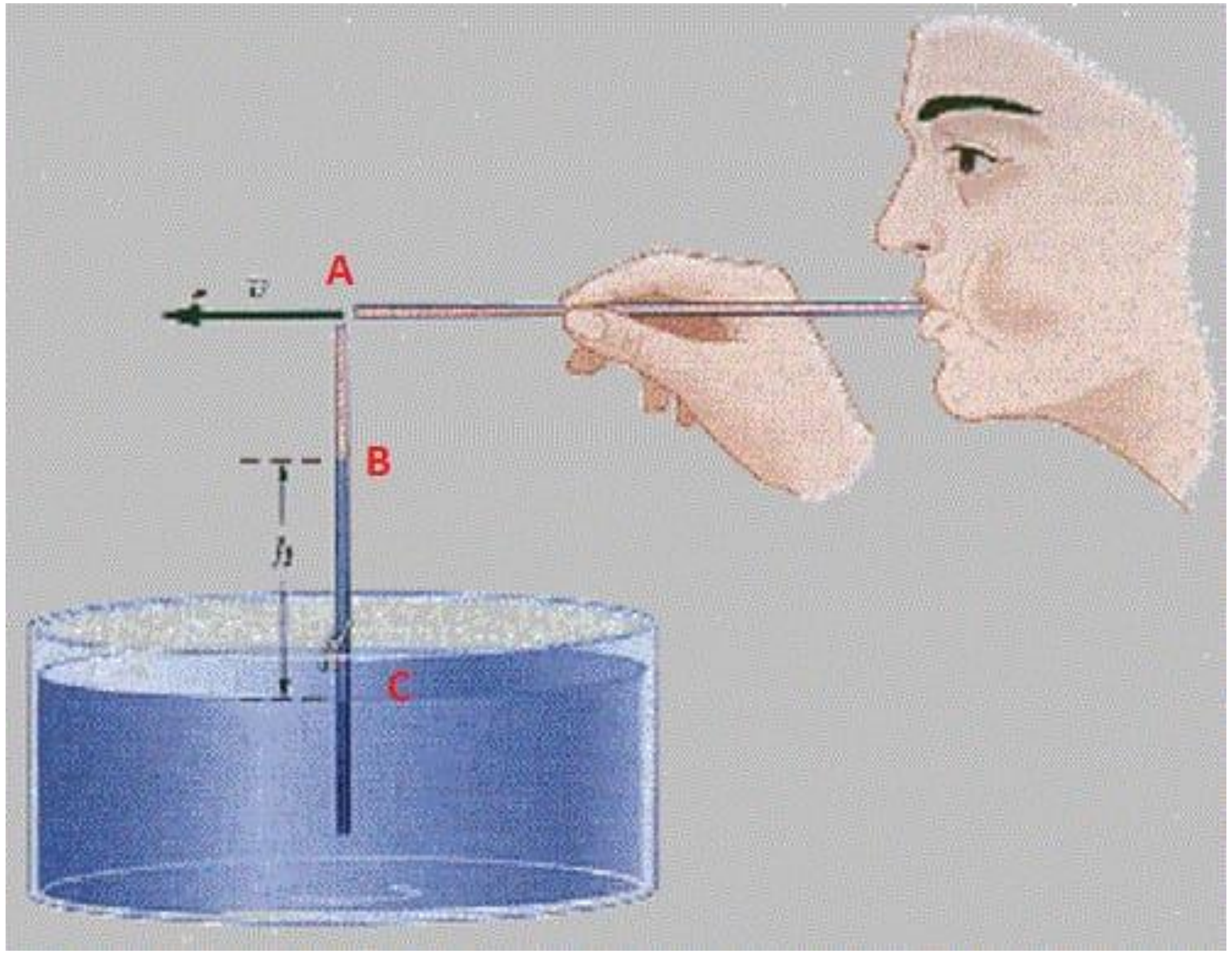
- $\rho_1 = \rho_2$ $\quad$ $v1 = 40$ *cm/s* $\quad$ $A_1 = \pi r_1^2$
- $A_2 = \pi r_2^2$ $\quad$ $r_2 = r_1/3$, $\quad A_2 = \pi (r_1/3)^2 = (\pi r_1^2)/9$ *ou* $A_2 = A_1/9$
- $A_1/A_2 = 9$

Resolvendo: $v2 = (A_1 v_1)/A_2 = 9 v_1 = 9 \times 40$ *cm/s* $= 360$ *cm/s*

Equação de Bernoulli

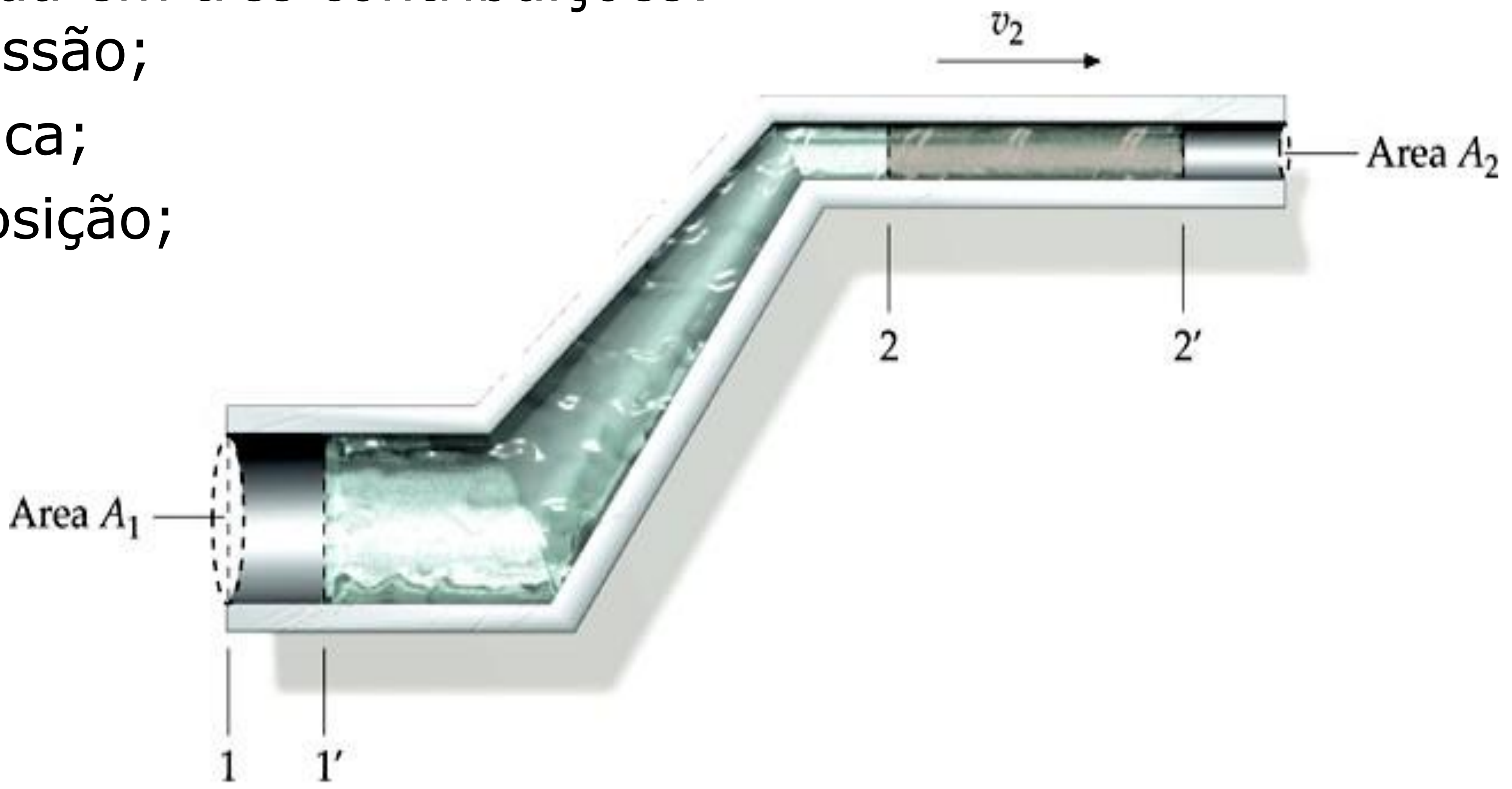
- Escoamento em regime permanente
- Escoamento incompressível
- Escoamento de um fluido considerado ideal, ou seja, aquele onde a viscosidade é considerada nula, ou aquele que não apresenta dissipação de energia ao longo do escoamento
- Escoamento apresentando distribuição uniforme das propriedades nas seções
- Escoamento sem presença de máquina hidráulica, ou seja, sem a presença de um dispositivo que forneça, ou retira energia do fluido
- Escoamento sem troca de calor

Canudo de Bernoulli



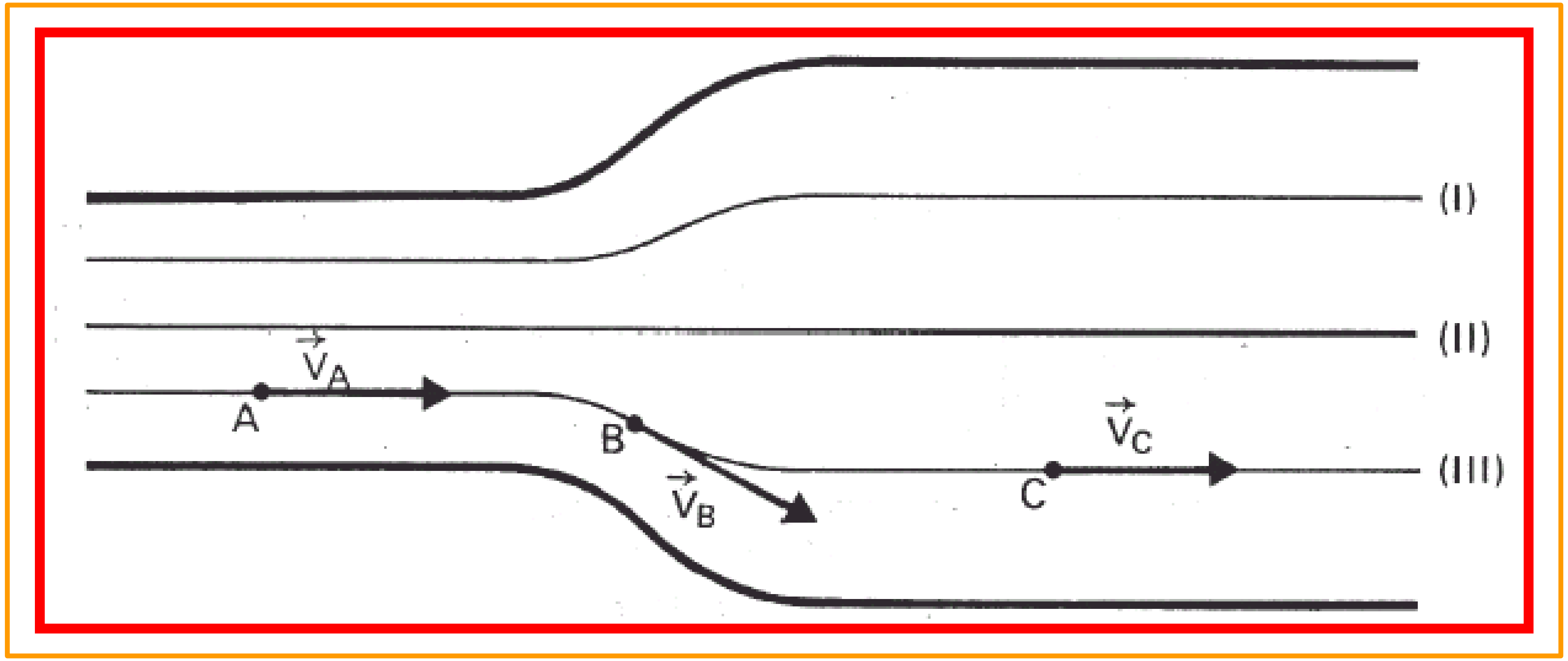
Equação de Bernoulli

- A energia presente em um fluido em escoamento sem troca de calor pode ser separada em três contribuições:
  - Energia de pressão;
  - Energia cinética;
  - Energia de posição;



Linhas de corrente

- Uma linha de corrente é a trajetória de um elemento de volume do fluido.
- O vetor velocidade será sempre tangente á linha de corrente.



Linhas de corrente I, II e III.

Equação de Bernoulli

Daniel Bernoulli, mediante considerações de energia aplicada ao escoamento de fluidos, conseguiu estabelecer a equação fundamental da Hidrodinâmica.

Uma relação entre a pressão, a velocidade e a altura em pontos de uma linha de corrente.

$$\mathbf{P_1 + \rho\, g\, y_1 + \tfrac{1}{2}\, \rho\, v_{1_2} = P_2 + \rho\, g\, y_2 + \tfrac{1}{2}\, \rho v_{2_2}}$$

$$\mathbf{P + \rho\, g\, y + \tfrac{1}{2}\, \rho\, v^2 =} \boldsymbol{\mathit{constante}}$$

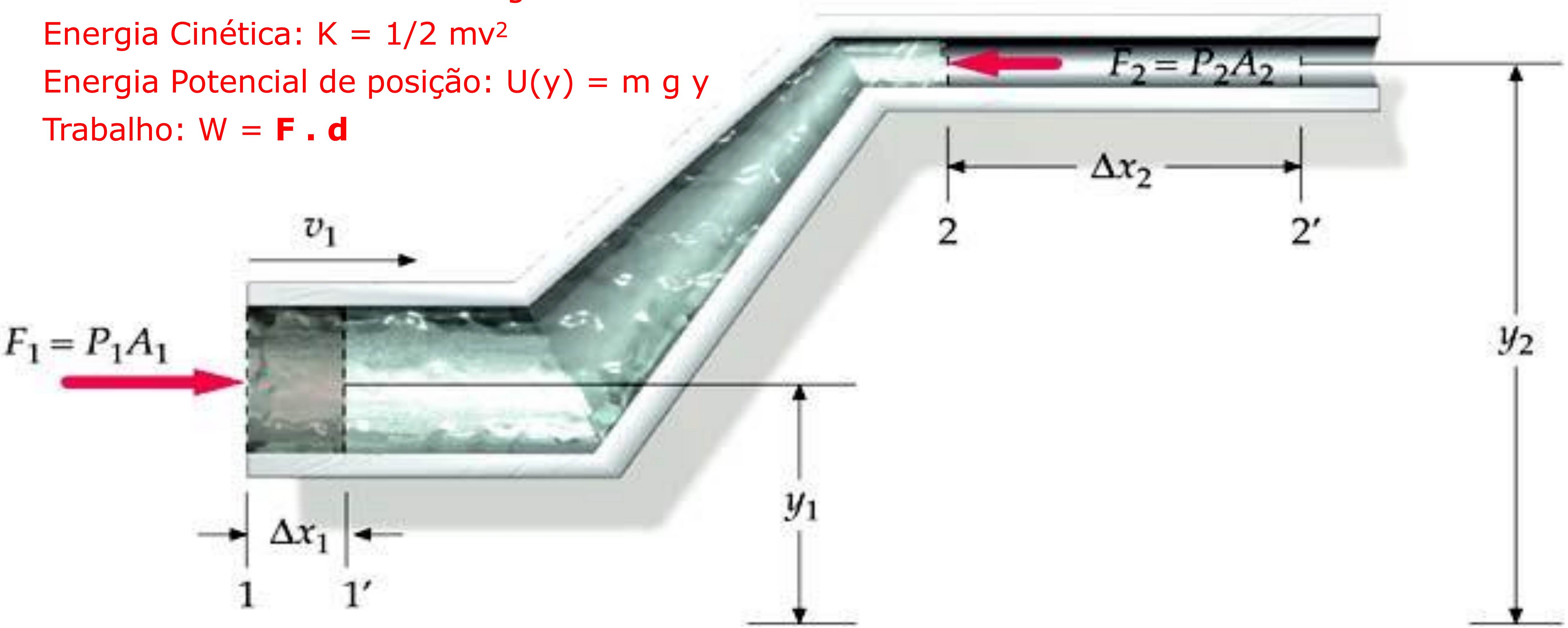
Equação de Bernoulli

Relembrando os conceitos de energia:

Energia Cinética: K = 1/2 mv^2

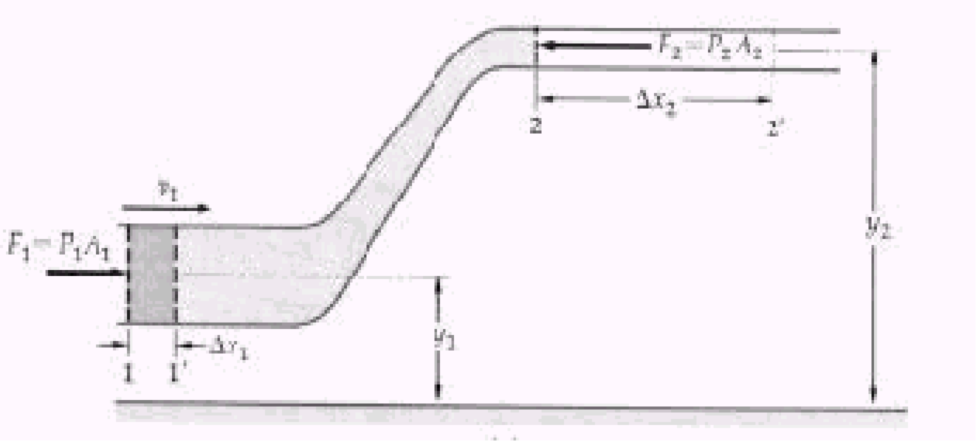
Energia Potencial de posição: U(y) = m g y

Trabalho: W = **F . d**



A variação da energia cinética é dada por:

$$\Delta K = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2$$



Podemos então dizer que:

$$\frac{\Delta m}{\rho}(p_1 - p_2) - \Delta m g(y_2 - y_1) = \frac{1}{2}\Delta m v_2^2 - \frac{1}{2}\Delta m v_1^2$$

ou ainda:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} - g(y_2 - y_1) = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)$$

ou seja:

$$p_1 + \rho g\ y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g\ y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

de onde podemos concluir que:

$$\boxed{p + \rho g\ y + \frac{1}{2}\rho v^2 = constante}$$

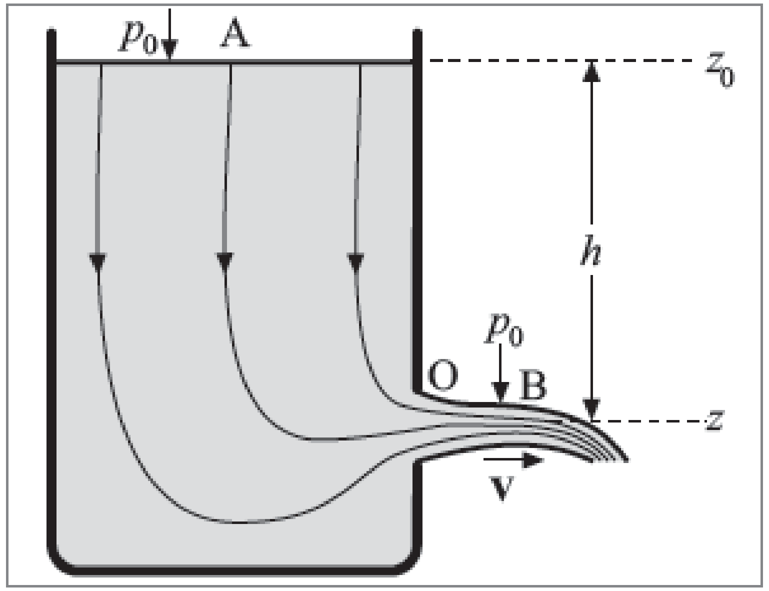


Figura 2.9 Escoamento por um orifício.

Equação de Bernoulli

- Ela afirma que o trabalho realizado pelo fluido das vizinhanças sobre uma unidade de volume de fluido é igual à soma das variações das energias cinética e potencial ocorridas na unidade de volume durante o escoamento.

$$(P_1 - P_2)\,dV = \frac{1}{2}\rho\,dV(v_2^2 - v_1^2) + \rho\,dV\,g(y_2 - y_1)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1)$$

Interpretação em termos das pressões

- O primeiro termo do membro direito é a diferença de pressão associada à variação da velocidade do fluido.
- O segundo termo do membro direito é a diferença de pressão adicional associada ao peso e produzida pela diferença de altura entre as duas extremidades.

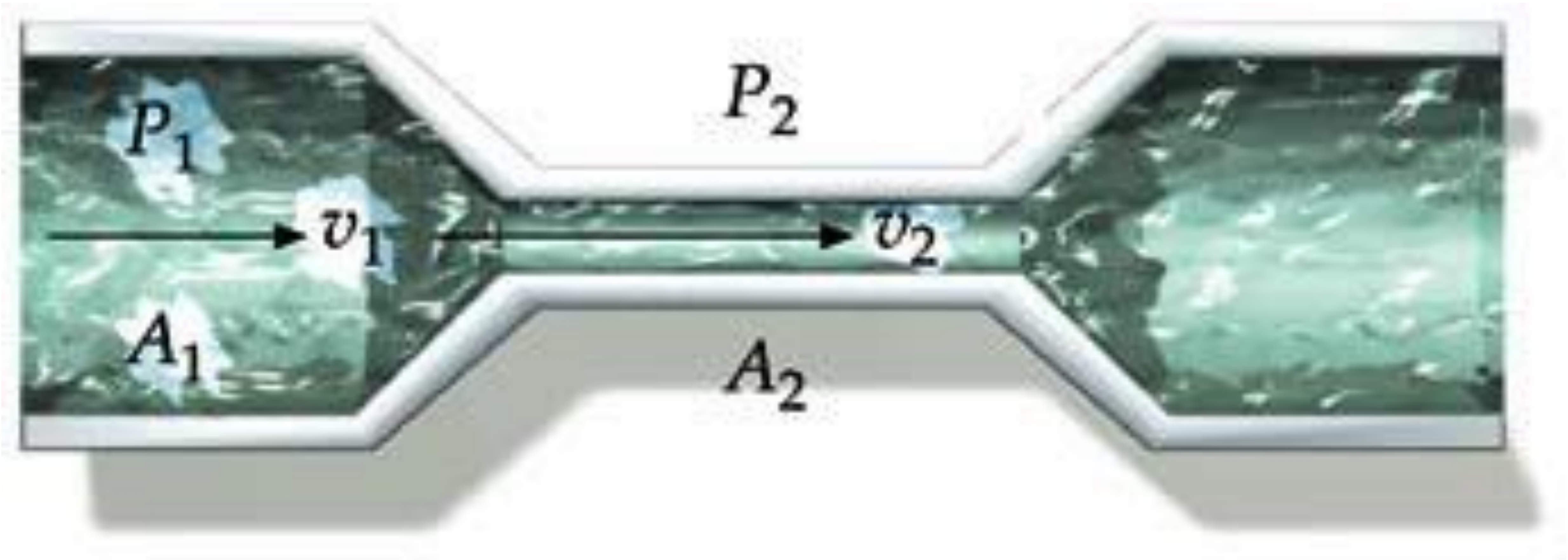
$$(P_1 - P_2)\,dV = \tfrac{1}{2}\rho\,dV(v_2^2 - v_1^2) + \rho\,dV\,g(y_2 - y_1)$$

$$P_1 - P_2 = \tfrac{1}{2}\rho(v_2^2 - v_1^2) + \rho g(y_2 - y_1)$$

- Também podemos expressar a equação de modo mais conveniente, usando a seguinte forma:

$$P_1 + \rho g y_1 + \tfrac{1}{2}\rho {v_1}^2 = P_2 + \rho g y_2 + \tfrac{1}{2}\rho {v_2}^2$$

Aplicações da Equação de Bernoulli



v1 > v2 ou v1 < v2 ?

P1 > P2 ou P1 < P2 ? ?

Sumário

- Um fluido ideal é um fluido incompressível (ou seja, aquele cuja densidade não varia) e sem nenhum atrito interno (chamado de viscosidade).
- A trajetória de uma partícula individual durante o escoamento de um fluido denomina-se linha de escoamento ou linha de fluxo.
- Quando a configuração global do escoamento de um fluido não varia com o tempo, ele se chama escoamento estacionário ou escoamento permanente.
- Uma linha de corrente é uma curva cuja tangente em cada ponto dá a direção e o sentido da velocidade no respectivo ponto.

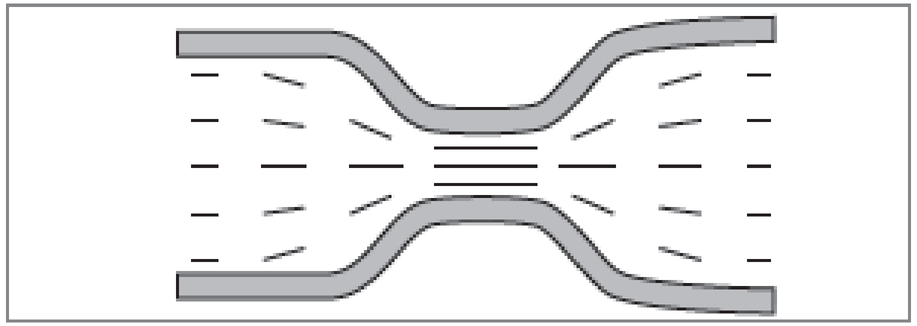


Figura 2.1 Traços de corante.

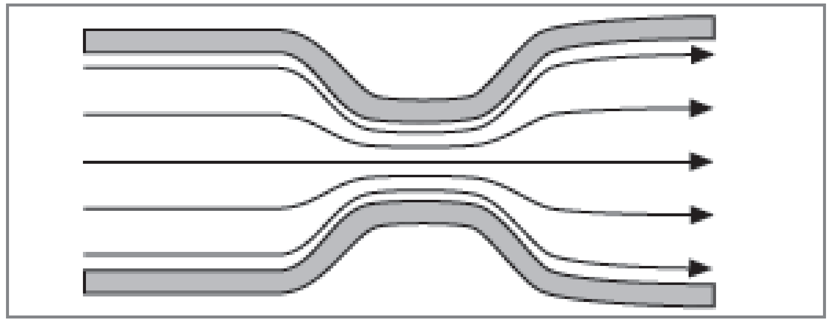


Figura 2.2 Linhas de corrente.

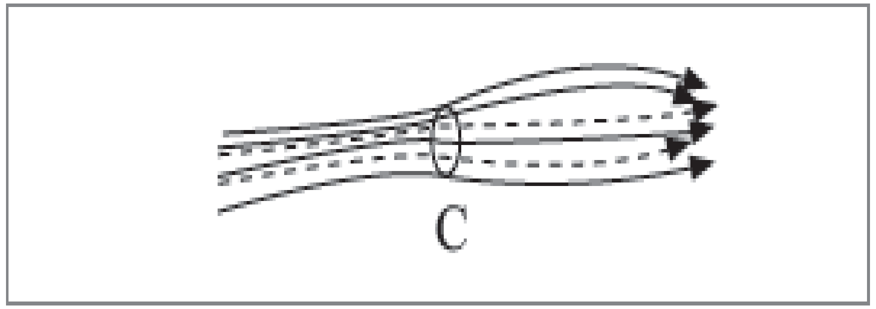


Figura 2.3 Tubo de corrente.

Sumário – 13/03/2024

- Principios da hidrodinâmica

Devolutiva:

- Como foi a aula hoje ? (Moodle)

https://forms.gle/6iX4vACkuw8Nkzvz9