VI. Exercícios

1) Demonstrem detalhadamente a equação 35 a partir da equação 34 (último termo da direita).

Então, temos que demonstrar:

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + \rho_A \vec{v} \quad (35)$$

VI. Exercícios

1) Demonstrem detalhadamente a equação 35 a partir da equação 34 (último termo da direita).

Então, temos que demonstrar:

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + \rho_A \vec{v} \quad (35)$$

Partindo de

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) \quad (34)$$

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

Trabalhando o termo entre ( )

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

Trabalhando o termo entre ( )

$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$ =

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

Trabalhando o termo entre ( )

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B})$$

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB} \vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

Trabalhando o termo entre ( )

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A \overrightarrow{v_A} + \rho_B \overrightarrow{v_B})$$

E agora, o que posso fazer?

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

Trabalhando o termo entre ( )

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B})$$

E agora, o que posso fazer? Onde vi algo assim?

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

Trabalhando o termo entre ( )

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B})$$

E agora, o que posso fazer? Onde vi algo assim?

No conceito da velocidade média mássica

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

Trabalhando o termo entre ( )

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B})$$

E agora, o que posso fazer? Onde vi algo assim?

No conceito da velocidade média mássica

$$\overrightarrow{v} = \frac{\sum \rho_i \overrightarrow{v_i}}{\sum \rho_i}$$

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

Trabalhando o termo entre ( )

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B})$$

E agora, o que posso fazer? Onde vi algo assim?

No conceito da velocidade média mássica

$$\vec{v} = \frac{\sum \rho_i \overrightarrow{v_i}}{\sum \rho_i} = \frac{\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B}}{\rho_A + \rho_B}$$

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

Trabalhando o termo entre ( )

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B})$$

E agora, o que posso fazer? Onde vi algo assim?

No conceito da velocidade média mássica

$$\vec{v} = \frac{\sum \rho_i \overrightarrow{v_i}}{\sum \rho_i} = \frac{\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B}}{\rho_A + \rho_B} = \frac{\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B}}{\rho}$$

Portanto

$$\vec{v} = \frac{\rho_A \overrightarrow{v_A} + \rho_B \overrightarrow{v_B}}{\rho}$$

Portanto

$$\vec{v} = \frac{\rho_A \overrightarrow{v_A} + \rho_B \overrightarrow{v_B}}{\rho} \;\Rightarrow\; \rho\, \vec{v} = \rho_A \overrightarrow{v_A} + \rho_B \overrightarrow{v_B}$$

Portanto

$$\vec{v} = \frac{\rho_A \overrightarrow{v_A} + \rho_B \overrightarrow{v_B}}{\rho} \Longrightarrow \rho\, \vec{v} = \rho_A \overrightarrow{v_A} + \rho_B \overrightarrow{v_B}$$

Agora, substituindo na Eq. Entre (), que é

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A \overrightarrow{v_A} + \rho_B \overrightarrow{v_B})$$

Portanto

$$\vec{v} = \frac{\rho_A \overrightarrow{v_A} + \rho_B \overrightarrow{v_B}}{\rho} \quad \Longrightarrow \quad \rho\, \vec{v} = \rho_A \overrightarrow{v_A} + \rho_B \overrightarrow{v_B}$$

Agora, substituindo na Eq. Entre (), que é

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A \overrightarrow{v_A} + \rho_B \overrightarrow{v_B})$$

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho\, \vec{v})$$

Portanto

$$\overrightarrow{v} = \frac{\rho_A\overrightarrow{v_A}+\rho_B\overrightarrow{v_B}}{\rho} \Rightarrow \rho\,\overrightarrow{v} = \rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B}$$

Agora, substituindo na Eq. Entre (), que é

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B})$$

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho\,\overrightarrow{v}) = \rho_A\,\overrightarrow{v}$$

Portanto

$$\vec{v} = \frac{\rho_A\overrightarrow{v_A}+\rho_B\overrightarrow{v_B}}{\rho} \quad \Rightarrow \quad \rho\,\vec{v} = \rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B}$$

Agora, substituindo na Eq. Entre (), que é

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho_A\overrightarrow{v_A} + \rho_B\overrightarrow{v_B})$$

$$w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B}) = w_A(\rho\,\vec{v}) = \rho_A\,\vec{v}$$

Agora, substituindo na Eq. 34

Eq. 34...

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + w_A(\overrightarrow{n_A} + \overrightarrow{n_B})$$

E

$$\boxed{\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\vec{\nabla} w_A + \rho_A \overrightarrow{v}}$$ cqd

VI. Exercícios

1) Demonstrem detalhadamente a equação 35 a partir da equação 34 (último termo da direita).
2) Demonstrem que as equações da difusão em coordenadas radiais são similares na esfera e no cilindro.

- Em coordenadas cilíndricas para cilindros infinitos (z >> R)

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}(\frac{1}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})$$

- Em coordenadas cilíndricas para cilindros infinitos (z >> R)

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2}\right)$$

- Em coordenadas esféricas

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \rho_A}{\partial r}\right)\right]$$

- Em coordenadas cilíndricas para cilindros infinitos (z >> R)

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2}\right)$$

- Em coordenadas esféricas

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}\left[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial \rho_A}{\partial r}\right)\right]$$

Então, vamos desenvolver a derivada interna desta equação

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\,\frac{\partial \rho_A}{\partial r}\right) = 2\mathrm{r}\,\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + r^2\,\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2}$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \rho_A}{\partial r}\right) = 2\mathrm{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2}$$

Agora, vamos substituir na equação da difusão na esfera

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial \rho_A}{\partial r})]$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial \rho_A}{\partial r}\right) = 2\mathrm{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2}$$

Agora, vamos substituir na equação da difusão na esfera

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}[\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}(r^2\frac{\partial \rho_A}{\partial r})]$$

Ou seja

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}[\frac{1}{r^2}(2\mathrm{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})]$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}[\frac{1}{r^2}(2\mathrm{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})]$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}[\frac{1}{r^2}(2\mathrm{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})]$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}[\frac{2\cancel{\mathrm{r}}}{r^{\cancel{2}}}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \cancel{\frac{r^2}{r^2}}\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2}]$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}[\frac{1}{r^2}(2\mathrm{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + r^2\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})]$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}[\frac{2\cancel{\mathrm{r}}}{r\cancel{2}}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \cancel{\frac{r^2}{r^2}}\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2}]$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}[\frac{2}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2}]$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}(\frac{2}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})$$

Que é similar à equação de difusão no cilindro

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}(\frac{1}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}(\frac{2}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})$$

Que é similar à equação de difusão no cilindro

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}(\frac{1}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})$$

Parece haver uma ordem: Placa plana= 0, cilindro= 1; esfera = 2

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}(\frac{2}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})$$

Que é similar à equação de difusão no cilindro

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}(\frac{1}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2})$$

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}(\frac{0}{z}\frac{\partial \rho_A}{\partial z} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial z^2})$$

Esfera:

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}\left(\frac{2}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2}\right)$$

Cilindro:

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial r^2}\right)$$

Placa plana:

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{AB}\,\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial z^2}$$

VI. Exercícios

1) Demonstrem detalhadamente a equação 35 a partir da equação 34 (último termo da direita).
2) Demonstrem que as equações da difusão em coordenadas radiais são similares na esfera e no cilindro.
3) Reflitam sobre a relação entre Bi_M e Re.

VI. Exercícios

1) Demonstrem detalhadamente a equação 35 a partir da equação 34 (último termo da direita).
2) Demonstrem que as equações da difusão em coordenadas radiais são similares na esfera e no cilindro.
3) Reflitam sobre a relação entre Bi_M e Re.

$$Bi_M = \frac{s\, k_m}{D_{ap} Kp} \qquad \text{e} \qquad Re = \frac{\rho\, \vec{v}\, s}{\mu}$$

$$Bi_M = \frac{s\ k_m}{D_{ap} Kp}$$

$$Bi_M = \frac{s/D_{ap}}{Kp/k_m}$$

$$Bi_M = \frac{s\, k_m}{D_{ap} Kp}$$

$$Bi_M = \frac{s/D_{ap}}{Kp/k_m}$$

Ou seja

Bi_M = Resistência interna/resistência externa

$$Bi_M = \frac{s\,k_m}{D_{ap} Kp}$$

$$Bi_M = \frac{s/D_{ap}}{Kp/k_m}$$

Ou seja

$$Bi_M = \underbrace{\text{Resistência interna}}_{\text{DIFUSÃO}} / \underbrace{\text{resistência externa}}_{\text{CONVECÇÃO}}$$

$$Re = \frac{\rho\, \vec{v}\, s}{\mu}$$

$$Re = \frac{\rho\, \vec{v}\, s}{\mu}$$

$$Re = \frac{\vec{v}\, s}{\mu/\rho}$$

$$Re = \frac{\rho\, \vec{v}\, s}{\mu}$$

$$Re = \frac{\vec{v}\, s}{\mu/\rho}$$

$$Re = \frac{\vec{v}\, s}{\upsilon}$$

$$Re = \frac{\rho\, \vec{v}\, s}{\mu}$$

$$Re = \frac{\vec{v}\, s}{\mu/\rho}$$

$$Re = \frac{\vec{v}\, s}{\upsilon}$$

$$Re = \frac{s/}{1/\vec{v}}$$

$$Re = \frac{\rho\, \vec{v}\, s}{\mu}$$

$$Re = \frac{\vec{v}\, s}{\mu/\rho}$$

$$Re = \frac{\vec{v}\, s}{\upsilon}$$

$$Re = \frac{s/}{1/\vec{v}}$$

Re = forças viscosas/forças cinemáticas

Portanto

Se Re aumentar

Portanto

Se Re aumentar → *menor será a resistência externa*

Portanto

Se Re aumentar $\Rightarrow$ *menor será a resistência externa*

Portanto,

$$Bi_M = \frac{s\, k_m \uparrow}{D_{ap} Kp}$$

Portanto

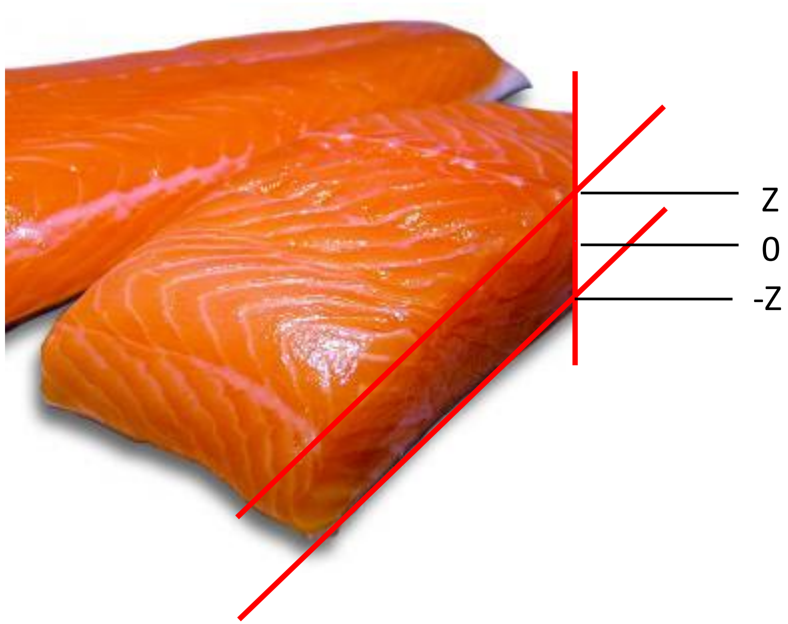
Se Re aumentar $\Rightarrow$ *menor ser a resistência externa*

Portanto,

$Bi_M = \frac{s\,k_m \uparrow}{D_{ap} Kp}$ $\Rightarrow$ Bi_M aumentará!

4) Queremos elaborar um modelo para a salga de filés de salmão por imersão em salmoura. Obviamente que a difusão de sal no filé ocorrerá em regime transiente (que vocês ainda não estudaram). Mas, estabeleçam a condição inicial e as condições de contorno necessárias à solução do modelo, fazendo as necessárias considerações e/ou explicações, e definindo a geometria do sistema.

5) Queremos elaborar um modelo para a salga de filés de salmão por imersão em salmoura. Obviamente que a difusão de sal no filé ocorrerá em regime transiente (que vocês ainda não estudaram). Mas, estabeleçam a condição inicial e as condições de contorno necessárias à solução do modelo, fazendo as necessárias considerações e/ou explicações, e definindo a geometria do sistema.



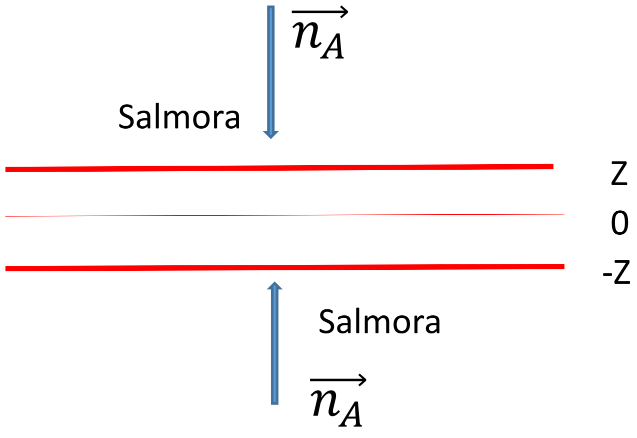
Considerando filé sem pele

Considerando tanque agitado, ou seja, Re elevado.

Considerando placa plana.

Considerando concentração de sal inicial no salmão como ρ_{A0}

E, como regime transiente



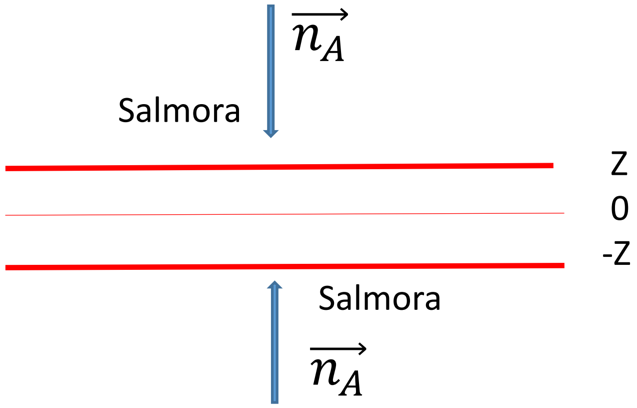
Considerando filé sem pele

Considerando tanque agitado, ou seja, Re elevado.

Considerando placa plana.

Considerando concentração de sal inicial no salmão como ρ_{A0}

E, como regime transiente

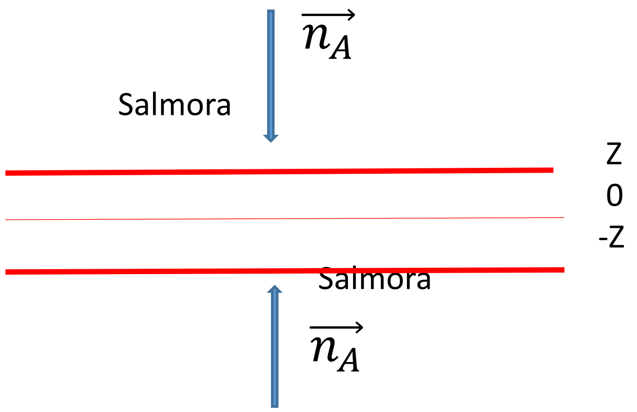


$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{ap}\ \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial z^2}$$

CI → t = 0 → $\rho_A = \rho_{A0}$

t>0, CC1 → em z = Z → $\rho_A = \rho_{As}$

CC2 → em z = 0 → $\frac{\partial \rho_A}{\partial z} = 0$



$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{ap}\, \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial z^2}$$

CI → t = 0 → $\rho_A = \rho_{A0}$

t>0, CC1 → em z = Z → $\rho_A = \rho_{As}$ Z = meia espessura o filé

CC2 → em z = 0 → $\frac{\partial \rho_A}{\partial z} = 0$

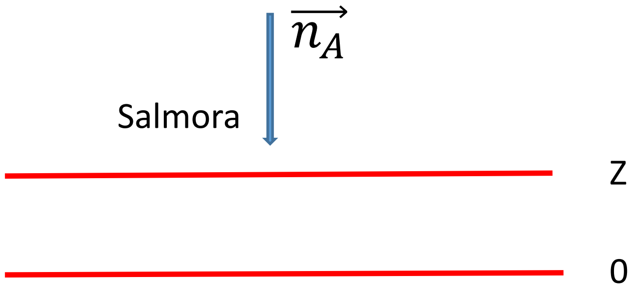
Considerando filé com pele

Considerando tanque agitado, ou seja, Re elevado.

Considerando placa plana.

Considerando concentração de sal inicial no salmão como ρ_{A0}

E, como regime transiente



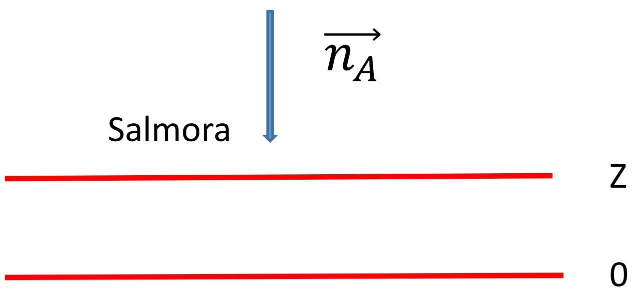
Considerando filé com pele

Considerando tanque agitado, ou seja, Re elevado.

Considerando placa plana.

Considerando concentração de sal inicial no salmão como ρ_{A0}

E, como regime transiente

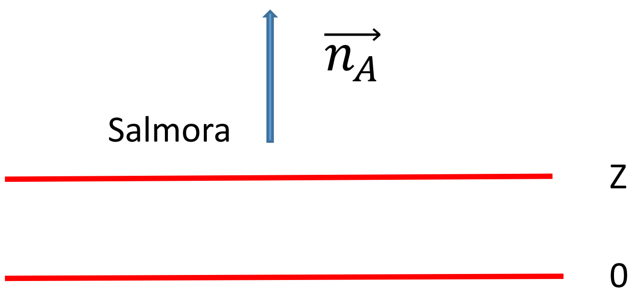


$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{ap} \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial z^2}$$

CI → t = 0 → $\rho_A = \rho_{A0}$

t>0, CC1 → em z = Z → $\rho_A = \rho_{As}$

CC2 → em z = 0 → $\frac{\partial \rho_A}{\partial z} = 0$



$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} = D_{ap} \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial z^2}$$

CI → t = 0 → $\rho_A = \rho_{A0}$

t>0, CC1 → em z = Z → $\rho_A = \rho_{As}$ Z= espessura do filé

CC2 → em z = 0 → $\frac{\partial \rho_A}{\partial z} = 0$