Física 2 – Ciências Moleculares

Caetano R. Miranda

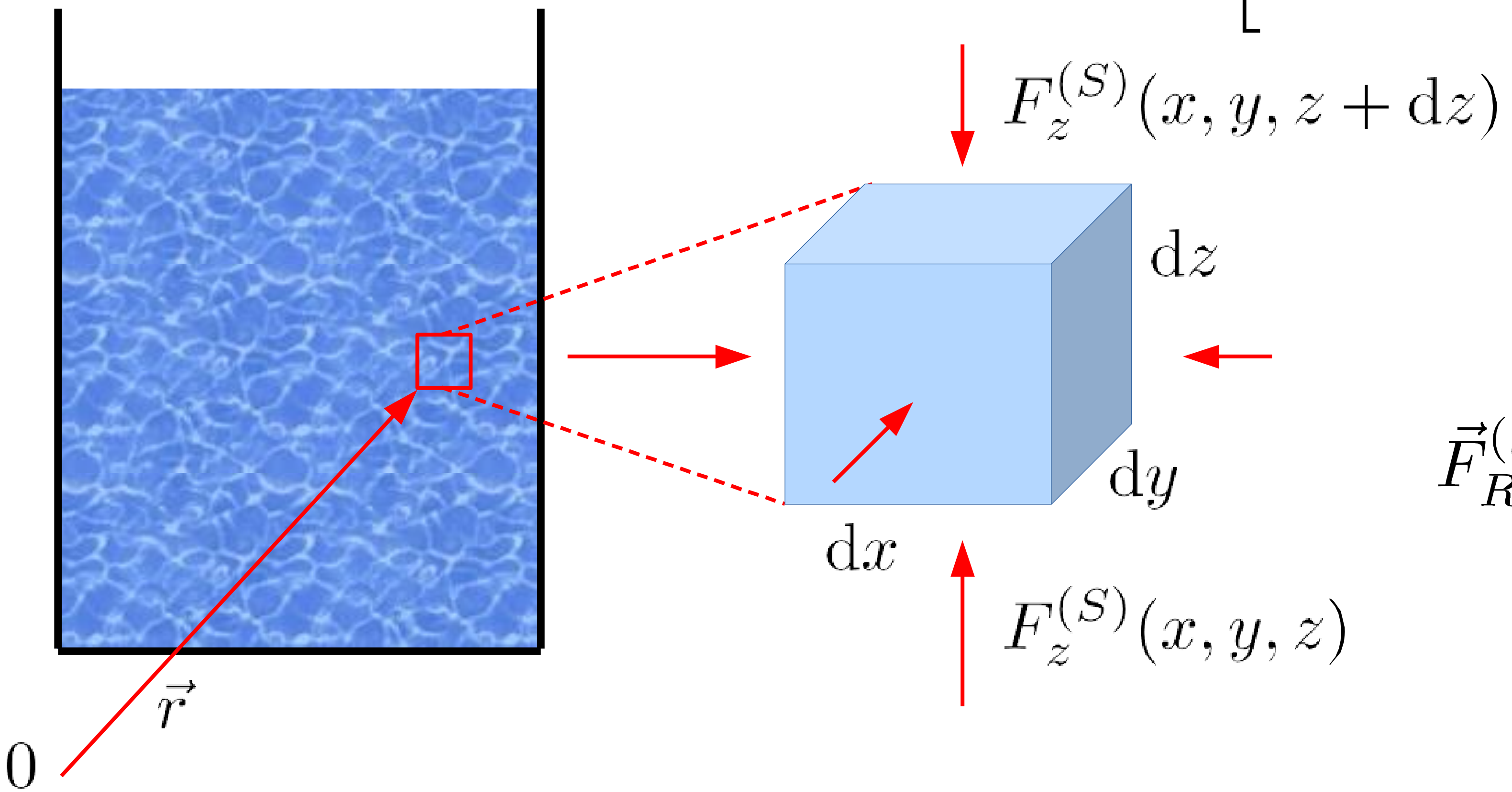
AULA 5 – 06/03/2024

crmiranda@usp.br

Forças num fluido em equilíbrio estático

Força hidrostática (superficial) resultante no eixo *z*:

$$
\begin{aligned}
F_z^{(S)}(x,y,z) - F_z^{(S)}(x,y,z+\mathrm{d}z) &= P(x,y,z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y - P(x,y,z+\mathrm{d}z)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \\
&= \left[\frac{P(x,y,z) - P(x,y,z+\mathrm{d}z)}{\mathrm{d}z}\right]\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z \equiv -\left(\frac{\partial P}{\partial z}\right)\mathrm{d}V
\end{aligned}
$$



Força hidrostática (superficial) resultante:

$$
\vec{F}_R^{(S)} = -\left(\frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial P}{\partial y}, \frac{\partial P}{\partial z}\right)\mathrm{d}V \equiv -(\nabla P)\,\mathrm{d}V
$$

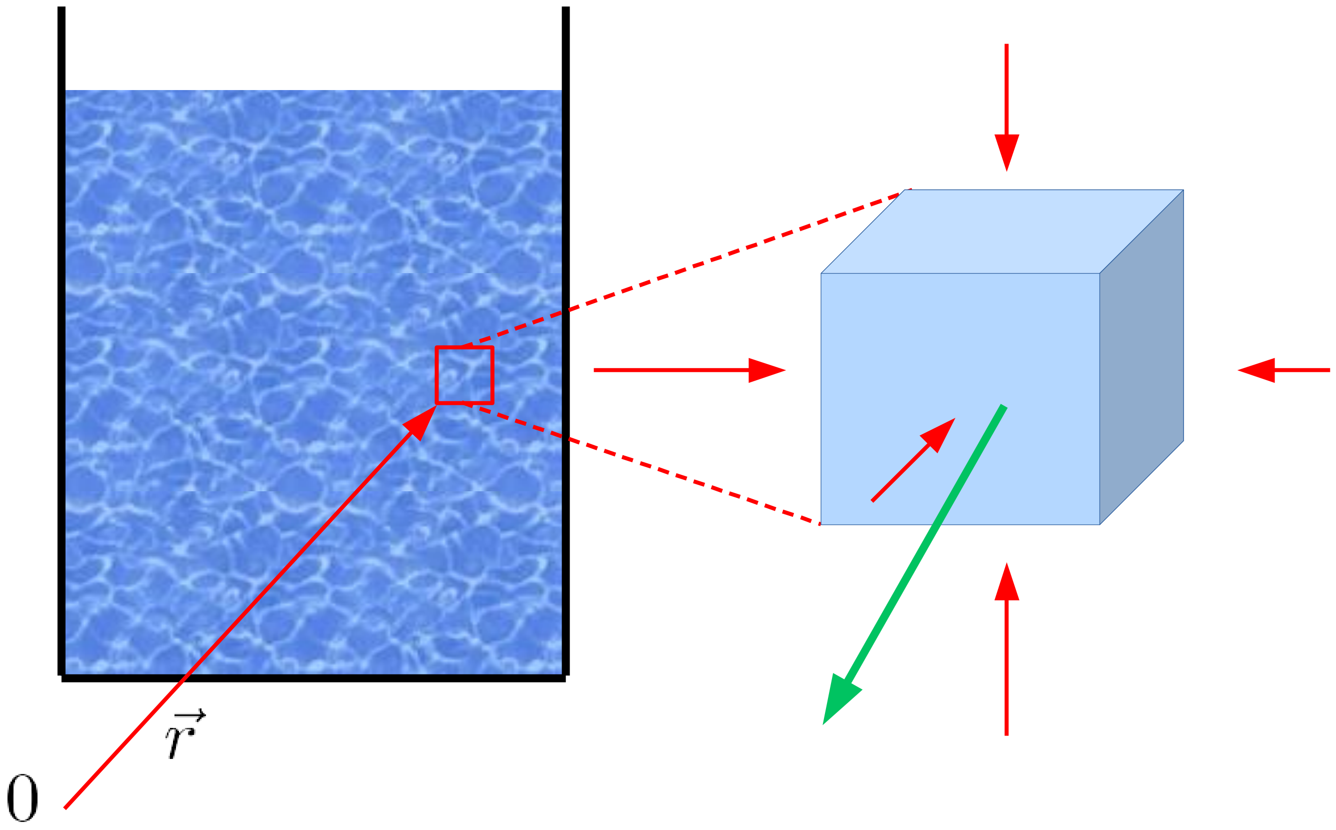
A força hidrostática resultante aponta na direção contrária à direção de crescimento da pressão.

Forças num fluido em equilíbrio estático

Força resultante sobre o elemento de fluido:

Densidade de força externa resultante

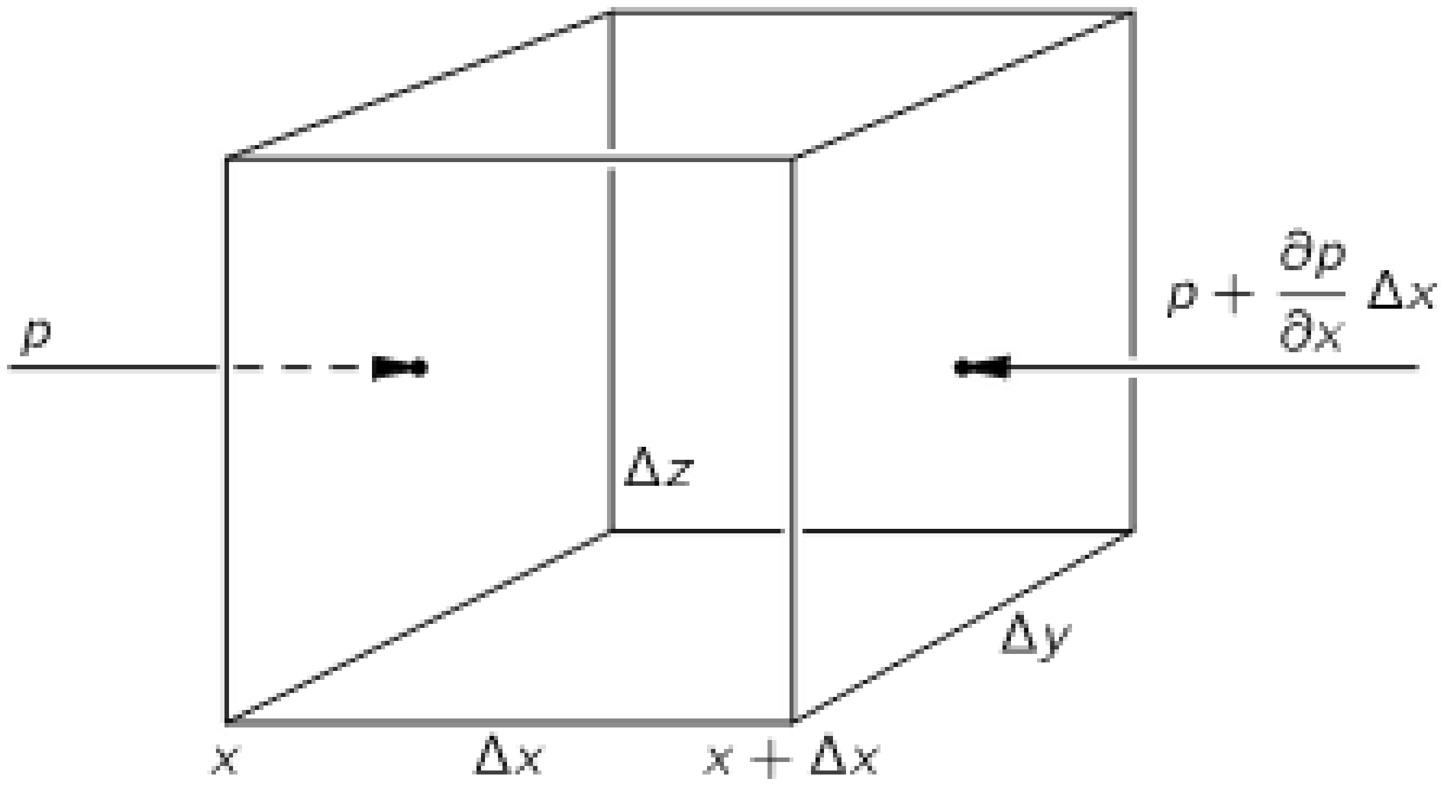
$$\vec{0} = \vec{F}_R^{(V)} + \vec{F}_R^{(S)} = \vec{F}_R^{(\mathrm{ext})} - (\nabla P)\,\mathrm{d}V = \left[\vec{f}_R^{(\mathrm{ext})} - \nabla P\right]\mathrm{d}V$$



Para fluidos em equilíbrio estático, o gradiente de pressão é

$$\boxed{\nabla P = \vec{f}_R^{(\mathrm{ext})}}$$

Revisão – Feynman Lectures – Vol 2 - Cap. 40



Suppose that the pressure is varying in the x-direction—and we take the coordinate directions parallel to the cube edges. The pressure on the face at x gives the force $p\,\Delta y\,\Delta z$ (Fig. 40-3), and the pressure on the face at $x + \Delta x$ gives the force $-[p + (\partial p/\partial x)\,\Delta x]\,\Delta y\,\Delta z$, so that the resultant force is $-(\partial p/\partial x)\,\Delta x\,\Delta y\,\Delta z$. If we take the remaining pairs of faces of the cube, we easily see that the pressure force per unit volume is $-\boldsymbol{\nabla} p$. If there are other forces in addition—such as gravity—then the pressure must balance them to give equilibrium.

The net pressure force on a cube is $-\boldsymbol{\nabla} p$ per unit volume.

Fluido incompressível

Os líquidos são incompressíveis, ou seja, sua densidade é considerada constante:

$$\boxed{P_2 - P_1 = -\rho g (z_2 - z_1)}$$

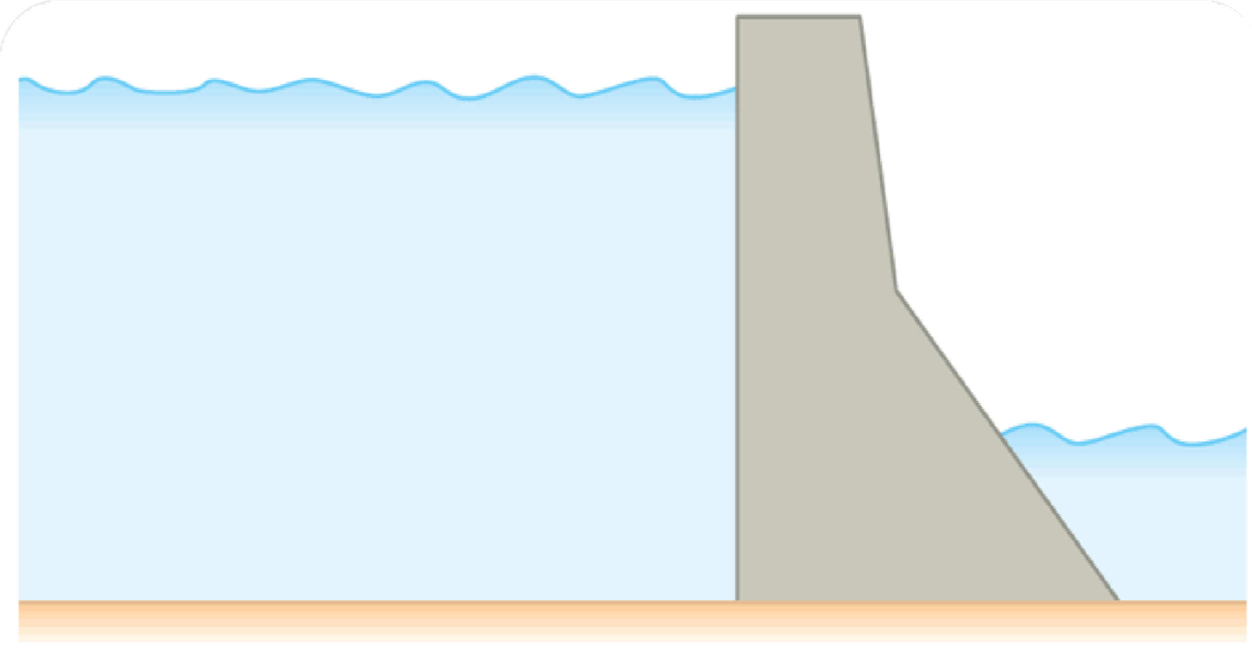
Quando temos um líquido com superfície livre, a pressão P em qualquer profundidade abaixo da superfície livre é:

$$\boxed{P = \rho g h + P_0}$$

P_o é a pressão na superfície livre (P_o=P_{atm})

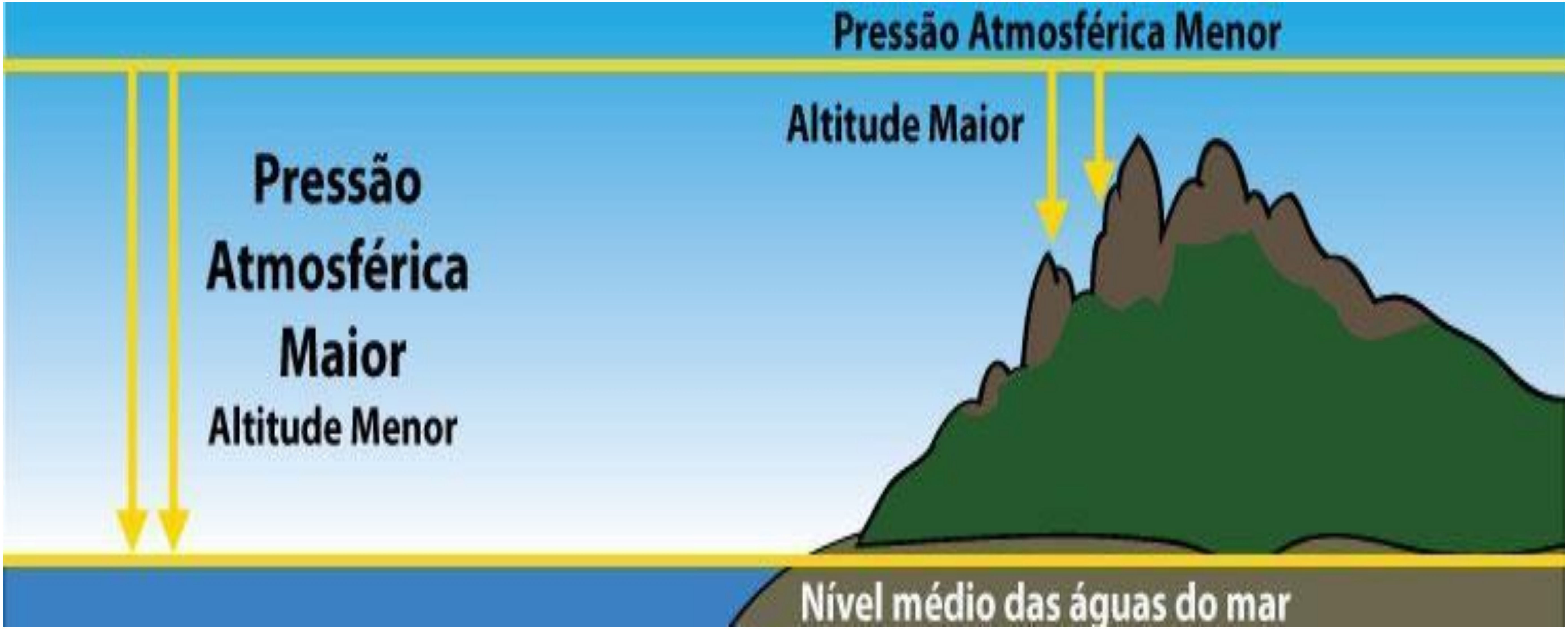
Usando pressões manométricas, podemos simplesmente escrever:

$$\boxed{P = \rho g h}$$



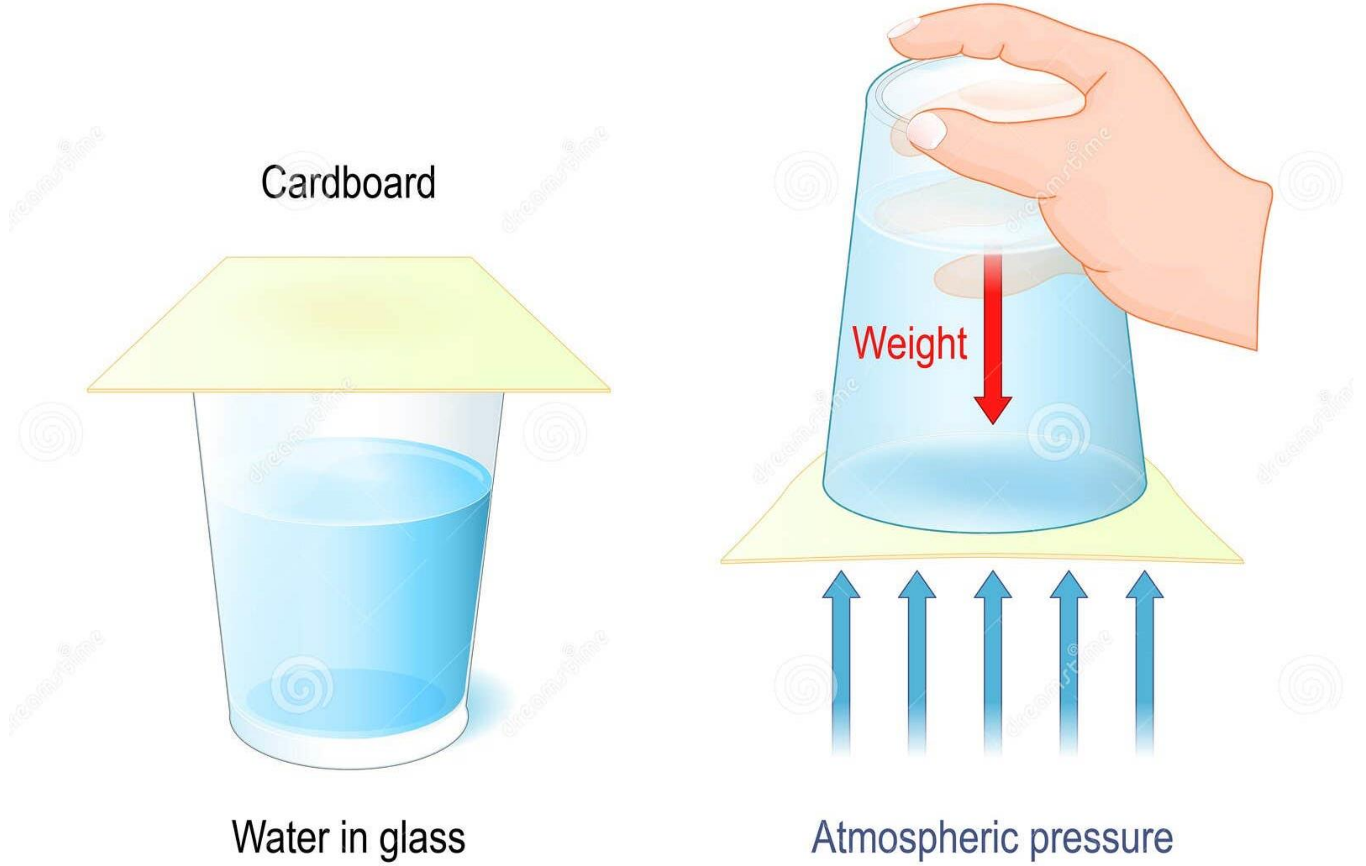
Corte lateral de uma barragem.

Pressão atmosférica e altitude



Demo - Copo

A água que enche completamente o copo, não cai, pois a pressão atmosférica que age na parte inferior do papel é maior que a pressão da coluna líquida.



Lei de Stevin

A pressão em um ponto do fluído em equilíbrio estático depende da profundidade do ponto e não da dimensão horizontal do recipiente.

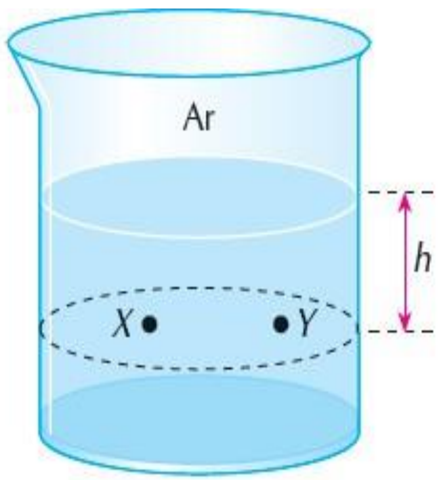
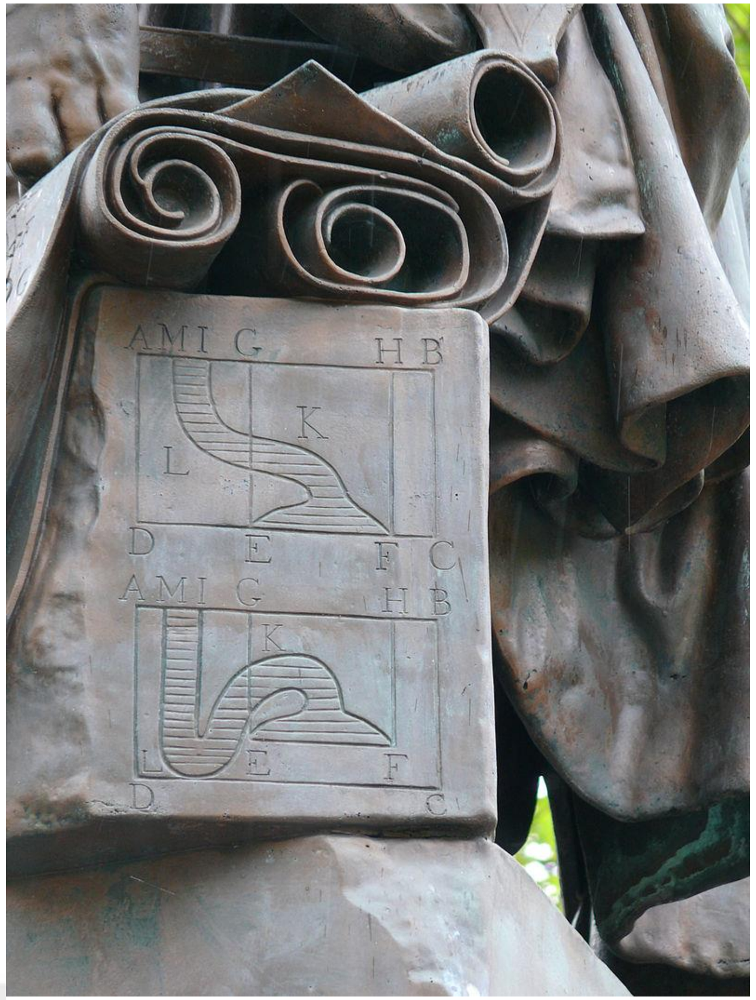


Figura 5. Em pontos de uma mesma superfície horizontal, as pressões são iguais.



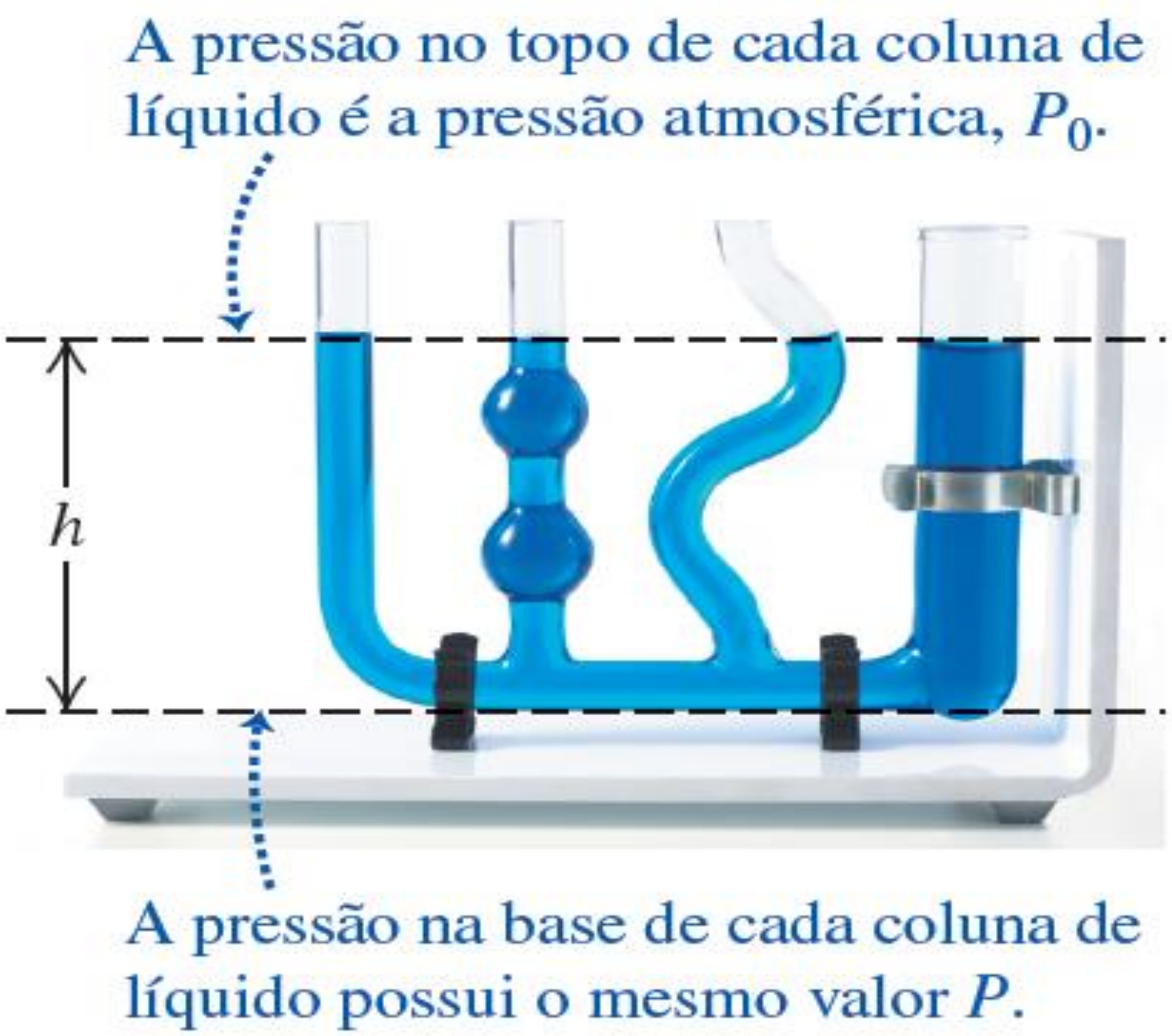
Todos os pontos de uma mesma superfície horizontal (situados a uma mesma profundidade h) e pertencentes a um mesmo líquido em equilíbrio ficam sujeitos à mesma pressão.

Vasos comunicantes

Quando houver apenas um líquido em um vaso comunicante, a altura das colunas será a mesma.

Mesmo com a inclinação do vaso, as colunas continuam com a mesma altura em relação a um plano horizontal.

Vasos comunicantes



- Todas as colunas de fluido apresentam a mesma altura, independentemente de sua forma:

Vasos Comunicantes

*Quando dois líquidos que não se misturam (**imiscíveis**) são colocados num mesmo recipiente, eles se dispõem de modo que o líquido de maior densidade ocupa a parte de baixo, e o de menor densidade, a parte de cima.*
A superfície de separação entre eles é horizontal.

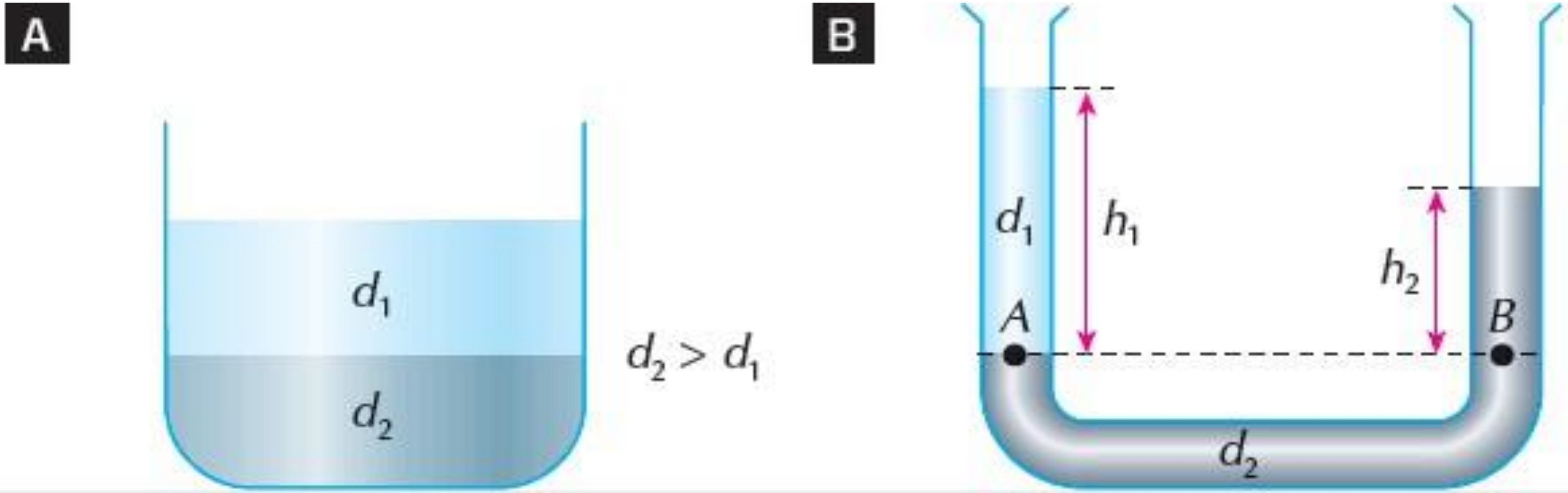


Figura 9. (A) Líquidos imiscíveis em equilíbrio estável. (B) Equilíbrio de líquidos imiscíveis num tubo em U.

Demo 2

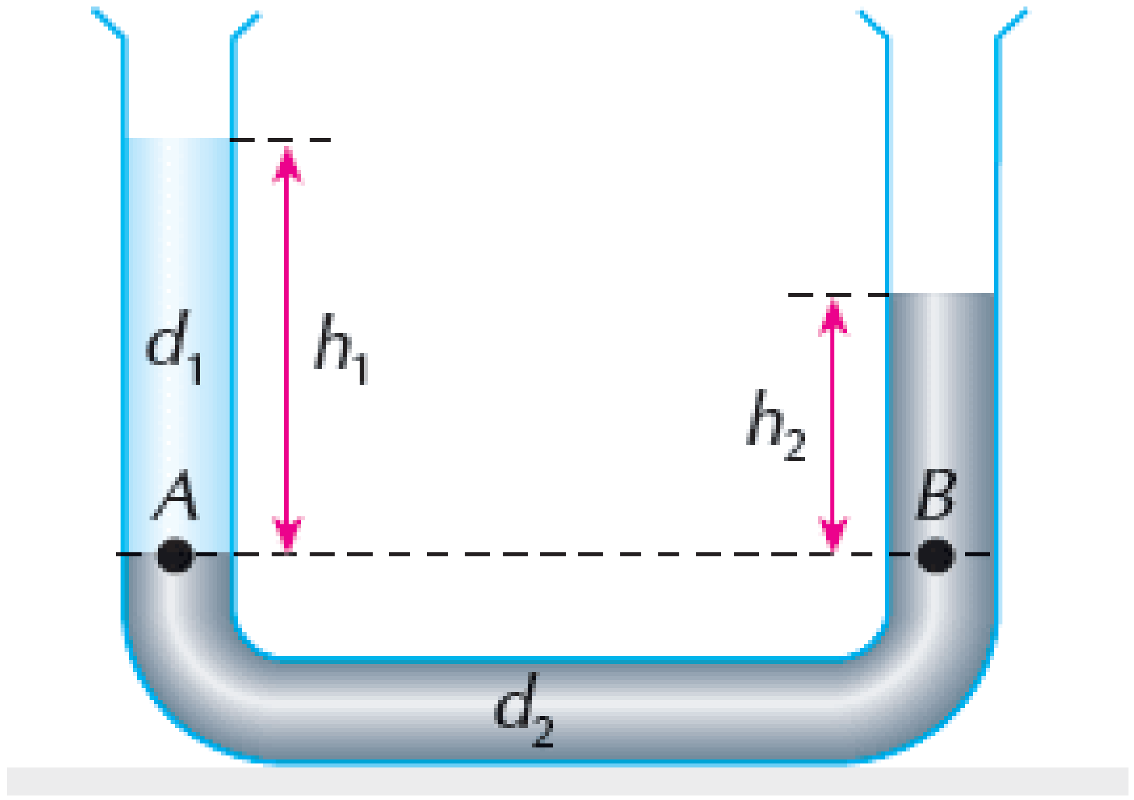
Sejam d_1 a densidade do líquido menos denso; d_2 a densidade do líquido mais denso; h_1 e h_2 as respectivas alturas das colunas, em relação à superfície de separação.

Considere os pontos A e B situados na mesma horizontal. A pressão no ponto A é igual à pressão no ponto B (mesma horizontal e mesmo líquido):

$$p_A = p_B$$

$$p_{atm} + d_1 \cdot g \cdot h_1 = p_{atm} + d_2 \cdot g \cdot h_2$$

$$\boxed{d_1 h_1 = d_2 h_2}$$



Como medir pressão ?

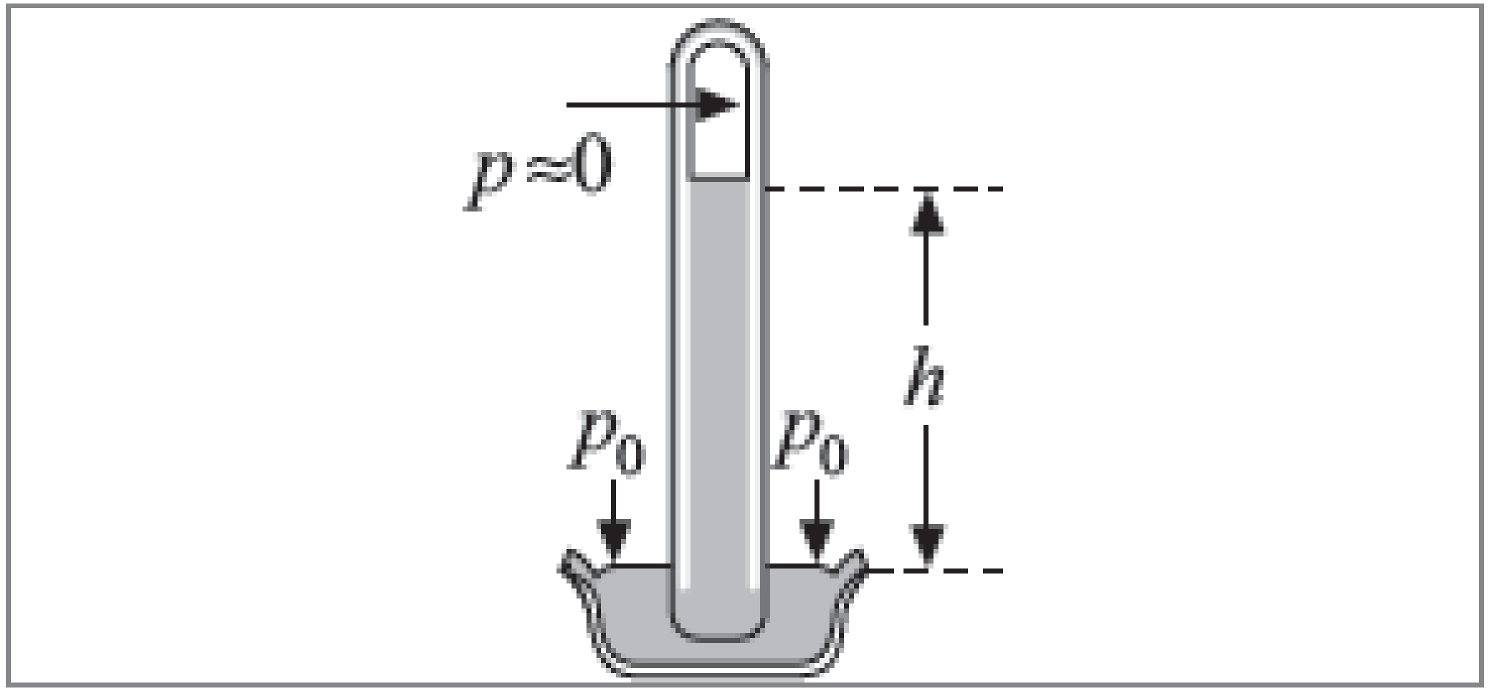


Figura 1.12 Barômetro de mercúrio.

TORRICELLI: *Evangelista (1608-1647), discípulo de Galileu, estudou a grandeza física pressão; a ele se deve a invenção do primeiro barômetro (do grego: baros, pressão; metro, medida), aparelho destinado à medida da pressão atmosférica.*

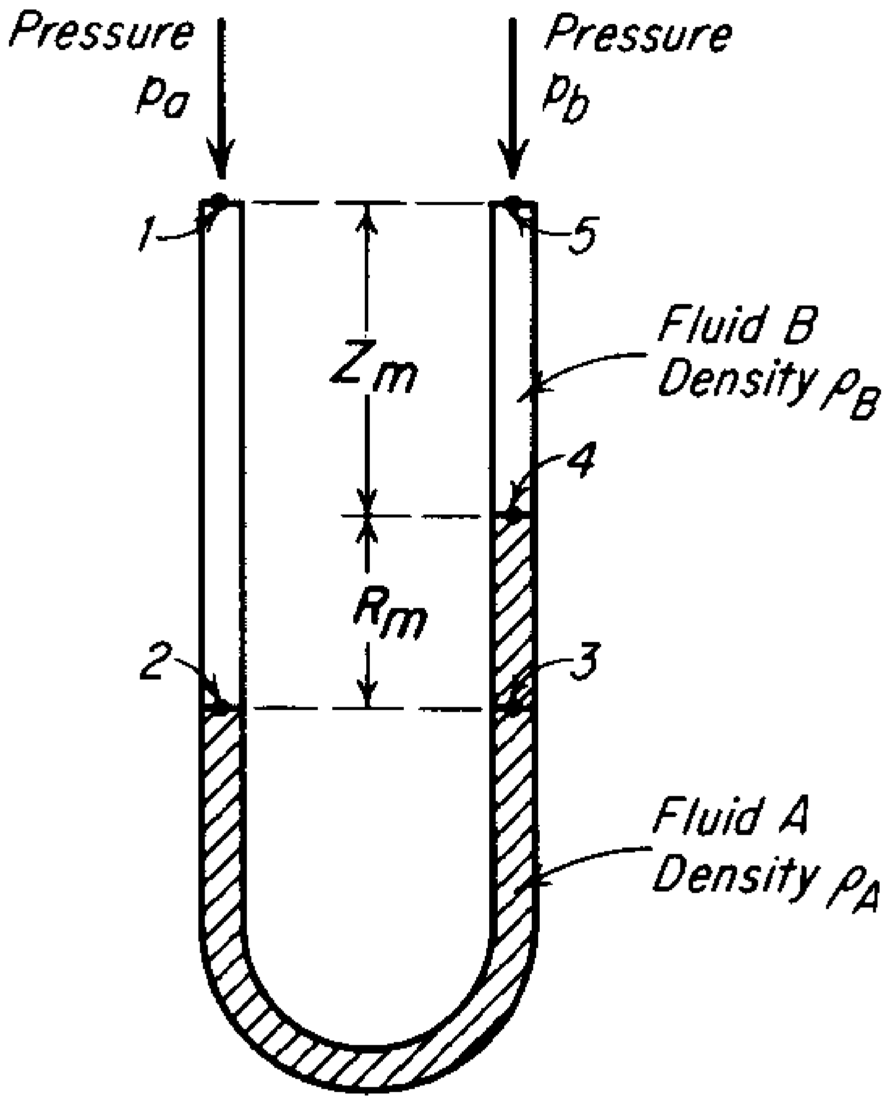
Medição de diferenças de pressão

Aplique a equação básica dos fluidos estáticos a ambas as pernas do manômetro, percebendo que P2=P3.

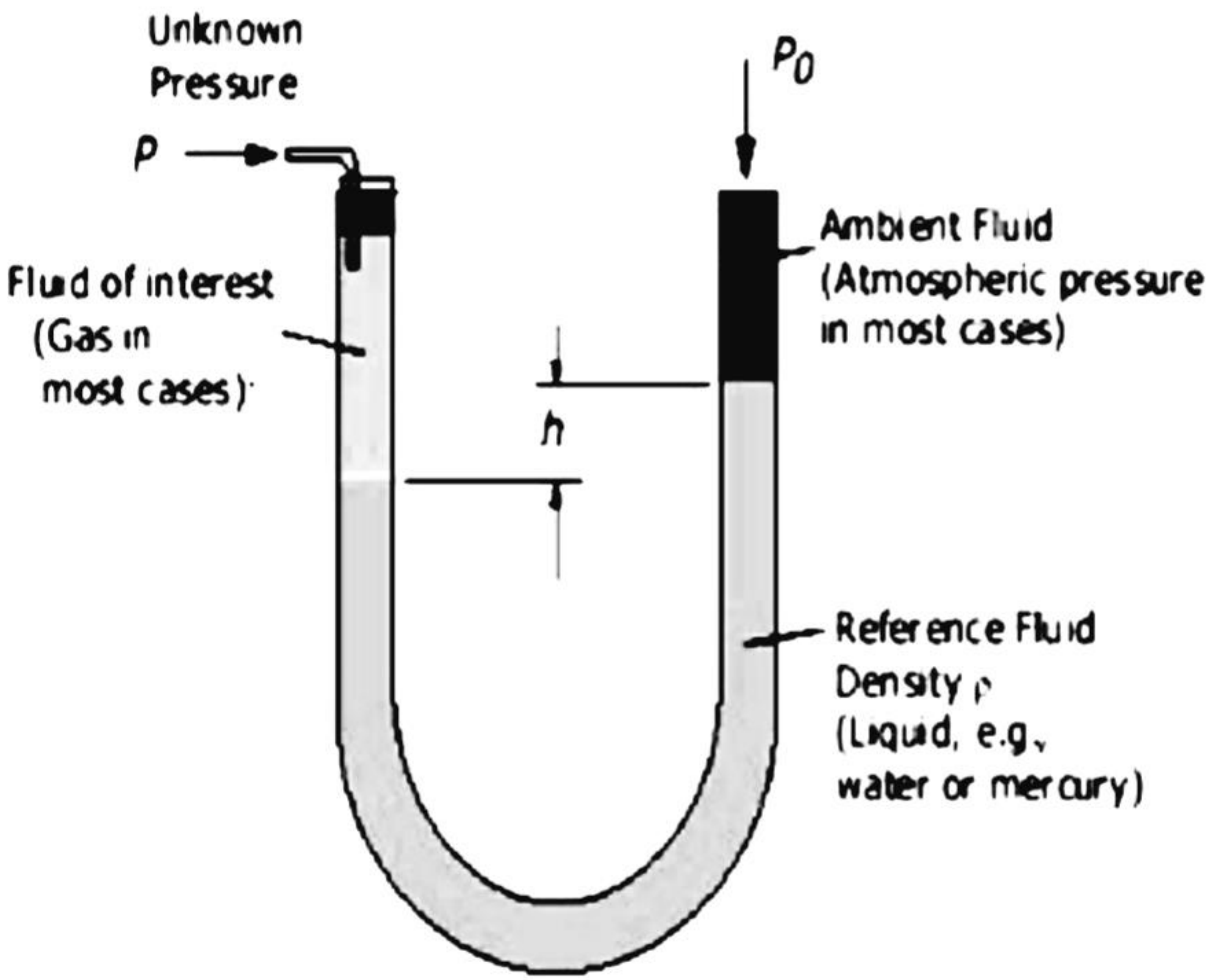
$$P_2 = P_a + \rho_b g(Z_m + R_m)$$

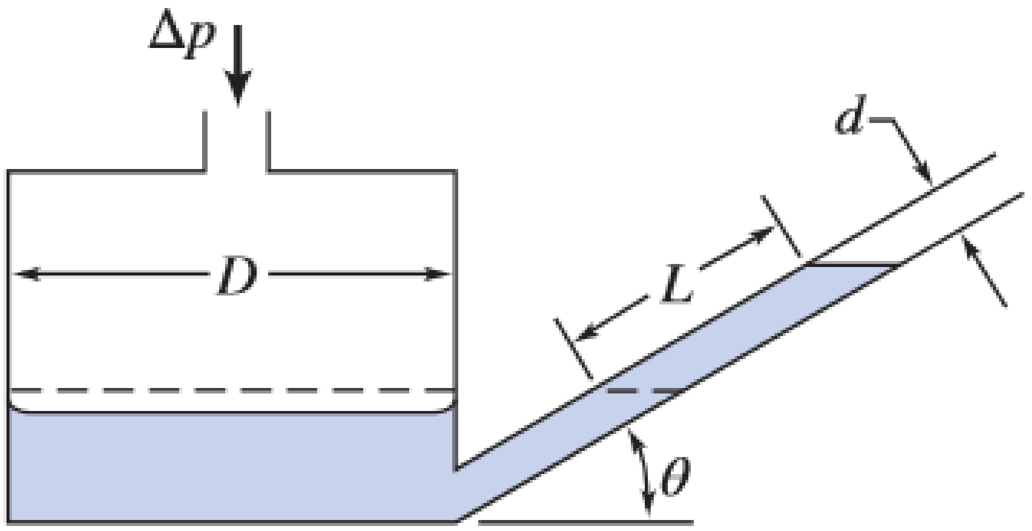
$$P_3 = P_b + \rho_b g(Z_m) + \rho_a g R_m$$

$$P_a - P_b = g R_m (\rho_a - \rho_b)$$

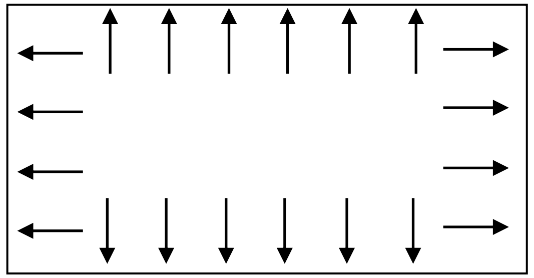


Medição de diferenças de pressão

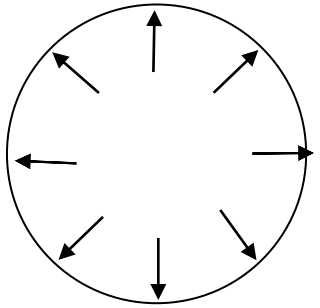




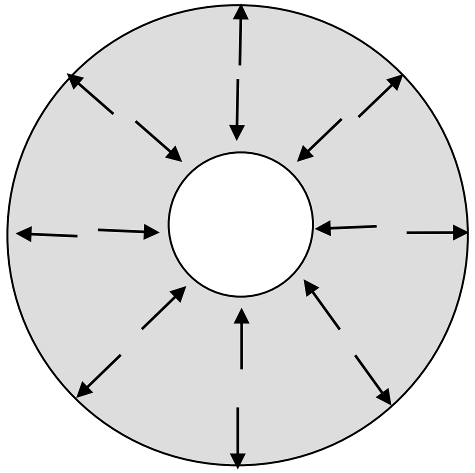
Direção da pressão do fluido nos contornos



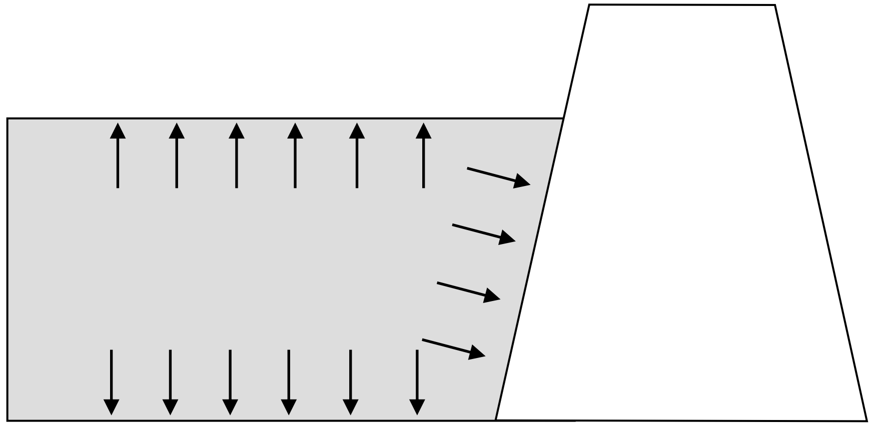
Duto do forno



Tubulação



Trocador de calor



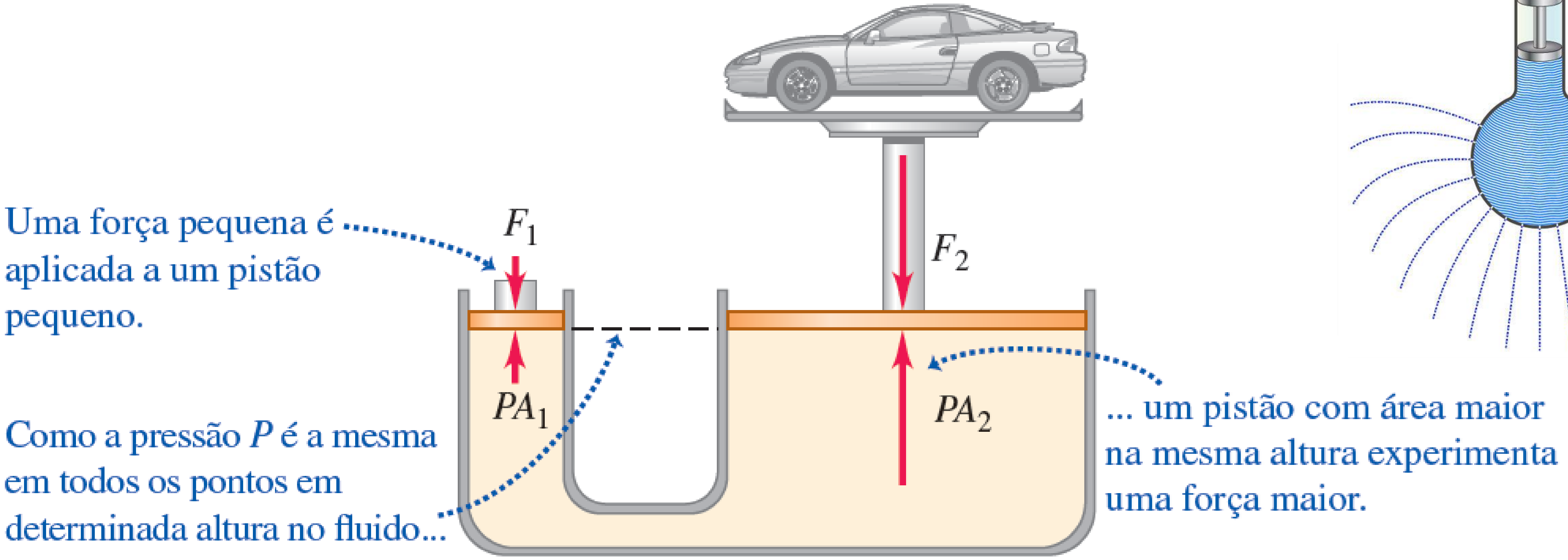
Barragem

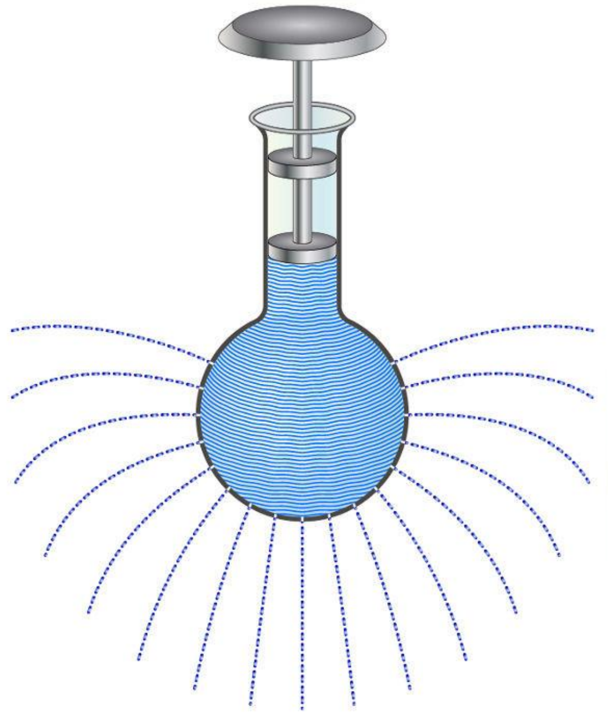
A pressão é uma força normal
(age perpendicularmente às superfícies)

Também é chamada de Força de Superfície

Princípio de Pascal

- A pressão aplicada a um fluido no interior de um recipiente é transmitida sem nenhuma diminuição a todos os pontos do fluido e para as paredes do recipiente.
- O elevador hidráulico é uma aplicação da lei de Pascal:

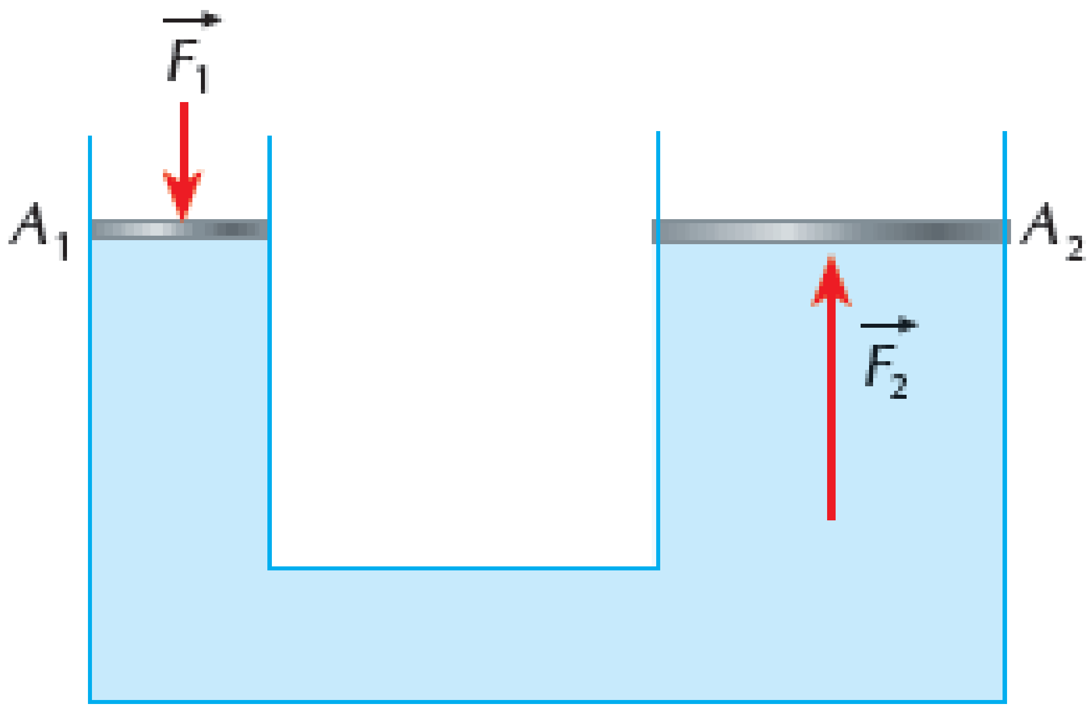




Lei de Pascal

Princípio de Pascal

Outra importante aplicação do princípio de Pascal é a prensa hidráulica, que consiste em <u>dois recipientes cilíndricos de diâmetros diferentes</u>, ligados pela base e preenchidos por um <u>líquido homogêneo</u>. Sobre o líquido são colocados dois êmbolos, cujas seções têm áreas A_1 e A_2 diferentes ($A_1 < A_2$).

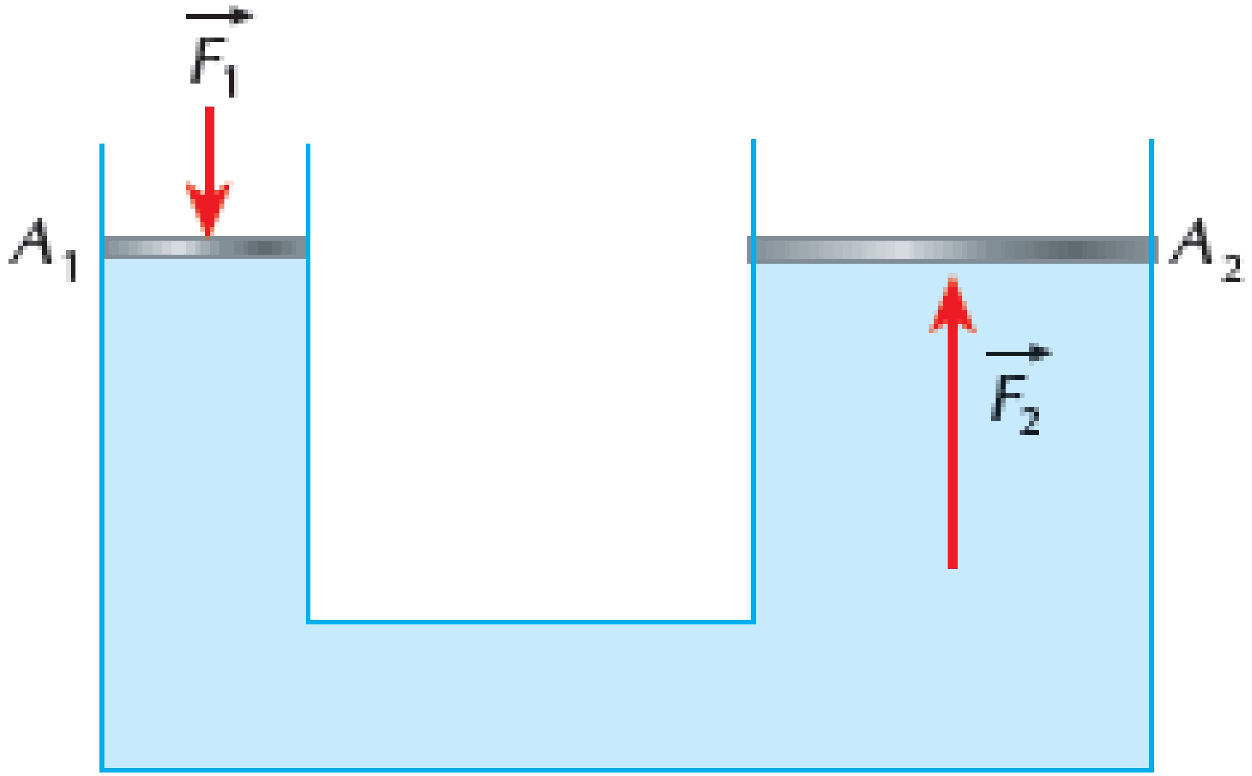


Prensa hidráulica.

PASCAL, Blaise (1623-1662), filósofo, matemático e físico francês, inventou a primeira calculadora de que se tem notícia. Em Física notabilizou-se por seus trabalhos na Hidrostática.

Princípio de Pascal

Aplicando no êmbolo menor uma força F1, o líquido fica sujeito a um acréscimo de pressão p1. Como a pressão se transmite integralmente através do líquido, o êmbolo maior fica sujeito ao acréscimo de pressão p2, igual à pressão p_1. Portanto:

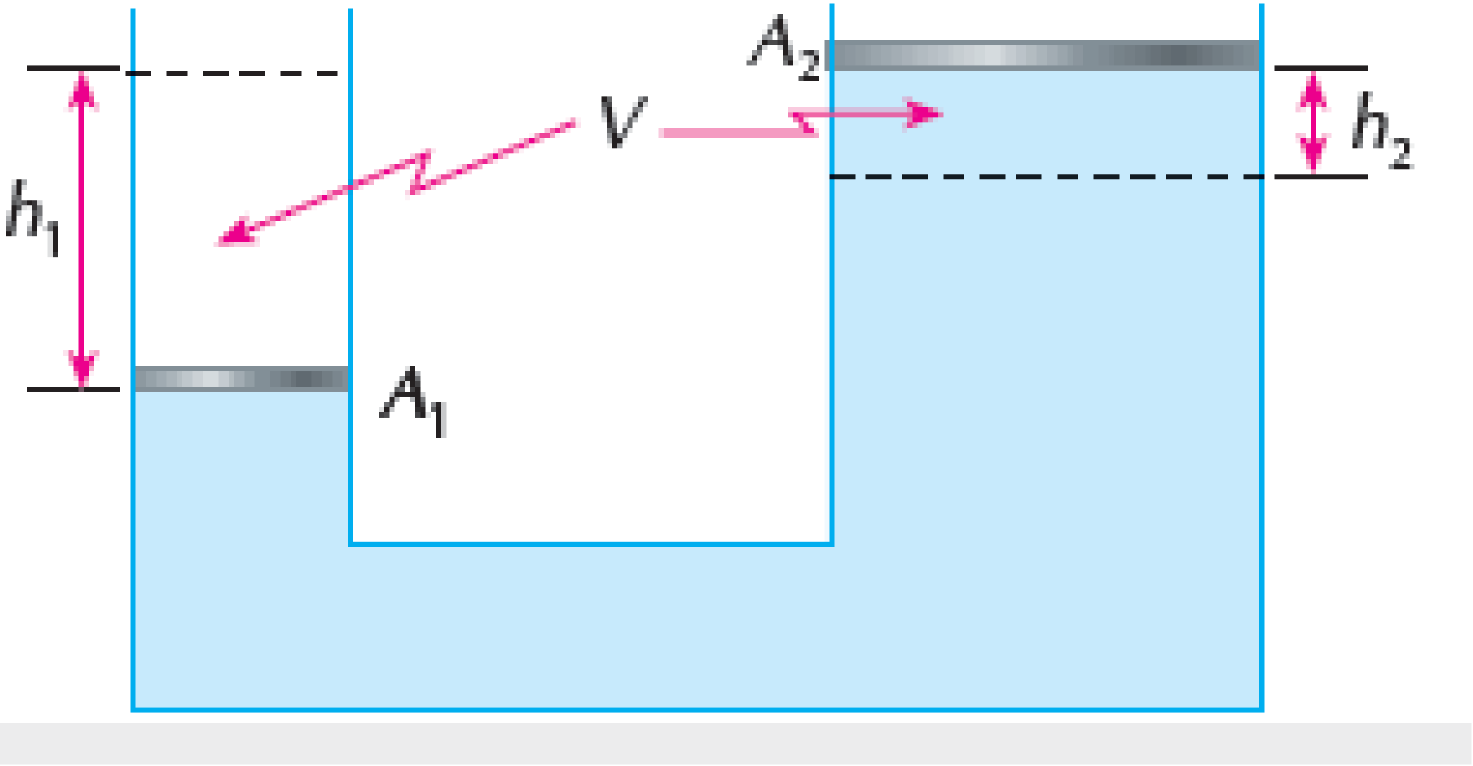


$$p_1 = p_2 \Rightarrow \boxed{\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}}$$

As intensidades das forças aplicadas são diretamente proporcionais às áreas dos êmbolos.

Princípio de Pascal

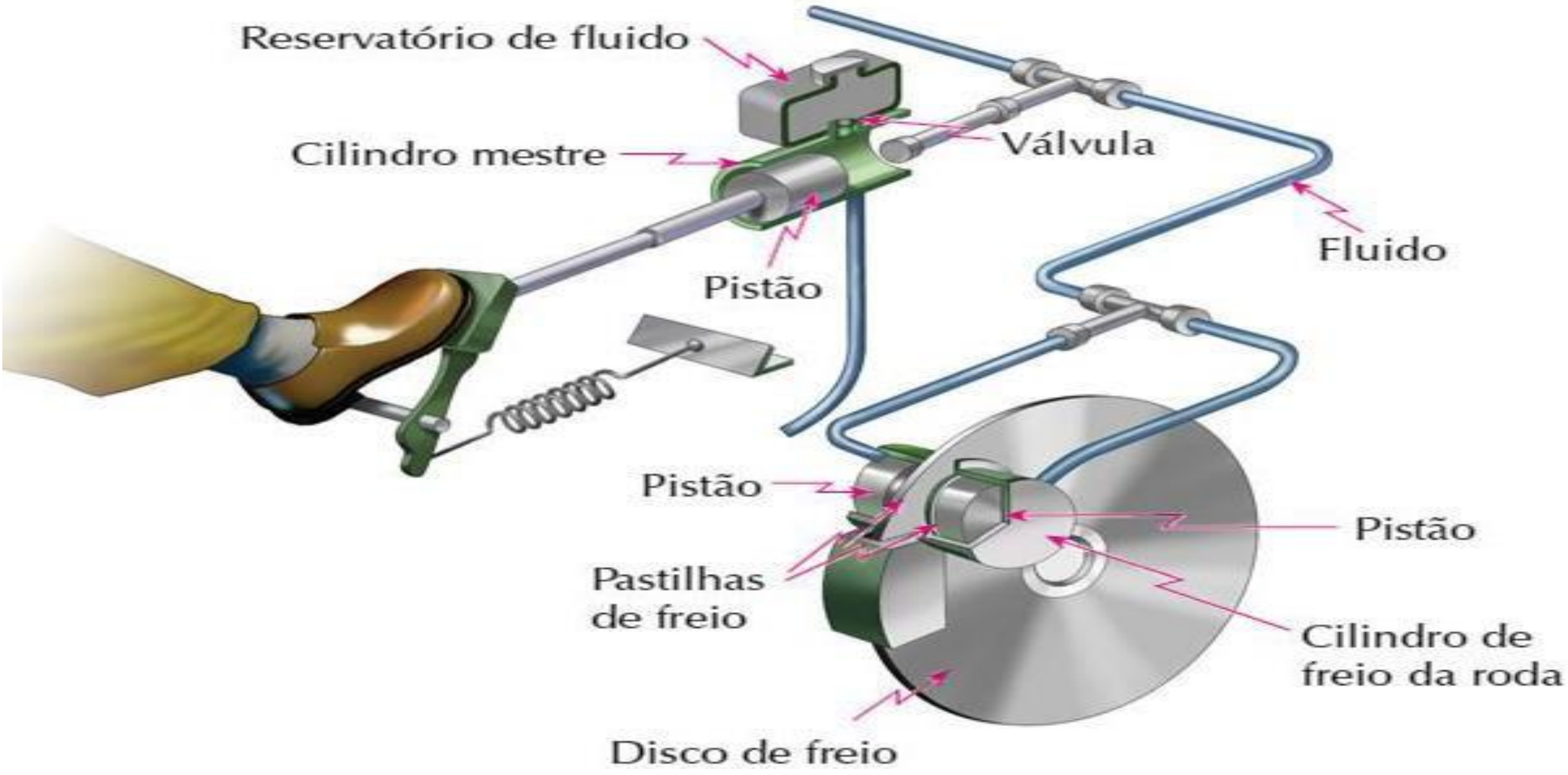
Em cada operação da prensa, o volume de líquido (V) deslocado do recipiente menor passa para o recipiente maior. Chamando de h_1 e h_2 os deslocamentos respectivos dos dois êmbolos, cujas áreas são A_1 e A_2, podemos escrever:



$$V = h_1 A_1 \text{ e } V = h_2 A_2$$

$$\boxed{h_1 A_1 = h_2 A_2}$$

Aplicação: freio a disco



Freio a disco: *Ao acionarmos o pedal do freio, estamos empurrando o pistão, exercendo assim uma pressão no fluido existente no cilindro. Essa pressão se transmite aos pistões existentes no cilindro de freio da roda, que comprimem as pastilhas contra o disco de freio ligado à roda.*

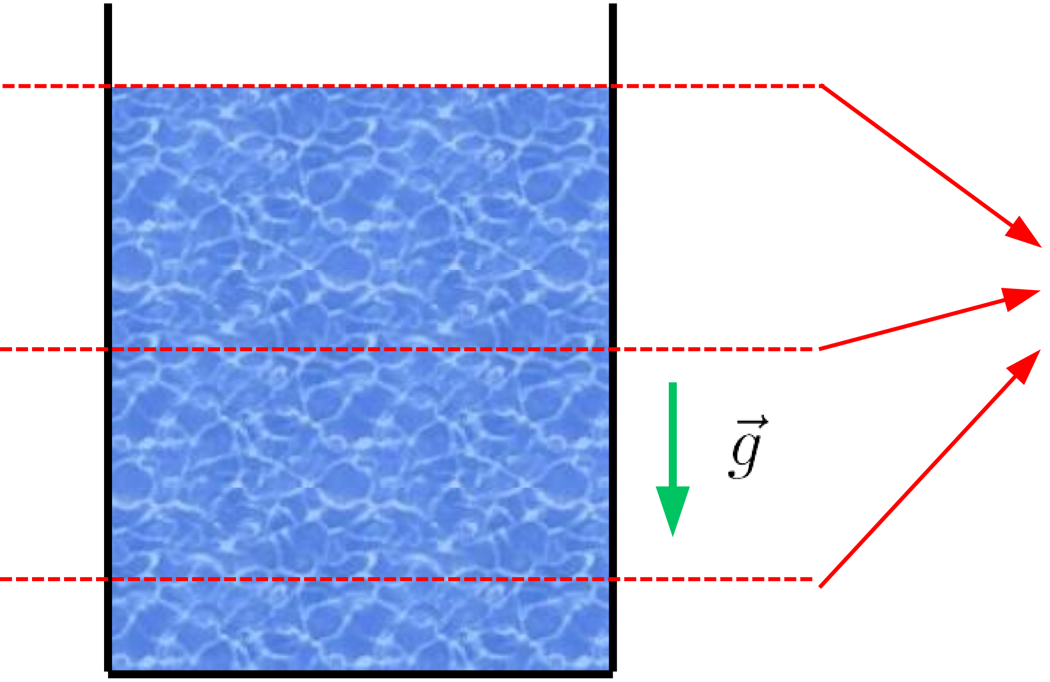
Para se divertir em casa …

https://youtu.be/ftps1rutHQA?si=-H4U3ejL2-kkS3Cz

Pressão e densidade de energia

Num fluido incompressível, quando as forças externas são conservativas há uma densidade de energia potencial associada

$$\vec{f}_R^{(\mathrm{ext})} = -\nabla u, \quad \Rightarrow \quad -\nabla u = \nabla P, \quad \Rightarrow \quad \boxed{P + u = \mathrm{const}}$$



Equipotencias também são linhas de pressão constante dentro do fluido.

Principio de Arquimedes

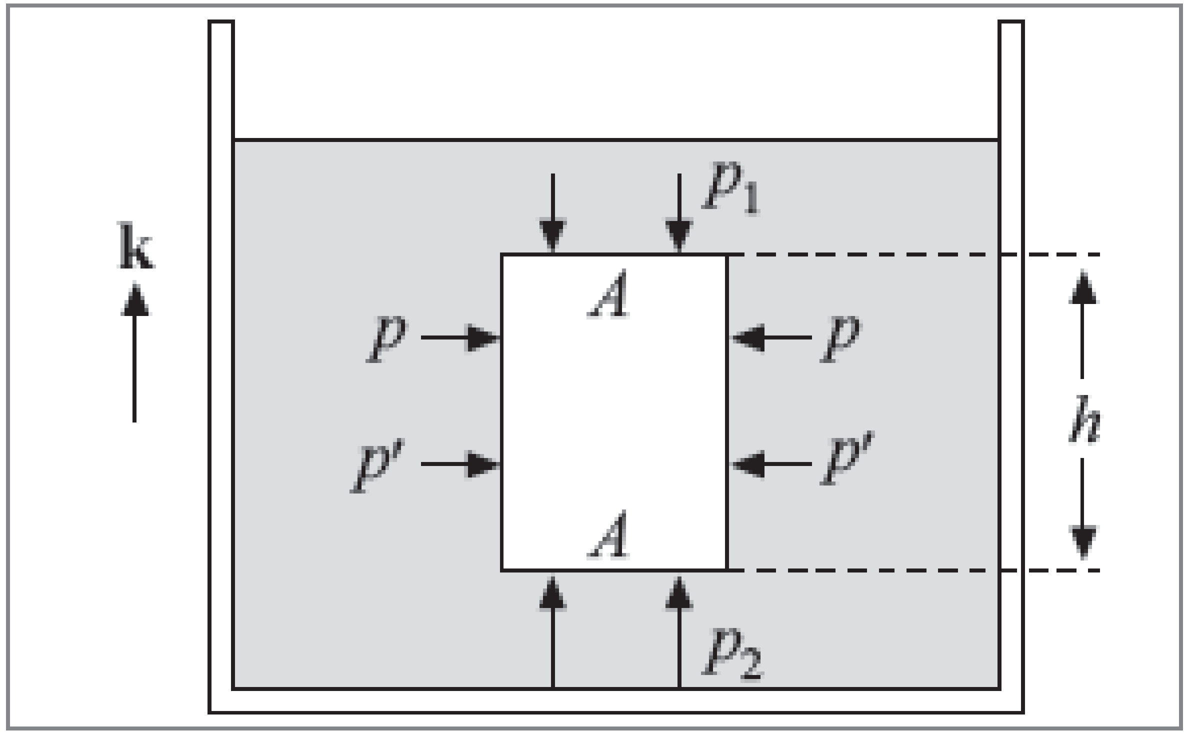
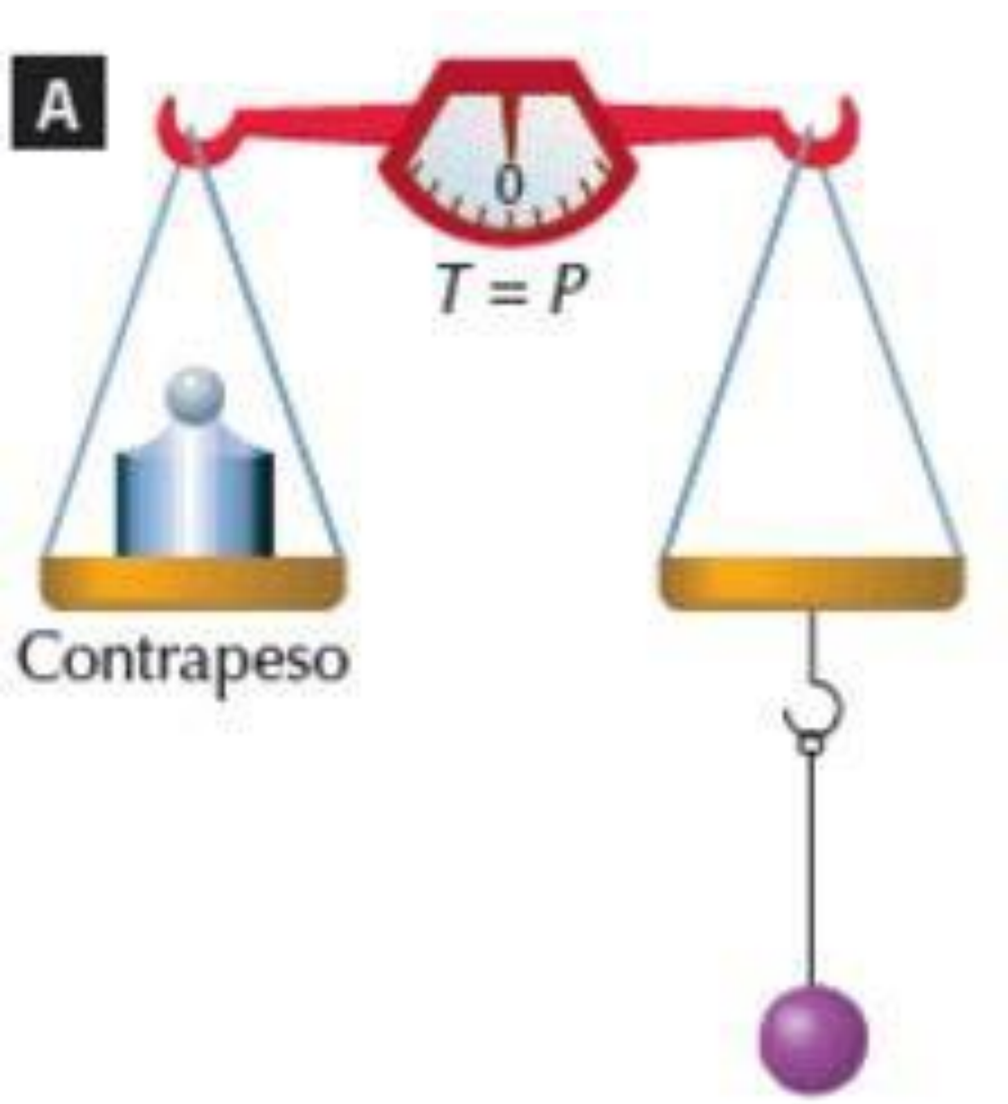
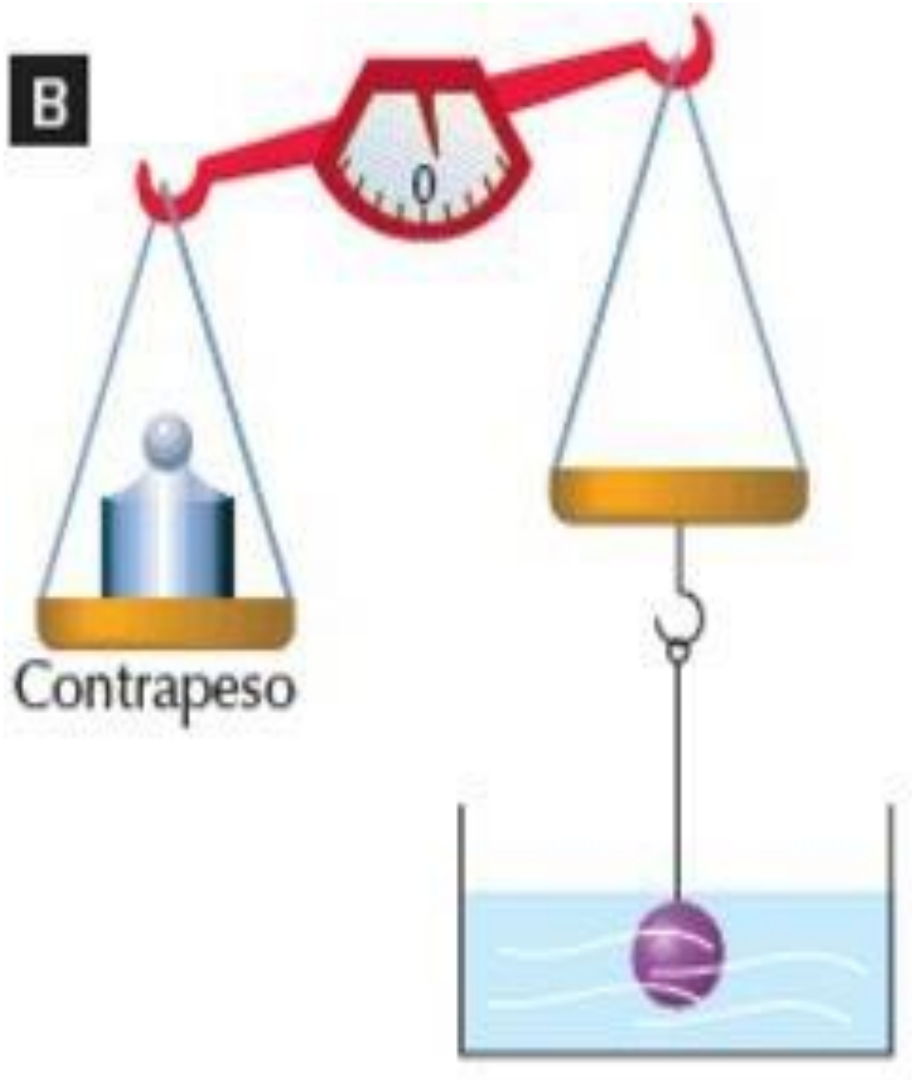


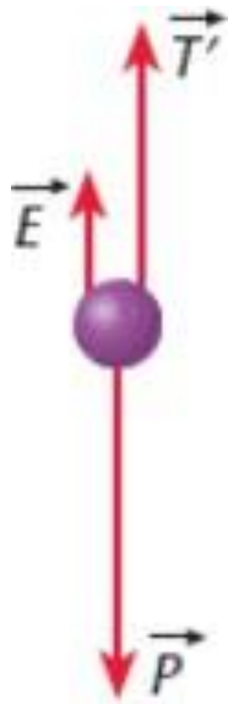
Figura 1.14 Princípio de Arquimedes.



A verificação da existência de uma força com que o líquido atua sobre um corpo nele mergulhado pode ser feita com o auxílio de uma balança de braços iguais.

Na fig. A, o peso do corpo P é, em módulo, igual à tração T do fio, aplicada no prato da balança à direita



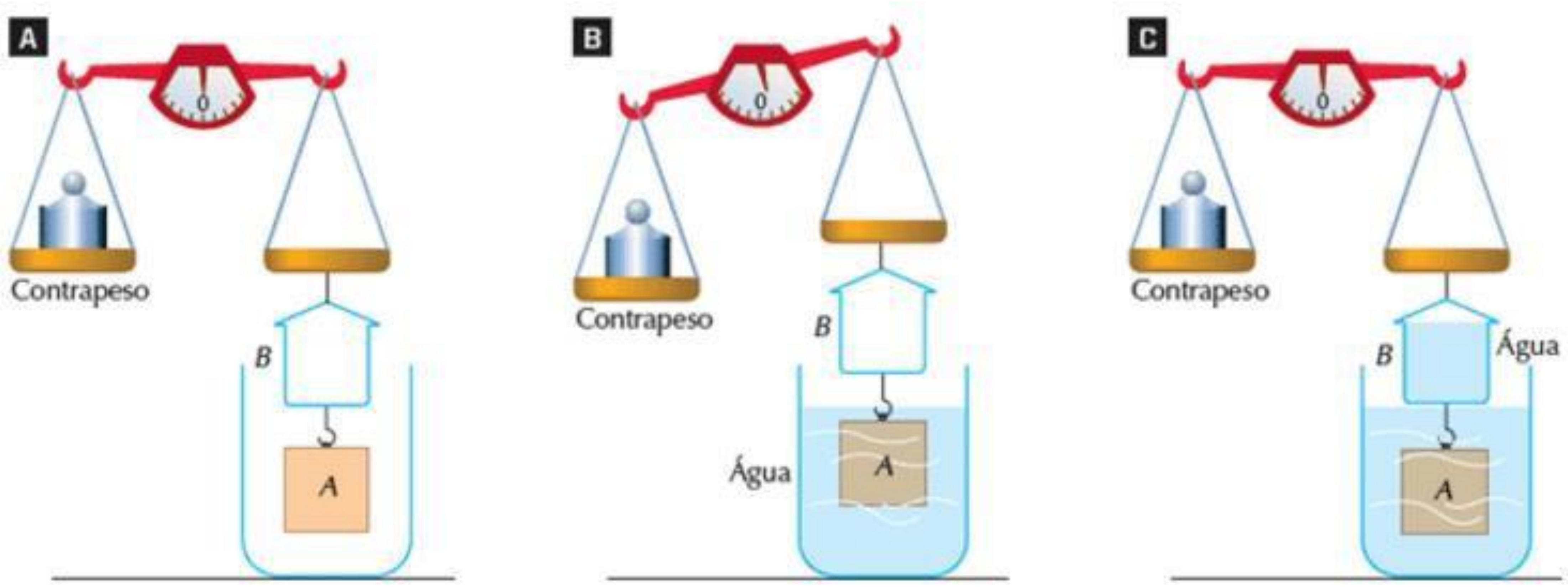


Na fig. B, o corpo imerso no líquido parece pesar menos, pois a balança se desequilibra do lado do contrapeso.

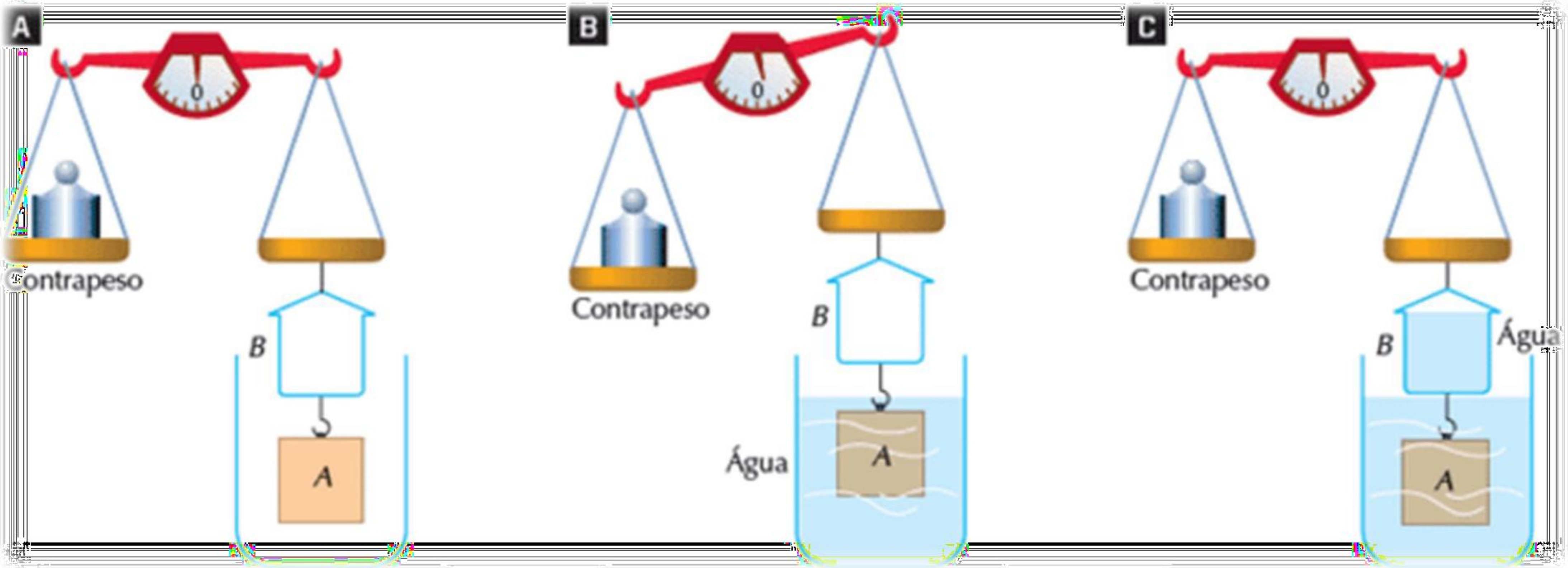
A conclusão é que o líquido deve necessariamente estar exercendo no corpo uma força **E** de direção vertical de sentido para cima, provocando assim esse desequilíbrio.

A essa força **E** que o líquido exerce no corpo imerso dá-se o nome de **empuxo** $\boldsymbol{E}$.

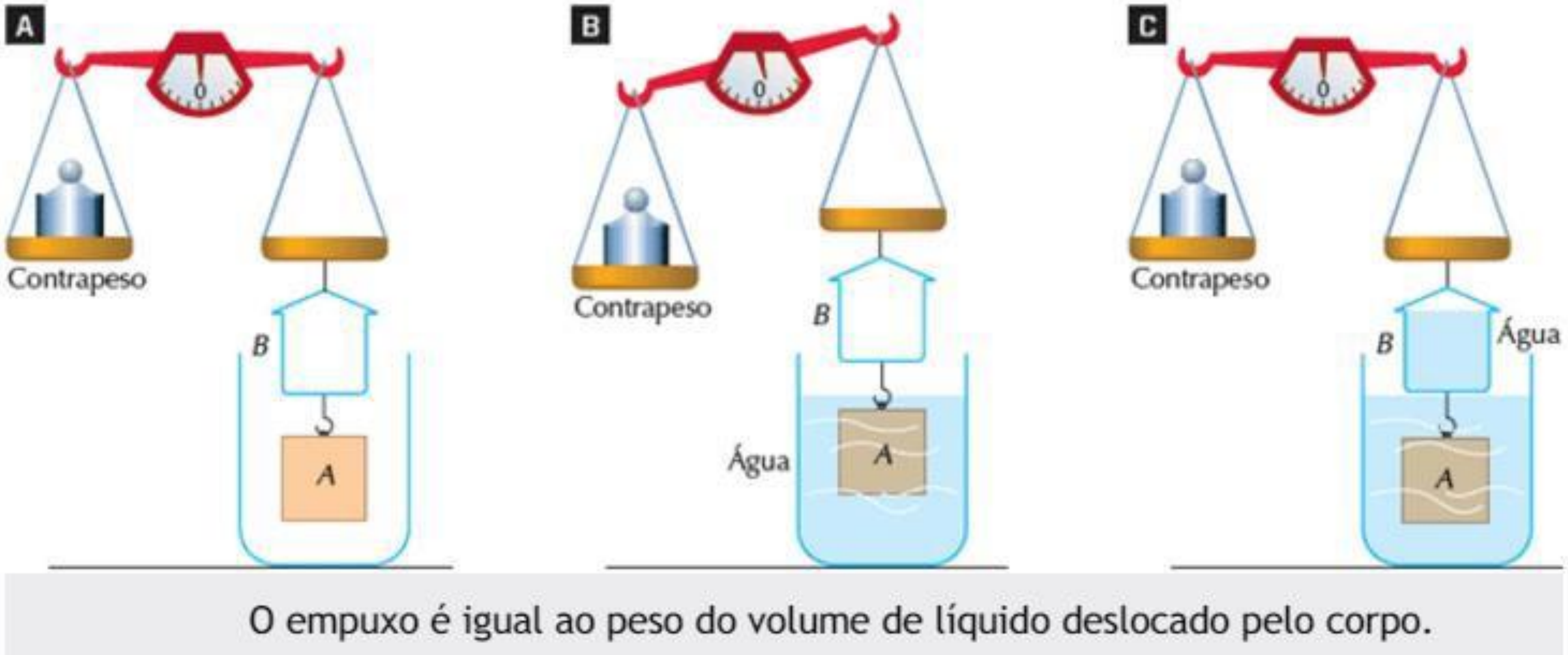
A intensidade E do empuxo pode ser determinada segundo a experiência:



Há dois cilindros: A, sólido e fechado, e B, aberto em sua parte superior e de mesmo volume que A. Assim, o cilindro A preenche exatamente a cavidade vazia do cilindro B.



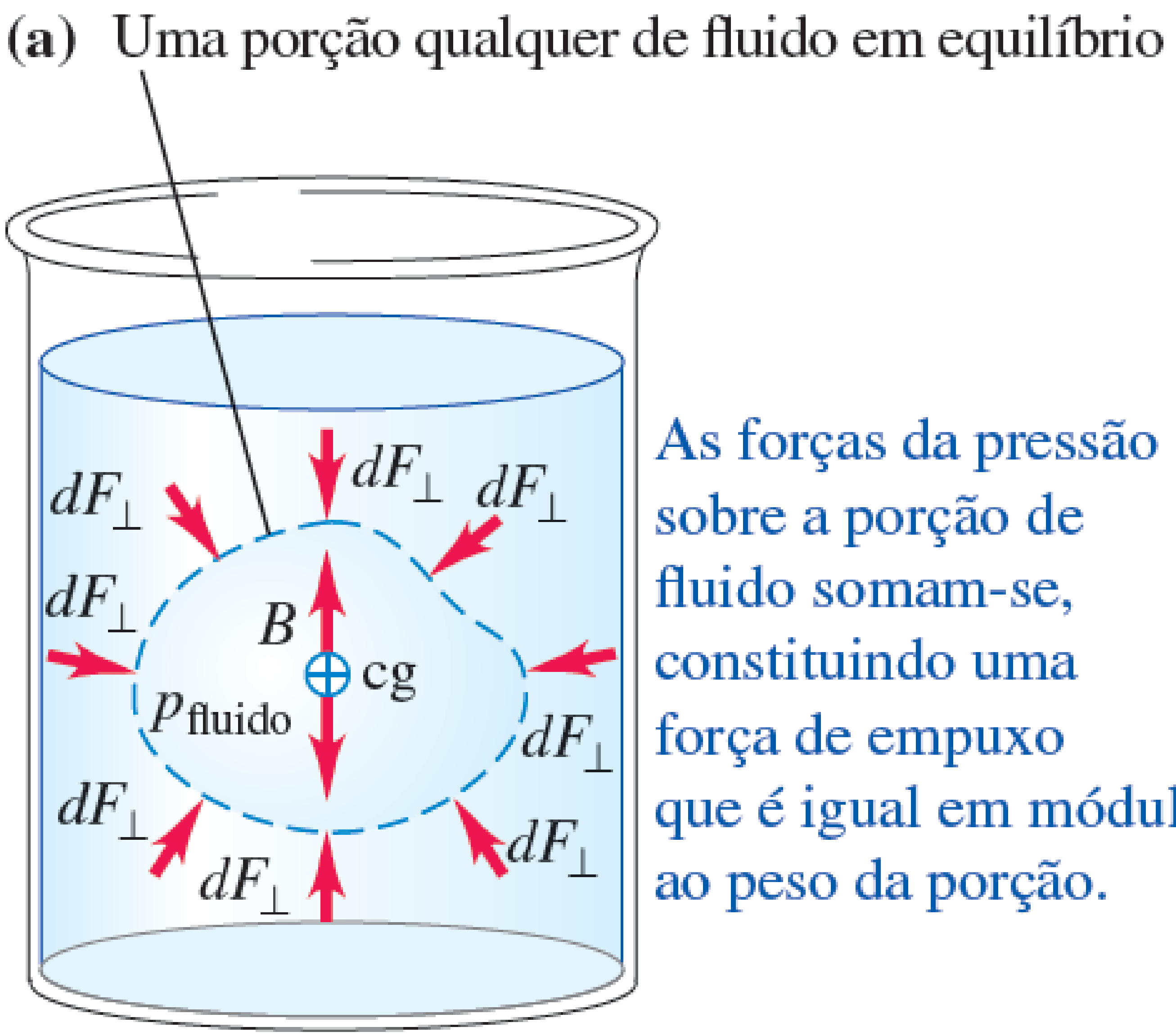
- *Na fig. A, o equilíbrio é obtido com o contrapeso no prato da balança, à esquerda.*
- *Na fig. B o empuxo da água sobre o corpo provoca desequilíbrio: o peso aparente do corpo é inferior ao do contrapeso.*
- *Na fig. C, o equilíbrio é restabelecido quando o cilindro B é preenchido completamente com água.*



$$\boxed{\vec{E} = \vec{P}_{LD}}$$

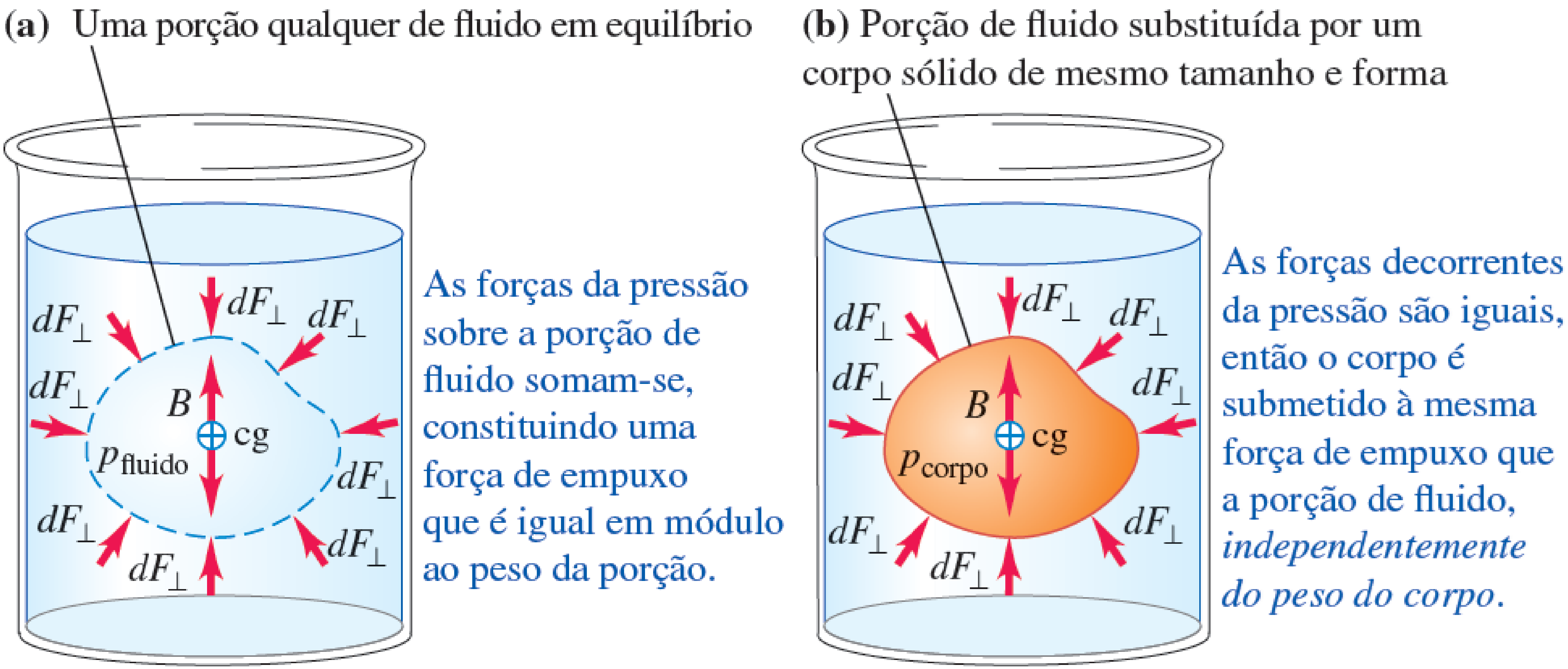
Conclusão: *o corpo imerso desloca uma quantidade de água. O peso do volume de água deslocado equilibra o empuxo, pois o equilíbrio foi restituído, colocando-se esse volume de água deslocado no cilindro vazio.*

Empuxo



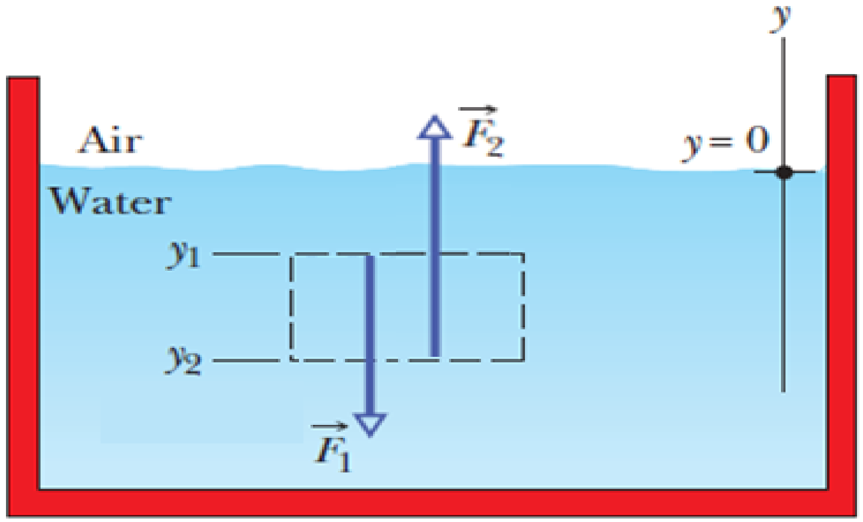
As forças da pressão sobre a porção de fluido somam-se, constituindo uma força de empuxo que é igual em módulo ao peso da porção.

Empuxo



(a) Uma porção qualquer de fluido em equilíbrio
dF⊥
B
cg
p fluido
As forças da pressão sobre a porção de fluido somam-se, constituindo uma força de empuxo que é igual em módulo ao peso da porção.
(b) Porção de fluido substituída por um corpo sólido de mesmo tamanho e forma
dF⊥
B
cg
p corpo
As forças decorrentes da pressão são iguais, então o corpo é submetido à mesma força de empuxo que a porção de fluido, *independentemente do peso do corpo.*

Como calcular a força de Empuxo ($\vec{E}$)?



$$E = F_2 - F_1$$

$$E = P_2A - P_1A$$

$$E = (P_2 - P_1)A$$

Pelo Teorema de Stevin, sabemos que:

$$P_2 = P_1 + \rho g(y_2 - y_1)$$

Com, $h = y_2 - y_1$ *e* $V = Ah$*, podemos escrever a diferença de pressão como*

$$P_2 - P_1 = \rho g h$$

Substituindo na equação do Empuxo, temos:

$$\boxed{E = \rho V g = P_{LD}}$$

Princípio de Arquimedes

A força de Empuxo ($\vec{E}$) que um fluido homogêneo e em equilíbrio aplica em um corpo nele mergulhado é a resultante de todas as forças aplicadas pelo fluido em todos os pontos do corpo.

Sua direção é sempre vertical e seu sentido de baixo para cima.

Quando um corpo está totalmente ou parcialmente submerso em um fluido, uma ***força de empuxo*** *exercida pelo fluido age sobre o corpo. A força é dirigida para cima e tem módulo igual ao* ***peso do fluido deslocado*** *pelo corpo.*

$$\boxed{\vec{E} = \vec{P}_{LD}}$$

Flutuação

- ✓ *Quando um corpo flutua em um fluido, o módulo da força de empuxo que age sobre o corpo é igual ao módulo da força gravitacional a que o corpo está submetido.*

$$E = F_g$$

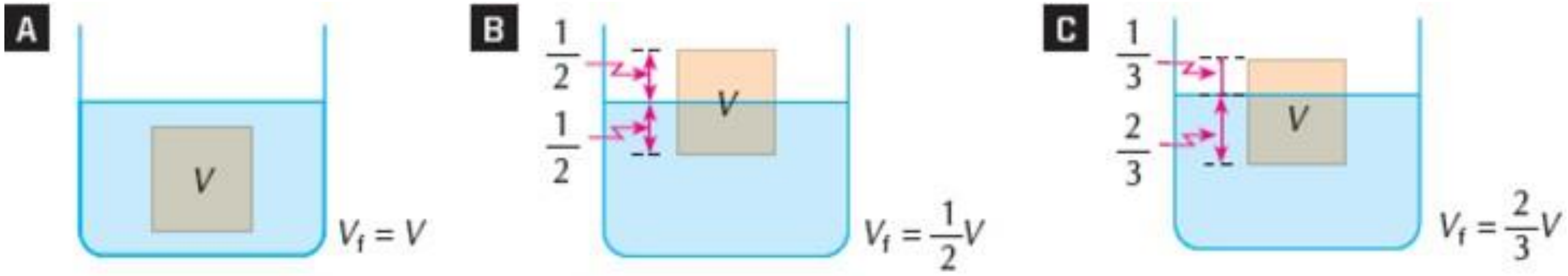
$$F_g = m_f g$$

- ✓ *Quando um corpo flutua em um fluido, o módulo da força gravitacional a que o corpo está submetido é igual ao peso do fluido deslocado pelo corpo.*

- ✓ *Um corpo que flutua desloca um peso de fluido igual a seu próprio peso.*

- *O volume V_f do fluido deslocado é o próprio volume do corpo se ele estiver totalmente imerso (fig.A);*

- *O volume V_f do fluido deslocado é o volume imerso quando o corpo está flutuando (figs.B e C).*



O volume do fluido deslocado corresponde ao volume imerso do corpo.

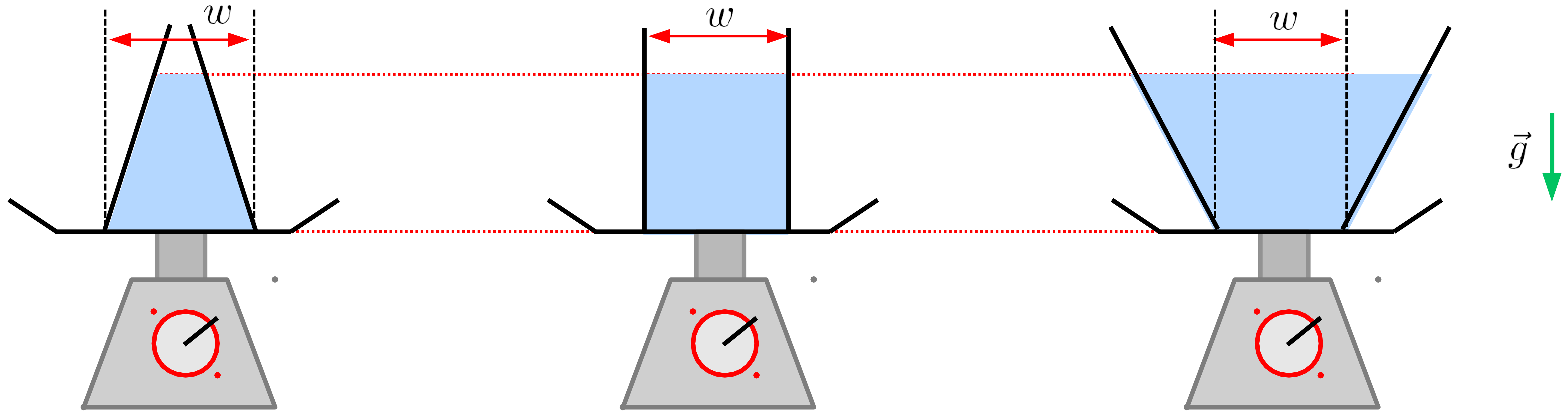
Peso aparente de um fluido

✓ *O peso aparente de um corpo está relacionado ao peso real e à força de empuxo através da equação:*

$$\boxed{P_{APARENTE} = P_{REAL} - F_E}$$

✓ *O módulo da força de empuxo que está sujeito um corpo que flutua é igual ao peso do corpo. Portanto, um corpo que flutua tem peso aparente igual a zero.*

Princípio de Pascal: paradoxo da hidrostática

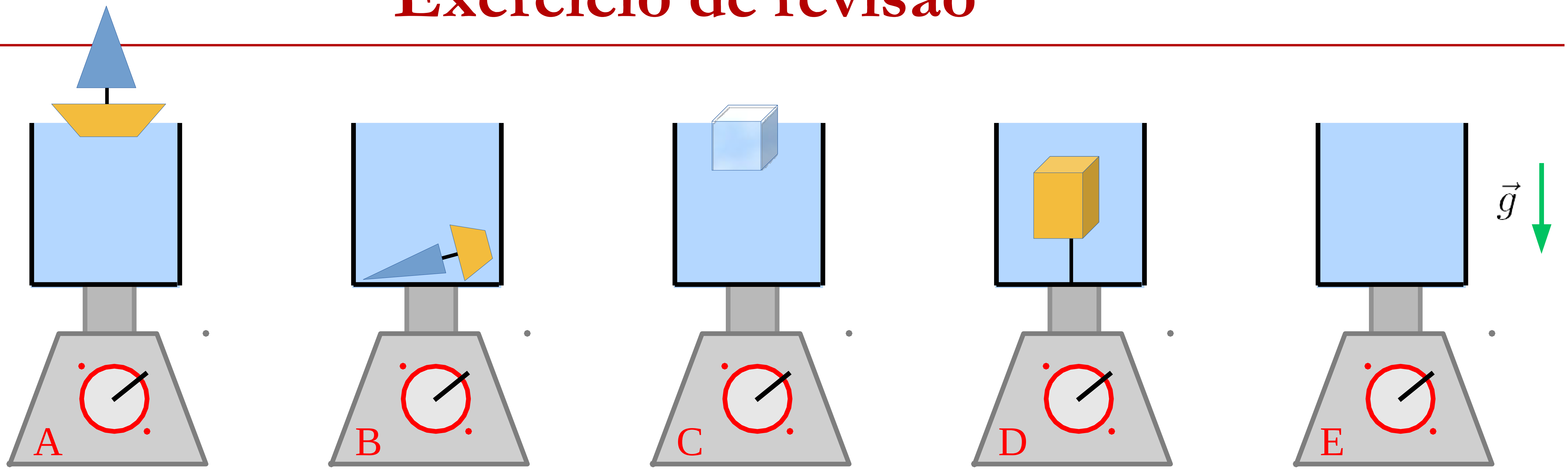


De acordo com a lei de Stevin, a força do líquido sobre o fundo da balança é igual nas 3 situações:

$$\vec{F} = -\rho g h A_w \hat{z}$$

A massa de fluido contida nos recipientes são distintas. Como a balança mede o peso correto?

Exercício de revisão



Qual das alternativas abaixo representa a leitura nas balanças?

1)B>A=C=E>D
2)B>A>C>E>D
3)B>A>E>C>D
4)B>E>C=A>D
5)B=A>E=C>D

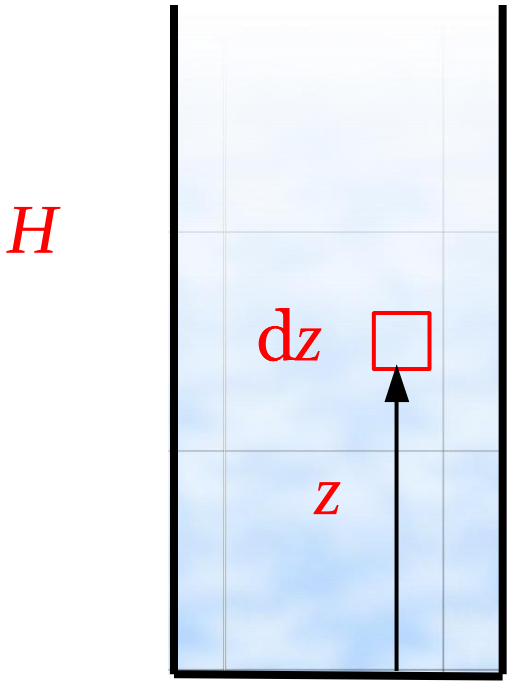
Ex: lei de Halley

Pressão de um fluido compressível em equilíbrio num campo gravitacional constante.

Hipótese: $PV = \text{const}$ (ex: gás ideal a temperatura constante)

Fluido em equilíbrio estático: $\nabla P = \vec{f}_R^{(\text{ext})}, \quad \Rightarrow \quad \dfrac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\rho(z)g$

(note que ½depende de z)



Equação de estado: $P/\rho = \text{const} = P_0/\rho_0$

$$\Rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}z} = -\frac{\rho_0 P g}{P_0}, \quad \Rightarrow \quad \int_{P_0}^{P} \frac{\mathrm{d}P}{P} = -\int_0^z \frac{\mathrm{d}z}{z_0}$$

onde $z_0 = \dfrac{P_0}{\rho_0 g}$

$$\boxed{P(z) = P_0 e^{-z/z_0}}$$

Para $P_0 = 1 \text{ atm}$

$\rho_0 = 1.2 \text{ kg/m}^3$

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$

$\Rightarrow \quad z_0 = 8.6 \text{ km}$

Sumário – 06/03/2024

- Principios da hidrostática

Devolutiva:

- Como foi a aula hoje ? (Moodle)

https://forms.gle/hAJjVudQgNFk3jwt7