ESCOLA POLITÉCNICA	Departamento de Engenharia Hidráulica e Ambiental	
PHA-3201 – HIDRÁULICA AMBIENTAL I	Prova P1	

NUSP	Nome Completo	Assinatura (como na lista de presença)
	Resolução comentada	

Instruções:

1. **Não** é permitido o uso de calculadoras alfanuméricas, telefones celulares, palm-tops, smartwatches, notebooks e similares.
2. Não será permitida a saída da sala **sem a entrega da prova**.
3. Responda as questões **apenas** no espaço apropriado. Não serão consideradas as respostas fora deste espaço.
4. Organize a sequência de cálculos, identifique cada item e destaque as respostas. Não serão consideradas respostas sem a indicação das variáveis e a sequência de cálculo claramente indicadas. Atenção à CALIGRAFIA!

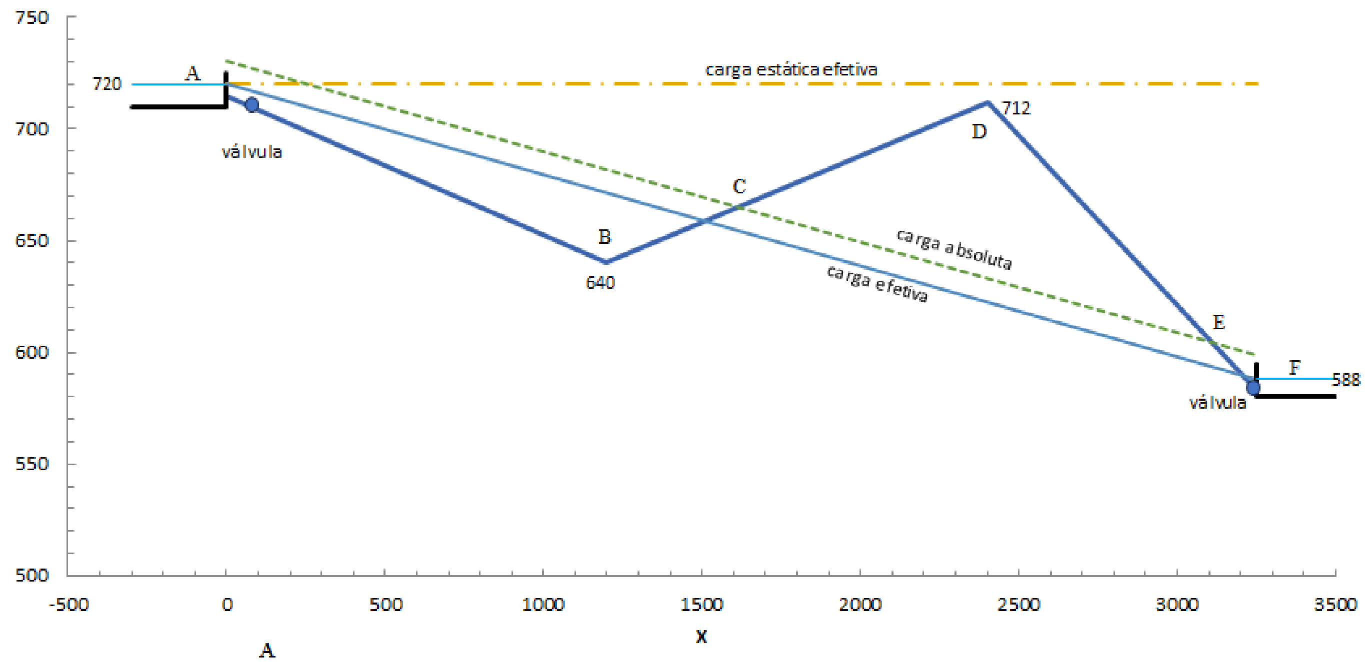
1ª. Questão (4,0 pontos)

Uma adutora deverá ser construída em aço (rugosidade ε=0,1mm) e deverá transportar por gravidade a vazão de 150L/s entre dois reservatórios de grandes dimensões. O primeiro reservatório tem nível d´água na cota 720m e o segundo na cota 588m. Do estudo do traçado em planta concluiu-se que a tubulação terá comprimento de 3250m. O perfil vertical da tubulação indica dois pontos notáveis, sendo o primeiro situado a 1200m do início, com cota altimétrica (z) 80m abaixo da superfície do reservatório de montante e outro, à 2400 m do início, com cota 8m abaixo do nível do primeiro reservatório. Duas válvulas para controle de vazão serão instaladas no início e no final da tubulação e devem funcionar sempre totalmente abertas. As perdas localizadas podem ser desprezadas face à extensão da tubulação.

a) Apresente um esquema do perfil da tubulação em escala apropriada indicando todas as dimensões e cotas fornecidas e as linhas de carga estática e dinâmica. Utilize régua e esquadro para deixar o desenho claro e objetivo.
b) Determine o diâmetro comercial mais adequado para esta tubulação.
c) Determine a vazão máxima que poderá ser veiculada nesta instalação.

a) Perfil da tubulação

O perfil da tubulação permite compreender a posição relativa das linhas de pressão e carga, tanto efetivas como absolutas, e verificar se algum ponto da tubulação é suscetível à valores baixos de pressão que possam causar a formação de cavidades de vapor (que ocorrem quando a pressão se aproxima da pressão de vapor do líquido na temperatura local). Não foram fornecidos muitos detalhes da tubulação de forma e a interpretação do problema deve ser feita com base no que é visto tanto no livro texto como na resolução dos exercícios em aula.



Com o desenho acima é possível ver que o escoamento como proposto, isto é, se desprezadas as perdas de carga, não poderá ocorrer porque a tubulação corta a linha de carga absoluta nos pontos C e D, criando a chamada separação da coluna d'água. Para que ocorra o escoamento, a válvula a jusante poderia ser fechada parcialmente para que a pressão no ponto D fique, no limite, igual à pressão mínima de vapor da água.

b) **Determinação do diâmetro para transportar a vazão de 150 L/s**

Aplicando-se a equação da energia (ver formulário) → $H_A = H_F + \Delta H_{AF}$, que facilmente pode ser reduzida a

$z_A - z_F = \Delta H_{AF} = 8/g\pi^2 \times f\ L/D^5 \times Q^2$ e assim, podemos explicitar o diâmetro desejado

$$D = (0{,}0827 \times f \times Q^2 / j)^{0,2} \qquad \text{(equação 1)}$$

O valor de $j = \Delta H_{AF} / L$ é obtido diretamente dos dados → $j = (720-588)/3250 = 0{,}040615$ m/m

Como o valor de f depende da rugosidade da tubulação $\varepsilon = 0{,}1$mm e do número de Reynolds $R = V\ D/\nu$, e o diâmetro é o resultado esperado, a solução deverá ser feita por tentativas, de forma bem fácil com apenas duas iterações. Inicialmente arbitra-se o valor de f_1 (0,02 é sempre uma boa estimativa inicial), calcula-se D pela equação 1 acima e as demais grandezas pelas expressões indicadas na tabela abaixo obtendo-se f_2. Na primeira iteração f_2 não será igual a f_1. Fazendo f_1 igual ao f_2 obtido e repetindo o cálculo (2ª linha da tabela) verifica-se que este valor já atende a precisão na 3ª casa decimal. Uma terceira iteração poderia confirmar isso (mas não é necessário!)

f1	D (eq 1)	$V=Q/(\pi D^2/4)$	$R=V\ D/\nu$	$f_2 = (-2 \log (2{,}51/f_1^{0,5}/Re + \varepsilon/3{,}71D)^{-2}$
0,02	0,246	3,13	773720	0,0166
0,0166	0,237	3,37	803097	0,0167
0,0167	0,238	3,36	801499	0,0167

Desta forma, o diâmetro comercial mais adequado será o múltiplo de 50mm imediatamente superior, ou seja **D = 250mm**

c) **Qual a vazão real que passa na tubulação**

Ao adotar o diâmetro de 250mm, a vazão que poderia escoar será maior que a definida porque a perda de carga irá diminuir. Da mesma forma que no item anterior:

$z_A - z_F = \Delta H_{AF} = 8/g\pi^2 \times f\ L/D^5 \times Q^2$ e assim, podemos explicitar a vazão

$$Q = (j \times D^5 / 0{,}0827 / f)^{1/2}$$

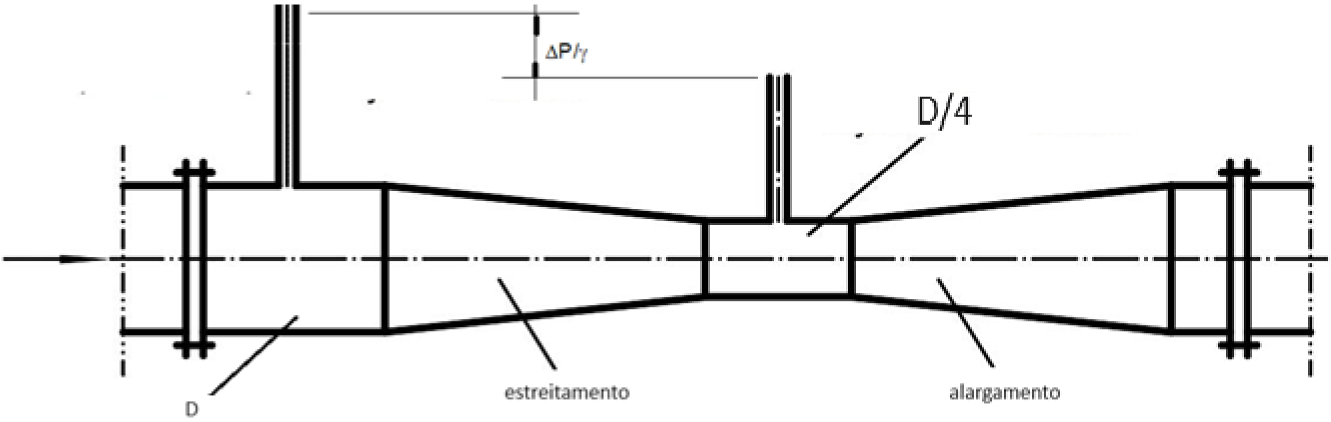
Como o fator f depende do número de Reynolds, e neste caso, da vazão, o processo também é iterativo e pode ser resolvido de forma bem simples organizando uma tabela com a apresentada a seguir (bastam duas linhas – a 3ª foi apenas para confirmar)

Q	V	R	f	$Q = (j \times D^5/ 0{,}0827 / f)^{1/2}$
0,15	3,05	763943	0,0166	0,1697
0,169	3,45	864275	0,0166	0,170
0,170	3,46	866526	0,0166	0,170

A vazão em escoamento pós o ajuste do diâmetro será de **170 L/s**

2a Questão: (valor 3,0 pontos)
Uma tubulação com diâmetro D apresenta um estreitamento gradual longo seguido de um pequeno trecho com diâmetro constante igual a D/4 e um outro trecho com alargamento gradual retornando ao diâmetro, como ilustra a figura abaixo.

a) Utilizando as equações da conservação da massa e da energia (Bernoulli), determine uma equação para estimar a vazão em escoamento por esta tubulação pela leitura da diferença de pressão ΔP/γ entre os pontos 1 e 2. Considere para isso que as perdas de carga localizadas são desprezíveis.
b) Aplique a equação obtida para determinar a vazão em uma instalação semelhante, na qual D=200mm e a diferença de pressão é 131,5mmHg.



Esta questão versão sobre a aplicação da equação da continuidade e da energia (carga) entre os pontos nos quais é medida a pressão em uma tubulação de seção circular que tem um estreitamento gradual seguido de um trecho com diâmetro menor e outro com alargamento. Na prática, este conceito fundamental é muito útil para medição de vazão em tubulações pela correlação direta com a variação de pressão entre a seção original e a seção estrangulada. Os medidores do tipo Venturi (visto em Fenômenos de Transporte ou Mecânica dos Fluidos) e os medidores tipo placa de orifício utilizam este conceito fundamental.

a) **Equação para relacionar a vazão com a diferença de pressão:>**

Vamos iniciar aplicando a equação da energia entre os pontos 1 e 2, que escolheremos exatamente nos locais onde é feita a medição de pressão. Isso resulta numa expressão direta da vazão em função da velocidade

$$H_1 = H_2 \quad \rightarrow \quad \left(\frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + z\right)_1 = \left(\frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + z\right)_2 \quad \rightarrow \quad \frac{\Delta P}{\gamma} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + z_2 - z_1$$

Sendo o tubo horizontal, temos que $Z_1 = Z_2$. Considerando agora a equação da continuidade, temos que $Q = V_1 A_1 = V_2 A_2$. Claramente neste caso a velocidade V_2 será maior do que a velocidade V_1. Levando este resultado à equação anterior, os temos podem ser arranjados de diferentes formas.

$$2g\,\frac{\Delta P}{\gamma} = Q^2\left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right) = Q^2\left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2}\right) = Q^2\left(\frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2 A_2^2}\right) = Q^2\left(\frac{D_1^4 - D_2^4}{D_1^4 D_2^4}\right) = Q^2\left(\frac{1 - \frac{D_2^{\ 4}}{D_1^4}}{\frac{\pi^2}{16} D_2^4}\right)$$

Para deixar genérico, vamos fazer $\alpha = D_2/D_1$ (neste caso α será igual a 1/4) para obtermos finalmente a equação genérica →

$$\boldsymbol{Q = \frac{\pi D_2^2}{4}\frac{\sqrt{2g}}{\sqrt{1-\alpha^4}}\sqrt{\frac{\Delta P}{\gamma}}}$$

b) **Cálculo da vazão para ΔP/γ = 131,5 mmHg**

Como a leitura da diferença de pressão foi dada em mmHg, inicialmente deve ser convertida para mH2O. Do formulário obtemos a massa específica do Hg ou a relação entre a massa ou peso específico do HG e da água, que será 13,6.

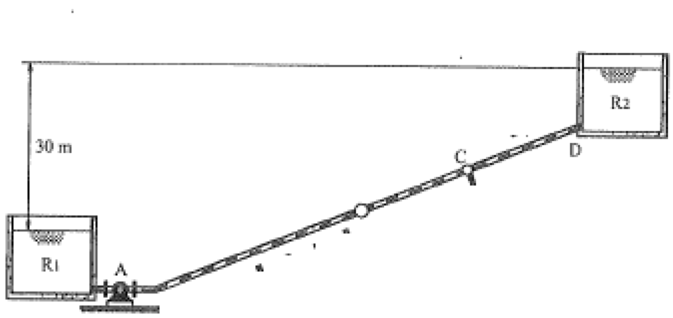
$\Delta P/\gamma|_{H2O}$ = 13,6 x 131,5 = 1,788 mH2O

Fazendo D_1 = 200mm = 0,2 m → D_2 = D/4 = 50mm = 0,05m e α = 0,25 e lançando na equação do item a, teremos

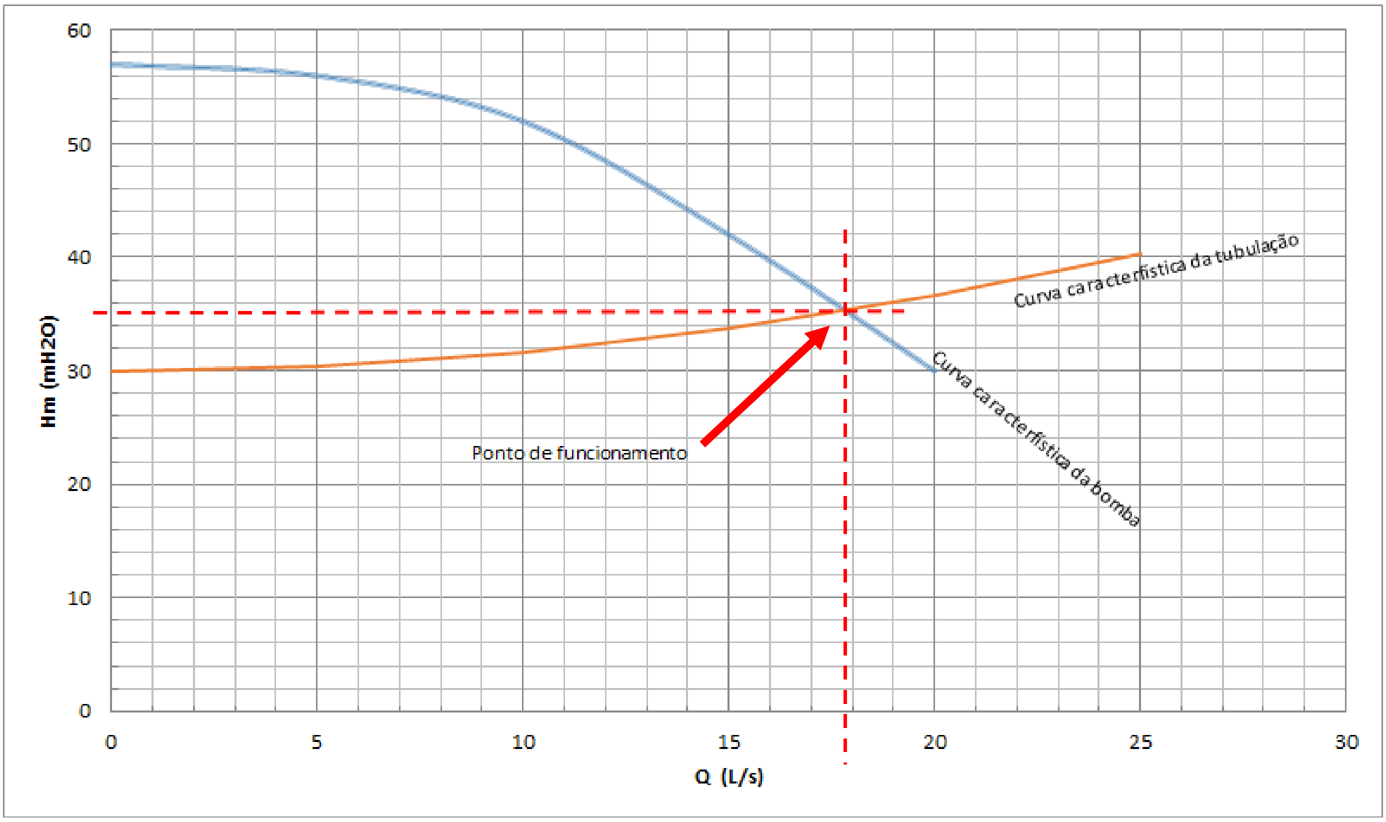
$Q = \pi \times 0{,}05^2 / 4 \times (2 \times 9{,}8)^{0,5} / (1 - 0{,}25^4)^{0,5} \times 1{,}788^{0,5}$ = **0,0116 m³/s ou 11,6 L/s**

3a Questão: (valor 4,0 pontos)
A curva característica da bomba da instalação representada na figura está informada na tabela a seguir. Considere que o dâmetro da instalação é de 100mm, o comprimento da tubulação de sucção é 1m, da tubulação de recalque é de 72m e no ponto C existe um registro que funciona totalmente aberto. Considere ainda as singularidades de entrada e saida de canalizaçao e admita o fator de atrito igual a 0,025.

a) Desenhe no gráfico fornecido a curva característica da bomba
b) Determine a equação da curva característica da tubulação e plote no mesmo gráfico.
c) Qual será a vazão bombeada nesta instalação?
d) Determine a potência elétrica necessária considerando que o rendimento do conjunto moto-bomba é de 65%



Q (L/s)	Hm (mH2O)
0	57
5	56
10	52
15	42
20	30



a) Plotagem da curva característica da bomba
feita no gráfico acima

b) Curva caractrística da tubulação

Esta curva fai seguir a forma geral → $H_m = H_g + \Delta H_s + \Delta H_r$, sendo que ΔH_s representa as perdas de carga (distribuidas e localizadas) na sucção da bomba e da mesma forma ΔH_r representa estas perdas no lado do recalque. Vamos considerar a equação de Darcy-Weissbach para as perdas de carga distribuidas porque foi fornecido – por simplificação - o fator de atrito figual a 0,025. As perdas de carga localizadas podem ser calculadas a partir dos coeficientes fornecidos na tabela disponível no formulário. Em resumo temos:

$H_g = 30m$
Sucção da bomba $L_{sucl} = 1m$ Coef Perda na entrada: $k_e = 0,5$

Recalque da bomba $L_{recl} = 72m$ Coef Perda na saída: $k_s = 1,0$ Válvula gaveta aberta $K_{RG} = 0,2$

$$H_m = H_g + \Delta H_s + \Delta H_r \rightarrow H_m = H_{g+} f\frac{L_{suc}}{D_{suc}}\frac{V^2}{2g} + \sum k_{suc}\frac{V^2}{2g} - f\frac{L_{recc}}{D_{rec}}\frac{V^2}{2g} + \sum k_{rec}\frac{V^2}{2g}$$

Sendo os diâmetros da sucção e do recalque os mesmos, os comprimentos podem ser somados e s coeficientes de perda de carga localziada também, simplificando a solução

Equação da curva → $H_m = H_g + 0{,}0827\ [f\ L\ /\ D^5 + (K_e + K_s + K_{RG})/D^4)\ Q^2$

$H_m = 30 + 0{,}0827\ [f\ L\ /\ D^5 + (K_e + K_s + K_{RG})/D^4]\ Q^2$

$\mathbf{H_m = 30 + 16499\ Q^2}$ (Q deve entrar em m^3/s)

Para a plotagem será necessário calcular alguns pontos:

Q (L/s)	HM (m)
0	30
5	30,4
10	31,6
15	33,7
20	36,6
25	40,3

c) **Vazão bombeada**

A vazão bombeada será obtida a partir da intersecção das duas curvas, no chamado ponto de funcionamento.
Graficamente podemos dizer que a vazão bombeada será de **17,8 L/s** (pode ser aproximado para 18L/s)

d) **Potencia global mobilizada**

A potência mobilizada no bombeamento (energia por unidade de tempo) será dada pela relação $P_G = (\gamma\ Q\ H_m)\ /\eta$, sendo Q e H_m obtidos do ponto de funcionamento e η o rendimento do conjunto motor e bomba (fornecido)

Do gráfico, a altura de elevação (ou manométrica) será 35,2 m e a potencia resulta:

P = 9800 x 17,8/1000 * 35,2 / 0,65 = 9447 w ou **9,4 Kw**

Propriedades Físicas	Valor
Aceleração da gravidade	9,8 m/s²
Massa específica H2O	1.000 kg/m³
Massa específica Hg	13.600 kg/m³
Viscosidade cinemática H2O	1,01 x 10^{-6} m²/s

$$H = \frac{V^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + z \qquad u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \sqrt{gR_H j}$$

$$\Delta H_d = f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} = f\frac{8LQ^2}{\pi^2 D^5 g} = 0{,}0827\frac{fLQ^2}{D^5}$$

$$\Delta H = 10{,}65\frac{L}{C^{1,85}D^{4,87}}Q^{1,85}$$

$$\Delta H_L = K\frac{V^2}{2g} \qquad \mathrm{Re} = \frac{VD}{\nu}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log\left(\frac{2{,}51}{\mathrm{Re}\sqrt{f}} + \frac{\varepsilon}{3{,}71D}\right)$$

$$f = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

Tipo de conduto	Rugosidade, ε (mm)	f
Ferro Fundido		
Incrustado	2,40-1,20	0,020-1,500
Revestido com asfalto	0,30-0,90	0,014-0,100
Revestido com cimento	0,05-0,15	0,012-0,060
Aço Galvanizado		
Novo com costura	0,15-0,20	0,012-0,060
Novo sem costura	0,06-0,15	0,009-0,012
Concreto		
Moldado com forma de madeira	0,20-0,40	0,012-0,080
Moldado com forma em ferro	0,06-0,20	0,009-0,060
Centrifugado	0,15-0,50	0,012-0,085
PVC	0,015	0,009-0,050

Cimento Amianto	C
Ferro Fundido	100
Cimento	140
Concreto	100
Cobre	150
Aço	120
Aço Galvanizado	120
Polietileno	150
PVC	150
Plástico reforçado com fibra de vidro	150

Acessório	K
Cotovelo 90º Raio curto	0,9
Cotovelo 90º Raio longo	0,6
Cotovelo 45º	0,4
Curva 90º r/D=1	0,4
Curva 45º	0,5
Te passagem Direta	0,9
Te passagem Lateral	2,0
Válvula Gaveta Aberta	0,2
Válvula de ângulo aberta	5
Válvula globo averta	10
Válvula de pé com crivo	10
Válvula de retenção	3
Curva de retorno 180º	2,2
Entrada de canalização	0,5
Saída de canalização	1,0
Válvula de boia	6,0

$$\frac{f_{eq}L_{eq}}{D_{eq}^{5}} = \sum\frac{f_iL_i}{D_i^5} \qquad \frac{D_{eq}^{5}}{f_{eq}L_{eq}} = \sum\frac{D_i^5}{f_iL_i}$$

$$\Delta H = k\frac{L}{D^5}(Q_m - 0{,}55Q_D)^2$$

$$P = \frac{\gamma QH}{\eta}$$

DADOS DE PRESSÃO ATMOSFÉRICA PARA DETERMINADAS ALTITUDES LOCAIS										
Altitude em Relação ao Mar (metros)	0	150	300	450	600	750	1.000	1.250	1.500	2.000
Pressão Atmosférica (mca)	10,33	10,16	9,98	9,79	9,58	9,35	9,12	8,83	8,64	8,08

TABELA 2

PRESSÃO DE VAPOR DA ÁGUA PARA DETERMINADAS TEMPERATURAS										
Temperatura da água (ºC)	0	4	10	20	30	40	50	60	80	100
Pressão de Vapor da água (mca)	0,062	0,083	0,125	0,239	0,433	0,753	1,258	2,31	4,831	10,33

$$NPSH_{disponível} = \pm h_s + \frac{P_{atm} + P_V}{\gamma} - \Delta H_S$$

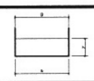
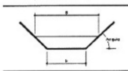
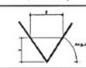
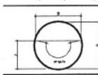
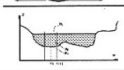
$$H = z + y + \frac{V^2}{2g} \qquad H_e = \frac{V^2}{2g} + y$$

$$F_R = \frac{V}{\sqrt{gy}} \qquad F_R^2 = \frac{Q^2B}{gA^3}$$

$$Q = CA\sqrt{R_H S_0} \qquad C = \frac{1}{n}\sqrt[6]{R_H} \qquad C = \sqrt{\frac{8g}{f}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.04\cdot\log(\frac{\mathrm{Re}\sqrt{f}}{3.08}) \qquad \frac{1}{\sqrt{f}} = 2.04\cdot\log(\frac{12.2\cdot R_h}{k_s})$$

Elementos das Seções Transversais

Seção Tipo	Área A	Perímetro P	Raio Hidráulico R_h	Largura Superficial B	Profundidade Crítica y_c
	by	$b+2y$	$\frac{by}{b+2y}$	b	$\left(\frac{\psi}{b^2}\right)^{\frac{1}{3}}$
	$b+my$	$b+2y\sqrt{1+m^2}$	$\frac{b+my}{b+2y\sqrt{1+m^2}}$	$b+2my$	$0.81\left(\frac{\psi}{m^{0.75}b^{1.25}}\right)^{0.27} - \frac{b}{30m}$
	my^2	$2y\sqrt{1+m^2}$	$\frac{my}{2\sqrt{1+m^2}}$	$2my$	$\left(\frac{\psi}{m^2}\right)^{0.20}$
	$\frac{1}{8}(\theta - sen\theta$	$\frac{1}{2}\theta\cdot D$	$\frac{1}{4}\left(1-\frac{sen\theta}{\theta}\right)D$	$2\sqrt{y(D-y}$	$\left(\frac{1.01}{d^{0.26}}\right)\psi^{0.25}$
	$\sum_1^{n-1}A_i$	$\sum_1^{n-1}P_i$	$\left(\frac{A_iR_{h_i}^{2/3}}{A}\right)^{3/2}$	$\sum_1^{n-1}B_i$	

m= [tan(ângulo)]$^{-1}$ θ = ângulo em radianos $\psi = Q^2/g$

$$A = y^2(2\sqrt{1+m^2} - m) \qquad p = 2y(2\sqrt{1+m^2} - m)$$

$$R_H = \frac{y}{2}$$

$$Q_{Tri} = 1{,}4\,H^{2,5}$$

$$Q_{Ret} = \left(0{,}605 + \frac{1}{1050H - p}\right)B\sqrt{2g}\,H^{1,5}$$

$$Q_{Or} = C_Q\;A\sqrt{2g}\,H^{0,5}$$