- *Avanço*
- *Atraso*
- *Exemplos*

COMPENSADORES (LR)

AVANÇO

| p |>| z |

$$G_c = \frac{s+z}{s+p}$$

***θ* - *φ* > 0**

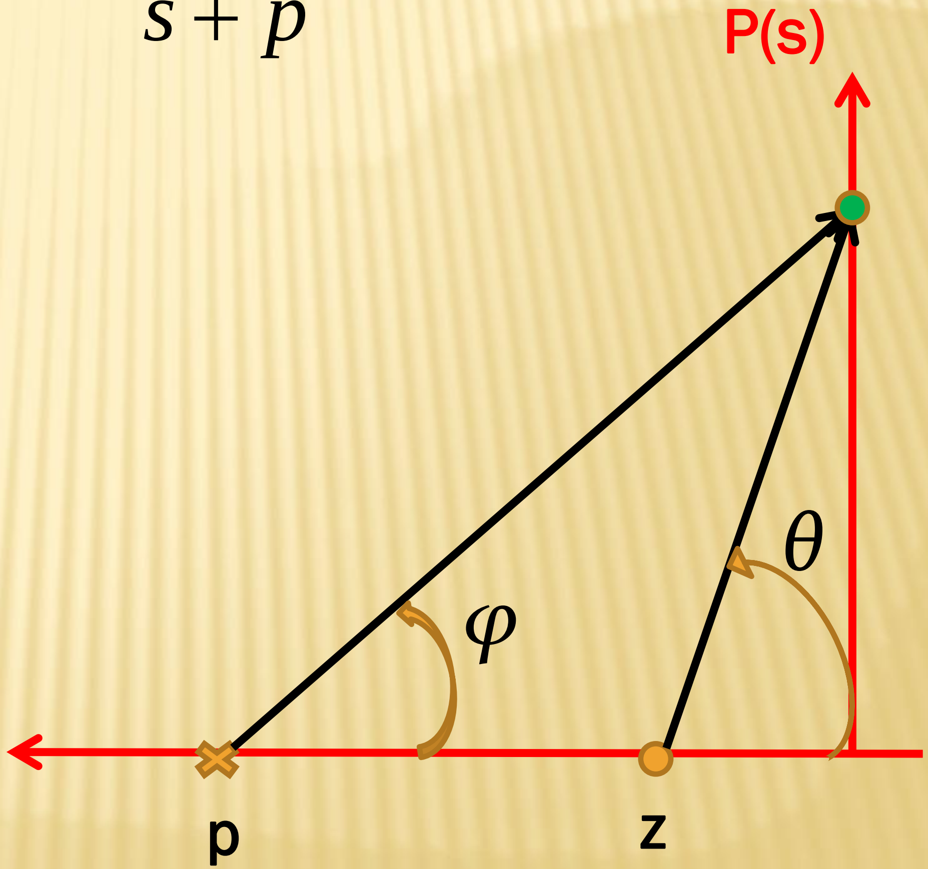
AVANÇO DE FASE!

$$G_c = \frac{z(s/z+1)}{p(s/p+1)} \Rightarrow$$

$$G(jw) = \frac{z(jw/z+1)}{p(jw/p+1)}$$

$$0 < \frac{z}{p} = \frac{1}{\alpha} < 1$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{ATENUAÇÃO!}}$$



AVANÇO

Usado quando RP é bom e o RT é ruim. Semelhante a um PD.

Procedimento usando o Lugar das Raízes

1) Dadas as especificações de desempenho, determinar a posição dos polos dominantes;
2) Desenhar o LR e verificar se um simples ajuste de ganho leva aos polos desejados. Caso contrário, usando a condição de ângulo, calcular o avanço necessário para que o ponto (onde estará o polo dominante desejado) no Plano-s passe a pertencer ao LR. (satisfazendo a condição de fase);

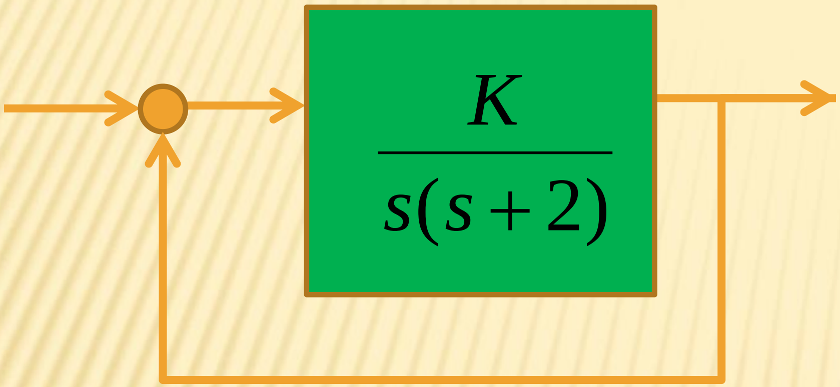
para ser LR: $GH(s) = K\frac{N(s)}{D(s)} = -1 = \left|K\frac{N(s)}{D(s)}\right| e^{j\pm\pi} = 1\angle -180°$

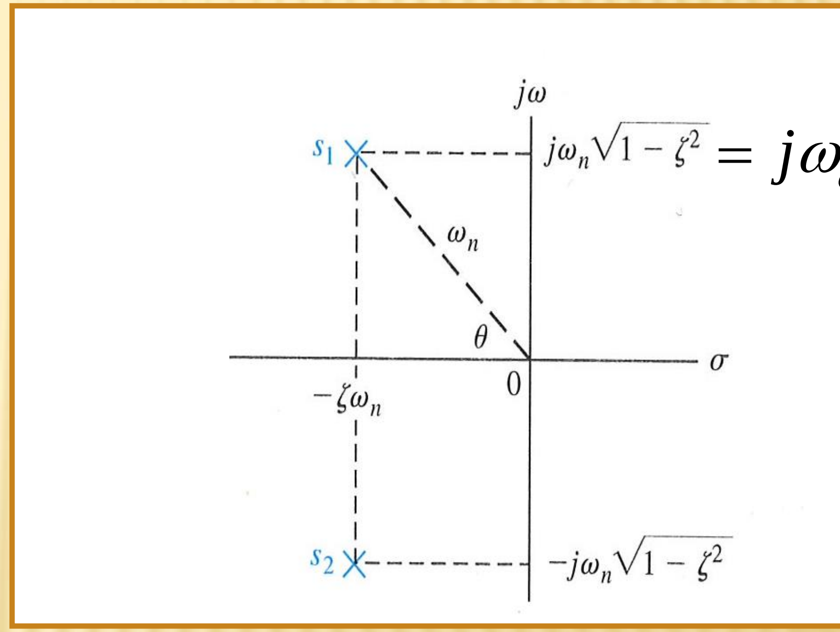
3) Compensar a atenuação provocada pela inclusão do compensado de avanço ($|p_c|>|z_c|$); ;
4) Determinar o ganho de malha aberta pela condição de módulo (satisfazendo a condição de ganho)

AVANÇO

Ex. O sistema abaixo deve operar em MF com frequência natural ω_n= 4 rad/s e coeficiente de amortecimento ζ=0,5.

2 polos complexos conjugados





$$T(s) = \frac{K}{s^2+4s+K} = \frac{16}{s^2+4s+16}$$

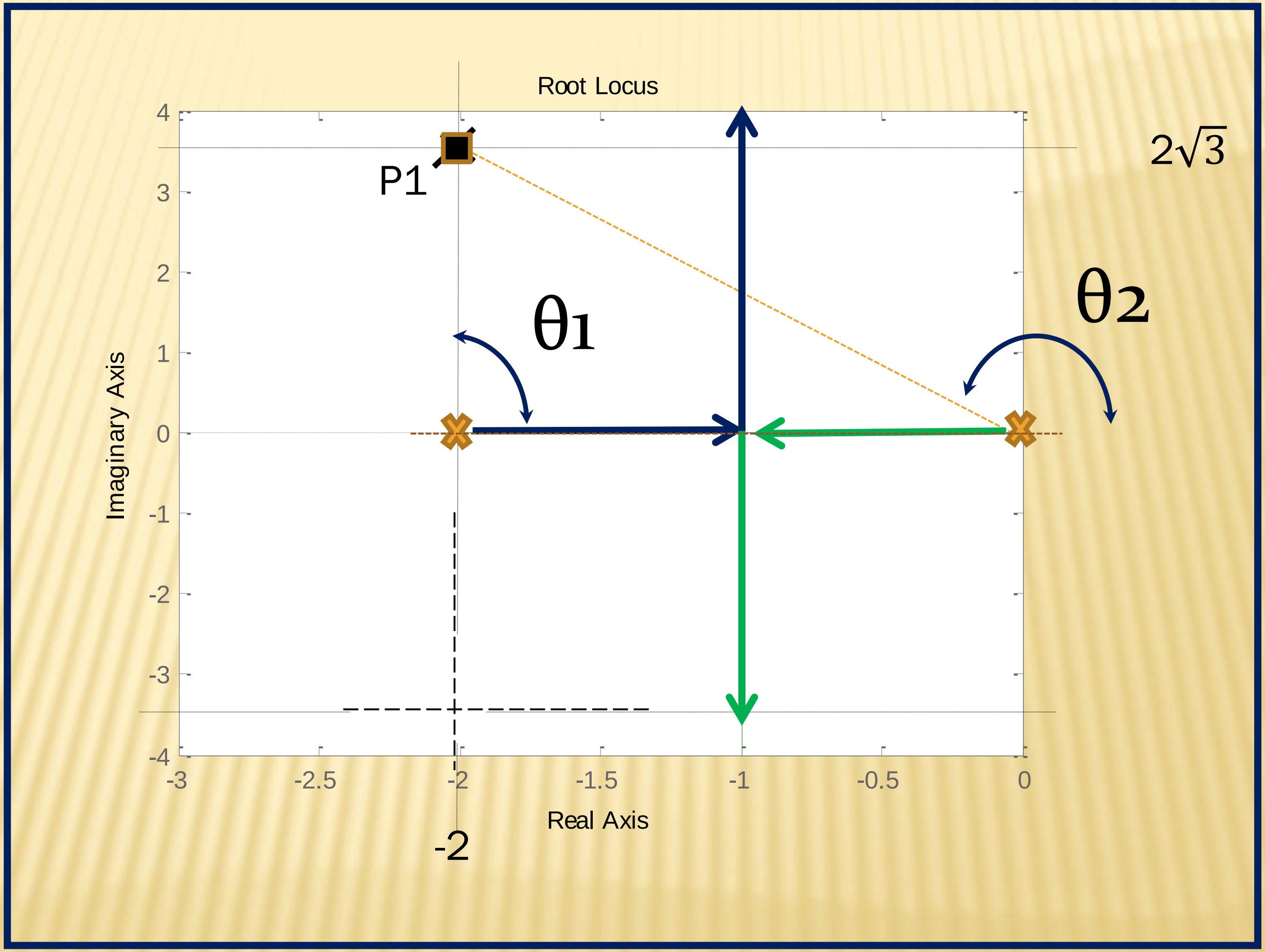
Polos: -2,0 $\pm 2\sqrt{3}$ j

Obs: 1) cos $\theta = \zeta$ = 0,5 => θ=60°

2) $\zeta\,\omega_n$= 2,0 rad/s

3) ω_d= $2\sqrt{3}$

LR e POLOS DOMINANTES



O ponto P1, evidentemente não pertencem ao LR! Sua fase é -210°.

CRITÉRIO DOS ÂNGULOS

- Para que P1 pertença ao LR, deve satisfazer o critério dos ângulos:

$$\angle GH = \pm 180°$$

Aplicando a condição de ângulo ao ponto P1:

$$\angle \mathrm{GH(s)} = -\theta_1 - \theta_2 = -90° - 120° = -210°$$

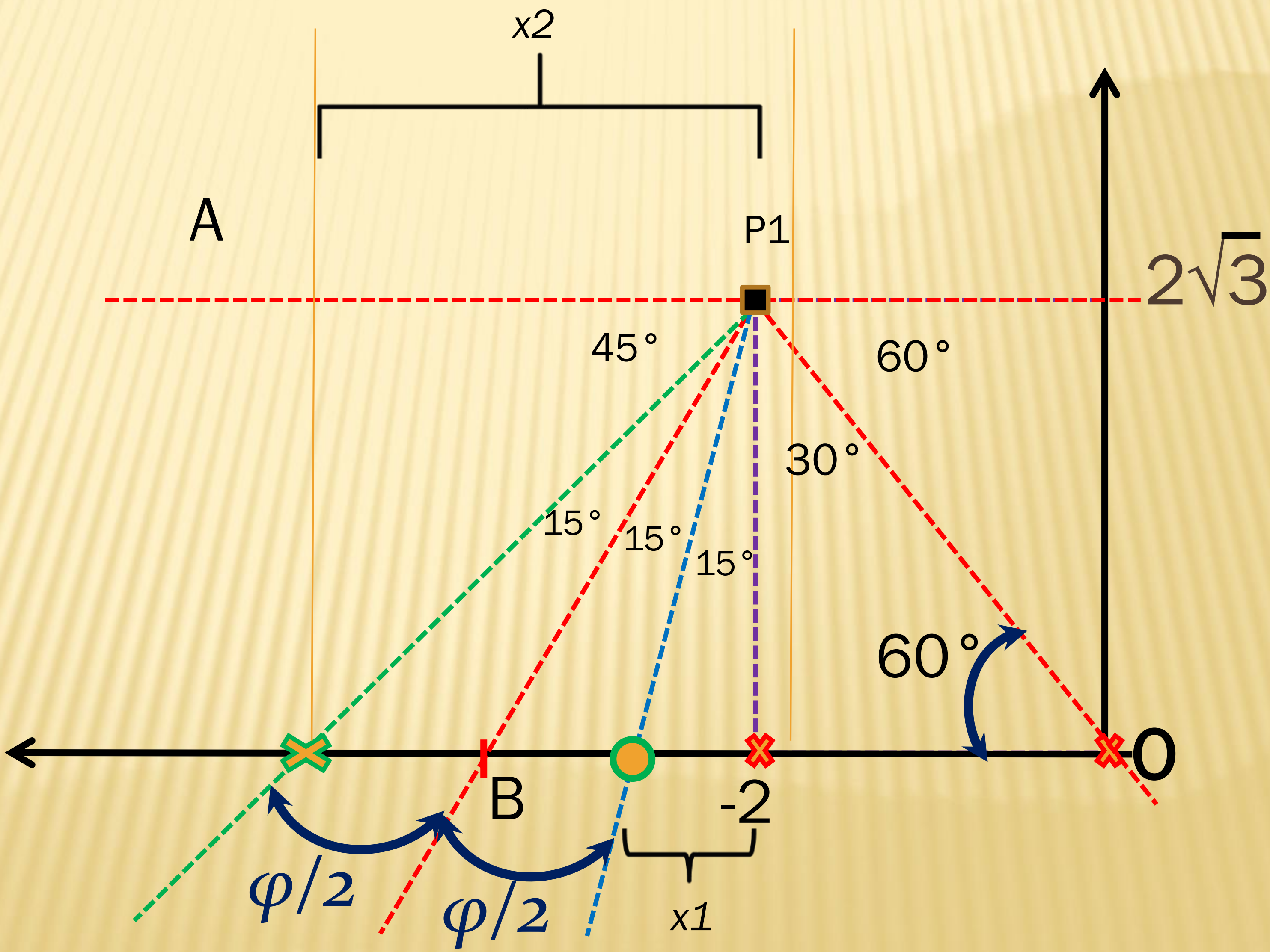
Para que P1 seja LR a fase deve ser avançada de 30°.

- Vamos escolher o polo e o zero do compensador de modo que o ganho de controle seja mínimo, usando-se o seguinte procedimento:

ESCOLHENDO O COMPENSADOR PARA GANHO DE CONTROLE MÍNIMO:

a) traçar a linha horizontal P1A por P1
b) traçar P1*O*
c) achar a bissetriz AP1*O* (corta o eixo real em B)
d) Colocar $\frac{\varphi}{2} = \frac{30°}{2} = 15°$ para cada lado da bissetriz;
e) a reta à direita determina o zero e a reta à esquerda determina o polo ao cortarem o eixo real.

ESCOLHENDO O COMPENSADOR PARA GANHO DE CONTROLE MÍNIMO:



DETERMINANDO O POLO E O ZERO CO COMPENSADOR

- Seja x_1 a distância do zero do compensador ao polo -2 e x_2 a distância do polo do compensador ao polo -2:

$$\tan(15) = \frac{x_1}{2\sqrt{3}}$$

$$\therefore x_1 = 0{,}93$$

$$\Rightarrow z = -2{,}93$$

$$\tan(45) = \frac{x_2}{2\sqrt{3}}$$

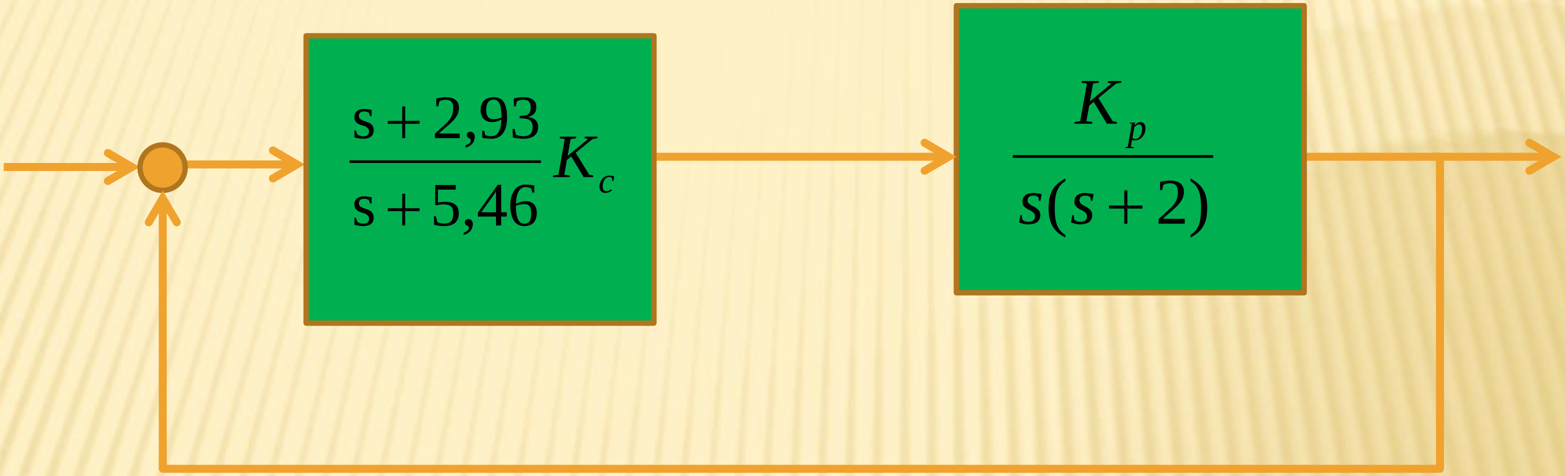
$$\therefore x_2 = 2\sqrt{3}$$

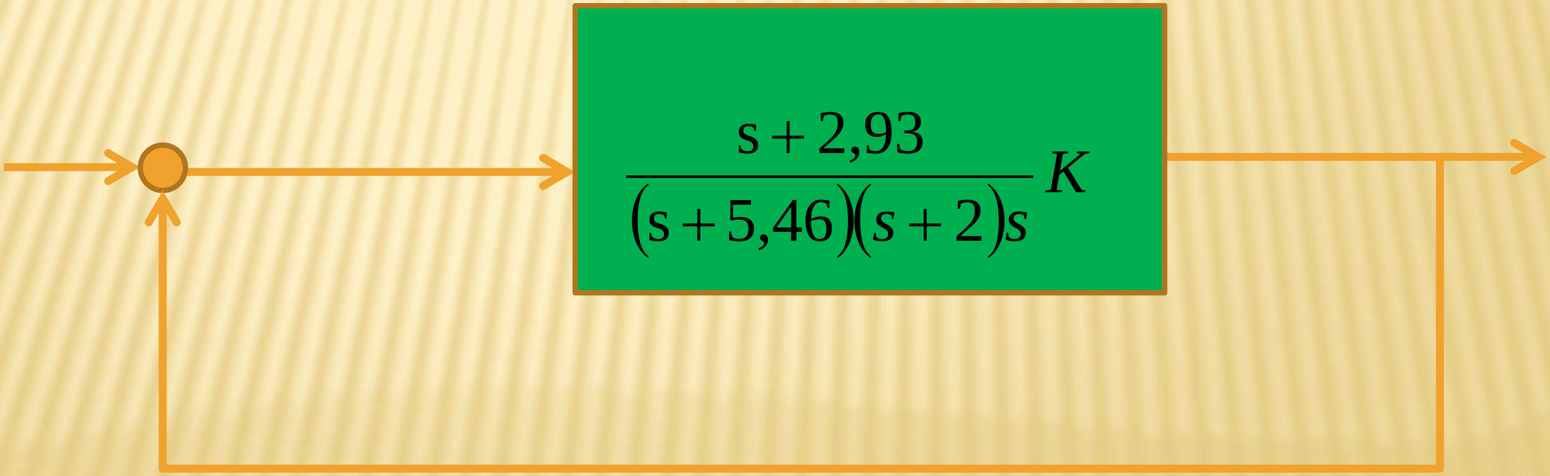
$$p = -5{,}46$$

$$O \text{ compensador em avanço é:}$$

$$\mathrm{G_c(s)} = \frac{\mathrm{s} + 2{,}93}{\mathrm{s} + 5{,}46} K_c$$

DETERMINANDO K_C



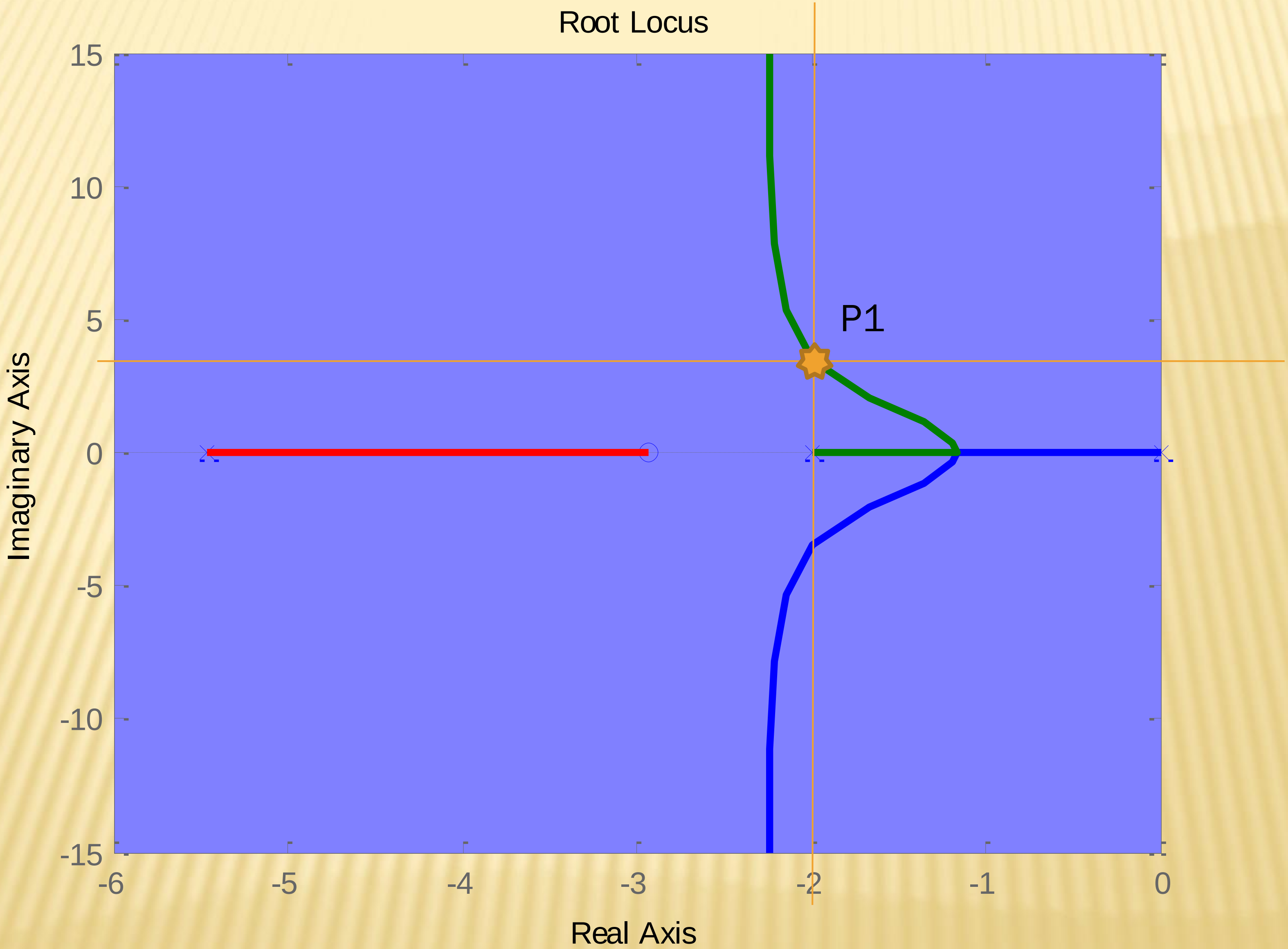


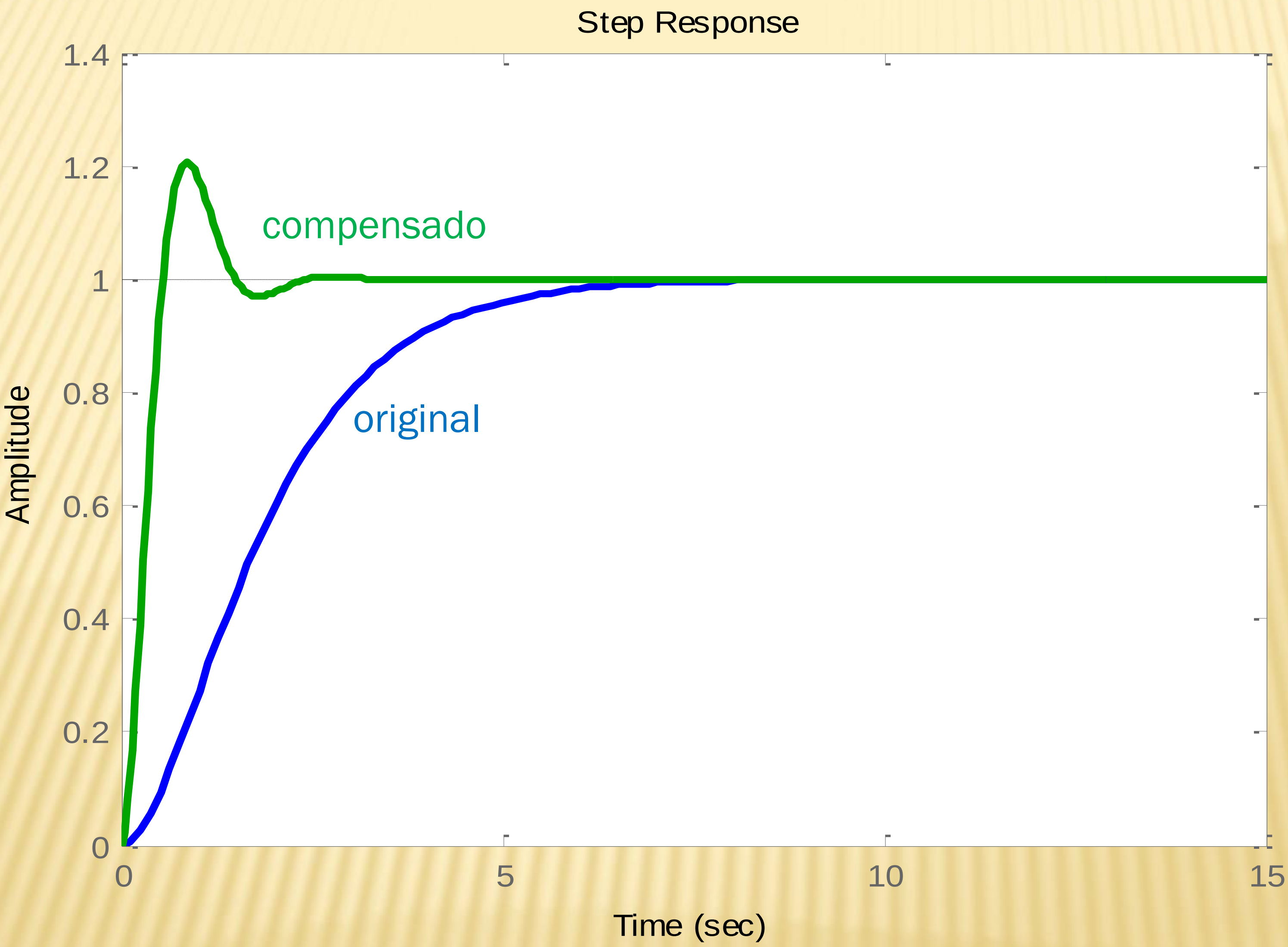
DETERMINANDO K_c

- para ser LR $\rightarrow |GH|=1=K\left|\frac{N(s)}{D(s)}\right| \rightarrow K=\left|\frac{D(s)}{N(s)}\right|$

$$K=\left|\frac{s(s+2)(s+5{,}46)}{(s+2{,}93)}\right|_{-2+2\sqrt{3}j}=18{,}44$$

$$GH=\frac{18{,}44(s+2{,}93)}{s(s+2)(s+5{,}46)}$$


Root Locus
P1
15
10
5
0
-5
-10
-15
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
Imaginary Axis
Real Axis


Step Response
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
Amplitude
compensado
original
0
5
10
15
Time (sec)

ATRASO

$|\,p\,| < |\,z\,|$

$$G_c = \frac{s+z}{s+p}$$

$\boldsymbol{\theta - \varphi < 0}$

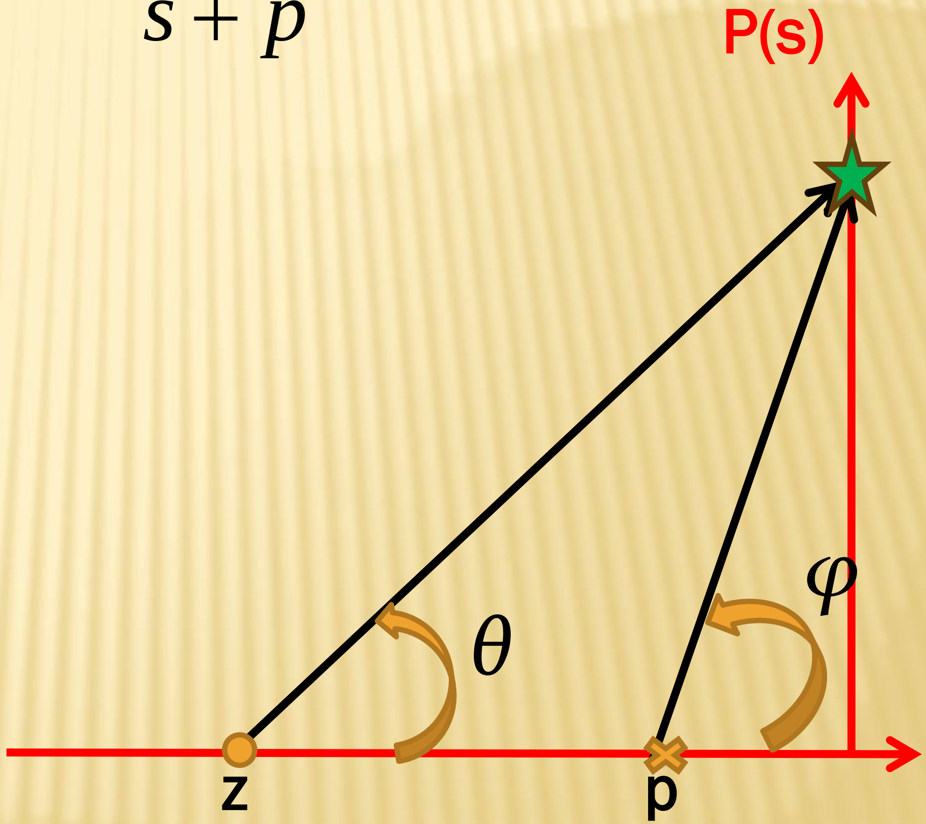
ATRASO DE FASE!

$$G_c = \frac{z(s/z+1)}{p(s/p+1)} \Rightarrow$$

$$G(jw) = \frac{z(jw/z+1)}{p(jw/p+1)}$$

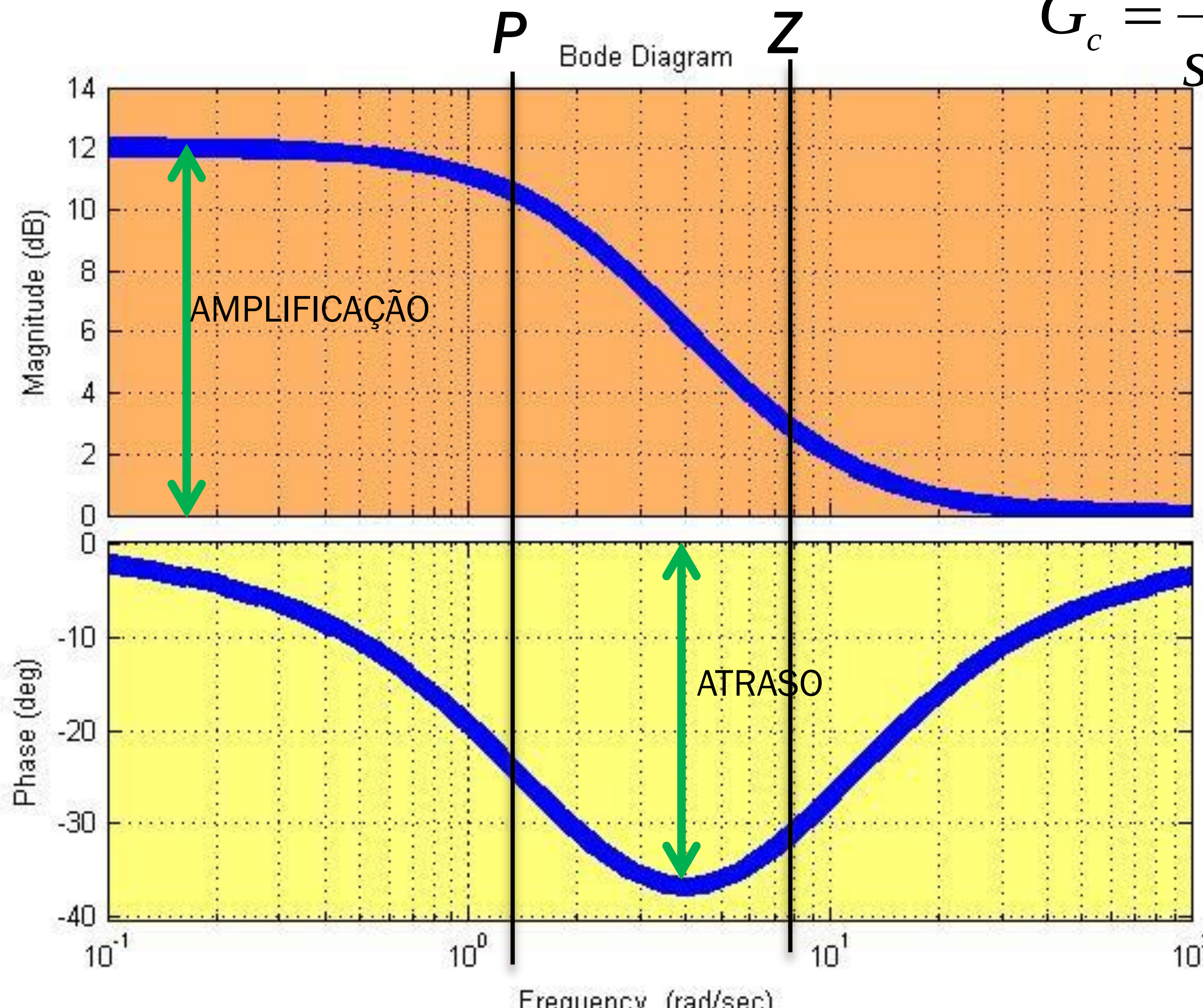
$$0 < \frac{z}{p} = \frac{1}{\alpha} > 1$$

$\Rightarrow$ amplificação !

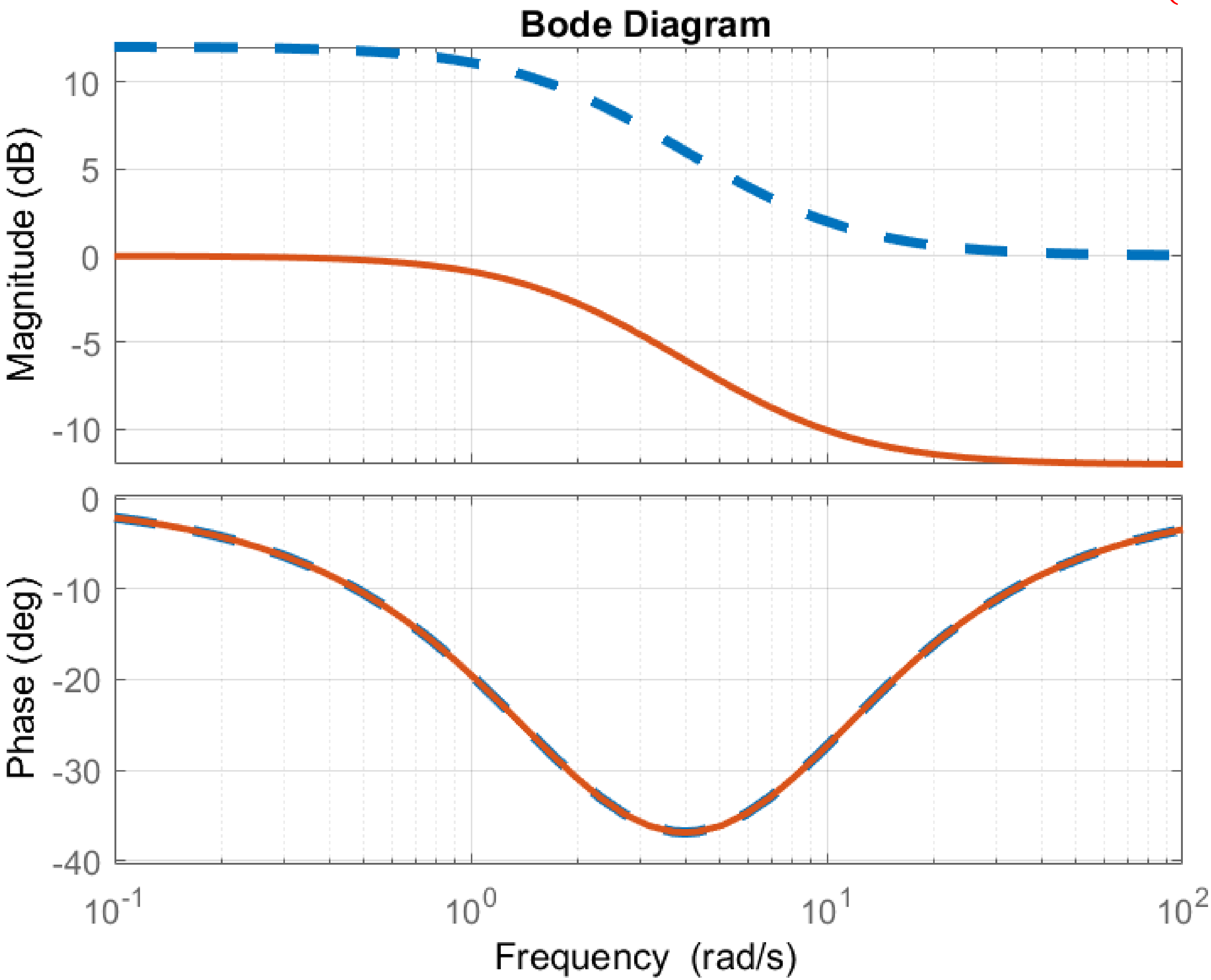


ATRASO

$$G_c = \frac{s+8}{s+2}$$



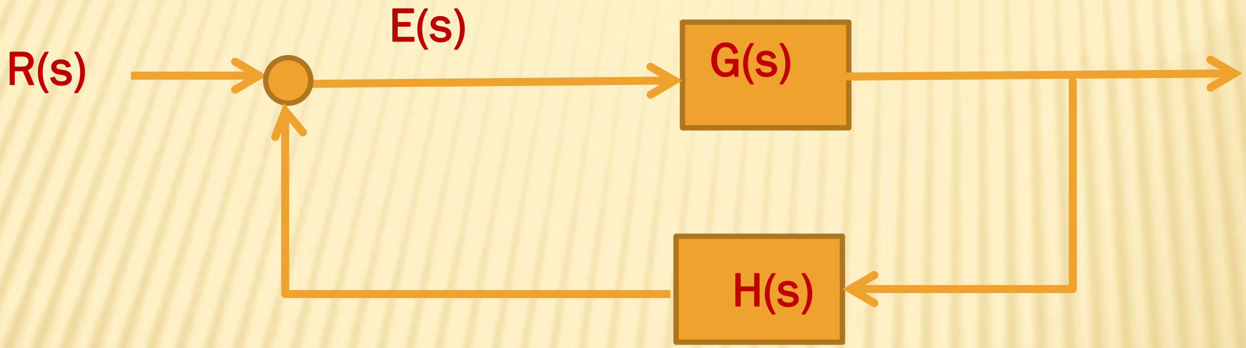
$$G_c = \frac{2(s+8)}{8(s+2)}$$



ATRASO

Usado quando RT é bom e o RP é ruim (semelhante a um PI).

Antes de apresentar o procedimento, vamos recordar como calculamos o erro em regime permanente para uma entrada de degrau (erro de posição) e o erro em regime permanente para entrada rampa (erro de velocidade):



$$\frac{E}{R} = \frac{1}{1+GH} \Rightarrow E = \frac{R}{1+GH}$$

$$Degrau: R = 1/s$$

$$Rampa: R = 1/s^2$$

$$e_{RP} = \lim_{t \to \infty} e(t) = \lim_{s \to 0} sE(s)$$

ATRASO

Tipo 0

degrau $\longrightarrow$ $$e_{posição} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1/s}{1+GH} = \frac{1}{1+\lim_{s\to 0} GH} = \frac{1}{1+K_p}$$

rampa $\longrightarrow$ $$e_{velocidade} = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1/s^2}{1+GH} = \frac{1}{\lim_{s\to 0} sGH} = \frac{1}{K_v}$$

$K_p \rightarrow$ *coeficiente de erro de posição*

$K_v \rightarrow$ *coeficiente de erro de velocidade*

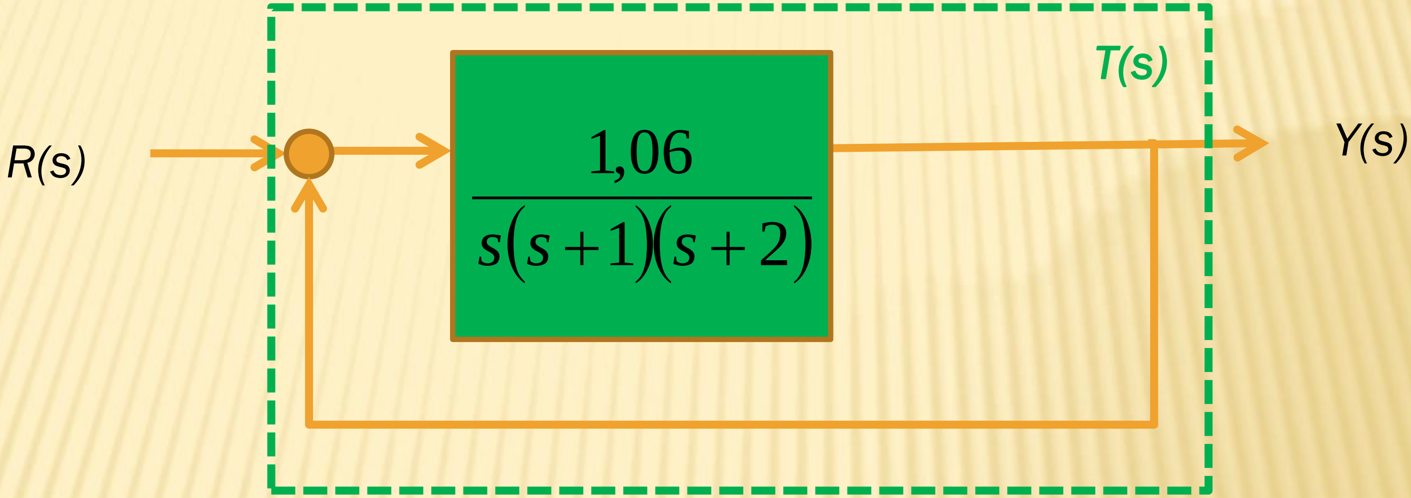
Tipo 1

ATRASO

Procedimento usando o Lugar das Raízes

1) Desenhar o LR, determinar a posição dos polos dominantes e verificar se as especificações de desempenho são satisfeitas;
2) Verificar se apenas com a variação do ganho de malha aberta é possível atender as especificações;
3) Introduzir a rede de atraso (($|z_c|>|p_c|$ sendo $|p_c|\approx|z_c|\rightarrow$dipolo), o que não altera significativamente a posição dos polos dominantes;
4) Determinar o aumento do coeficiente de erro (***Kp*** ou ***Kv***) para atingir o erro estipulado;
5) Compensar o ganho para satisfazer a condição de módulo = 1, no sistema compensado.

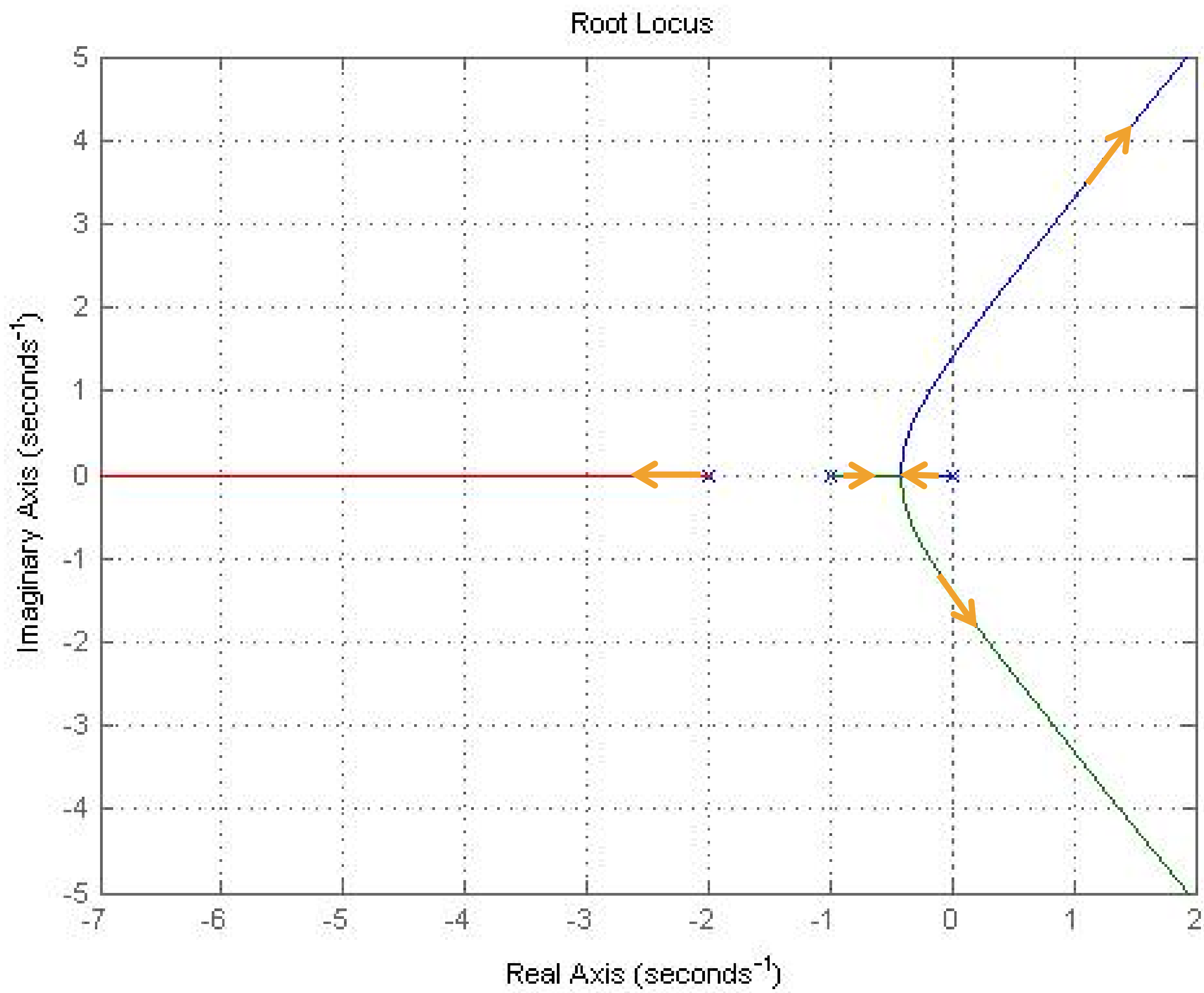
ATRASO



$$T(s)=\frac{1,06}{s(s+1)(s+2)+1,06}=\frac{1,06}{\underbrace{(s+0,33-0,58j)(s+0,33+0,58j)}_{\text{dominantes}}(s+2,33)}$$

$$\omega_n=\sqrt{0,33^2+0,58^2}=0,67 rad/s$$

$$\zeta=\cos\theta=\frac{0,33}{0,67}\cong 0,5$$



Root Locus
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})
5
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
-4
-5
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2

ATRASO

$$K_v = \lim_{s \to 0} sGH(s) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{1{,}06}{\cancel{s}(s+1)(s+2)} = \frac{0{,}53}{segundos}$$

$$\therefore e_v = \frac{1}{0{,}53} \cong 1{,}89$$

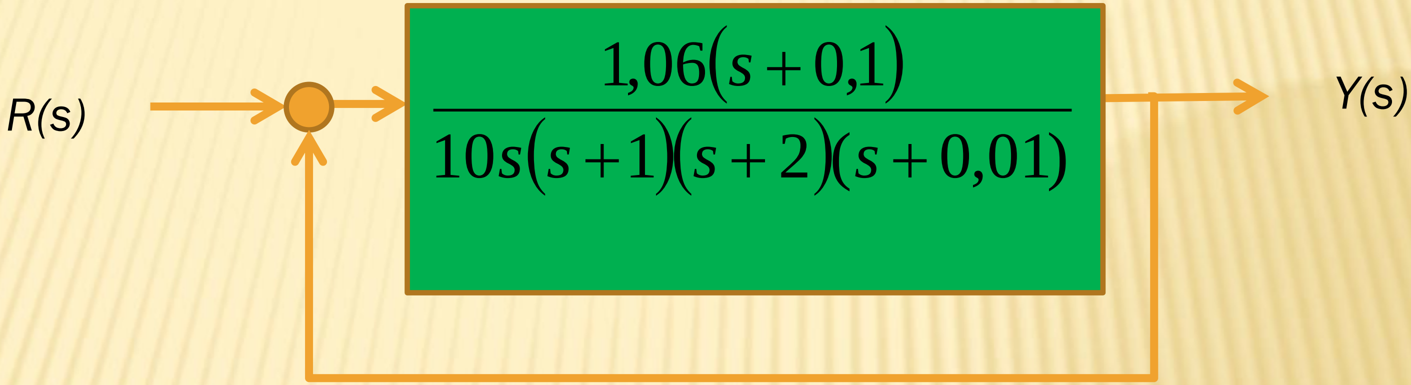
- Especificação: reduzir o erro e_v em dez vezes:

  $e_v = 0{,}189 \Rightarrow K_v \approx 5{,}0$

- Para produzir esta correção, introduzir o seguinte compensador:

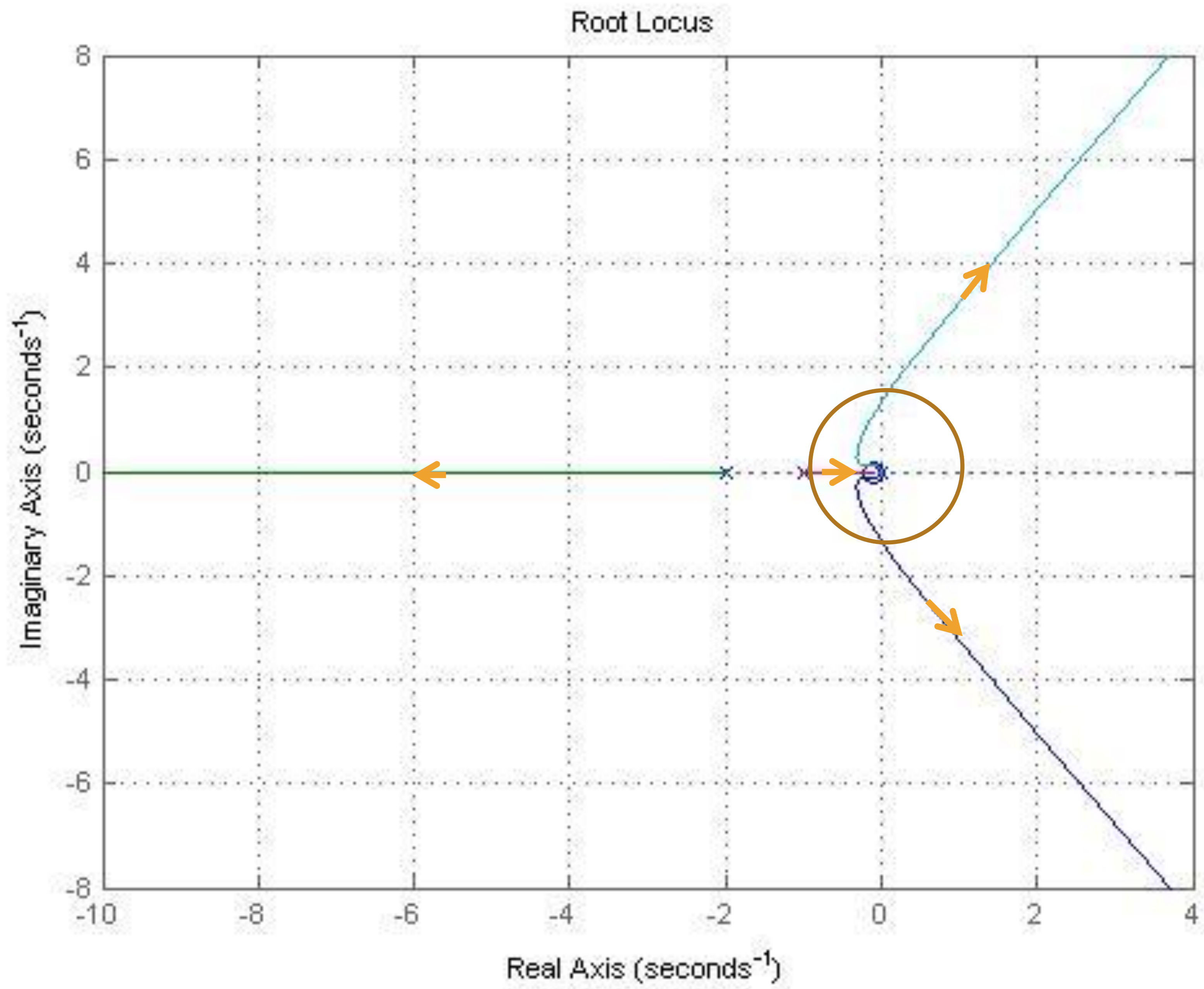
$$C(s) = \frac{1}{10} \frac{(s+0{,}1)}{(s+0{,}01)}$$

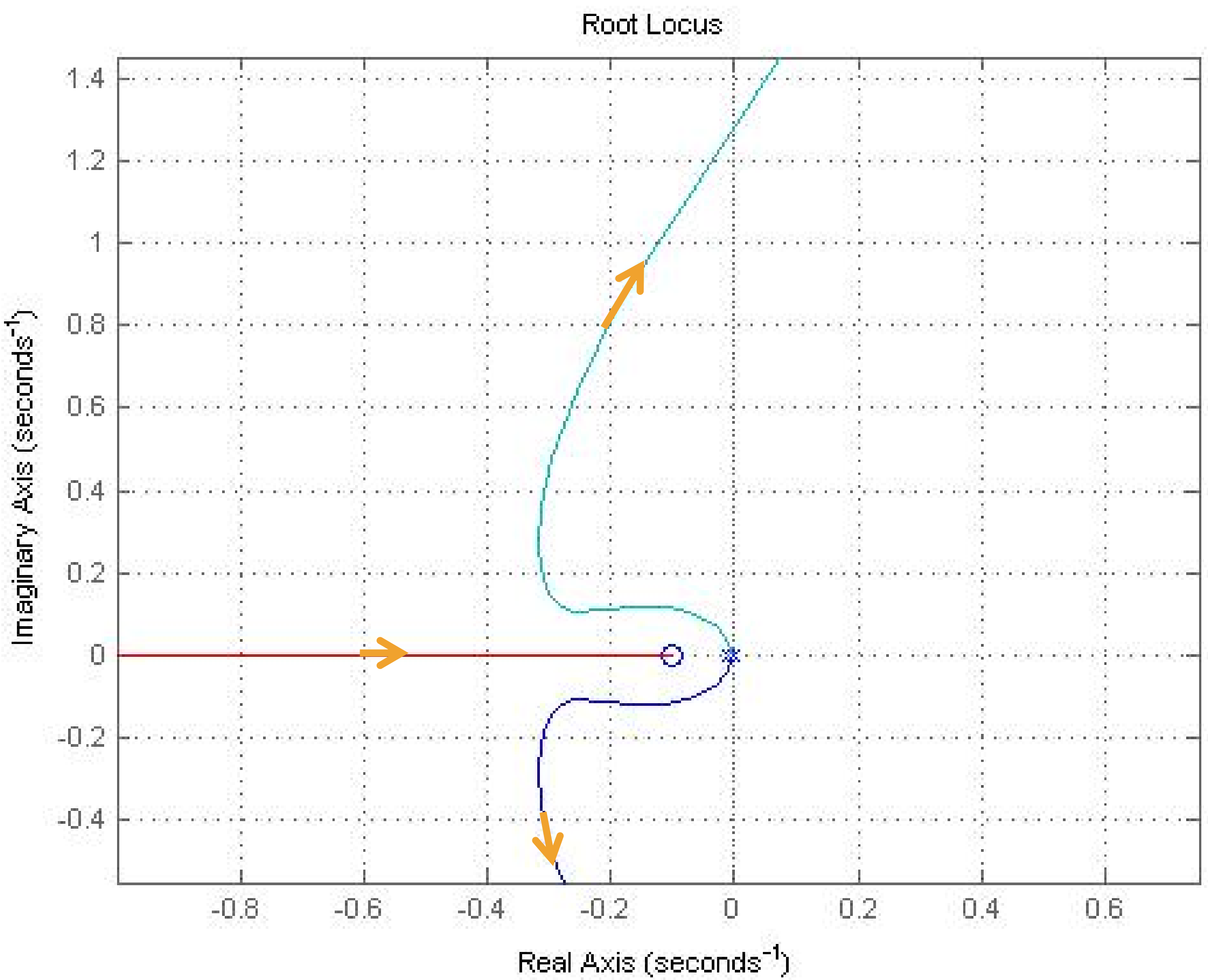
ATRASO



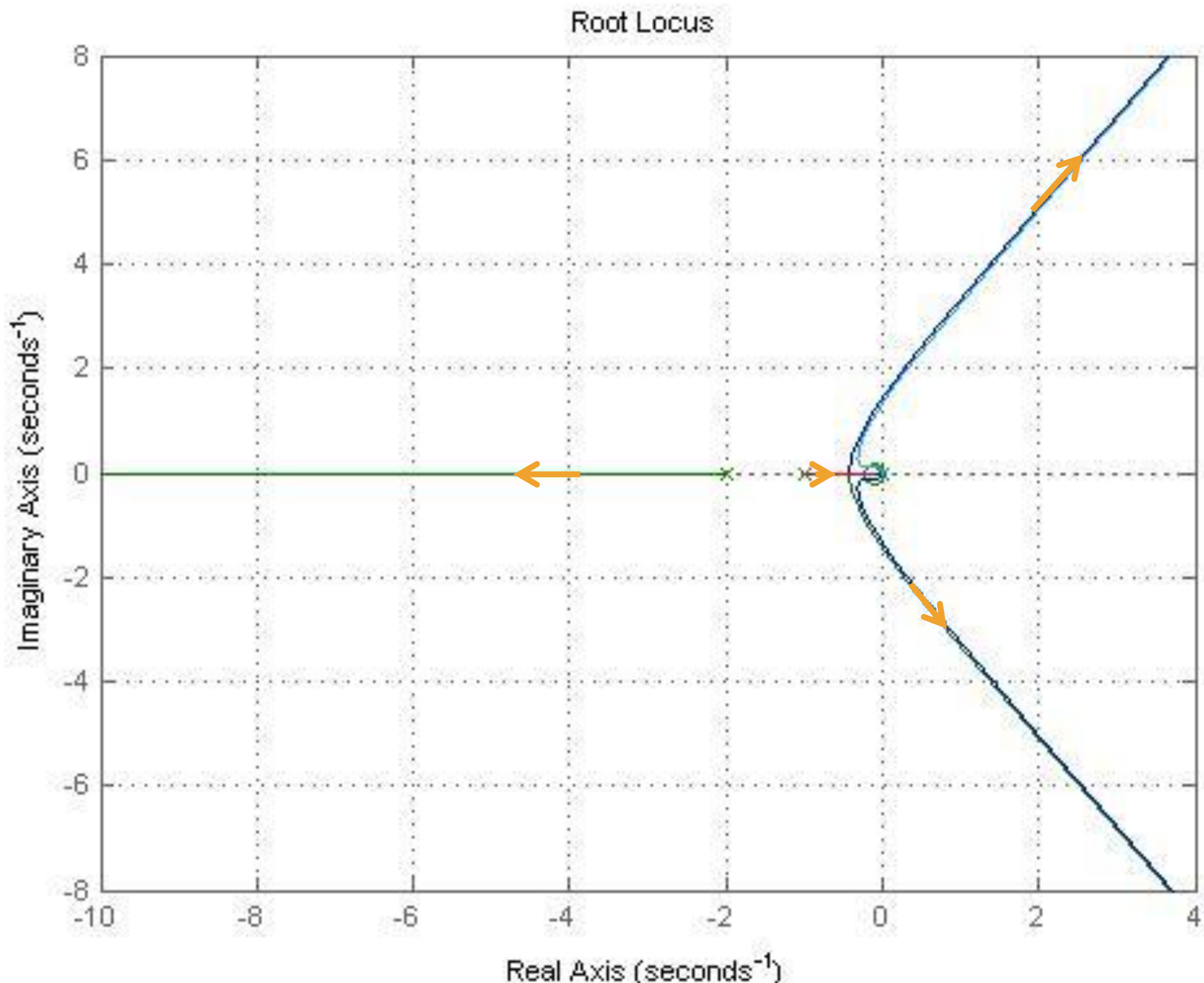
$$Kv = \lim_{s \to 0} sGH(s) \longrightarrow Kv = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{1,06(s+0,1)}{10\cancel{s}(s+1)(s+2)(s+0,01)} = 5,3$$

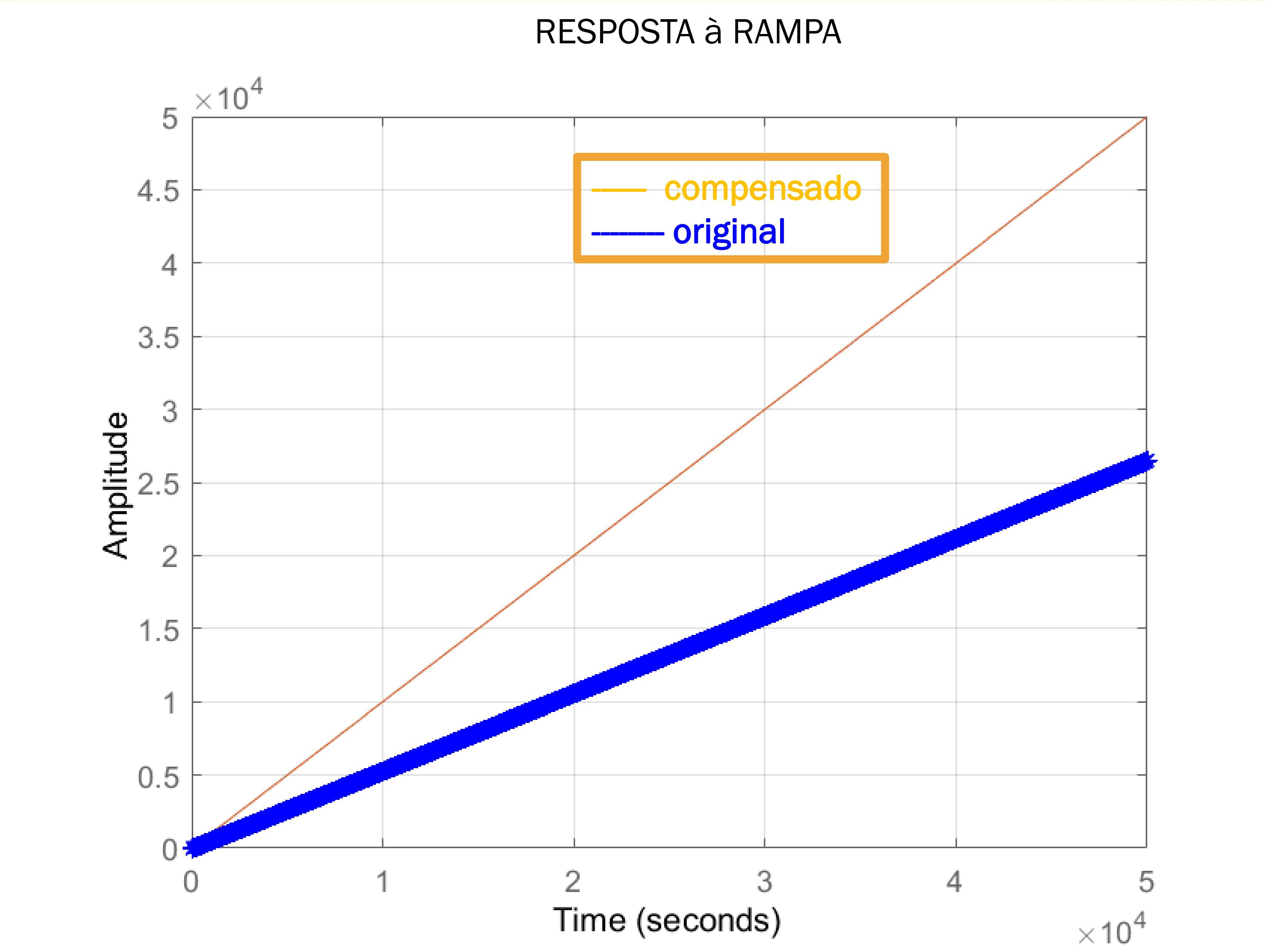
$$e_v = \frac{1}{Kv} = \frac{1}{5,3} \cong 0,19$$

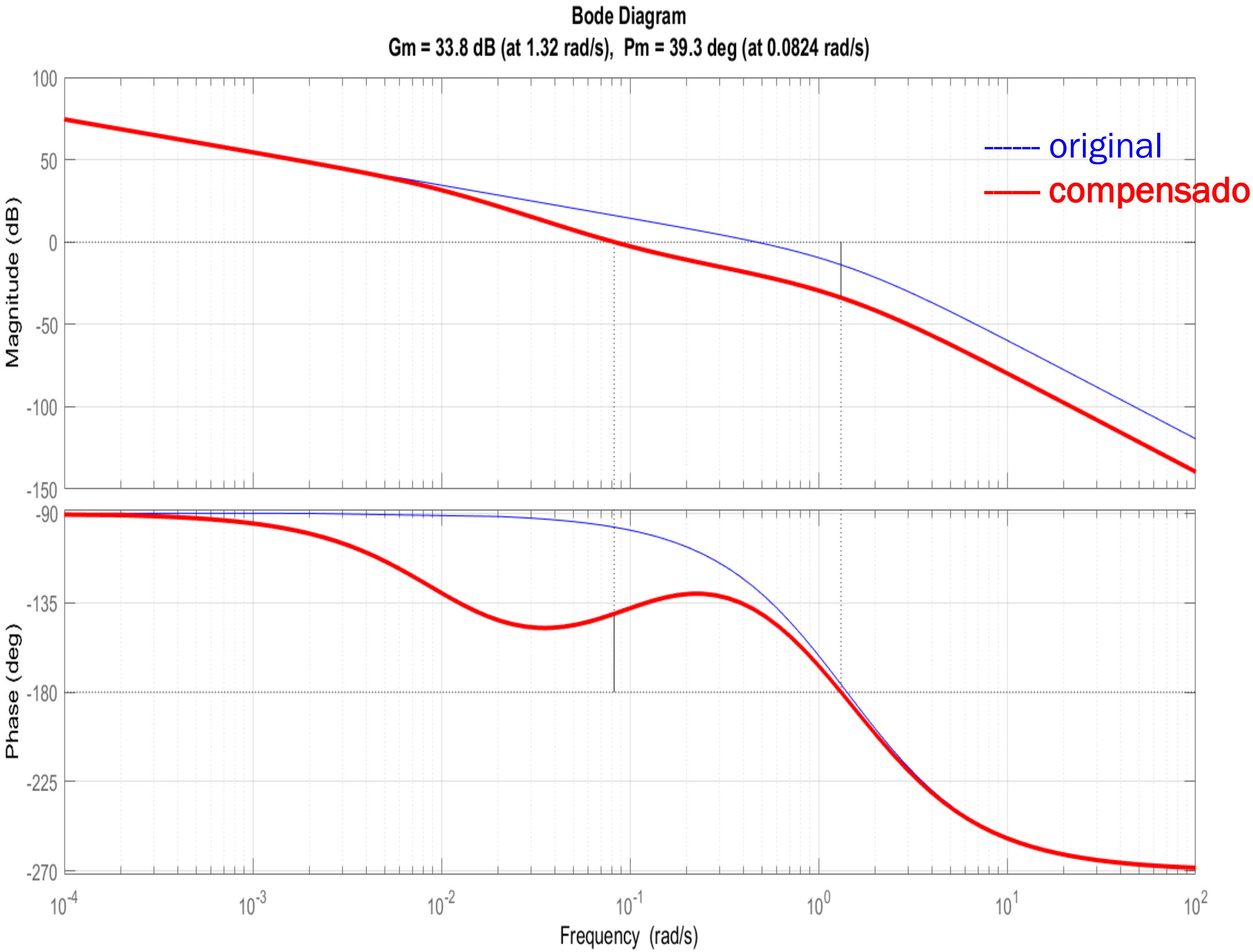

Root Locus
8
6
4
2
0
-2
-4
-6
-8
-10
-8
-6
-4
-2
0
2
4
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})


Root Locus
Imaginary Axis (seconds^{-1})
Real Axis (seconds^{-1})
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6

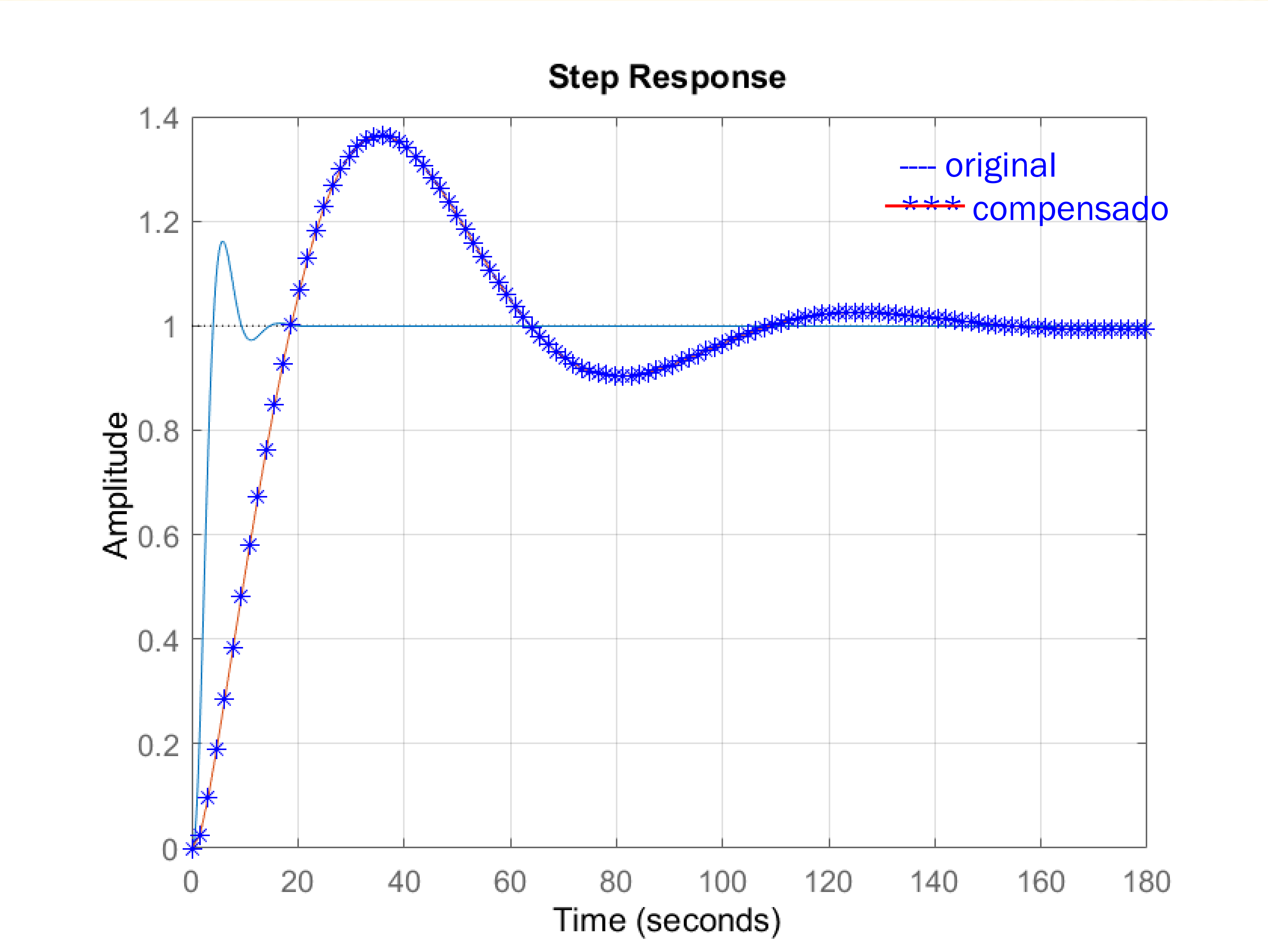
Superpondo o sistema original e o compensado




RESPOSTA à RAMPA
compensado
original
Amplitude
Time (seconds)
$\times 10^4$
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
0
1
2
3
4
5
$\times 10^4$



Bode Diagram
Gm = 33.8 dB (at 1.32 rad/s), Pm = 39.3 deg (at 0.0824 rad/s)
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/s)
original
compensado
100
50
0
-50
-100
-150
-90
-135
-180
-225
-270
10^{-4}
10^{-3}
10^{-2}
10^{-1}
10^{0}
10^{1}
10^{2}



Step Response
---- original
*** compensado
Amplitude
Time (seconds)
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180

U6SQ7T