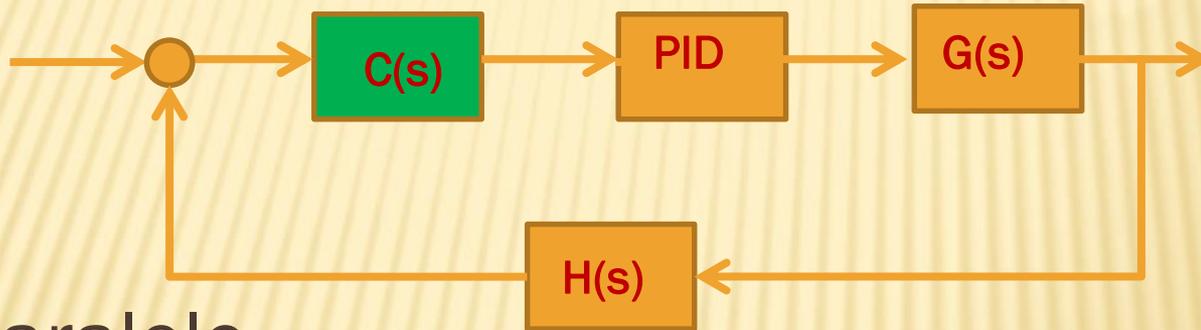


- *Avanço*
- *Atraso*
- *Avanço-atraso*

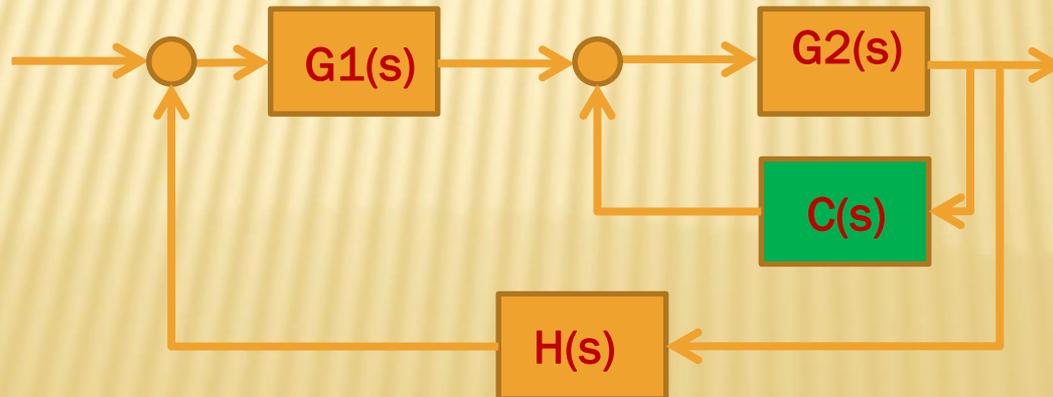
COMPENSADORES

COMPENSADORES

× Série



× Paralelo



AVANÇO

$$|p| > |z|$$

$$\theta - \varphi > 0$$

AVANÇO DE FASE!

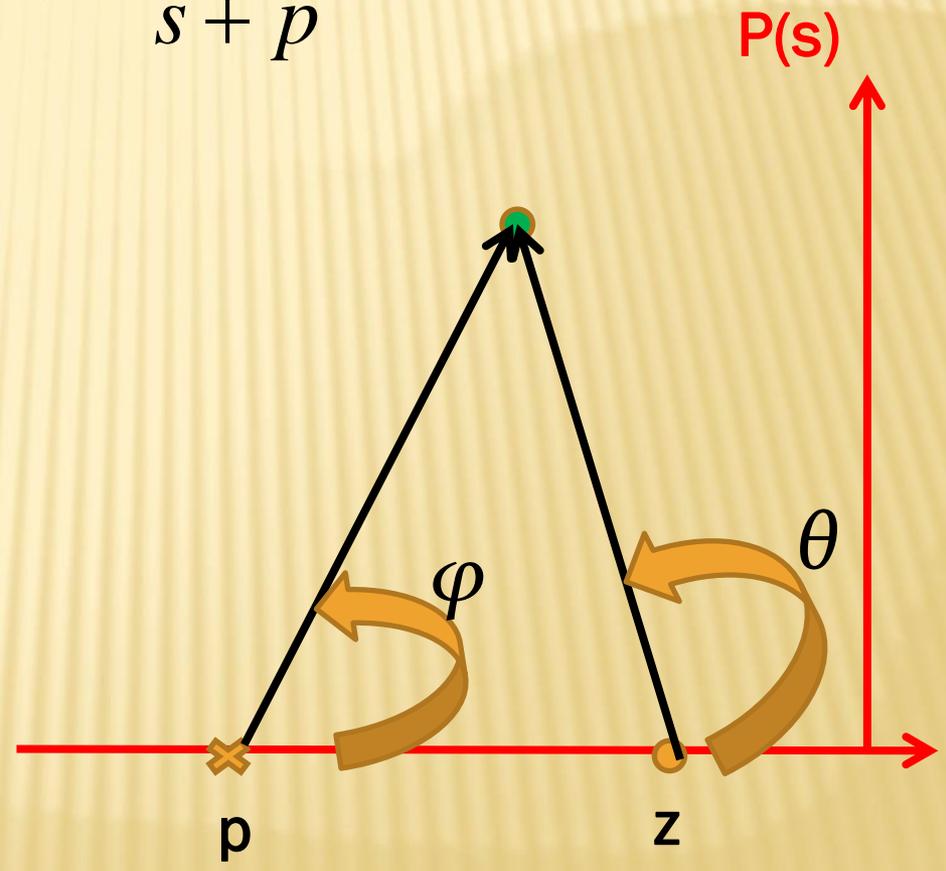
$$G_c = \frac{z(s/z + 1)}{p(s/p + 1)} \Rightarrow$$

$$G(j\omega) = \frac{z(j\omega/z + 1)}{p(j\omega/p + 1)}$$

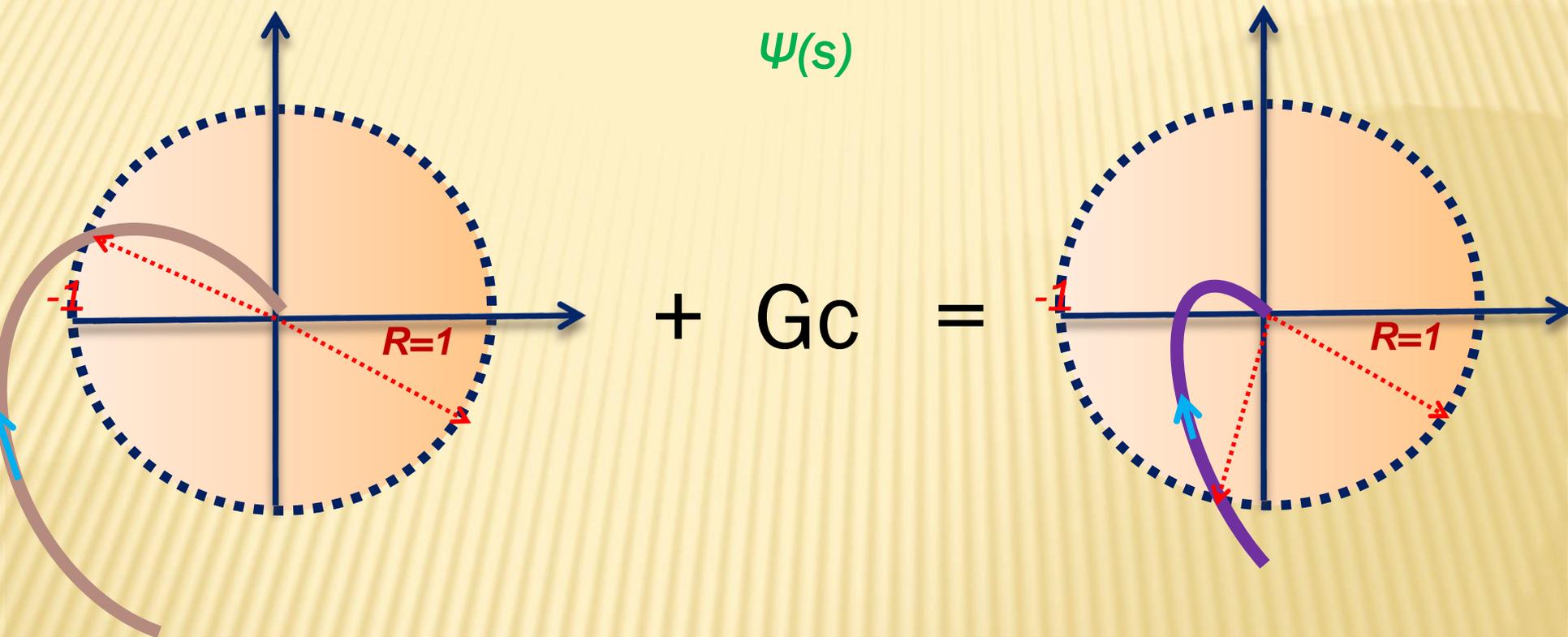
$$0 < \frac{z}{p} = \frac{1}{\alpha} < 1$$

⇒ **ATENUAÇÃO!**

$$G_c = \frac{s + z}{s + p}$$

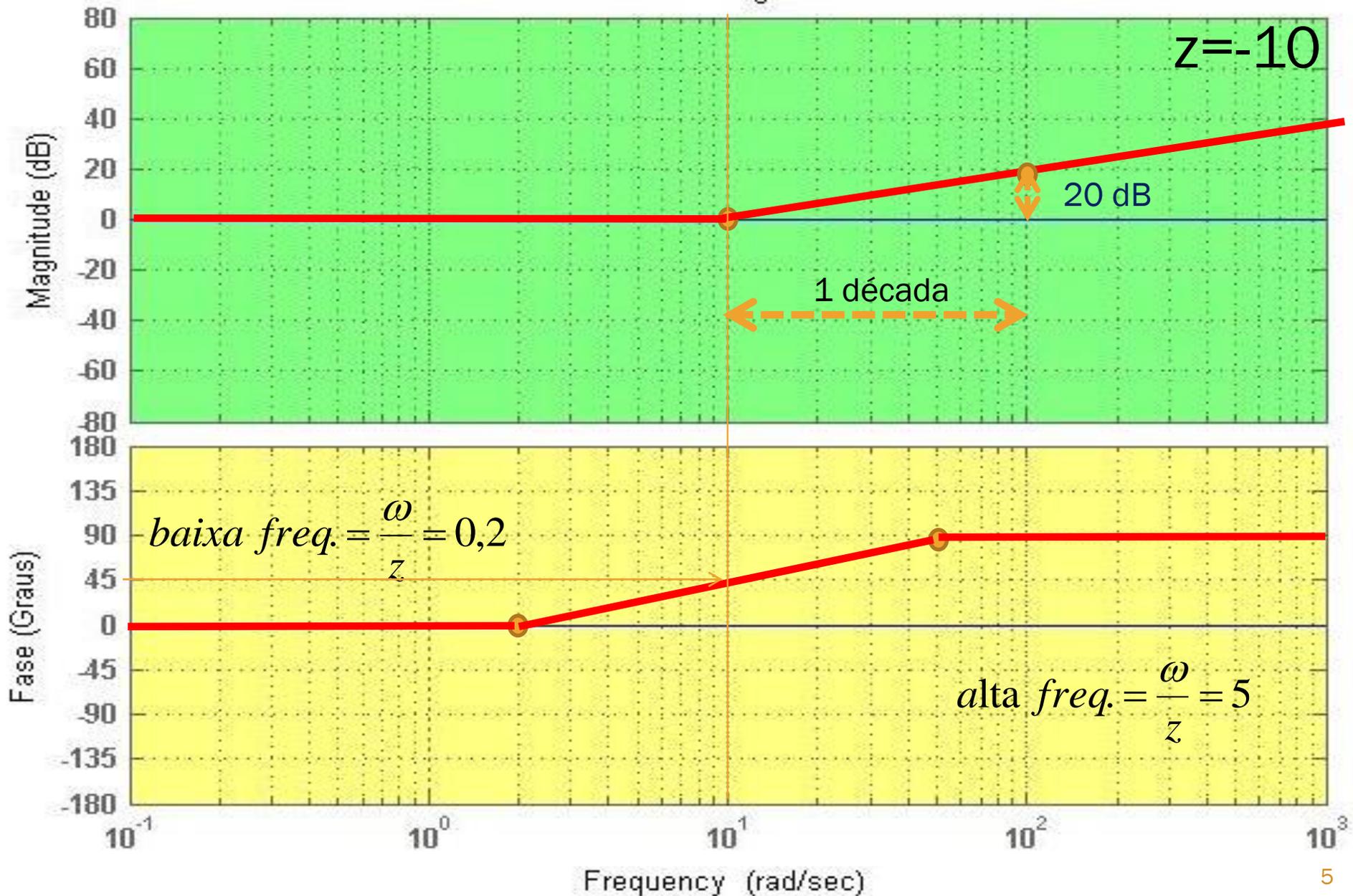


AVANÇO

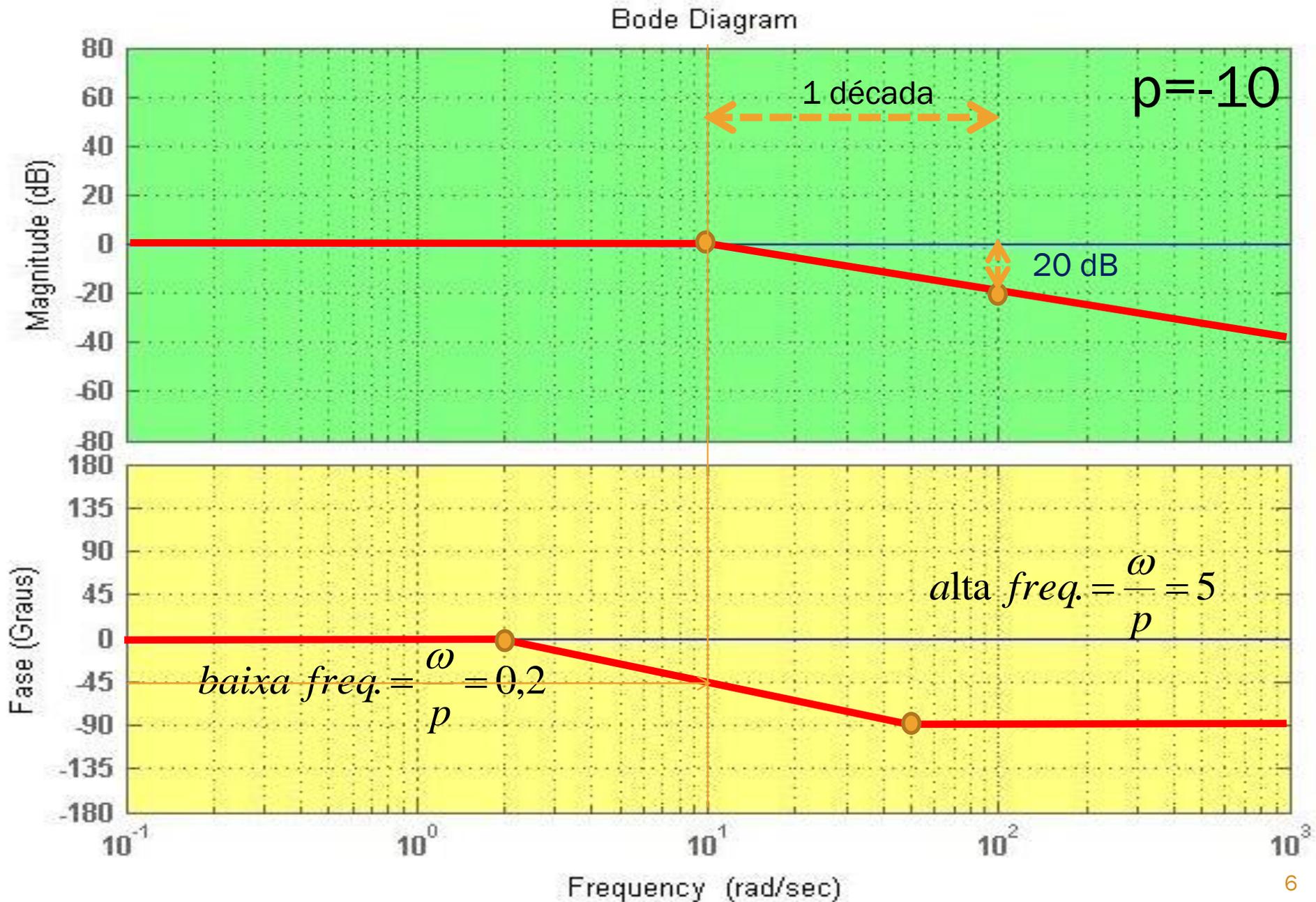


FATORES DE 1ª ORDEM: $(1+J\omega/z) \rightarrow$ NO NUMERADOR

Bode Diagram

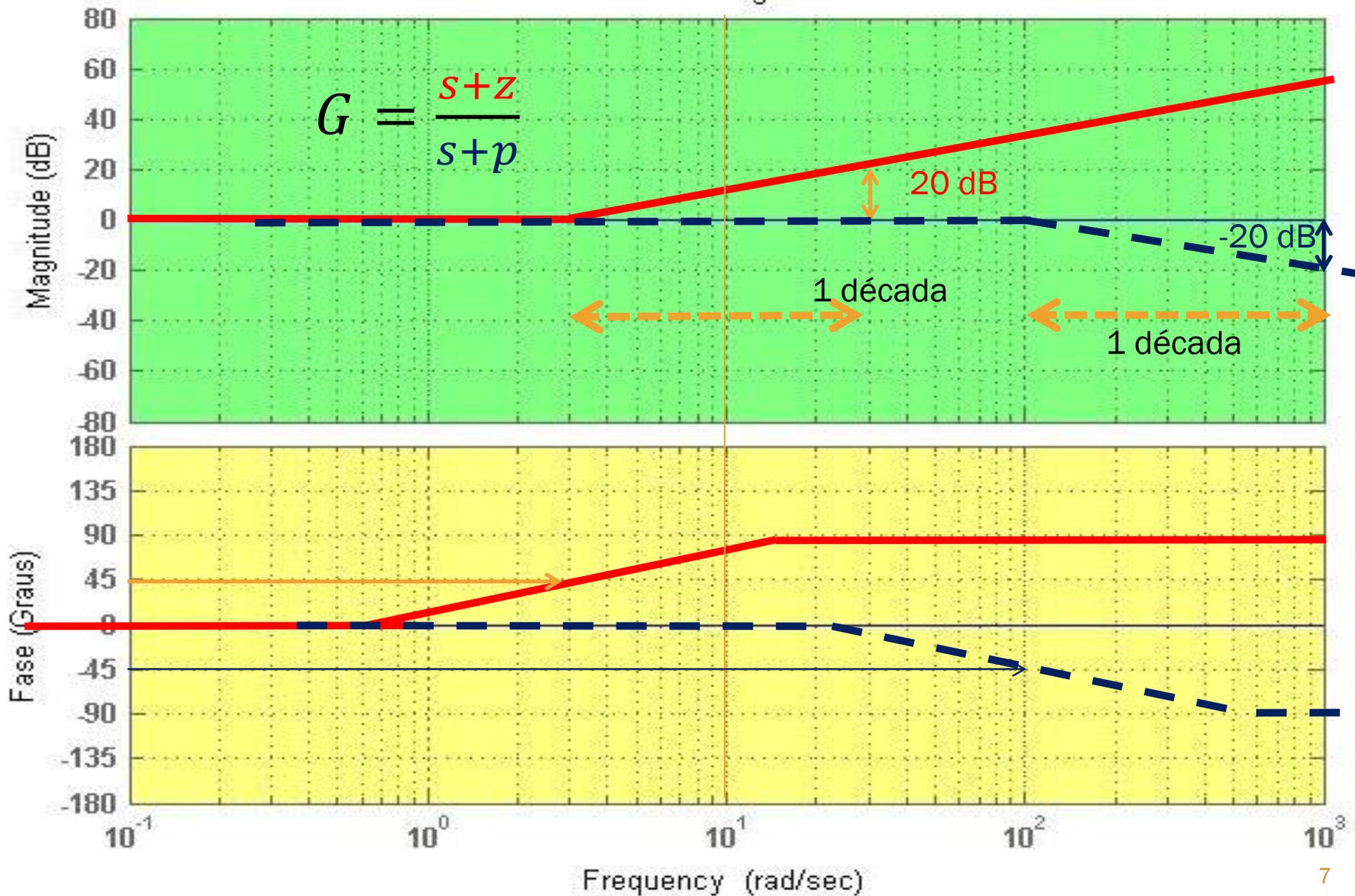


FATORES DE 1ª ORDEM: $(1+J\omega/P) \rightarrow$ NO DENOMINADOR



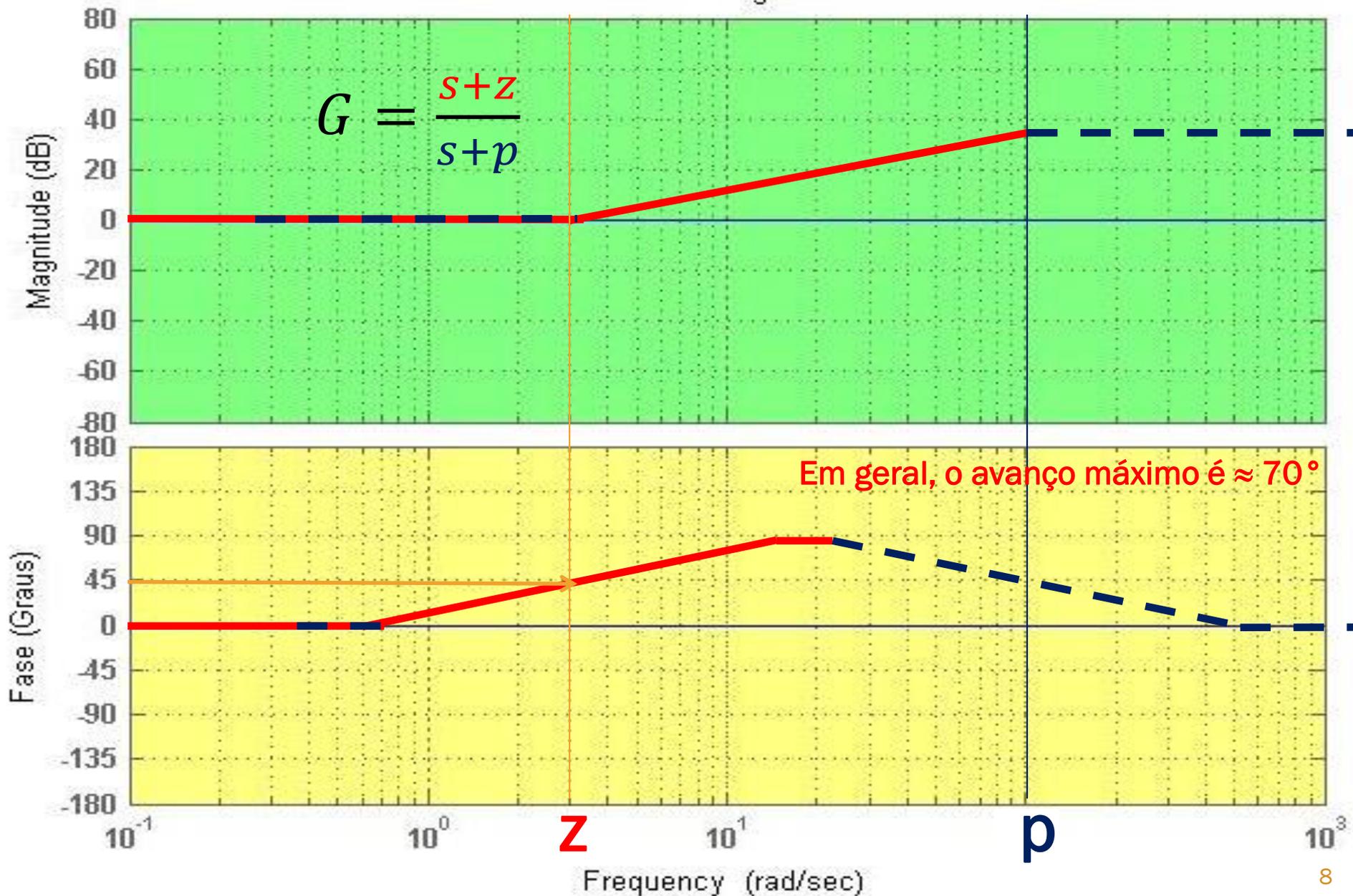
Bode Diagram

$$G = \frac{s+z}{s+p}$$



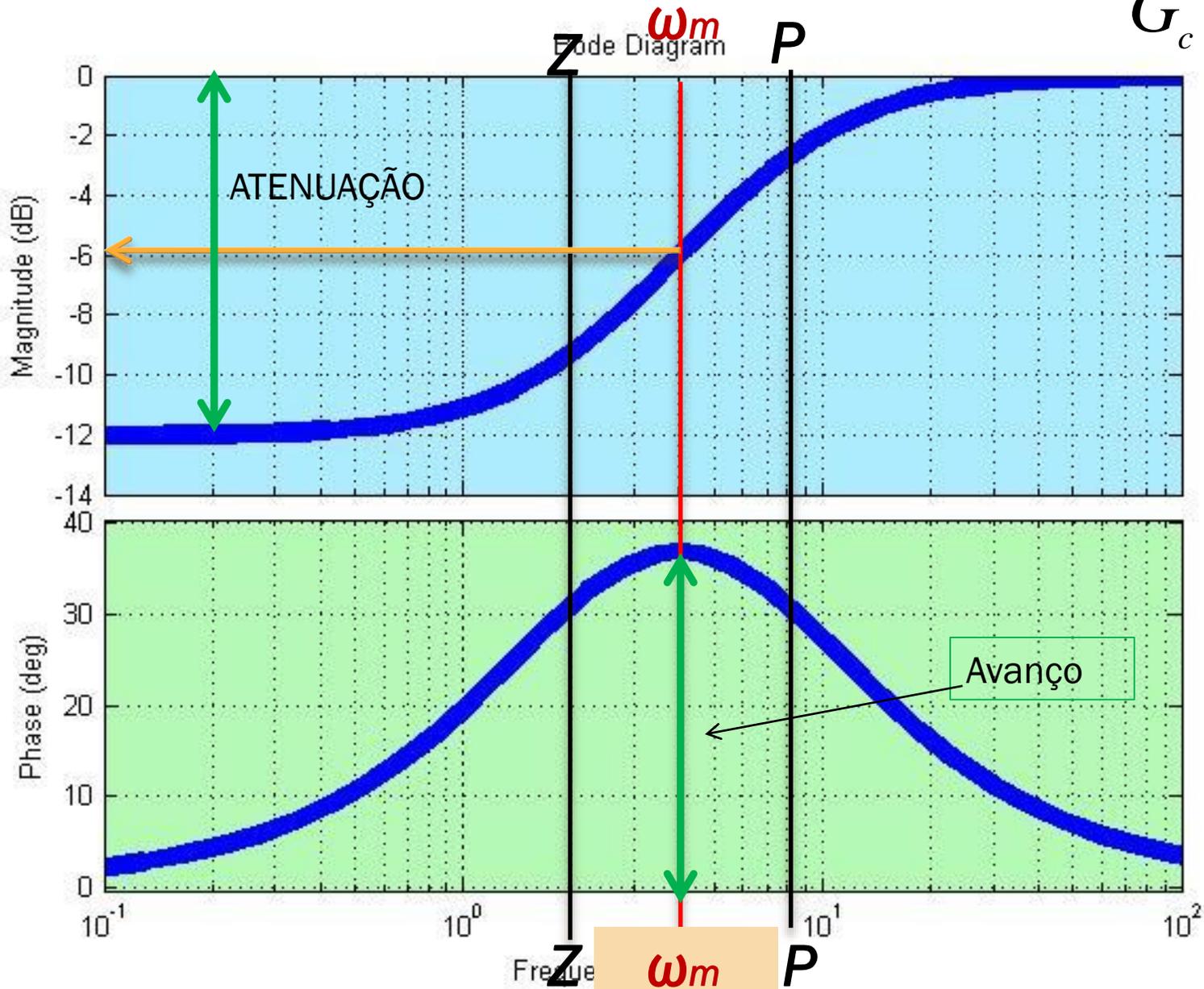
Bode Diagram

$$G = \frac{s+z}{s+p}$$



AVANÇO

$$G_c = \frac{s + 2}{s + 8}$$



- ✘ A abscissa do gráfico de Bode tem escala logarítmica. Para achar o meio do intervalo entre z e p , é preciso achar a média geométrica entre z e p :

$$\Rightarrow \log \omega_m = \frac{1}{2} [\log z + \log p]$$

$$\log \omega_m = \frac{1}{2} \log zp = \log \sqrt{zp}$$

$$\Rightarrow \omega_m = \sqrt{zp} \Rightarrow \textit{média geométrica}$$

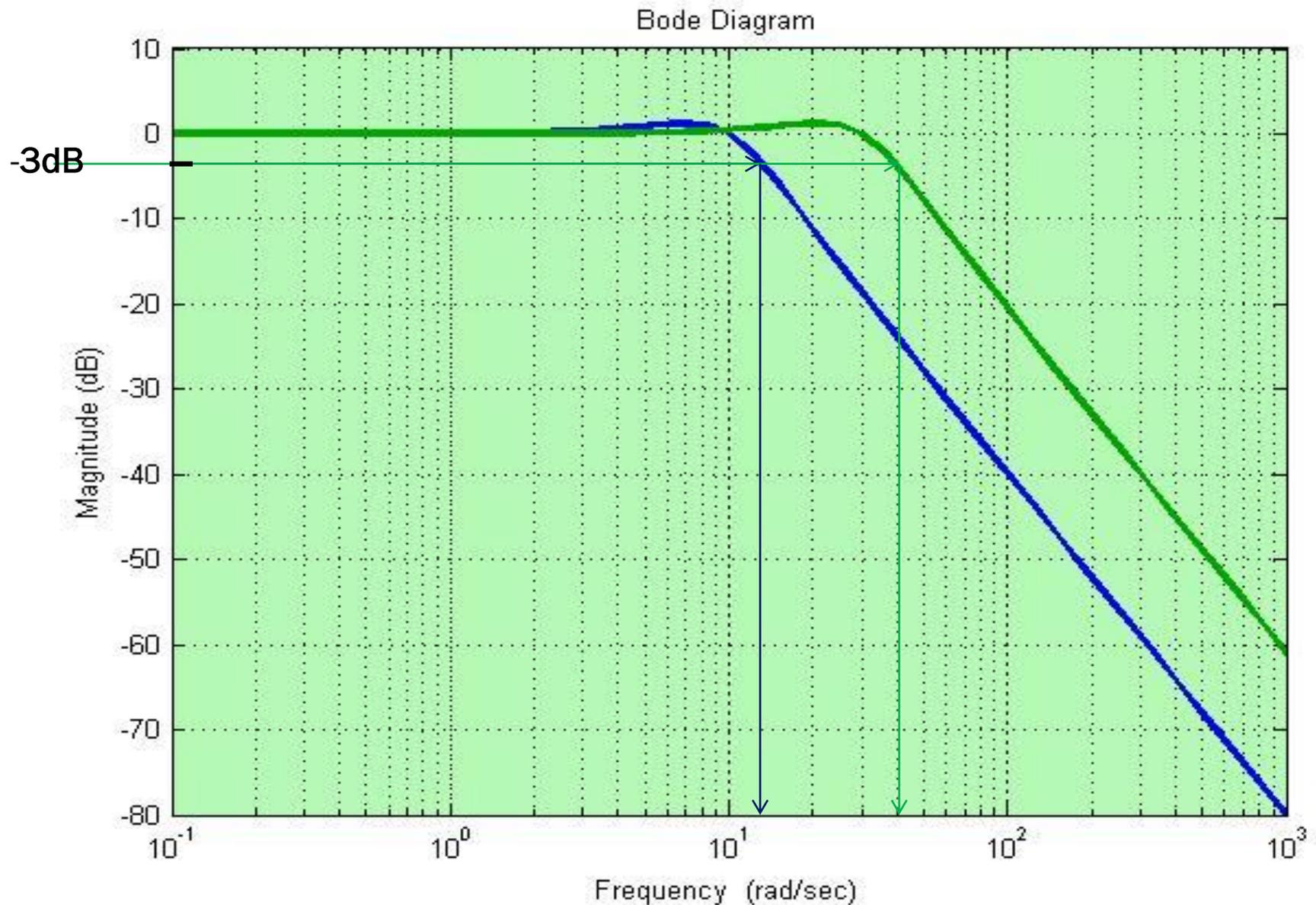
COMPENSADORES

Observações

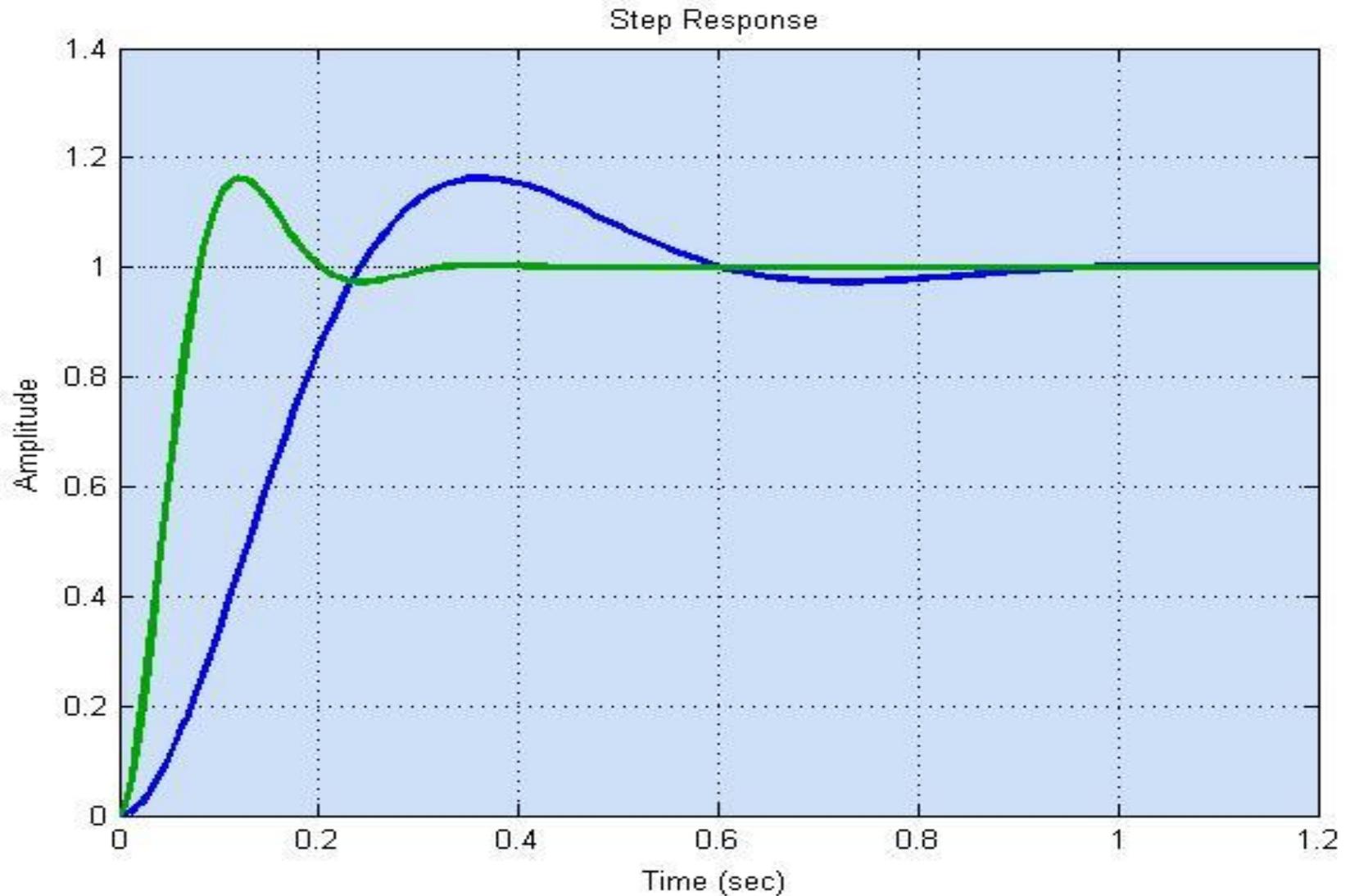
× Avanço (lead):

- + É um filtro passa-altas.
- + Adianta a fase (origem do nome).
- + Atenua o ganho em baixas frequências → região de operação (efeito colateral negativo a ser corrigido).
- + Avança a fase → aumenta a largura de banda.
- + Aumenta a largura de banda → aumenta a velocidade de resposta.
- + Atenuação em baixa → Reduz sobressinais ('overshoots').
- + Usado quando RP é bom e o RT é ruim. Semelhante a um PD.
- + Melhora o Regime Transitório.
- + Os ganhos de controle devem ser ampliados para compensar a atenuação inerente deste elemento → elementos robustos e pesados.
- + Se houver ruído, devido aos ganhos elevados → desempenho pode piorar.

LARGURA DE BANDA E RAPIDEZ DE RESPOSTA



LARGURA DE BANDA E RAPIDEZ DE RESPOSTA



AVANÇO

Procedimento : usando Bode

- 1) Determinar a margem de fase do sistema não compensado.
- 2) Determine a fase Φ_m a ser avançada, admitindo uma margem de segurança.
- 3) Calcule α :
$$\alpha = \frac{p}{z} \qquad \text{sen} \phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

A origem desta expressão é apresentada a seguir:
- 4) Calcule $10 \log 1/\alpha$ e determine a frequência ω_m no gráfico de magnitude do sistema não compensado, onde se tem $-10 \log \alpha$ dB (porque o compensador de avanço atenua $10 \log \alpha$ em ω_m).
 ω_m será a nova frequência de corte em 0 dB.

AVANÇO

5) Calcule o polo e o zero:

$$\alpha = \frac{p}{z}$$

$$\omega_m = \sqrt{pz}$$

Duas equações duas incógnitas!

5) Compensar a atenuação provocada pelo termo de avanço, multiplicando a FT encontrada por α :

$$G_c = \frac{s + z}{s + p} \alpha$$

5) Checar

ORIGEM DA EXPRESSÃO:

$$\text{sen} \phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$

$$G(j\omega) = \frac{z(j\omega/z + 1)}{p(j\omega/p + 1)}$$

$$\text{fase: } \Phi(\omega) = \tan^{-1} \omega/z - \tan^{-1} \omega/p$$

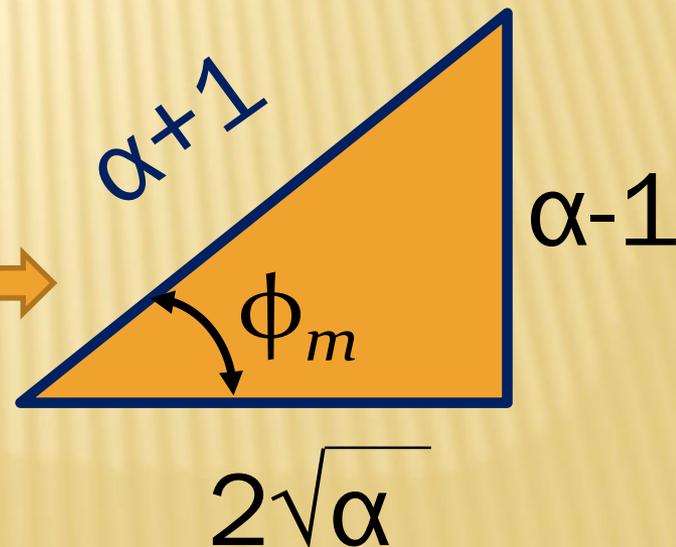
$$\text{Trigonometria: } \tan^{-1} x \pm \tan^{-1} y = \tan^{-1} \frac{x \pm y}{1 \mp xy}$$

$$\Rightarrow \Phi(\omega) = \tan^{-1} \left[\frac{\omega(p - z)}{zp + \omega^2} \right]$$

$$\Rightarrow \text{para a frequência: } \omega_m = \sqrt{zp} \text{ e usando } \frac{p}{z} = \alpha$$

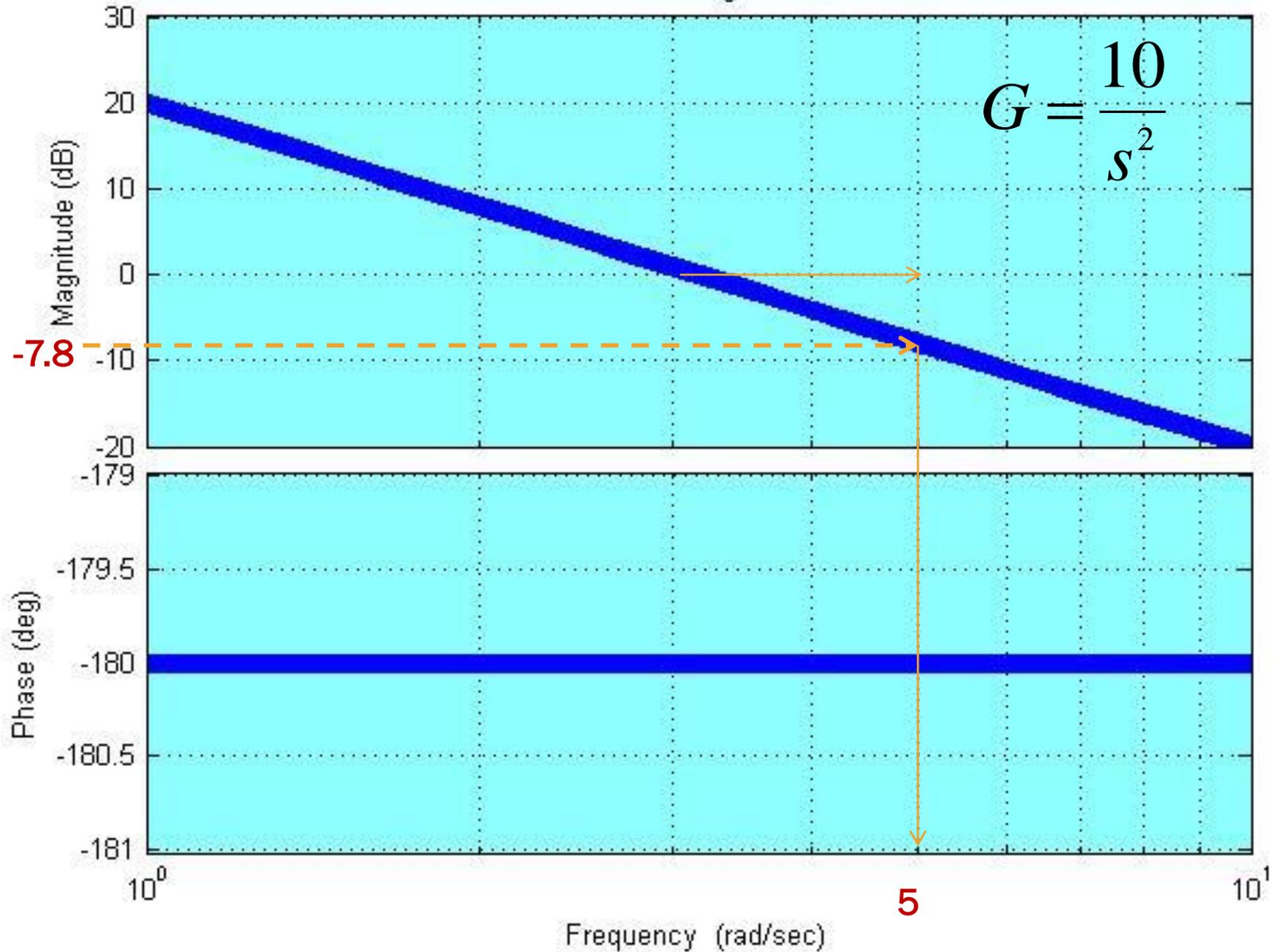
$$\Phi(\omega_m) = \tan^{-1} \frac{\alpha - 1}{2\sqrt{\alpha}} = \Phi_m$$

$$\Rightarrow \text{sen} \phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}$$



AVANÇO

Bode Diagram



AVANÇO

Solução usando Bode

- 1) Determinar a margem de fase do sistema não compensado = 0° (margem de ganho ∞)
- 2) Determine a fase Φ_m a ser avançada, admitindo uma margem de segurança = $40^\circ + 5^\circ$
- 3) Calcule α : $\text{sen}\phi_m = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = 0,707 \rightarrow \alpha = 5,83 \approx 6,0$
 $\alpha = \frac{p}{z} = 6,0$
- 4) Calcule $10\log 1/\alpha$ e determine a frequência ω_m no gráfico de magnitude do sistema não compensado, onde se tem $-10\log\alpha$ dB (porque o compensador de avanço atenua $10\log\alpha$ em ω_m). $\rightarrow 10\log \alpha = 7,78$
 ω_m será a nova frequência de corte em 0 dB.



do gráfico original $\rightarrow \omega_m = 5,0$ rad/s

AVANÇO

5) Calcule o polo e o zero:

$$\alpha = \frac{p}{z}$$

$$\omega_m = \sqrt{pz}$$

Duas equações duas incógnitas!

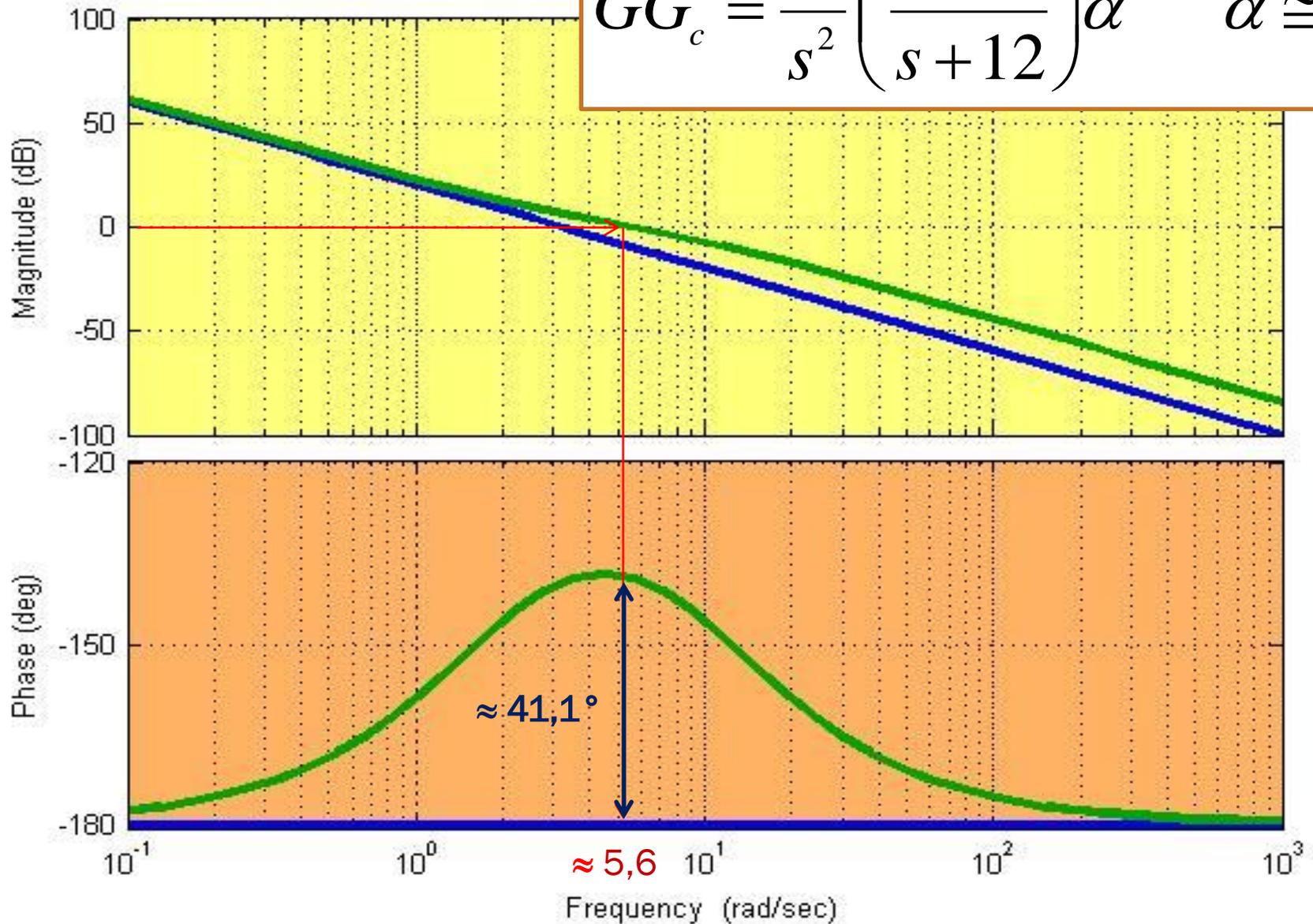
5) Compensar a atenuação provocada pelo termo de avanço, multiplicando a FT encontrada por α :

$$G_c = \frac{s + z}{s + p} \alpha = \frac{s + 2}{s + 12} 6$$

5) Checar

AVANÇO

$$GG_c = \frac{10}{s^2} \left(\frac{s+2}{s+12} \right)^\alpha \quad \alpha \cong 6,0$$



ATRASO

$$|p| < |z|$$

$$G_c = \frac{s + z}{s + p}$$

$$\theta - \varphi < 0$$

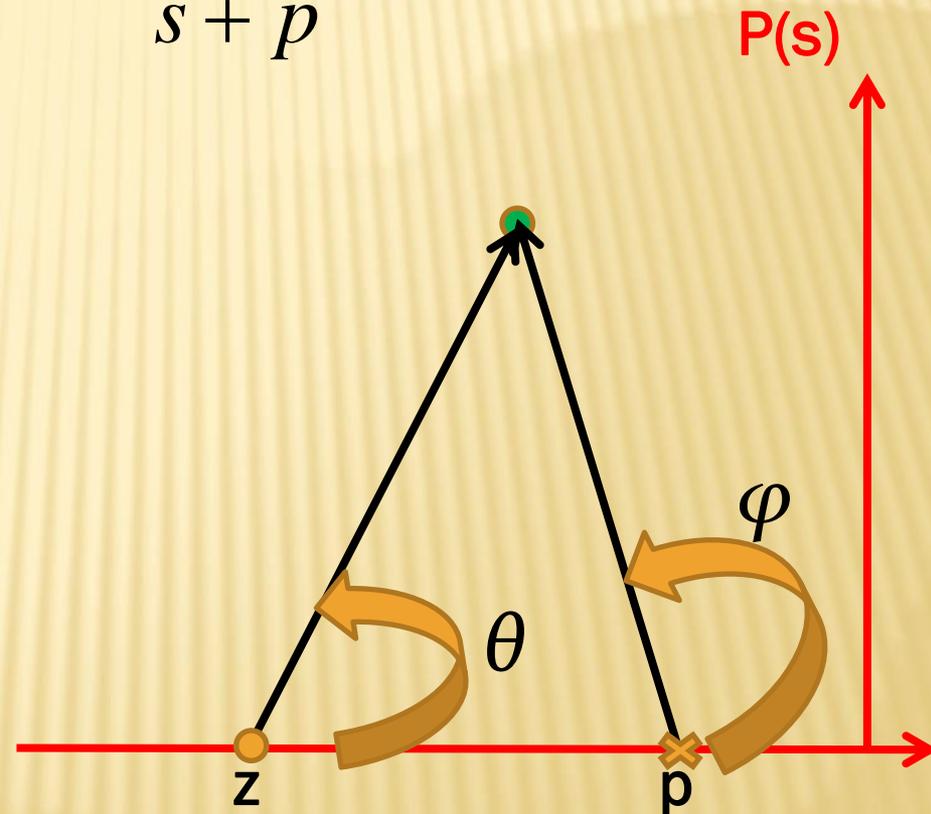
ATRASO DE FASE!

$$G_c = \frac{z(s/z + 1)}{p(s/p + 1)} \Rightarrow$$

$$G(j\omega) = \frac{z(j\omega/z + 1)}{p(j\omega/p + 1)}$$

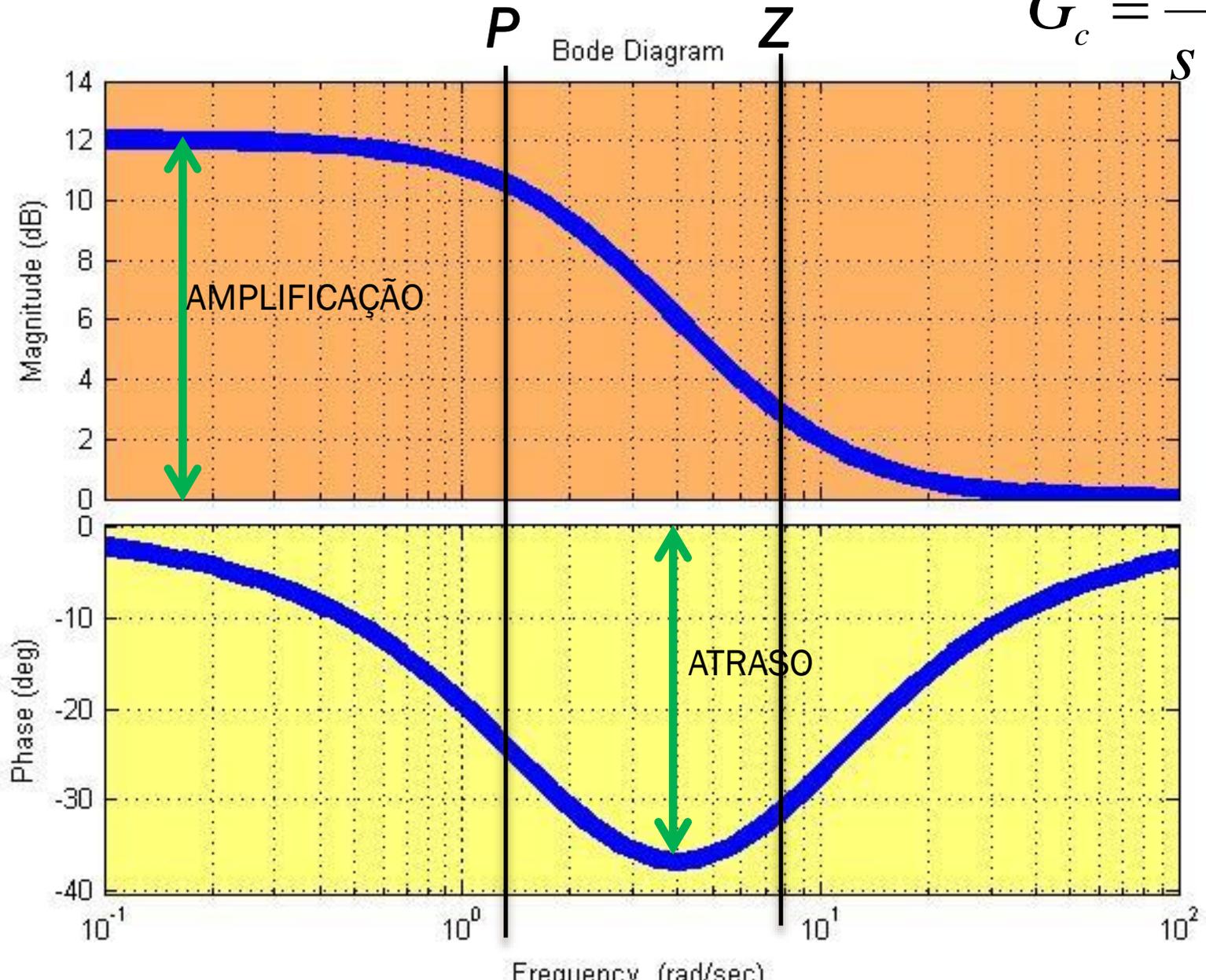
$$0 < \frac{z}{p} = \frac{1}{\alpha} > 1$$

\Rightarrow **amplificação !**



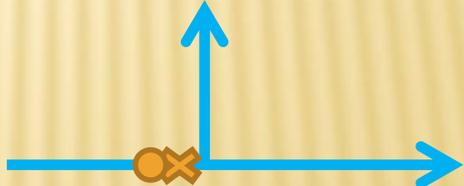
ATRASO

$$G_c = \frac{s + 8}{s + 2}$$



COMPENSADORES

Observações

- × **Atraso (dipolo, lag):**
 - + É um filtro passa-baixas.
 - + Atrasa a fase (origem do nome) → efeito colateral negativo. Procura-se manter o atraso provocado menor do que 10° (conseguido através de um dipolo ← zero ≈ polo).
 - + Usado para atenuar ganhos elevados em alta frequência (Principal função)
 - + Elimina ruídos → pode-se usar ganhos mais elevados → melhora o Regime Permanente.
 - + Reduz a largura de banda.
 - + Diminui a velocidade de resposta → sistemas mais lentos.
 - + Pode agir como um PI do sinal de entrada → pode reduzir a estabilidade do sistema (adição de um polo próximo à origem → diminuição da estabilidade relativa).
- 
- + Em geral, atrasar a fase tende a instabilizar o sistema, reduzir ganho tende a estabilizar → solução de compromisso!

ATRASO

Procedimento: usando Bode

1. Obter os diagramas de Bode do sistema não compensado.
2. Encontrar a nova frequência de corte (ω_c). Nesta frequência o sistema deverá ter a margem de fase especificada Φ_m . Adicionar 5° de tolerância devido ao atraso indesejado provocado pela introdução do compensador:

$$\Phi_d = \Phi_m + 5^\circ$$

3. Posicionar o zero do compensador uma década abaixo de ω_c : $z = 0,1 * \omega_c$. Isto assegura que o atraso residual do compensador seja de fato 5° .

ATRASO

4. Medir a atenuação necessária em ω_c de modo a assegurar que a nova curva de magnitude cruze a linha de **0 dB** nesta frequência.
5. Calcular o parâmetro α levando em conta que a atenuação introduzida em ω_c pelo compensador de atraso é de **$-20\log \alpha$** .
6. Calcular o polo:

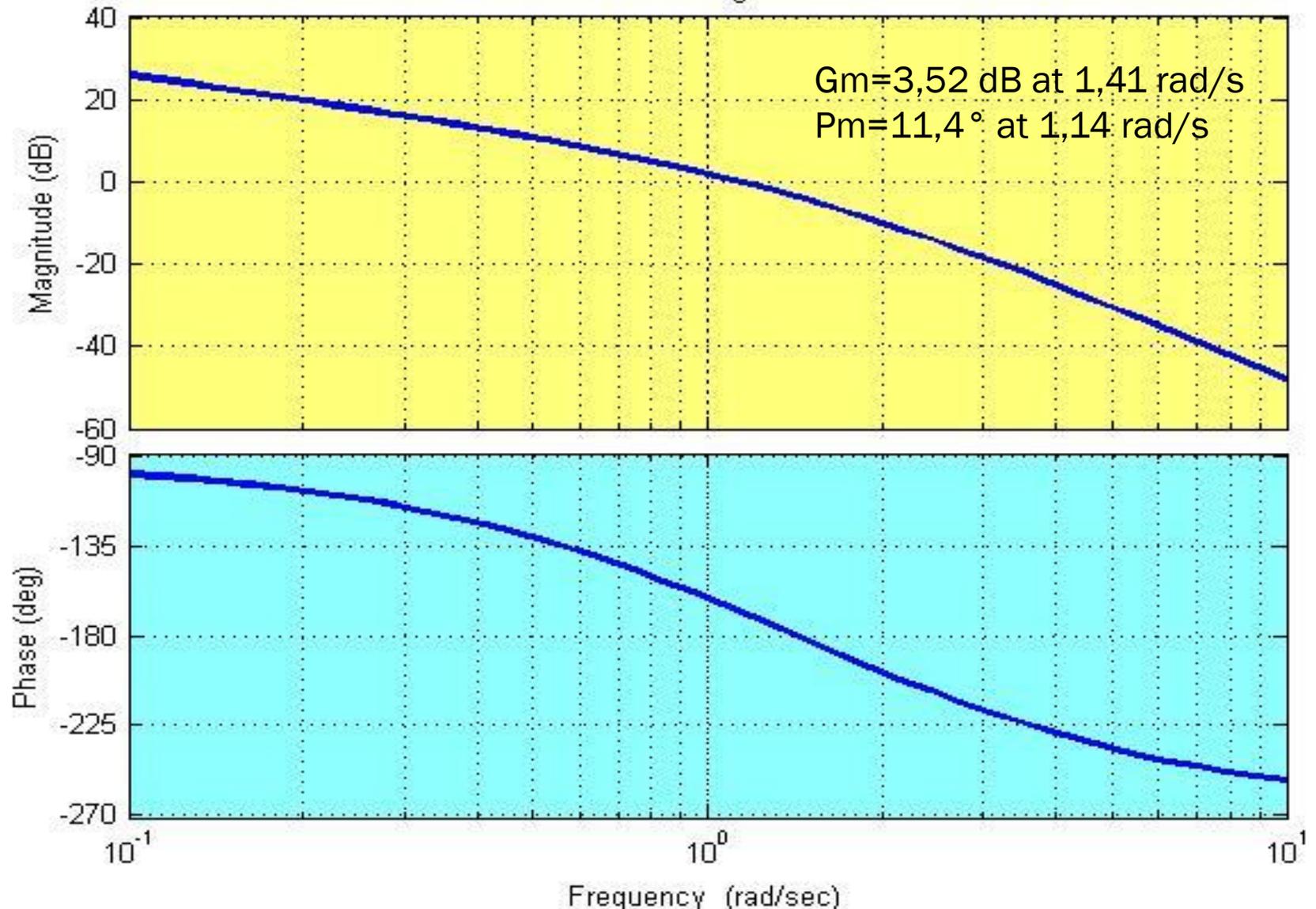
$$\alpha = \frac{p}{z} \Rightarrow p = \alpha z$$

7. Checar.

ATRASO

$$GH = \frac{4}{s(s+1)(s+2)}$$

Bode Diagram



ATRASO

Solução: usando Bode

1. Obter os diagramas de Bode do sistema não compensado.
2. Encontrar a nova frequência de corte (ω_c). Nesta frequência o sistema deverá ter a margem de fase especificada Φ_m . Adicionar 5° de tolerância devido ao atraso indesejado provocado pela introdução do compensador:

$$\Phi_d = \Phi_m + 5^\circ = 50^\circ + 5^\circ \rightarrow \text{gráfico: } \omega_c = 0,4 \text{ rad/s}$$

3. Posicionar o zero do compensador uma década abaixo de ω_c : $z = 0,1 * \omega_c = 0,04$

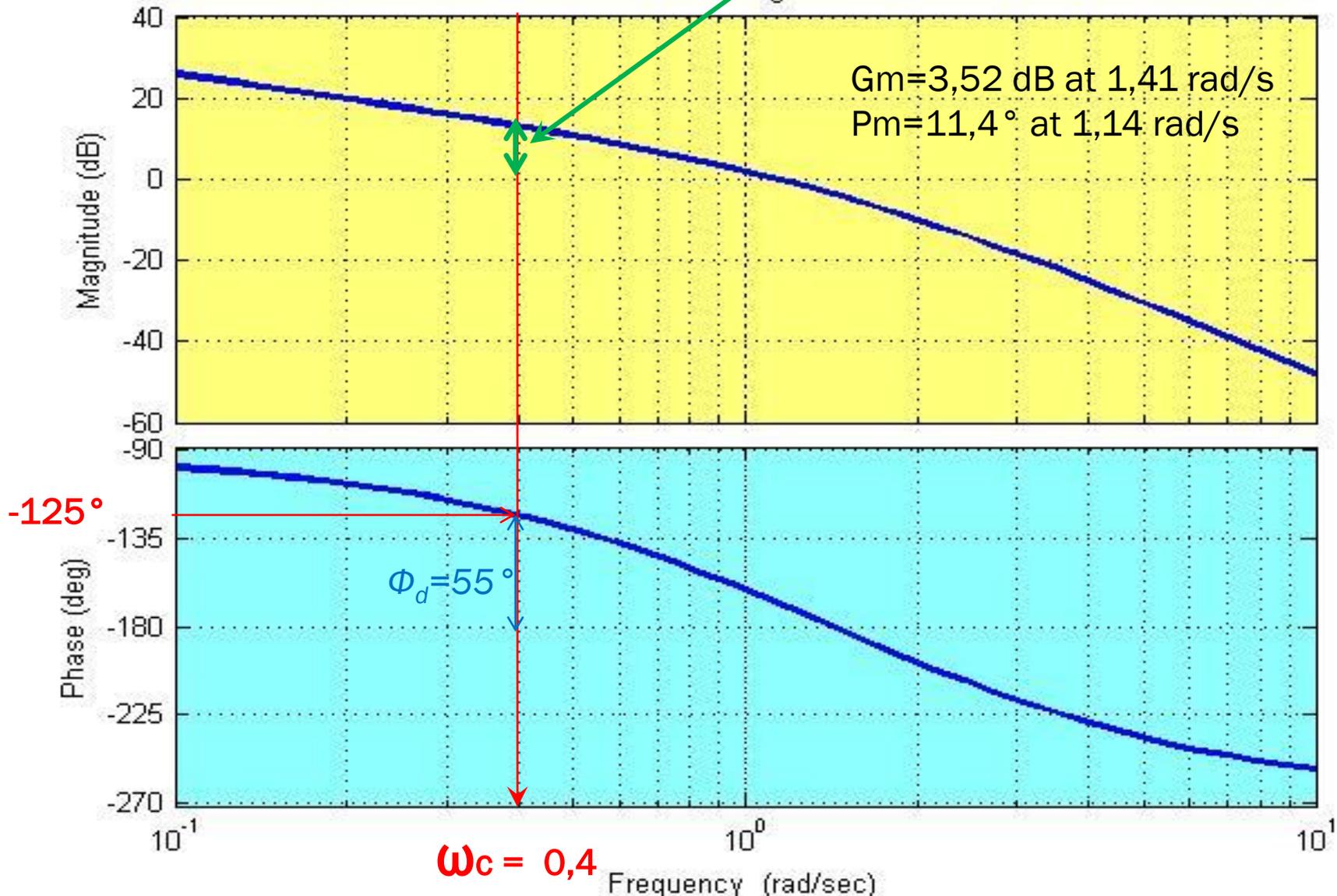
Isto assegura que o atraso residual do compensador seja de fato 5° .

ATRASO

≈ -18dB

$$GH = \frac{4}{s(s+1)(s+2)}$$

Bode Diagram



ATRASSO

4. Medir a atenuação necessária em ω_c de modo a assegurar que a nova curva de magnitude cruze a linha de 0 dB nesta frequência: no gráfico de magnitude $\longrightarrow \omega_c \approx 18 \text{ dB}$
5. Calcular o parâmetro α levando em conta que a atenuação introduzida em ω_c pelo compensador de atraso é de:

$$-20 \log \alpha = 18 \text{ dB} \rightarrow \alpha = 0,125$$

4. Calcular o polo:

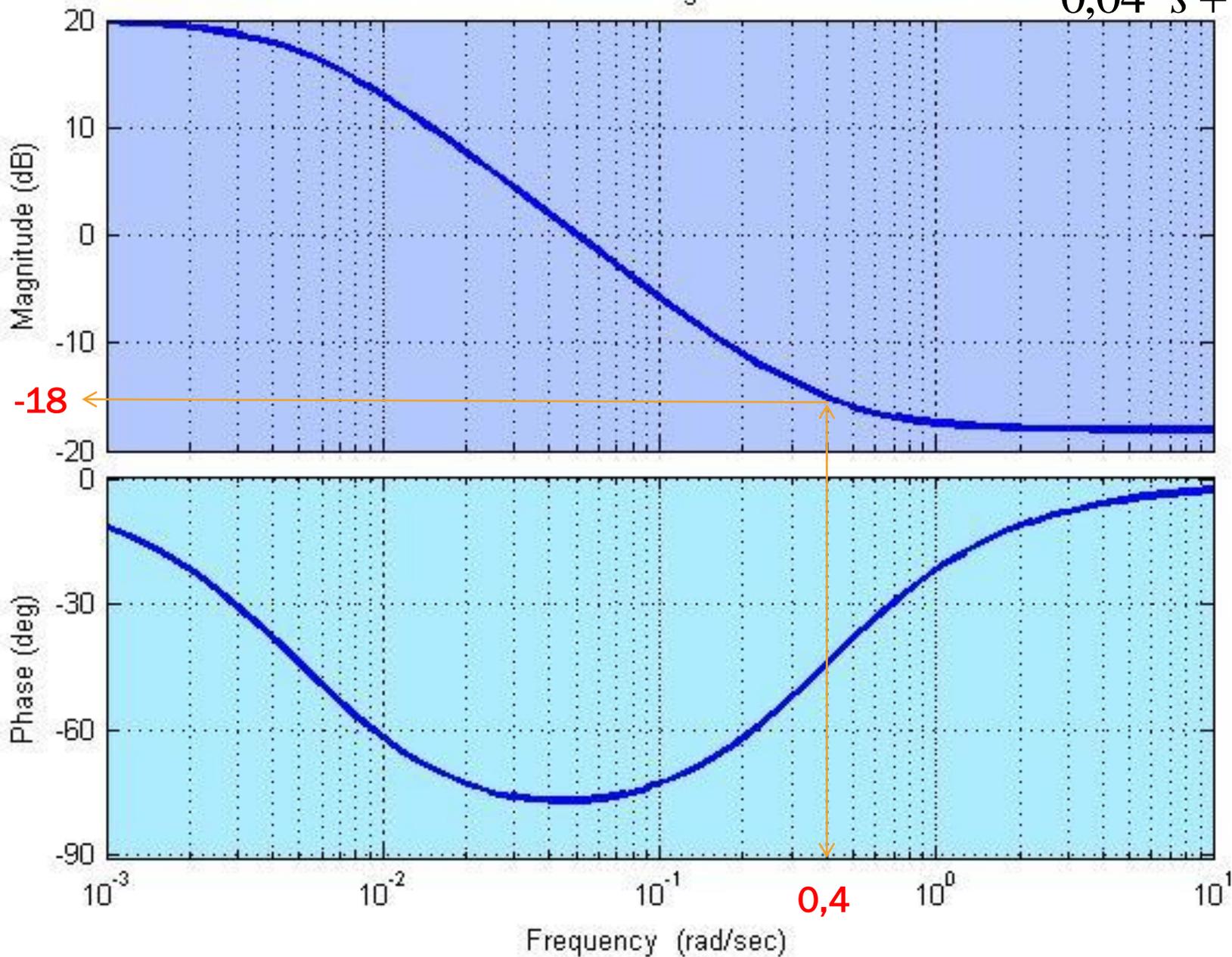
$$\alpha = \frac{p}{z} \rightarrow p = 0,125 * 0,04 = 0,005$$

5. Checar.

ATRASO

Bode Diagram

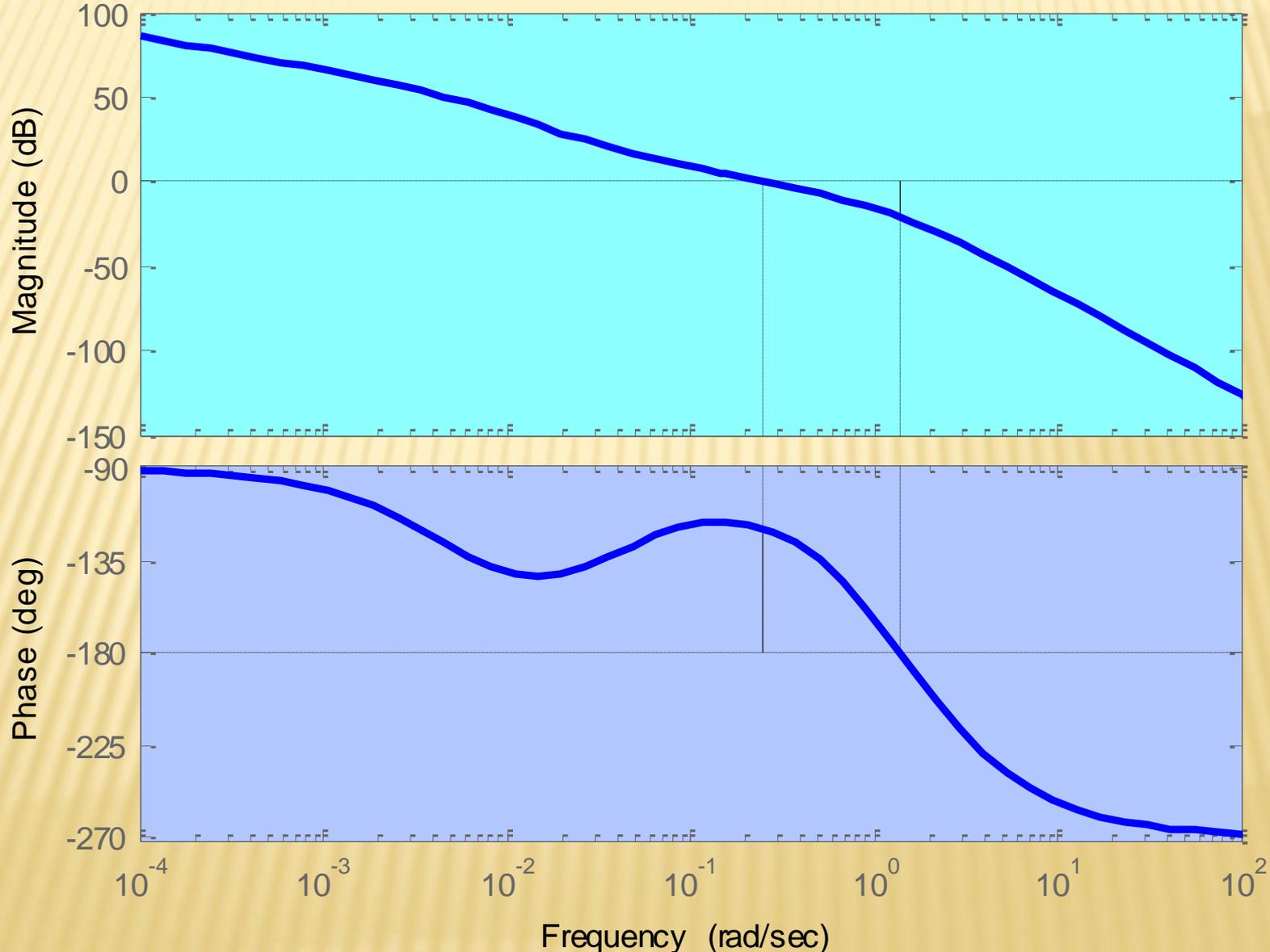
$$G_c = \frac{0,005}{0,04} \frac{s + 0,04}{s + 0,005}$$



$$GH = \frac{0,5 (s + 0,04)}{s (s + 1) (s + 2) (s + 0,005)}$$

Bode Diagram

Gm = 21.1 dB (at 1.38 rad/sec) , Pm = 61.2 deg (at 0.244 rad/sec)



COMPENSADORES

Observações

× Avanço-atraso (lead-lag):

$$G_c = \frac{s + za}{s + pa} * \frac{s + zd}{s + pd}$$

- + Permite conjugar as qualidades dos compensadores de avanço e atraso
- + Introduce dois novos polos e dois novos zeros e em geral aumenta a ordem do sistema.
- + Comandos: Matlab : sisotool
Matlab: *margin*
Scilab: *margin_g*: para margem de ganho
margin_p: para margem de fase