

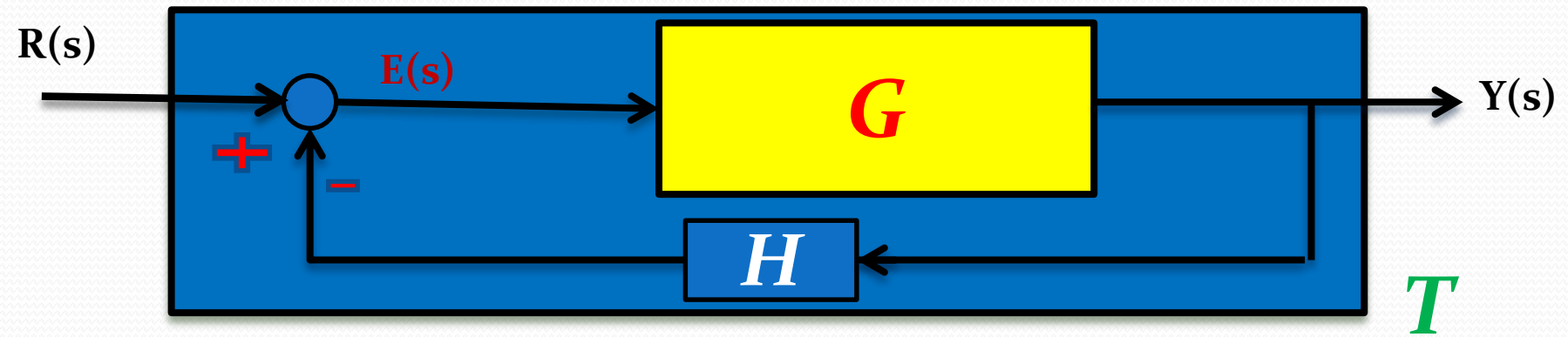
Estabilidade Relativa

- *Nyquist*

 - Margem de Fase

 - Margem de Ganho

- *Bode*



$$\text{FTMA} : GH(s)$$

$$\text{FTMF} : T(s) = \frac{G}{1 + GH}$$

$$\Phi(s) = 1 + GH(s) = 0$$

Critério de Estabilidade de Nyquist

Considerando a equação característica na forma:

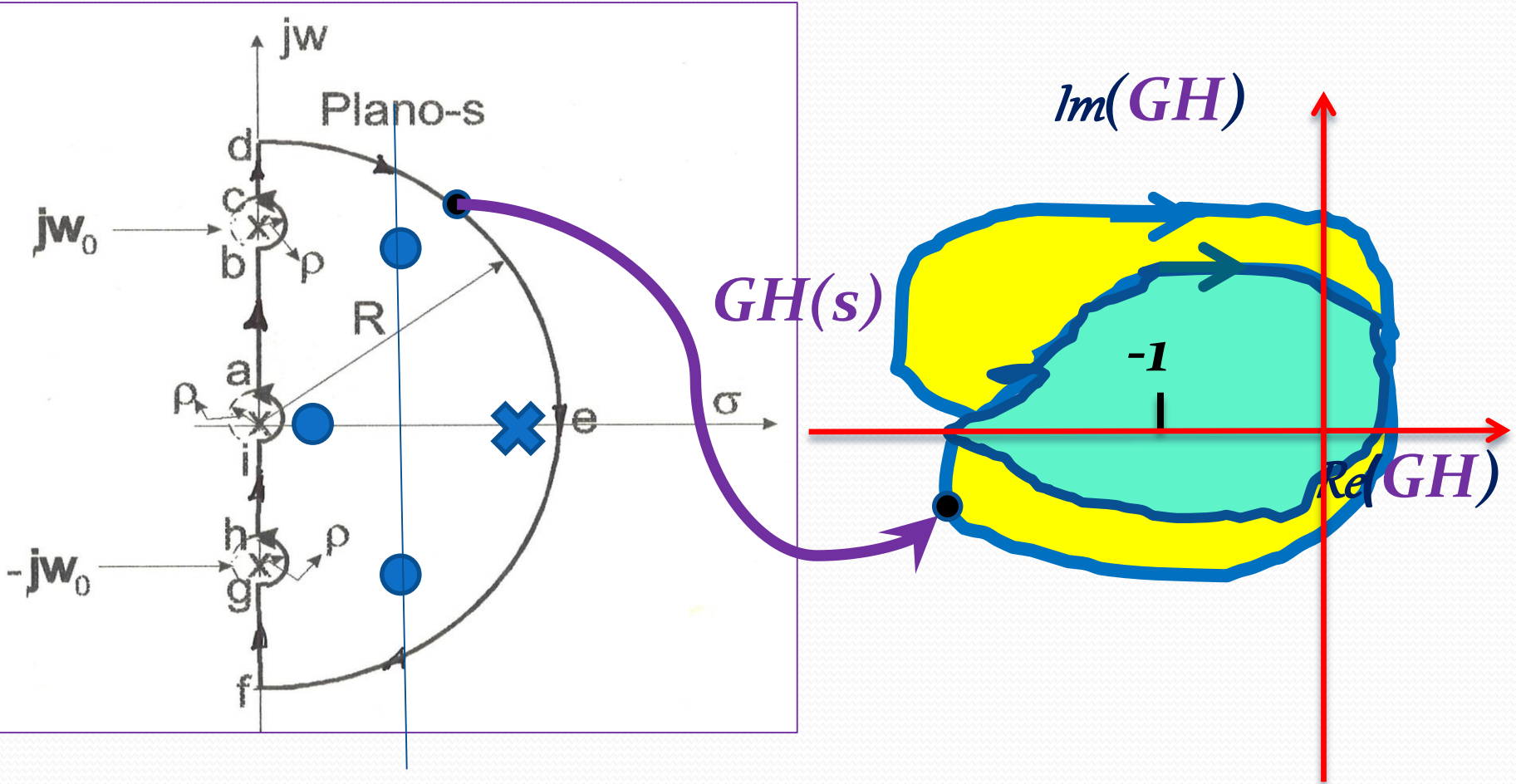
$$GH(s) = -1$$

“Um sistema de controle em malha fechada é estável se e somente se:

$$N_{-1} = -P_{GH}$$

isto é, o número de voltas ao redor do ponto **-1** no plano complexo $\psi(s)$ é nulo ou negativo (sentido anti-horário) e igual ao número de polos instáveis da função de transferência de malha aberta ($GH(s)$)”

Critério de Estabilidade de Nyquist



Caminho de Nyquist

Diagrama de Nyquist

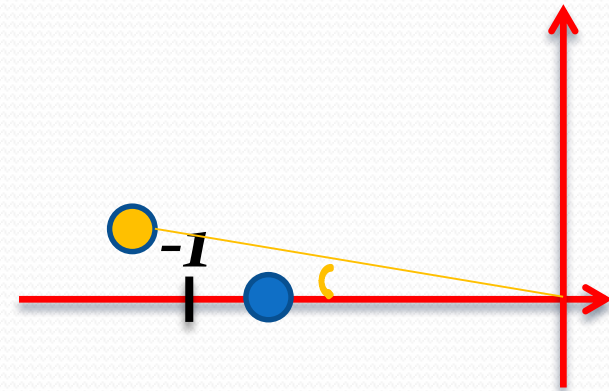
Estabilidade Relativa

- **Motivação:**

Além da estabilidade absoluta, nos projetos de controle deseja-se que os sistemas resultantes tenham estabilidade relativa adequada, isto é, deseja-se um alto grau de estabilidade. Através do diagrama de Nyquist é possível estabelecer-se uma medida do grau de estabilidade.

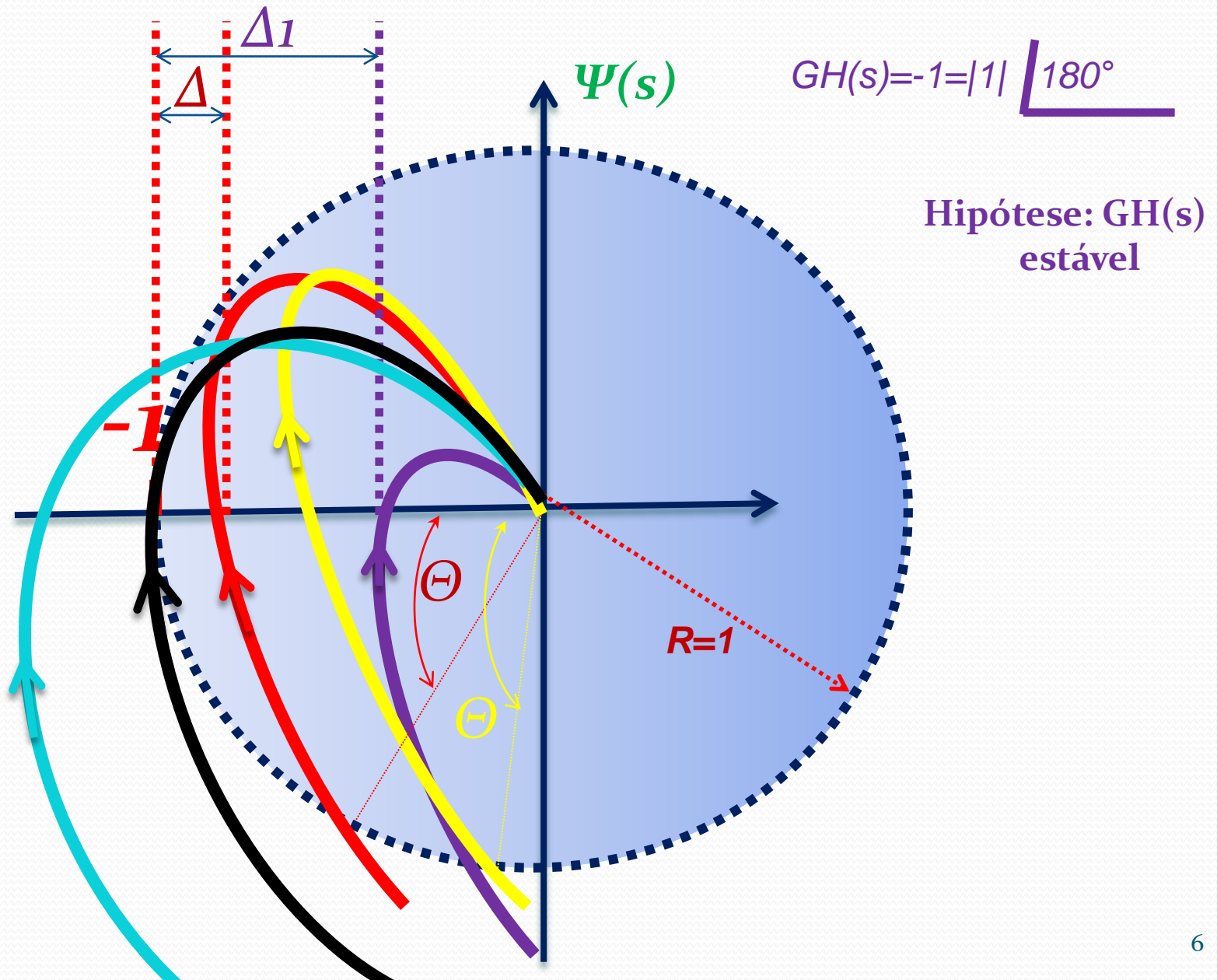
Admita a seguinte equação característica:

$$GH(s) = -1 = |1| \angle 180^\circ$$



A proximidade de $GH(s)$ do ponto $-1 = -1+0j$ é usada para medir a margem de estabilidade. (GH pode se aproximar de -1 pelo ganho ou pela fase).

Estabilidade Relativa



Estabilidade Relativa

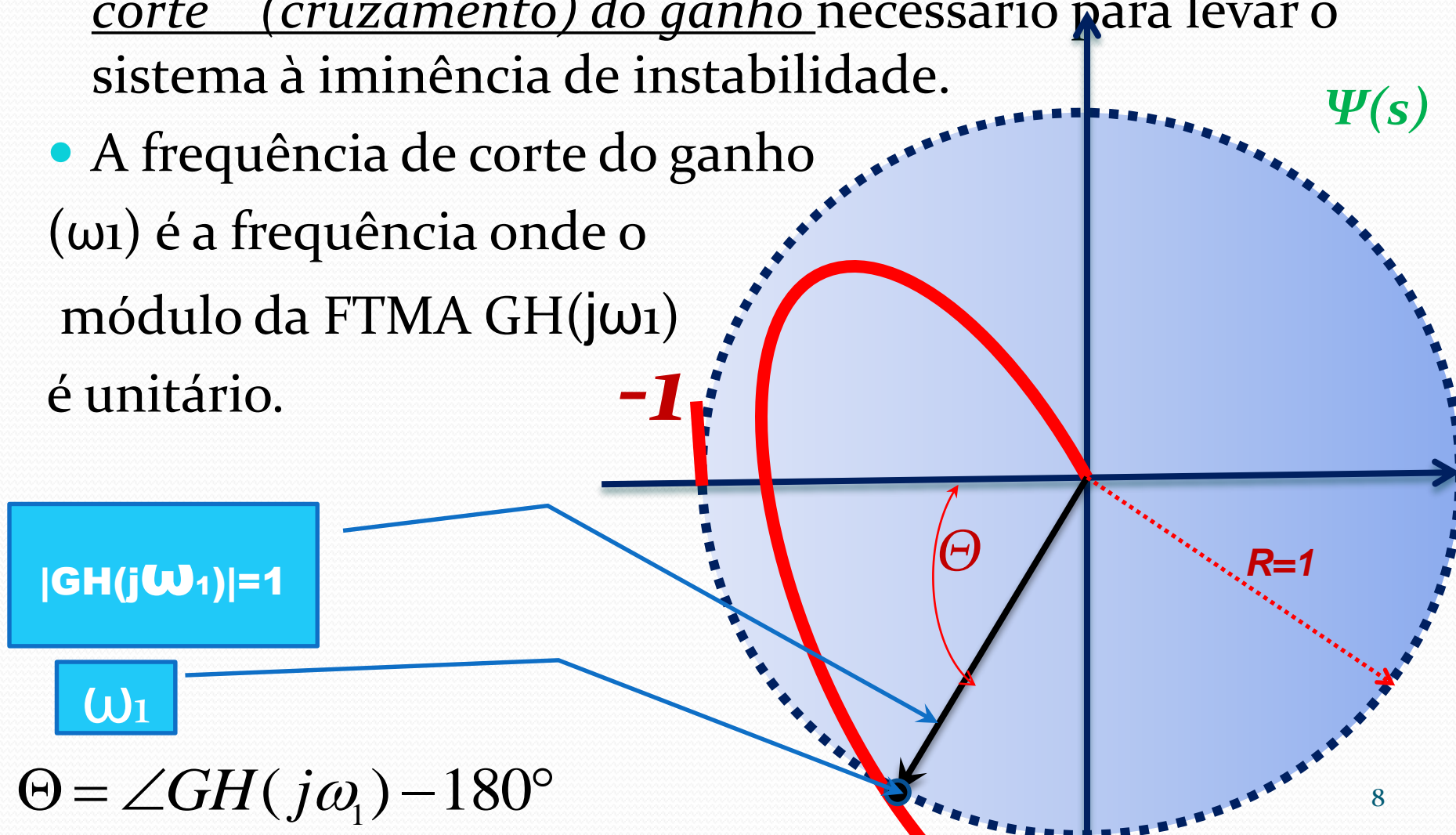
- A curva vermelha tem margem de estabilidade menor que a amarela e a lilás. Ela está mais próxima de contornar o ponto -1 do que as outras curvas. A curva lilás está muito longe de contornar -1 , por isso este sistema teria a maior margem de estabilidade.

$\Theta(s)$ é a margem de fase
 Δ define a margem de ganho } da curva vermelha

- A curva preta passa sobre o ponto -1 , mas não o contorna \rightarrow estabilidade crítica ou marginal. As margens de estabilidade são nulas. O sistema está na iminência da instabilidade.
- A curva cian contorna o ponto -1 . O sistema é instável. As margens de estabilidade são negativas.

Margens de Estabilidade

- **Margem de fase:** é o atraso de fase Θ na frequência de corte (cruzamento) do ganho necessário para levar o sistema à iminência de instabilidade.
- A frequência de corte do ganho (ω_1) é a frequência onde o módulo da FTMA $GH(j\omega_1)$ é unitário.



Margens de Estabilidade

- **Margem de ganho δ** : é o recíproco do módulo

$|GH(j\omega_\pi)|$ na frequência de corte

(cruzamento) da fase. A frequência de

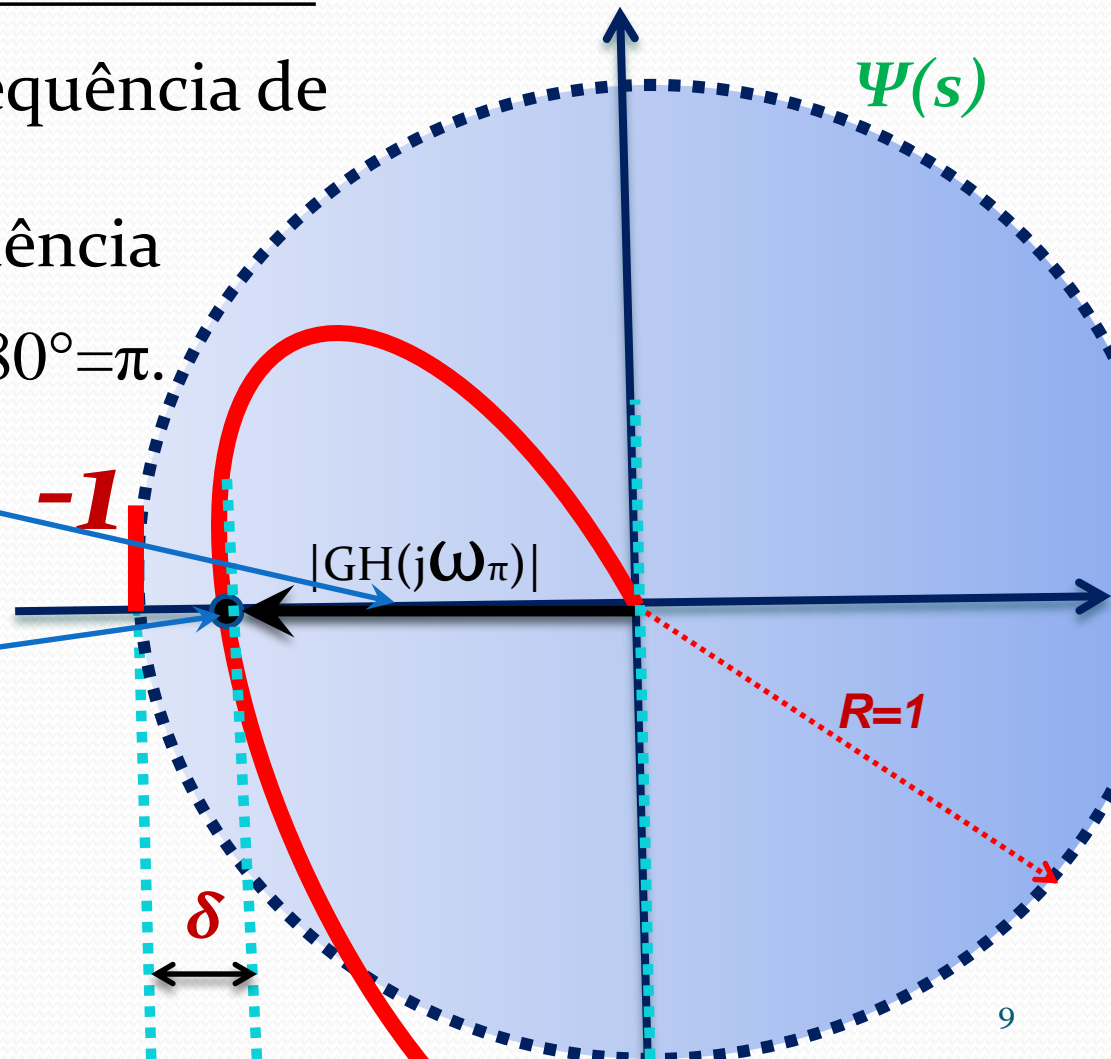
corte da fase ω_π é a frequência

onde o ângulo de fase é $-180^\circ = \pi$.

$$GH(j\omega_\pi)$$

$$\omega_\pi$$

$$\delta = \frac{1}{|GH(j\omega_\pi)|}$$



Margens de Estabilidade

$$\delta |GH(j\omega_{\pi})| = 1$$

$$\delta = \frac{1}{|GH(j\omega_{\pi})|}$$

Ex: considerando a frequência de corte da fase $\rightarrow GH(j\pi)$

- Se $|GH|=0,5 \rightarrow \delta = 2$
- Se $|GH|=0,8 \rightarrow \delta = 1,25$
- Se $|GH|=1,25 \rightarrow \delta = 0,8$
- Se $|GH|=2,0 \rightarrow \delta = 0,5$

- Se $\delta=1$, estabilidade crítica
- Se $\delta < 1 \leftrightarrow |GH(j\omega)| > 1 \rightarrow$ sistema instável
- Se $\delta > 1 \leftrightarrow |GH(j\omega)| < 1 \rightarrow$ sistema estável

Margens de Estabilidade: Bode

$$\delta |GH(j\omega_{\pi})| = 1$$

$$\therefore 20 \log \delta |GH(j\omega_{\pi})| = 20 \log 1 = 0$$

$$\Rightarrow 20 \log \delta + 20 \log |GH(j\omega_{\pi})| = 0$$

$$\therefore 20 \log \delta = -20 \log |GH(j\omega_{\pi})|$$

$$\therefore \text{se } |GH(j\omega_{\pi})| < 1 \Rightarrow \delta > 1. \text{ Sistema estável.}$$

No gráfico de Bode, para verificar a estabilidade

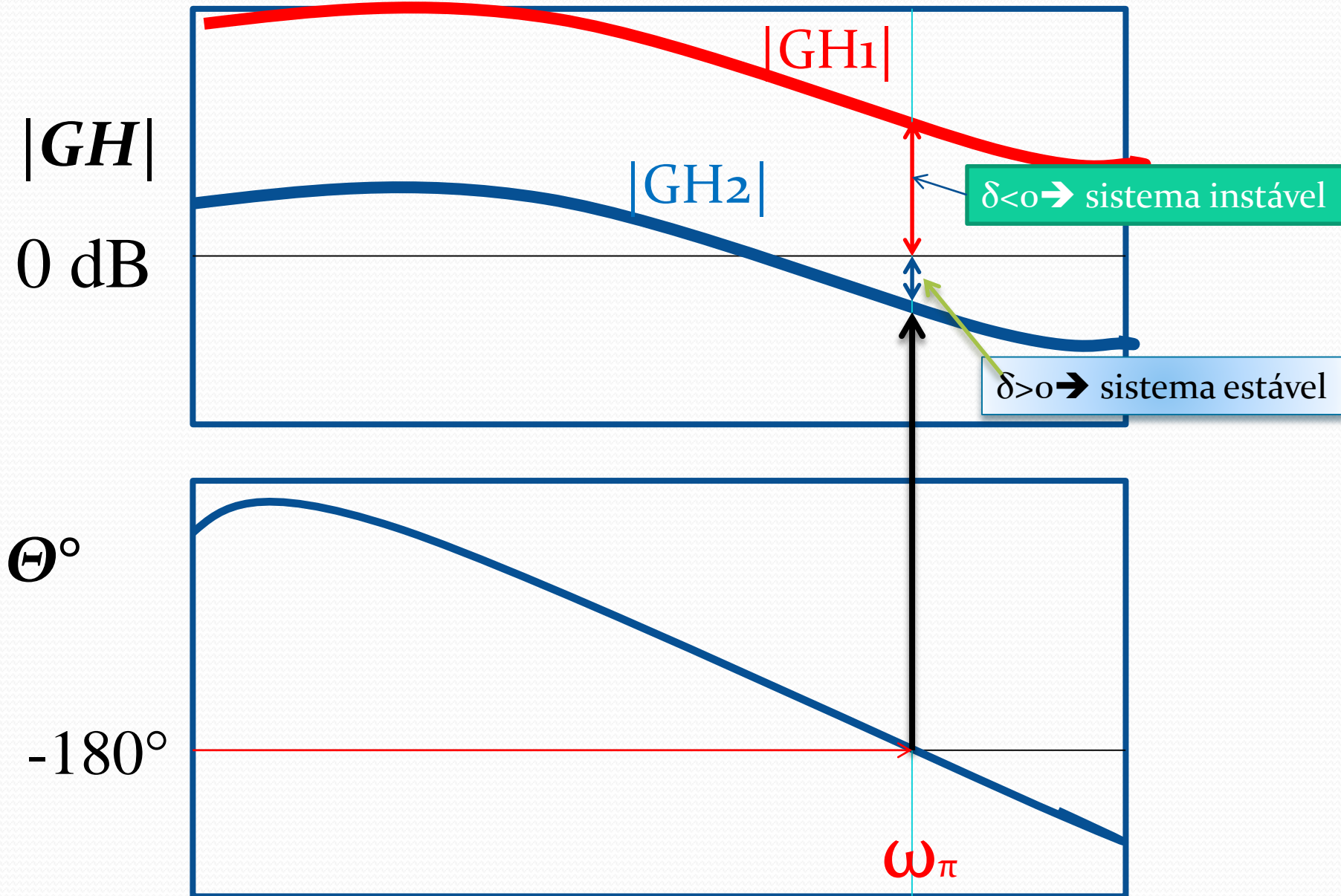
basta verificar se $20 \log |GH(j\omega_{\pi})| < 0 \Rightarrow |GH(j\omega_{\pi})| < 1$

$20 \log |GH(j\omega_{\pi})|$ é a margem de ganho.

No gráfico de Bode

1 corresponde à linha de **0** dB !

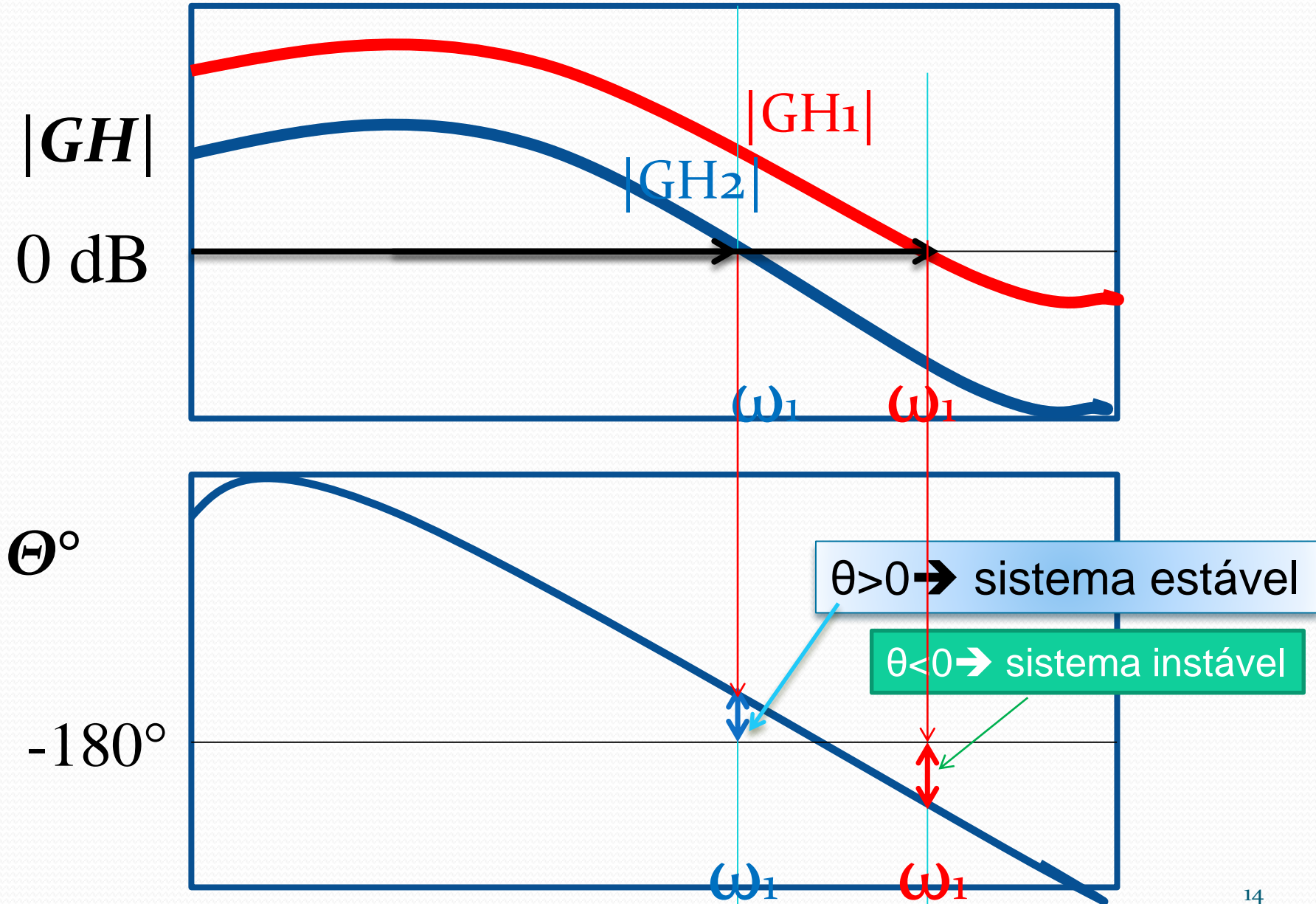
Margem de ganho: Bode



Margem de fase: Bode

- Margem de fase é o atraso de fase adicional na frequência de cruzamento do ganho (ω_1) necessário para levar o sistema à iminência de instabilidade.
- ω_1 é a frequência onde $|GH(j \omega_1)|=1$. (0 dB)
- Nos diagramas de Bode basta ler a distância entre -180° e a fase de $GH(j \omega_1)$.

Margem de Fase: Bode



Especificações Típicas

- Margem de fase:

$$30^\circ \leq \Theta \leq 60^\circ$$

- Margem de ganho:

$$1,7 \leq \delta \leq 2,0$$

$$4,6 \text{ dB} \leq \delta \leq 6,0 \text{ dB}$$