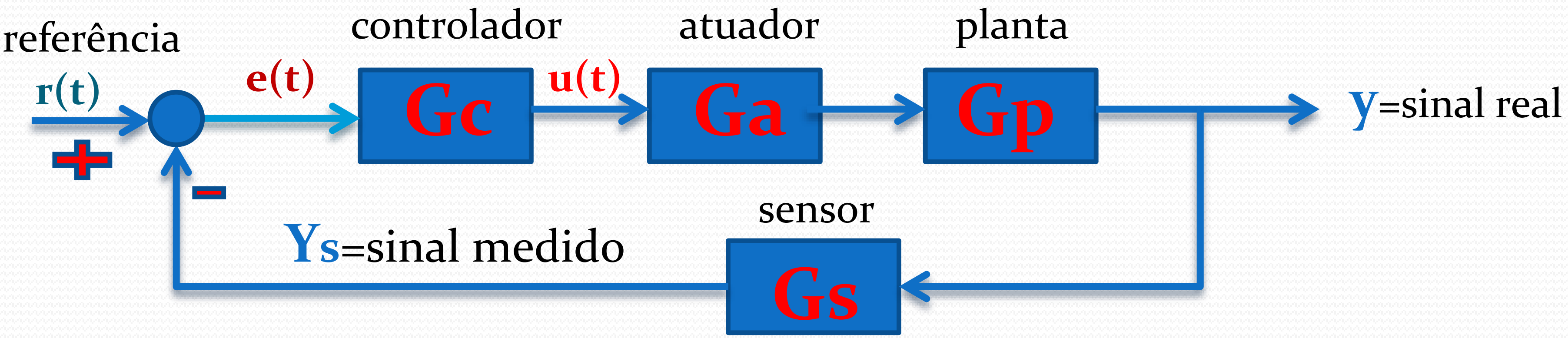
Controle Clássico

- *Liga-desliga (on-off; bang-bang)*
- *Erro em Regime Permanente em sistemas (recordação)*
- *Proporcionais (P)*
- *Integrais (I)*
- *Derivativos (D)*
- *PD*
- *PI*
- *PID*
- *Compensadores*

Controle Clássico

- Controladores Industriais
- Domínio da Frequência
- A atuação é feita em função do erro entre um sinal de referência (valor desejado) e um sinal medido do sistema.

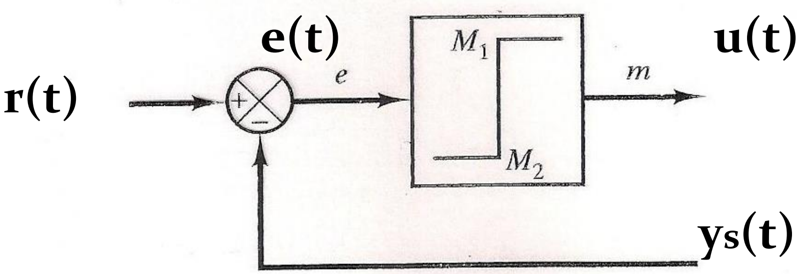


Liga-desliga

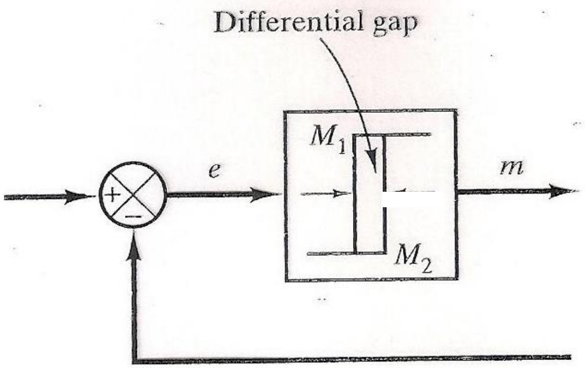
- Controle de duas posições: Ligado ou Desligado (máxima e mínima)

- $$u(t) = \begin{cases} \mathbf{U_1}, & \mathbf{e(t) > 0} \\ \mathbf{U_2}, & \mathbf{e(t) \leq 0} \end{cases}$$

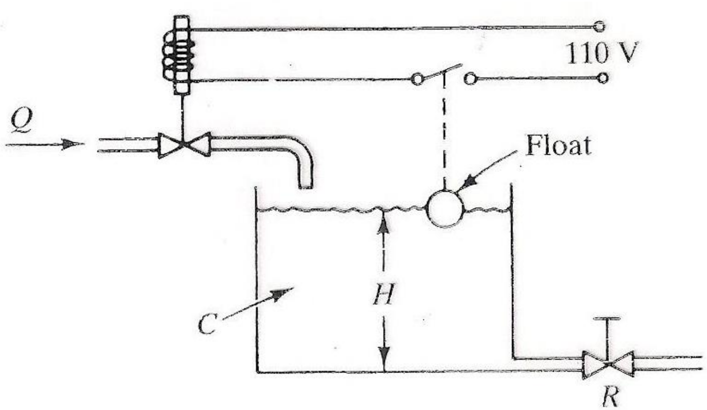
Controlador Liga-Desliga



(a)

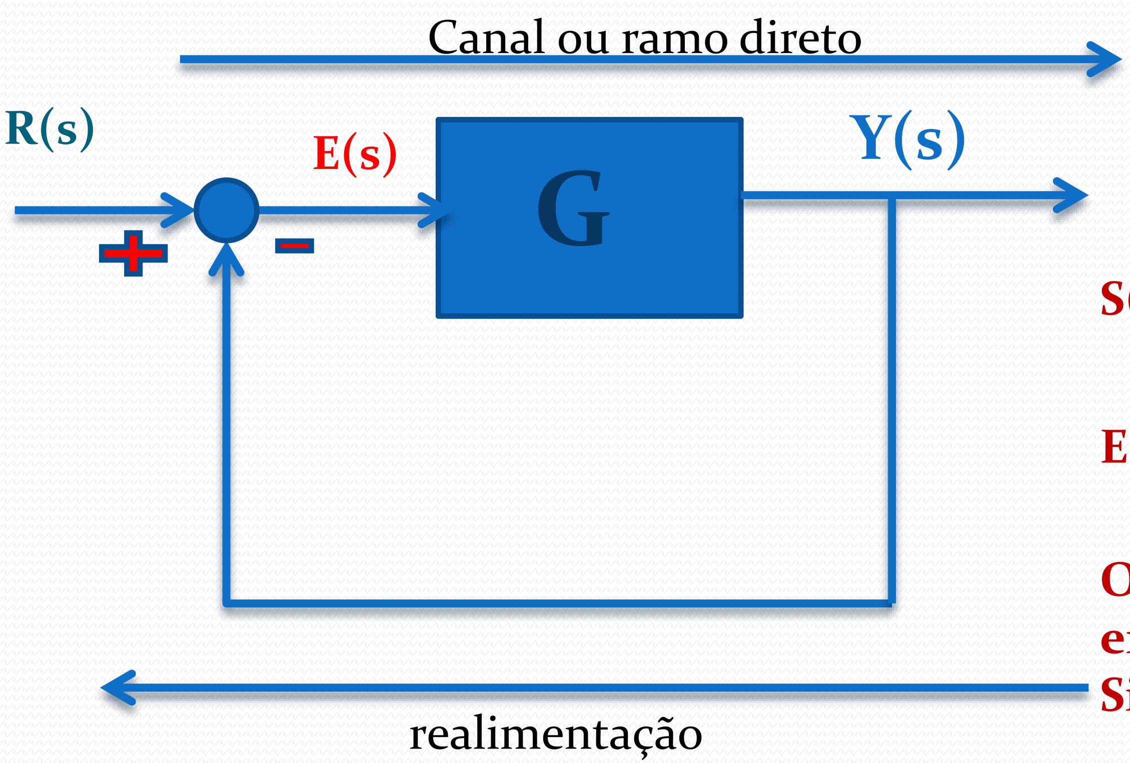


(b)



Erro em Regime Permanente (RP)

- Recordação da ordem e tipo do sistema:
- Da álgebra de diagramas de bloco, sabemos que é sempre possível rearranjar uma malha fechada no seguinte formato:



$$S(s)=\frac{R}{E}=\frac{1}{(1+G)}$$

$$E(s)=\frac{1}{(1+G)}R(s)$$

O erro depende da entrada e do Sistema (G)

Ordem e tipo do sistema

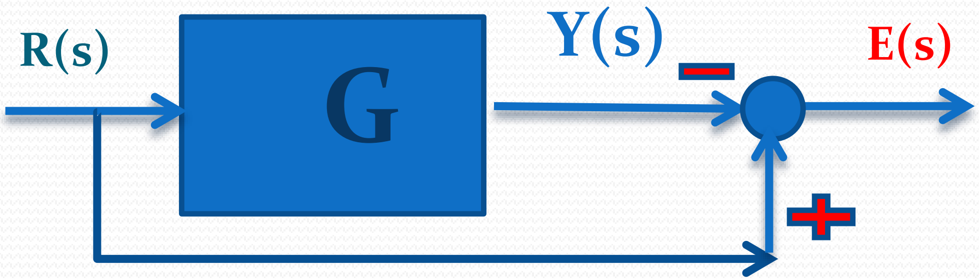
- Em geral, podemos escrever G(s) como abaixo:

$$G(s) = \frac{K \prod_j^k (s + z_j)}{s^q \prod_i^r (s + p_i)}$$

- A ordem do sistema é: $n = q + r$
- q *é o tipo do sistema*

Erro e erro em RP

- Malha Aberta:



E= R-Y=R-GR=(1-G)R

- Malha Fechada:

$$\mathrm{E(s)}=\frac{1}{(1+G)}R(s)$$

- Erro em RP: e_{ss} . Pelo teorema do valor final:

$$e_{ss} = \lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s)$$

Erro em RP

- a) erro para entrada degrau: 1/s

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} s \frac{1}{1+G} \frac{1}{s}$$

Seja $K_p = \lim_{s \to o} G$

- **Para sistema do tipo zero q= 0:** $e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}$**=cte**
- **Para sistema do tipo um (q=1) ou superior:**

$$\lim_{s \to o} G = \infty \Rightarrow e_{ss} = 0$$

Então, aumentando o tipo o erro diminui

- b) erro para rampa: $1/s^2$:

$$e_{ss} = \lim_{s \to 0} sE(s) = \lim_{s \to 0} s \frac{1}{1+G} \frac{1}{s^2}$$

Erro em RP

- $e_{ss} = \frac{1}{\lim_{s\to 0} sG} = \frac{1}{K_v} \rightarrow$ *erro depende de* $K_v = \lim_{s\to 0} sG$

  - **Sistema tipo zero:** $K_v = \lim_{s\to 0} sG = 0 \Rightarrow e_{ss} = \infty$

  - **Sistema tipo um:** $K_v = \lim_{s\to 0} sG = K_p \Rightarrow e_{ss} = cte$

  - **Sistema tipo dois ou superiores:** $e_{ss} = 0$

Novamente, aumentando o tipo → o erro diminui

E olhando a) e b) → aumentando a ordem → erro aumenta.

da entrada

Erro em RP

Tipo	Degrau: 1/s	Rampa: $1/s^2$	Parábola: $1/s^3$	$1/s^4$
0	$1/(1+Kp)=cte$	∞	∞	∞
1	0	$1/Kv=cte$	∞	∞
2	0	0	$1/Ka=cte$	∞
3	0	0	0	$1/K=cte$
4	0	0	0	0

Aumentando o tipo → erro diminui,
aumentando a ordem da entrada → erro aumenta.

Controlador Proporcional (P)

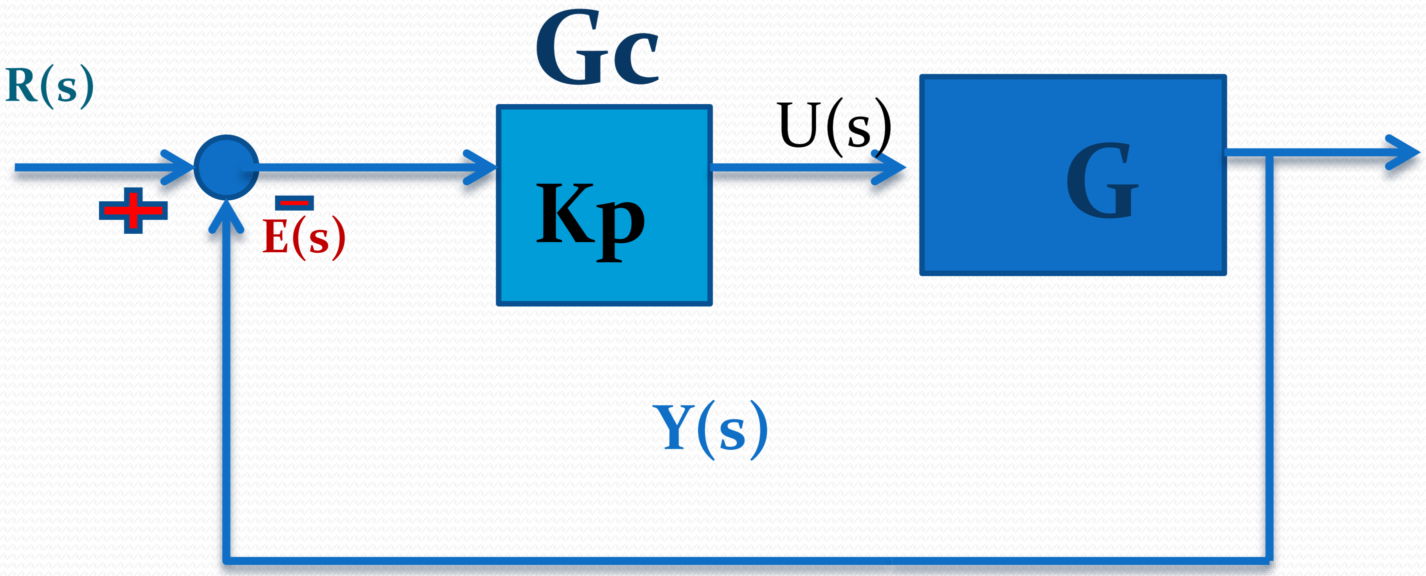
- Ação de controle proporcional ao erro

$$u(t)=Kp\,e(t)$$

Kp = ganho proporcional ou amplificação

$$U(s)= Kp\,E(s)$$

FT → $Gc(s)= U(s)/E(s) = Kp$



Controlador Proporcional (P)

- Características:

  1) Não altera a ordem nem o tipo do sistema

  2) Não introduz nem zeros nem polos

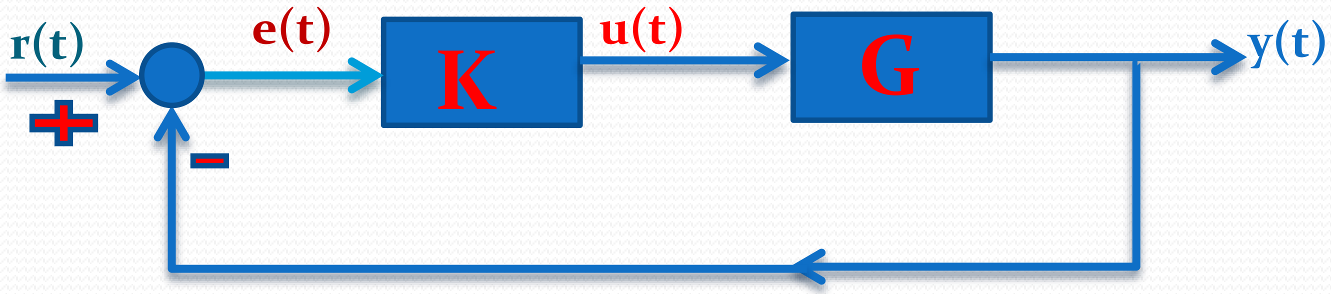
  3) Não pode corrigir erros em RP

  (ex: tipo zero, degrau: $\boldsymbol{e_{ss} = \frac{1}{1+K_p}}$=**cte**)

  4) *Kp* excessivo pode instabilizar o sistema (ex. turbina a vapor)

.

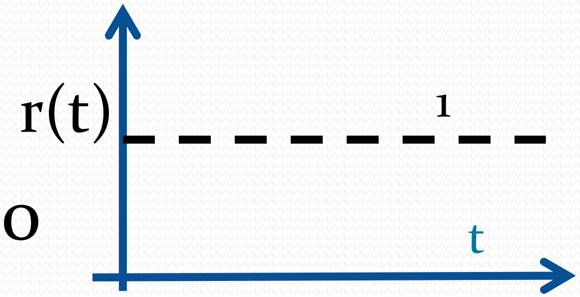
Kp excessivo pode instabilizar o sistema



- Hipótese: sistema causal → $y(t)=0 \quad , t<0$
- Supor que **G(t)** introduz um atraso puro na resposta:

$$\rightarrow \quad y(t) = u(t-\tau) \qquad (1)$$

$$u = Ke(t) = K[r(t)-y(t)] \qquad (2)$$



- Seja r(t) uma entrada degrau em t=0
- $0 < t < \tau \quad \rightarrow \quad y(t) \overset{(1)}{=} 0$

$$u(t) \overset{(2)}{=} K(1-0)=K$$

- $\tau < t < 2\tau \quad \rightarrow \quad y(t) \overset{(1)}{=} K$

$$u(t) \overset{(2)}{=} K(1-K)=K-K^2$$

Kp excessivo pode instabilizar o sistema (cont.)

- $2\tau < t < 3\tau$ → $y(t) \overset{(1)}{=} K-K^2$
  $u(t) \overset{(2)}{=} K(1-K+K^2)=K-K^2+K^3$
- Então: $y(t) = K-K^2+K^3-K^4+K^5$............ (3)
- A série em (3) converge para $\frac{K}{1+K}$ se $K< 1$

e diverge $y(t) \rightarrow \infty$ se $K > 1$

→K não pode ser excessivo

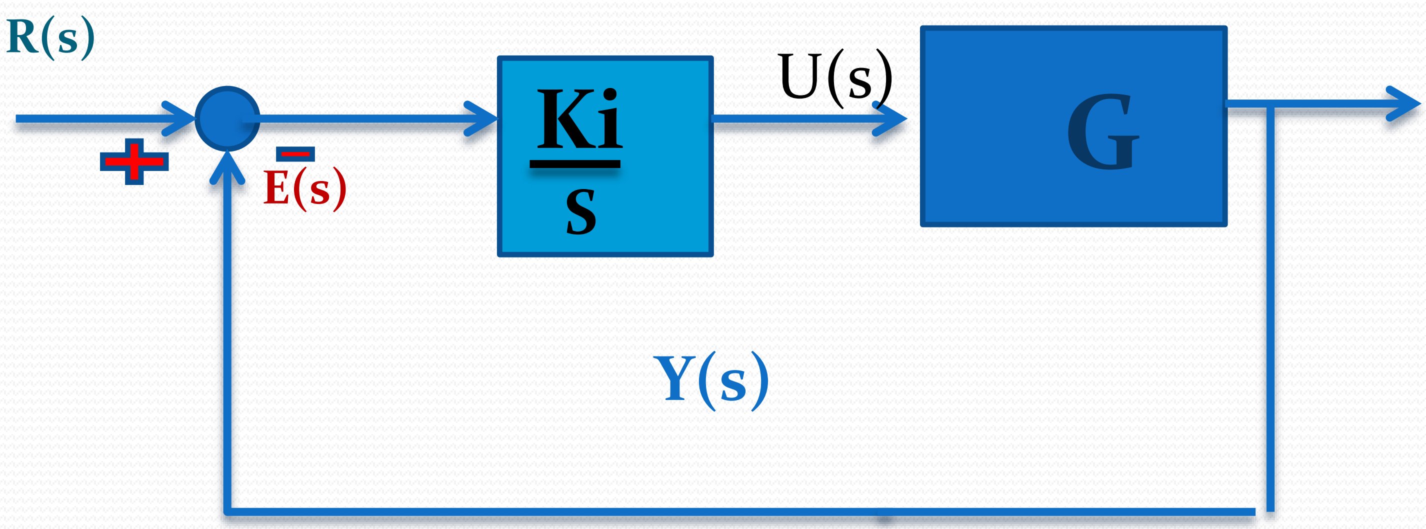
Controlador Integral (I)

- Ação de controle proporcional à integral do erro

$$u(t) = K_i \int e(t)dt$$

$$U(s) = Ki\frac{E(s)}{s} \Rightarrow Gc(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

$$K_i \cong \text{Ganho Integral ou de Restabelecimento}$$



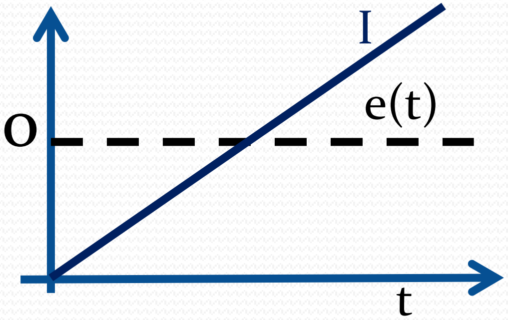
Controlador Integral

- Características

    1) Aumenta a ordem e o tipo do sistema

    2) Bom em RP (pode acabar com erro em RP)

    3) Ruim no transitório (introduz polo próximo a origem)



    4) Reduz a estabilidade relativa

    5) Raramente é usado sozinho

Controlador PI

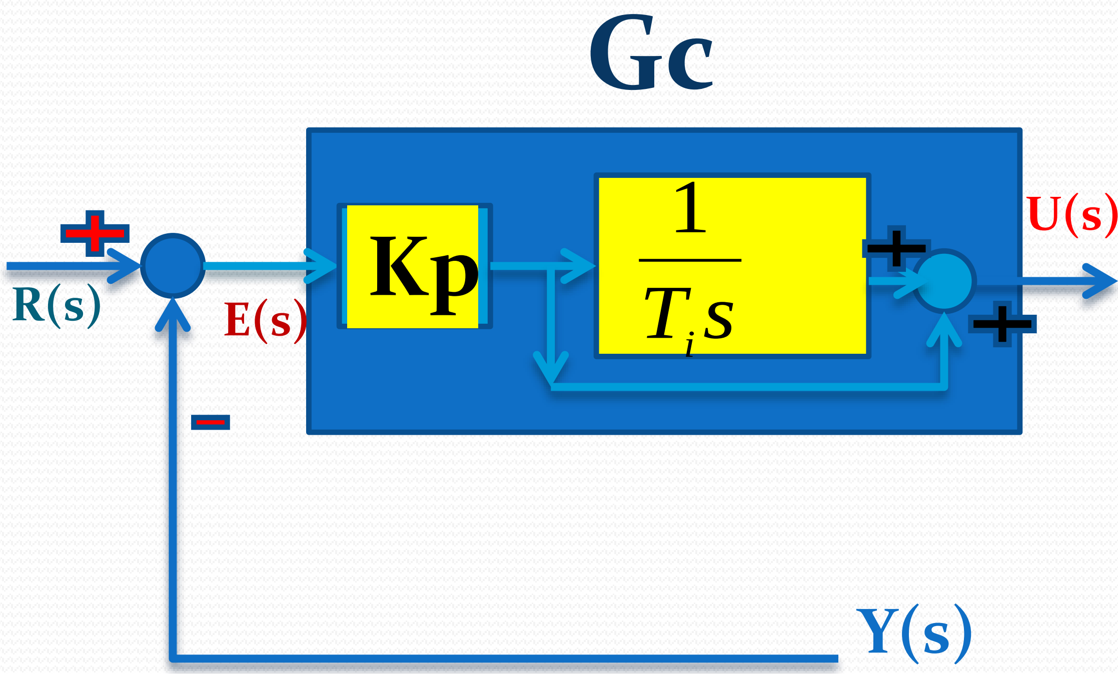
$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^T e(t)dt$$

$$\therefore U(s) = K_p E(s) + K_i \frac{E(s)}{s}$$

$$\therefore U(s) = K_p \left(1 + \frac{K_i}{K_p s} \right) E(s)$$

$$\text{definindo : } \frac{K_i}{K_p} = \frac{1}{T_i}$$

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$



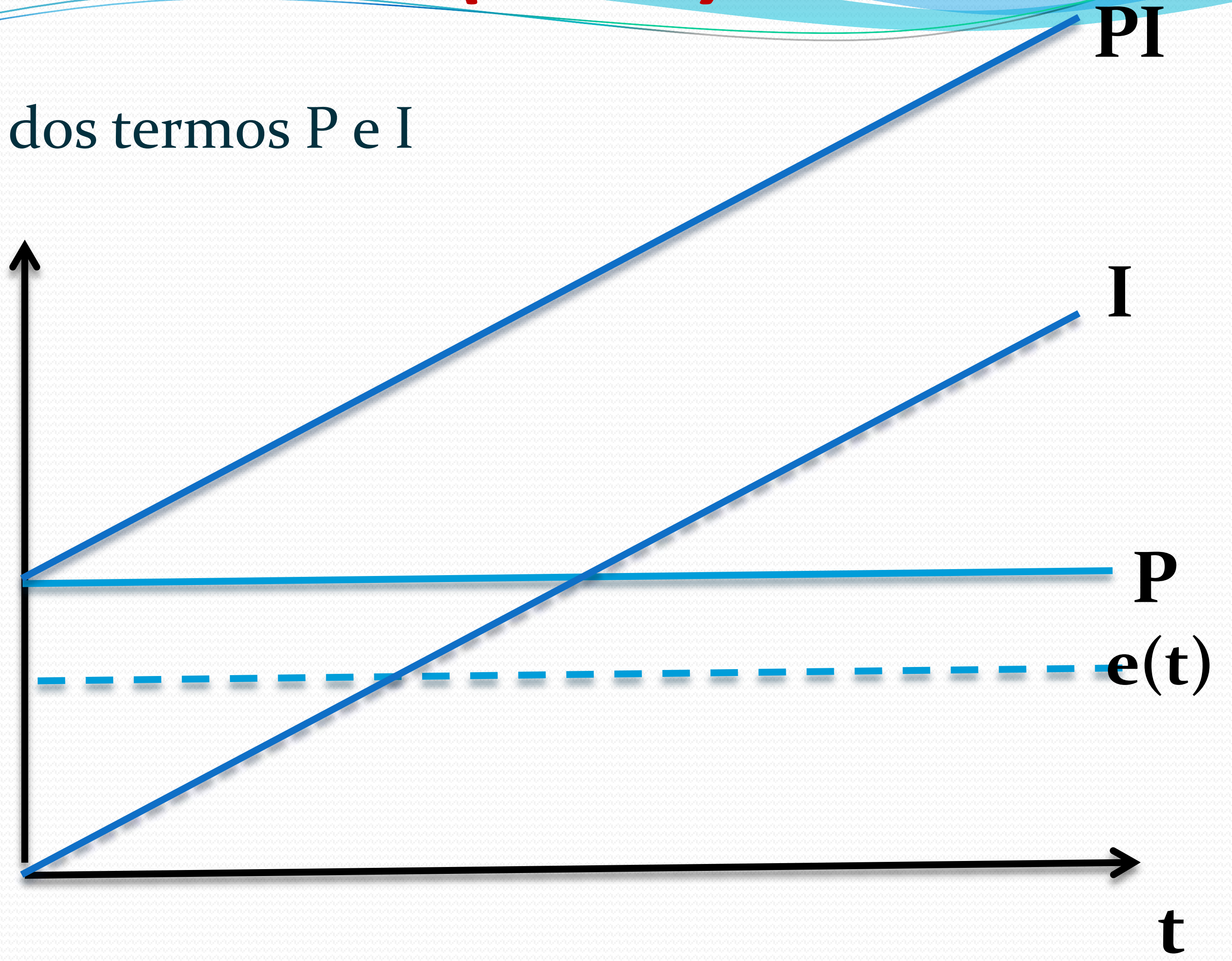
PI (cont.)

Caracteríticas:

- Corrige problemas do P puro
- Corrige problemas do I puro
- Boas características em RP e RT
- Introduz novo polo
- Introduz novo zero
- Aumenta ordem e tipo do sistema
- Recomendado para sistemas com característica de 1ª Ordem
- Pode levar a saturação ('reset wind-up')

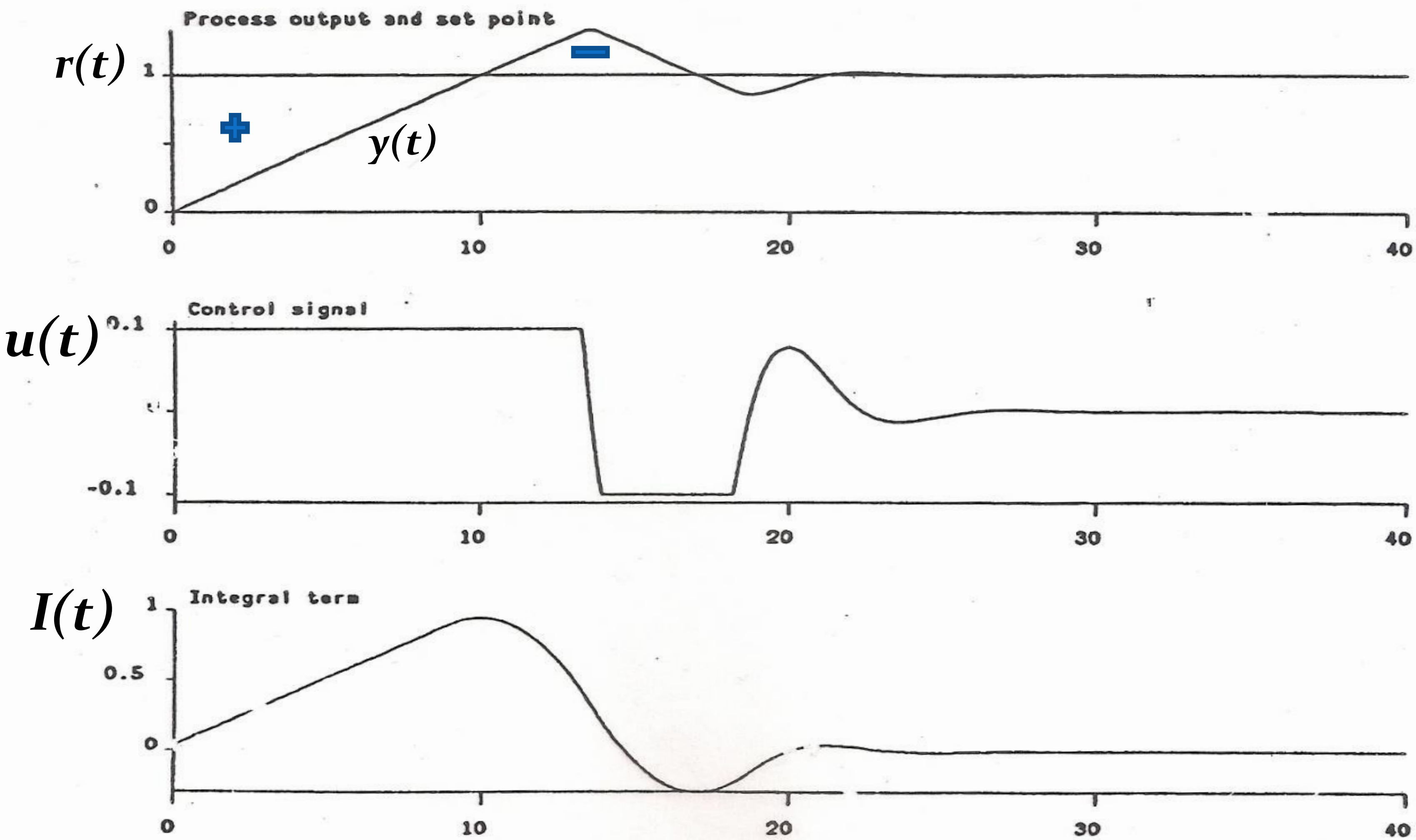
PI (cont.)

- Ação dos termos P e I



Wind-up reset

$$e(t) = r(t) - y(t)$$



Controlador Derivativo

- Ação proporcional à velocidade do erro

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt}$$

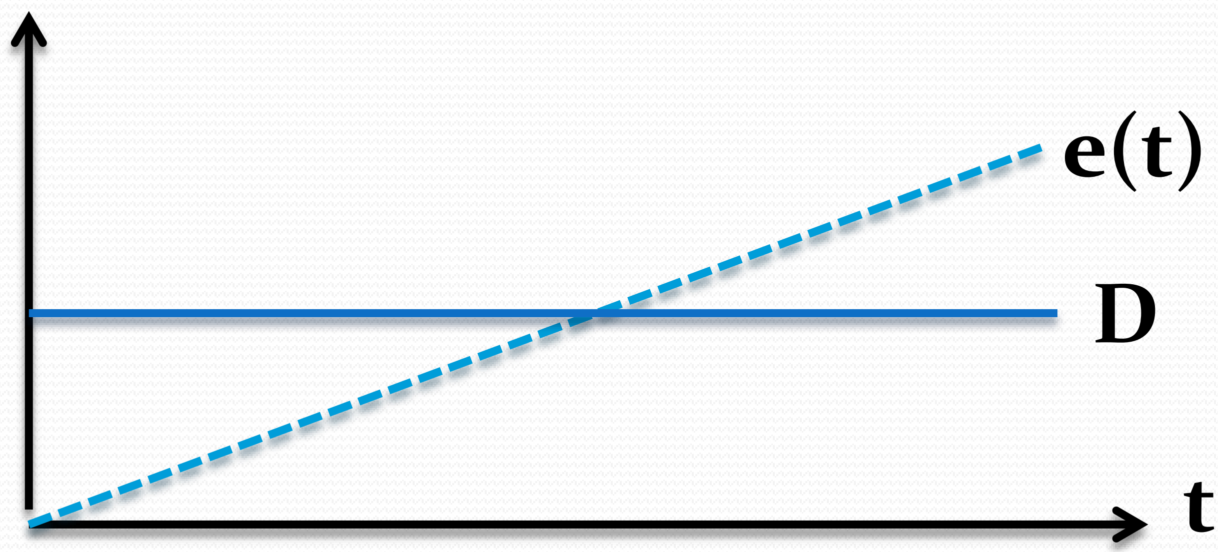
$$U(s) = K_d E(s) s$$

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_d s$$

- Características
  - Só atua quando o erro varia (transitório)➔nunca é usado sozinho!!!
  - Introduz um zero no sistema

Controlador D (cont.)

- Características
  - Melhora a estabilidade relativa (adição de zero)
  - Aumenta a rapidez de resposta
  - Efeito antecipativo
  - Amortece o sistema
  - Pode diminuir o tipo ➔ pode piorar o RP



Controlador PD

$$u(t) = K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt}$$

$$U(s) = K_p E(s) + K_d E(s)s$$

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{K_d}{K_p} s\right) E(s)$$

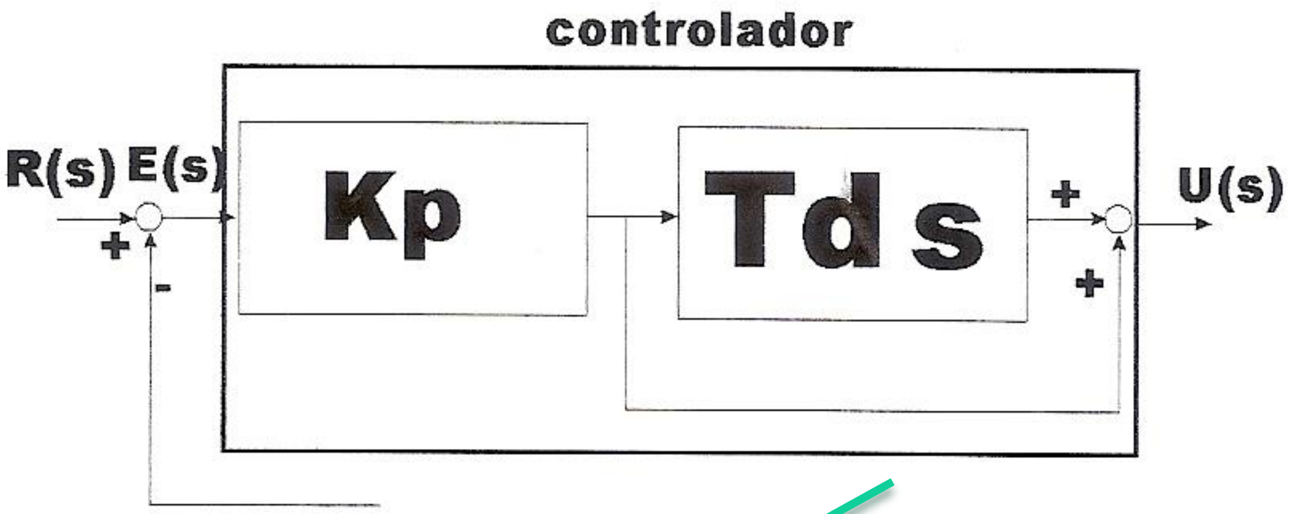
$$\text{definindo - se} \quad \frac{K_d}{K_p} = T_d$$

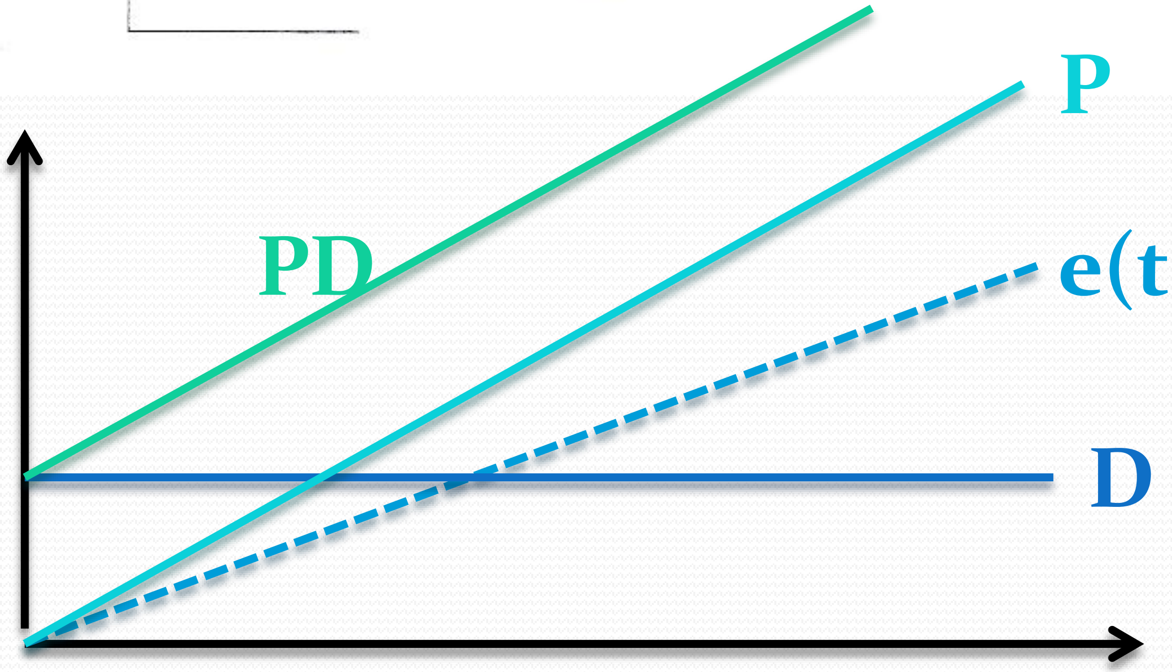
$$U(s) = K_p (1 + T_d s) E(s)$$

Para facilitar a sintonia do termo D, ao invés de T_d usar:

$\dfrac{\mathrm{T_d} s}{1 + \varepsilon s}$ onde ε é um atraso muito pequeno (constante pequena).

Controlador PD





PD (cont.)

- Características
  - Ganho D antecipa ação de controle
  - D antecipa/amortece a resposta
  - Grande correção antes que $e(t)$ cresça muito
  - Ganho D: difícil sintonia (muito sensível)
  - D amplifica ruídos (há configurações alternativas)
  - Não aumenta a ordem do sistema
  - Acrescenta um zero
  - Permite o uso de P elevado→melhora o transitório
  - Pode diminuir o tipo

Controlador PID

Conhecido também como controle de três termos.

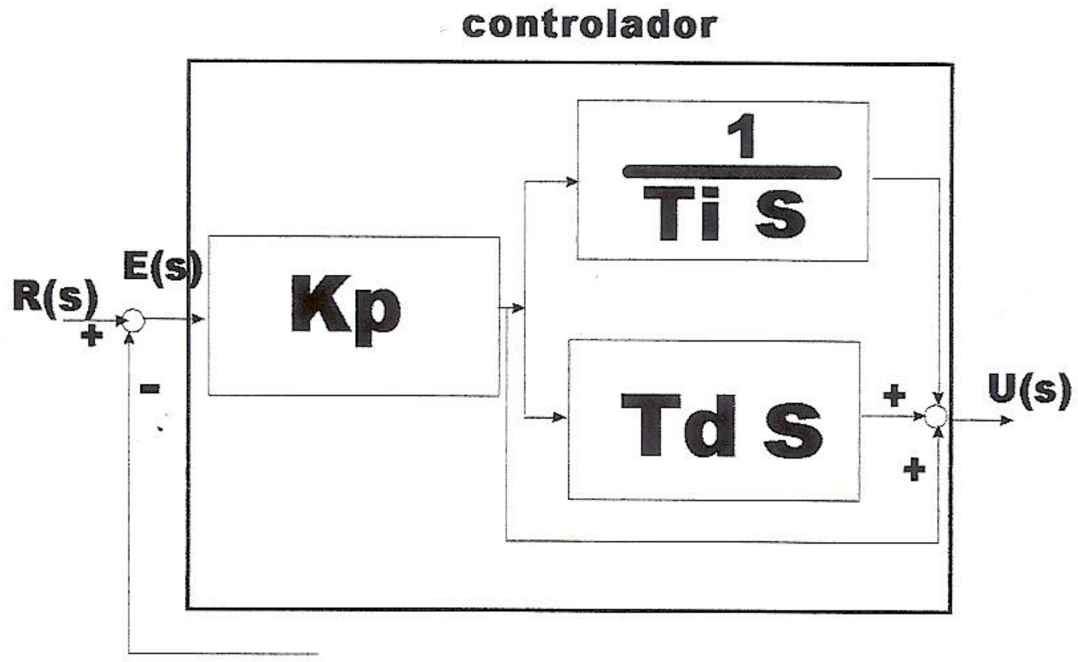
Ação de controle pode conjugar as boas características das ações P, I e D.

$$
\begin{aligned}
u(t) &= K_p e(t) + K_d \frac{de(t)}{dt} + K_i \int_0^{\tau} e(t)dt \\
U(s) &= K_p E(s) + K_d E(s)s + K_i \frac{E(s)}{s} \\
U(s) &= K_p \left(1 + \frac{K_d}{K_p} s + \frac{K_i}{K_p s}\right) E(s)
\end{aligned}
$$

$$\text{F. T.} \quad \rightarrow \quad G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(1 + T_d s + \frac{1}{T_i s}\right)$$

$$\text{F. T.} \quad \rightarrow \quad G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p \left(\frac{1 + T_i s + T_i T_d s^2}{T_i s}\right)$$

Controlador PID



PID (cont.)

Características:

- introduz 1 pólo e dois zeros no sistema (MA)
- aumenta a ordem do sistema e aumenta o tipo
- recomendável para sistemas dinâmicos com características de $2^{\underline{a}}$ ordem
- pode ser usado para controle da maioria dos sistemas industriais se exigências sobre desempenho não são grandes
- não funciona bem:
  - para sistemas com grande atraso ('time-delay')

$$\dot{y}(t) = -0,5y(t) + 0,5u(t-4)$$

PID (cont.)

- Não funciona bem:

  – sistemas de ordem muito elevada

  – quando há necessidade de rejeitar distúrbios.

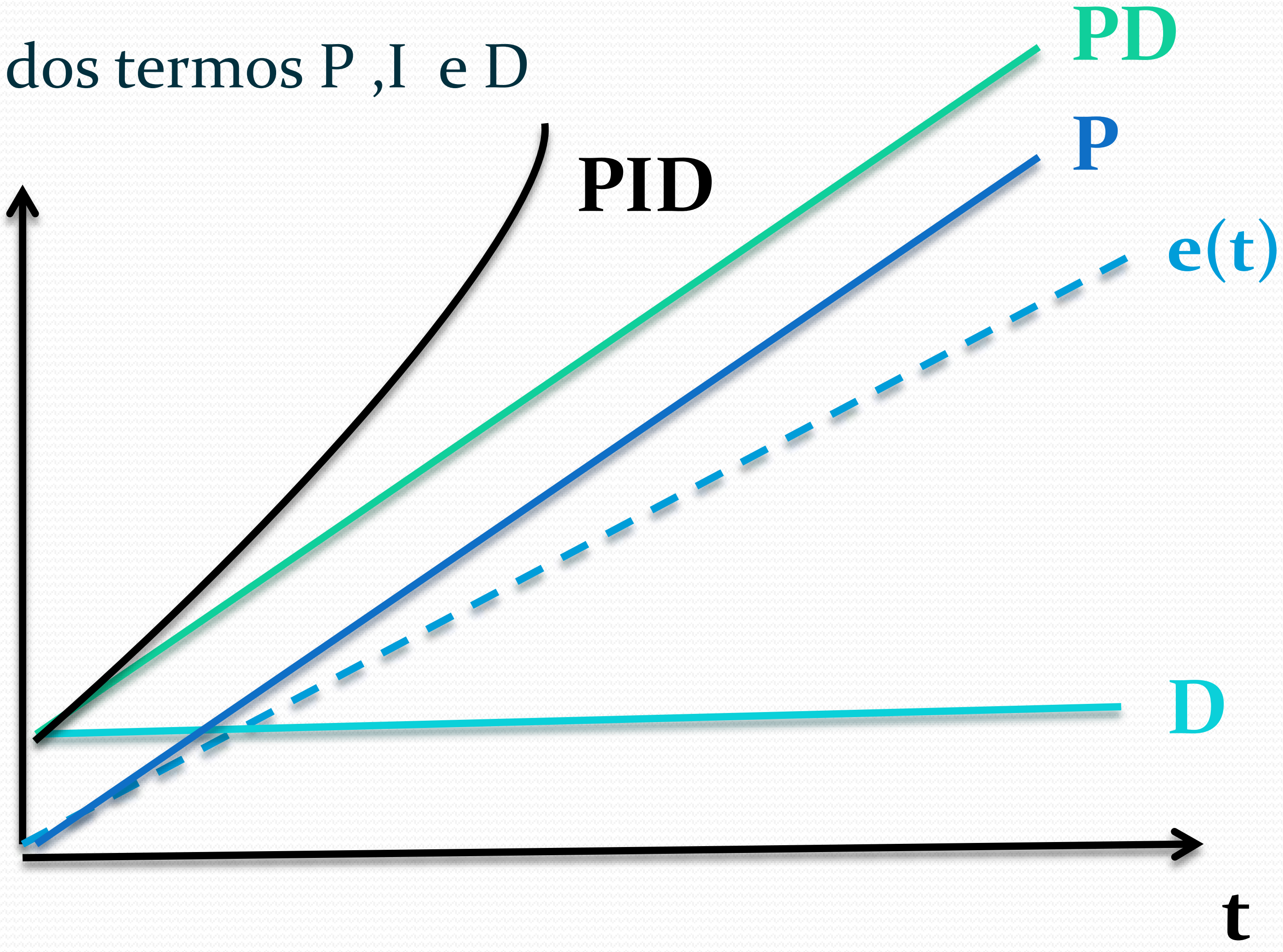
  – sistemas com modos oscilatórios (solução:filtragem)

  – Sistemas controlados onde se deseja grande precisão

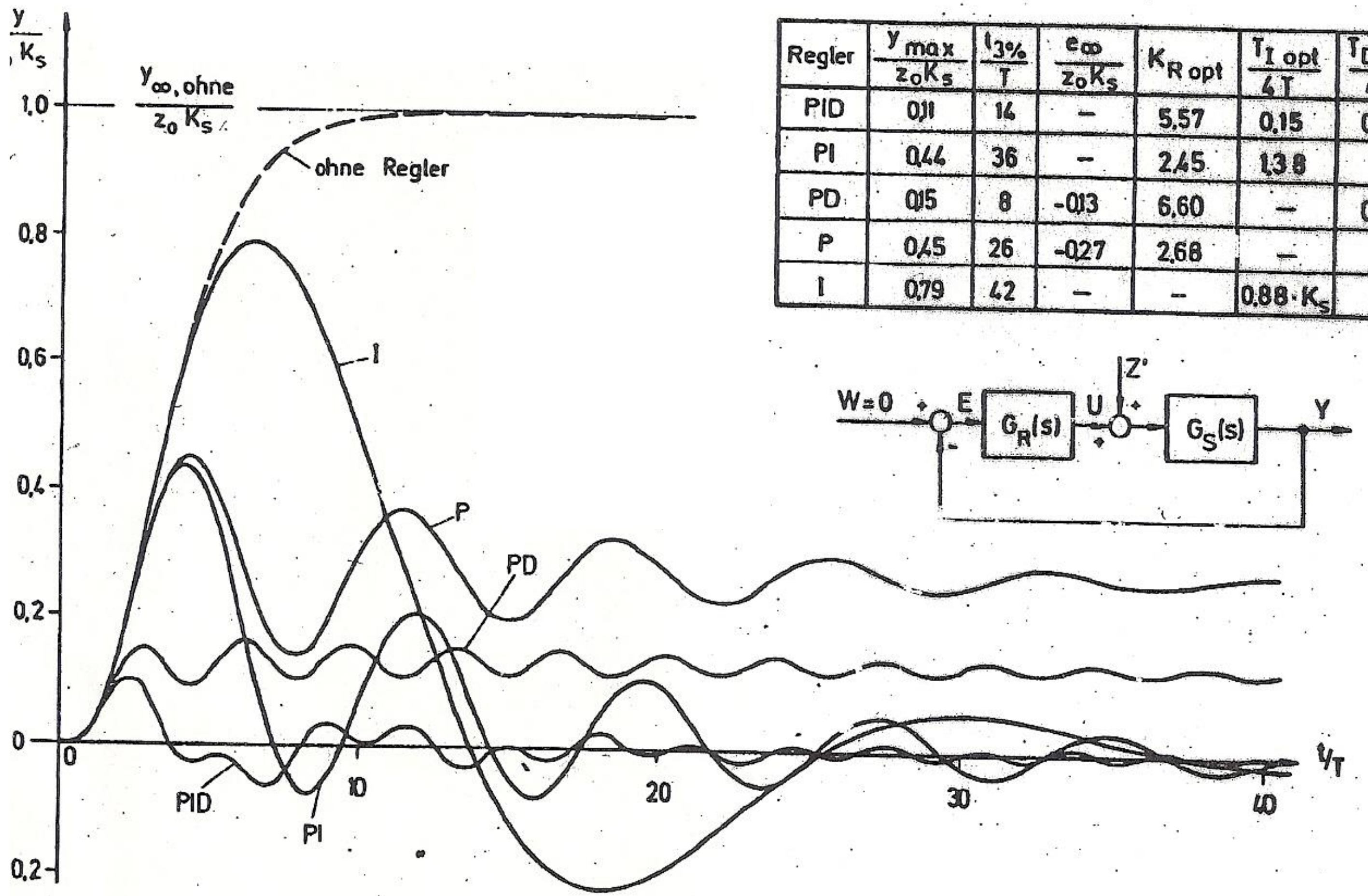
  – Sistemas com grande variação paramétrica (pouco conhecimento dos parâmetros)

PID (cont.)

- Ação dos termos P ,I e D



Regulador PID com distúrbio degrau



Regler	$\frac{y_{max}}{z_0 K_s}$	$\frac{t_{3\%}}{T}$	$\frac{e_\infty}{z_0 K_s}$	$K_{R\,opt}$	$\frac{T_{I\,opt}}{4T}$	$\frac{T_{D\,opt}}{4T}$
PID	0,11	14	–	5,57	0,15	0,67
PI	0,44	36	–	2,45	1,38	–
PD	0,15	8	-0,13	6,60	–	0,34
P	0,45	26	-0,27	2,68	–	–
I	0,79	42	–	–	$0{,}88 \cdot K_s$	–