

**REFERÊNCIAS**

**BJT - Generalidades e Princípios de Funcionamento**

**BJT - Dados Construtivos**

**Modelos do BJT**

**Modelo de Ebers-Moll  
(Grandes Sinais)**

**Modelo de Transporte de Ebers-Moll  
(Grandes Sinais)**

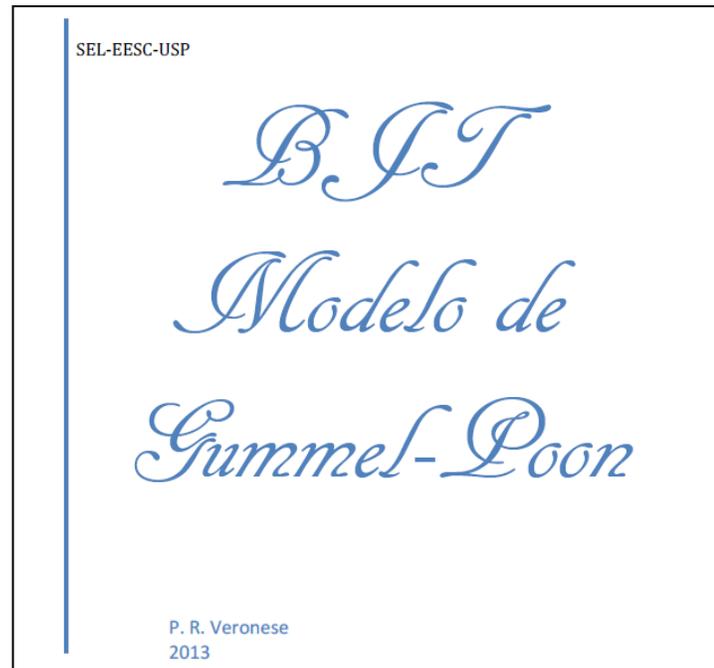
**Modelagem Não Idealizada**

**Modelo Completo de Gummel-Poon**

**Modelo de Gummel-Poon  
(Pequenos Sinais)**

**Modelo Gummel-Poon Simplificado  
(Pequenos Sinais)  
ou  
Modelo de  
Ebers-Moll Melhorado  
(Pequenos Sinais)**

Veronese PR, Cap. 5 – Transistor Bipolar de Junção (livro não publicado)



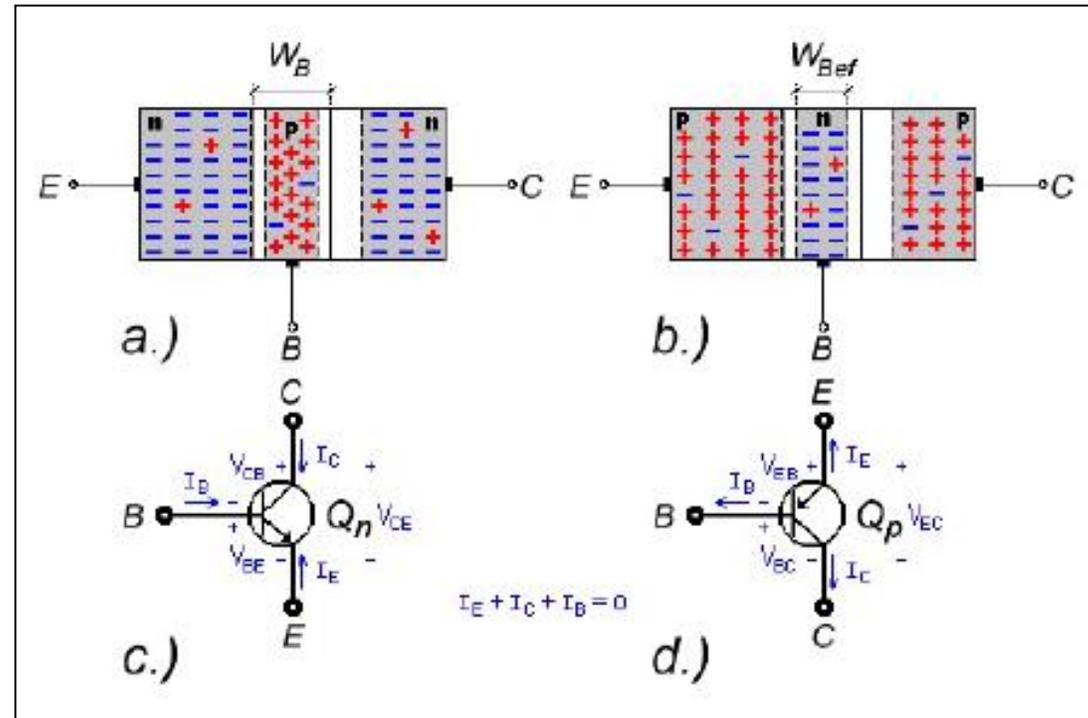
1. L. W. Nagel, "SPICE2: A Computer Program to Simulate Semiconductor Circuits," *Electronics Research Laboratory*, Rep. No. **ERL-M520**, University of California, Berkeley, 1975.
2. H. K. Gummel, H. C. Poon, "An Integral Charge Control Model of Bipolar Transistor," *Bell Syst. Tech. J.*, **49**, 827, 1970.
3. G. M. Kull, L. W. Nagel, S. W. Lee, P. Lloyd, E. J. Prendergast, and H. K. Dirks, "A Unified Circuit Model for Bipolar Transistor Including Quasi-Saturation Effects," *IEEE Transactions on Electron. Devices*, **ED-32**, 1103-1113, 1985.
4. Xiaochong Cao, J. McMacken, K. Stiles, P. Layman, J. J. Liou, A. Ortiz-Conde, S. Moinian, "Comparison of the New VBIC and Conventional Gummel-Poon Bipolar Transistor Models," *IEEE Transactions on Electron. Devices*, **47**, n° 2, Feb. 2000.
5. P. Antognetti, G. Massobrio, *Semiconductor Device Modeling with SPICE*, McGraw-Hill Int. Ed., Singapore, 1988, Cap. 2.

**BJT**

**Generalidades e Princípios  
de Funcionamento**

1

**Transistores Bipolares de Junção** (BJT - Bipolar Junction Transistor) são estruturas eletrônicas ativas constituídas de duas junções pn interdependentes, como ilustra, esquematicamente, a figura abaixo.



Cortes Esquemáticos e Simbologia do BJT. a.) Estrutura npn. b.) Estrutura pnp. c.) Símbolo do BJT npn. d.) Símbolo do BJT pnp.

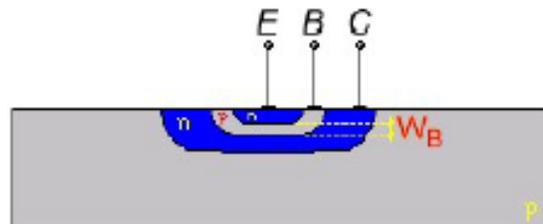
2

**Podem ser construídas com semicondutores como o silício, o germânio ou com uma estrutura mista de SiGe.** Esses semicondutores devem ser adequadamente dopados com elementos químicos dos grupos III ou V, de modo a formarem regiões do tipo p, com excesso de lacunas livres, ou do tipo n, com excesso de elétrons livres, as quais, quando em contacto íntimo, formam junções depletadas nas fronteiras e, portanto, retificadoras de corrente elétrica.

3

**As regiões mais externas têm, como função, emitir cargas livres ou coletar as cargas livres emitidas e, por isso, recebem os nomes de emissor e de coletor, respectivamente.** A região central, chamada base, controla a quantidade de emissão e de coleta dessas cargas, variando a condutividade do dispositivo e fazendo com que a corrente entre os terminais de emissor e de coletor seja modulada por uma grandeza elétrica de controle, aplicada nessa região.

**A região de base possui uma largura metalúrgica, estipulada em projeto, igual à  $W_B$  e uma largura efetiva útil, determinada pelas fronteiras da região de cargas espaciais da base, chamada  $W_{Bef}$ , cuja dimensão é essencial na análise do funcionamento do dispositivo. Como, em junções pn, correntes de elétrons e de lacunas coexistem naturalmente, o dispositivo possui característica bipolar.**

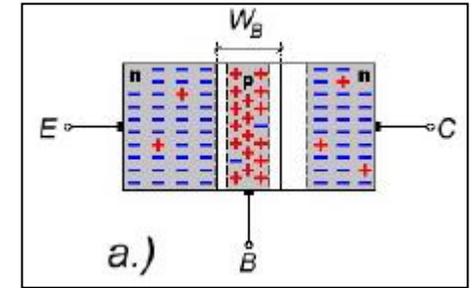


## 4

## Efeito Transistor

## 4.1

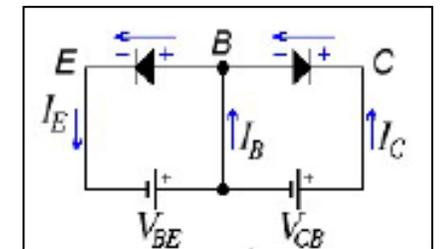
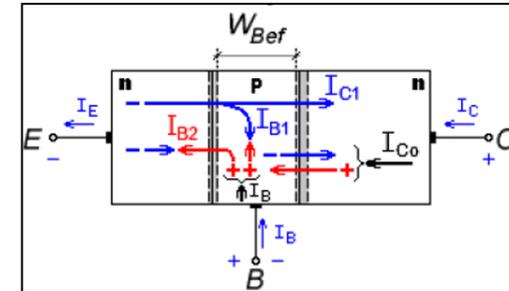
A região central (B) é comum às duas junções e, conseqüentemente, as regiões de coletor e de emissor não podem trabalhar de maneira independente. Se um potencial externo  $V_{BE}$  positivo for aplicado entre os terminais de base e de emissor da estrutura da figura o diodo  $D_{BE}$  ficará polarizado diretamente e conduzirá uma corrente  $I_{BE}$  significativa.



## 4.2

No processo de condução direta do diodo  $D_{BE}$ , lacunas serão injetadas no emissor e elétrons serão injetados na base do transistor. Os elétrons injetados na base são minoritários dessa região e sua população será diretamente proporcional à corrente direta de injeção,  $I_{BE}$ .

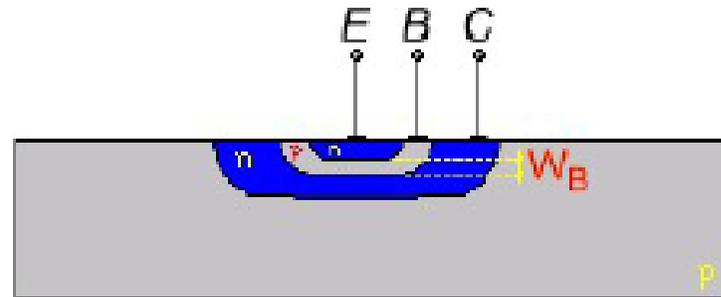
Se, ao mesmo tempo, for aplicado entre os terminais de coletor e de base do transistor, um potencial externo, positivo,  $V_{CB}$ , o diodo  $D_{BC}$ , mesmo estando polarizado reversamente, conduzirá significativamente, pois a população de minoritários na junção é elevada, graças à corrente  $I_{BE}$ . Se  $|V_{BC}| \gg |V_{BE}|$ , os minoritários injetados pela ação de  $I_{BE}$  serão, prioritariamente, coletados pelo coletor gerando, então, uma corrente  $I_{CE} \gg I_{BE}$ . As figuras ilustram esse processo.

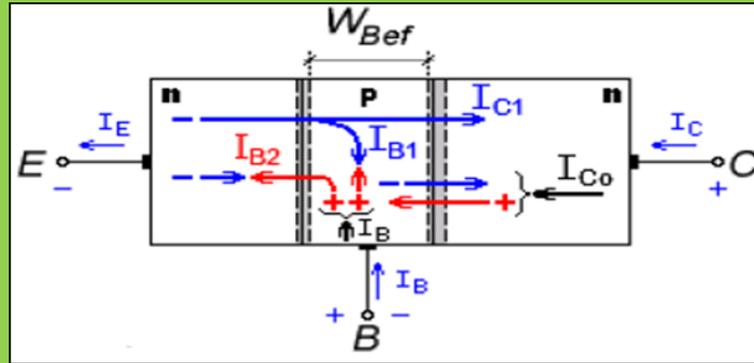


5

O efeito oriundo da coleta de minoritários injetados por  $I_B$  na região de base, gerando uma corrente reversa significativa na junção B-C, é chamado de efeito transistor. A corrente de coletor torna-se, então, diretamente proporcional à corrente de base e é, portanto, controlada por esta.

A estrutura física elementar de um transistor de junção npn é apresentada na figura abaixo. Na região direta a junção B-E deve ser polarizada diretamente e a junção B-C deve ser polarizada reversamente. Então, para transistor npn, devem valer as relações:  $V_{BE} > 0$  e  $V_{BC} < 0$ . Como  $V_{BE} - V_{BC} = V_{CE}$ , tem-se que, nessa região de polarização,  $V_{CE} > 0$ .





Quanto vale  $I_C$  ?

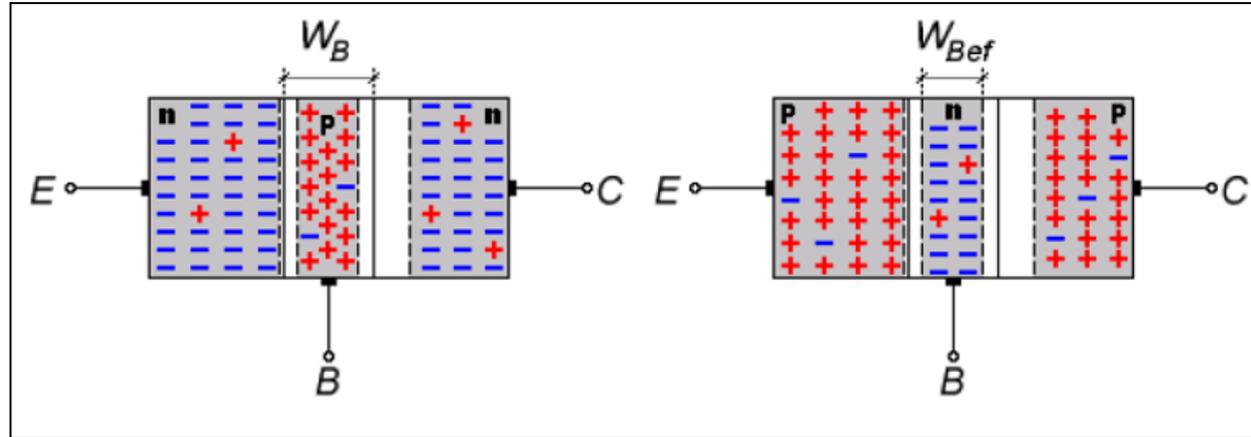
Quanto vale  $I_B$ ?

Quanto vale  $\beta_F = I_C / I_B$ ?

Quanto vale  $\alpha_F = I_C / I_E$ ?

Comparação entre  $\beta_F$

# Quanto vale $I_C$ ?



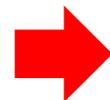
8

A região de base possui largura determinada pelas fronteiras da região de cargas espaciais da base ( $W_{bef}$ ) cuja dimensão é essencial na análise do funcionamento do dispositivo.

9

Mostra-se que:

$$I_{C1} \cong \frac{qA_E D_n n_i^2}{N_a W_{Bef}} \times \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right) = \frac{qA_E D_n n_i^2}{Q_B} \times \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right)$$



$$I_C = I_S \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right)$$

$$I_{C1} \cong \frac{qA_E D_n n_i^2}{N_A W_{Bef}} \times \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right) = \frac{qA_E D_n n_i^2}{Q_B} \times \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right)$$

$D_n$  [ $\text{cm}^2/\text{s}$ ] - constante de difusão de elétrons na base

$N_A$  [ $\text{cm}^{-3}$ ] - concentração de dopantes na base

$n_i \approx 1,45 \times 10^{10}$  [ $\text{cm}^{-3}$ ] @  $27^\circ\text{C}$  - concentração intrínseca do Si

$A_E$  [ $\text{cm}^2$ ] - área seccional de emissor

$q$  [ $\text{C}$ ] - carga do elétron

$V_t = kT/q$  [ $\text{V}$ ] - potencial térmico

$W_{Bef}$  [ $\text{cm}$ ] - largura efetiva da base

$$I_C = I_S \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right)$$

$$I_S = \frac{qA_E \bar{D}_n n_i^2}{N_a W_{Bef}} = \frac{qA_E \bar{D}_n n_i^2}{Q_B} \quad [\text{A}] \quad 0,1 \text{ fA} \leq I_S \leq 10 \text{ fA}$$

**NPN**

$\bar{D}_n$  [cm<sup>2</sup>/s] - valor médio da constante de difusão de elétrons na base  
 $N_a$  [cm<sup>-3</sup>] - concentração de dopantes, considerada uniforme, na base  
 $n_i \approx 1,45 \times 10^{10}$  [cm<sup>-3</sup>] @ 27°C - concentração intrínseca do Si  
 $A_E$  [cm<sup>2</sup>] - área seccional de emissor  
 $q$  [C] - carga do elétron  
 $V_t = kT/q$  [V] - potencial térmico  
 $W_{Bef}$  [cm] - largura efetiva da base

$$I_C = I_S \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right)$$

$$I_S = \frac{qA_E \bar{D}_p n_i^2}{N_d W_{Bef}} = \frac{qA_E \bar{D}_p n_i^2}{Q_B} \quad [\text{A}]$$

$$0,1 \text{ fA} \leq I_S \leq 10 \text{ fA}$$

PNP

$\bar{D}_p$  [cm<sup>2</sup>/s] - valor médio da constante de difusão de lacunas na base

$N_d$  [cm<sup>-3</sup>] - concentração de dopantes, considerada uniforme, na base

$n_i \approx 1,45 \times 10^{10}$  [cm<sup>-3</sup>] @ 27°C - concentração intrínseca do silício

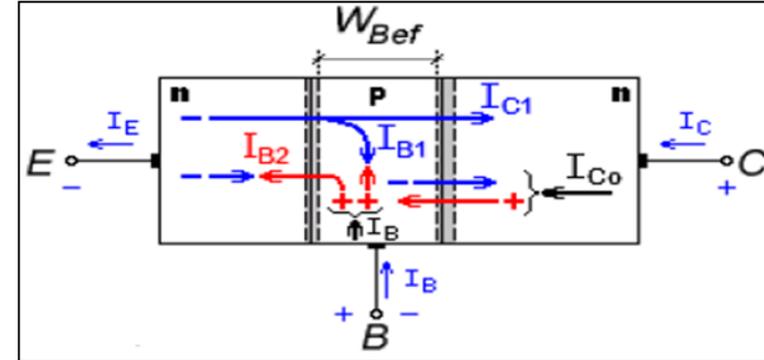
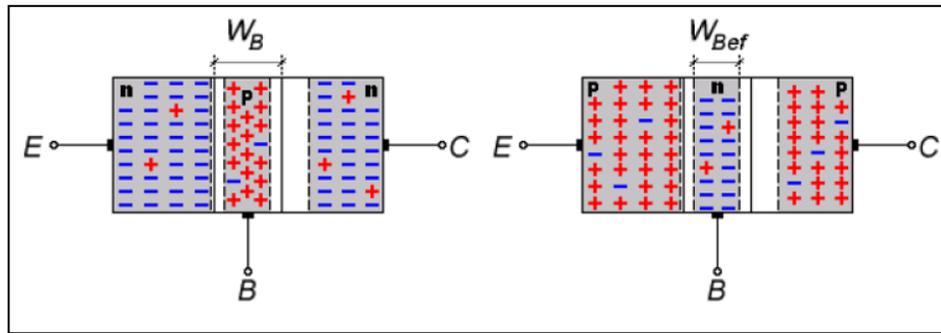
$A_E$  [cm<sup>2</sup>] - área seccional de emissor

$q$  [C] - carga do elétron

$V_t = kT/q$  [V] - potencial térmico

$W_{Bef}$  [cm] - largura efetiva da base

# Quanto vale $I_B$ ?



$I_{B1}$  representa a corrente de recombinação de elétrons injetados pelo emissor e recombinados na base

$I_{B2}$  representa a corrente de recombinação de lacunas injetadas pela base e recombinadas no emissor.

Para transistores convencionais usados em circuitos integrados, a parcela  $I_{B1}$  da corrente de base é pequena comparada à parcela  $I_{B2}$ .

10

$I_{B1}$  representa a corrente de recombinação de elétrons injetados pelo emissor e recombinados na base

Mostra-se que:

$$I_{B1} = -\frac{qA_E n_{po} W_{Bef}}{2\tau_B} \times \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right) \quad [\text{A}]$$

$A_E$  [ $\text{cm}^2$ ] - área seccional de emissor

$q$  [C] - carga do elétron

$V_t = kT/q$  [V] - potencial térmico

$n_{po}$  - concentração de elétrons minoritários no lado p

$W_{Bef}$  - largura de base efetiva

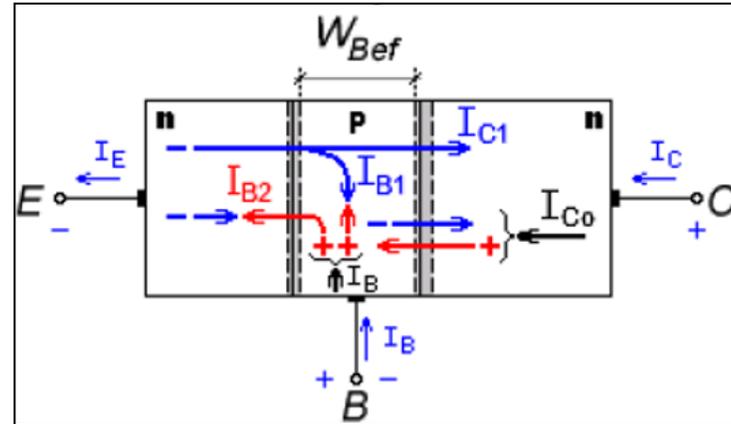
$\tau_B$  (s) - tempo de vida de minoritários (elétrons) na base

11

$I_{B2}$  representa a corrente de recombinação de lacunas injetadas pela base e recombinadas no emissor.

Mostra-se que:

$$I_{B2} = \frac{qA_E D_p n_i^2}{L_p N_d} \times \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right) \quad [\text{A}]$$



$D_p$  [cm<sup>2</sup>/s] é a constante de difusão de lacunas no emissor

$N_d$  [cm<sup>-3</sup>] é a concentração de dopantes, considerada uniforme, no emissor

$n_i \approx 1,45 \times 10^{10}$  [cm<sup>-3</sup>] @ 27°C é a concentração intrínseca do silício

$A_E$  [cm<sup>2</sup>] é a área seccional de emissor

$q$  [C] é a carga do elétron

$V_t = kT/q$  [V] é o potencial térmico

$L_p$  [cm] é o comprimento de difusão de lacunas no emissor.

13 A corrente total de base ( $I_B$ ) vale, portanto:

$$I_B = I_{B2} - I_{B1} = qA_E n_i^2 \times \left( \frac{W_{Bef}}{2\tau_B N_a} + \frac{D_p}{L_p N_d} \right) \times \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_i}} - 1 \right) \quad [\text{A}]$$

Quanto vale  $\beta_F = I_C / I_B$  ?

$\beta_F$  é o ganho direto de corrente

$$I_{C1} \cong \frac{qA_E D_n n_i^2}{N_a W_{Bef}} \times \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_i}} - 1 \right) = \frac{qA_E D_n n_i^2}{Q_B} \times \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_i}} - 1 \right)$$

$$I_B = I_{B2} - I_{B1} = qA_E n_i^2 \times \left( \frac{W_{Bef}}{2\tau_B N_a} + \frac{D_p}{L_p N_d} \right) \times \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_i}} - 1 \right)$$

Pela divisão  $I_C$  e  $I_B$  obtem-se  $\beta_F$ :

$$\beta_F = \frac{\frac{qA_E D_n n_i^2}{N_a W_{Bef}}}{qA_E n_i^2 \times \left( \frac{W_{Bef}}{2\tau_B N_a} + \frac{D_p}{L_p N_d} \right)} = \frac{\frac{D_n}{N_a W_{Bef}}}{\frac{W_{Bef}}{2\tau_B N_a} + \frac{D_p}{L_p N_d}} \longrightarrow$$

$$\beta_F = \frac{1}{\frac{W_{Bef}^2}{2\tau_B D_n} + \frac{D_p}{D_n} \times \frac{W_{Bef}}{L_p} \times \frac{N_a}{N_d}}$$

**NPN**

$$\beta_F = \frac{1}{\frac{W_{Bef}^2}{2\tau_B D_p} + \frac{D_n}{D_p} \times \frac{W_{Bef}}{L_n} \times \frac{N_d}{N_a}}$$

**PNP**



$$\beta_F = \frac{1}{\frac{W_{Bef}^2}{2\tau_B D_n} + \frac{D_p}{D_n} \times \frac{W_{Bef}}{L_p} \times \frac{N_a}{N_d}}$$

**NPN**

e

$$\beta_F = \frac{1}{\frac{W_{Bef}^2}{2\tau_B D_p} + \frac{D_n}{D_p} \times \frac{W_{Bef}}{L_n} \times \frac{N_d}{N_a}}$$

**PNP**

$D_n$  [cm<sup>2</sup>/s] - constante de difusão de elétrons no emissor

$D_p$  [cm<sup>2</sup>/s] - constante de difusão de lacunas na base

$N_d$  [cm<sup>-3</sup>] - concentração de dopantes, considerada uniforme, na base

$N_a$  [cm<sup>-3</sup>] - concentração de dopantes, considerada uniforme, no emissor

$L_p$  [cm] - comprimento de difusão de buracos no emissor

$L_n$  [cm] - comprimento de difusão de elétrons no emissor

$\tau_B$  [s] - tempo de vida de minoritários (elétrons) na base

$W_{Bef}$  [cm] - largura efetiva de base

## Quanto vale $\alpha_F = I_C / I_E$ ?

A corrente total de coletor inclui uma **componente de fuga reversa na junção B-C, chamada de  $I_{co}$**  (figura abaixo), desprezível em temperatura ambiente. Desprezando-se  $I_{co}$  e analisando-se o esquema da figura conclui-se que:

$$I_E = I_C + I_B \longrightarrow I_E = I_C + I_C / \beta_F \longrightarrow \alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1}$$
$$I_E = I_C / \alpha_F$$

## NPN

$$\alpha_F = \frac{\beta_F}{\beta_F + 1}$$

$$\beta_F = \frac{1}{\frac{W_{Bef}^2}{2\tau_B D_n} + \frac{D_p}{D_n} \times \frac{W_{Bef}}{L_p} \times \frac{N_a}{N_d}}$$

$$\alpha_F = \alpha_T \gamma$$

$$\alpha_T = \frac{2\tau_B D_n}{2\tau_B D_n + W_{Bef}^2}$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{D_p}{D_n} \times \frac{W_{Bef}}{L_p} \times \frac{N_a}{N_d}}$$

$$\alpha_F = \alpha_T \gamma$$

$$\alpha_T = \frac{2\tau_B D_n}{2\tau_B D_n + W_{Bef}^2}$$



A grandeza  $\alpha_T$ , chamada de **fator de transporte de base**, representa a razão entre as cargas que alcançam o coletor e as cargas injetadas na base pelo emissor.

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{D_p}{D_n} \times \frac{W_{Bef}}{L_p} \times \frac{N_a}{N_d}}$$



A grandeza  $\gamma$ , chamada de **eficiência de injeção de emissor**, representa a razão entre a corrente de minoritários injetados na base pelo emissor e a corrente total (elétrons + lacunas) que cruza a junção B-E.

Idealmente  $\gamma \rightarrow 1$ , se  $W_{Bef} \ll L_p$  e  $N_d \gg N_a$

Idealmente  $\alpha_T \rightarrow 1$  e conseqüentemente  $\alpha_F \rightarrow 1$  se  $W_{Bef}$  for muito pequeno

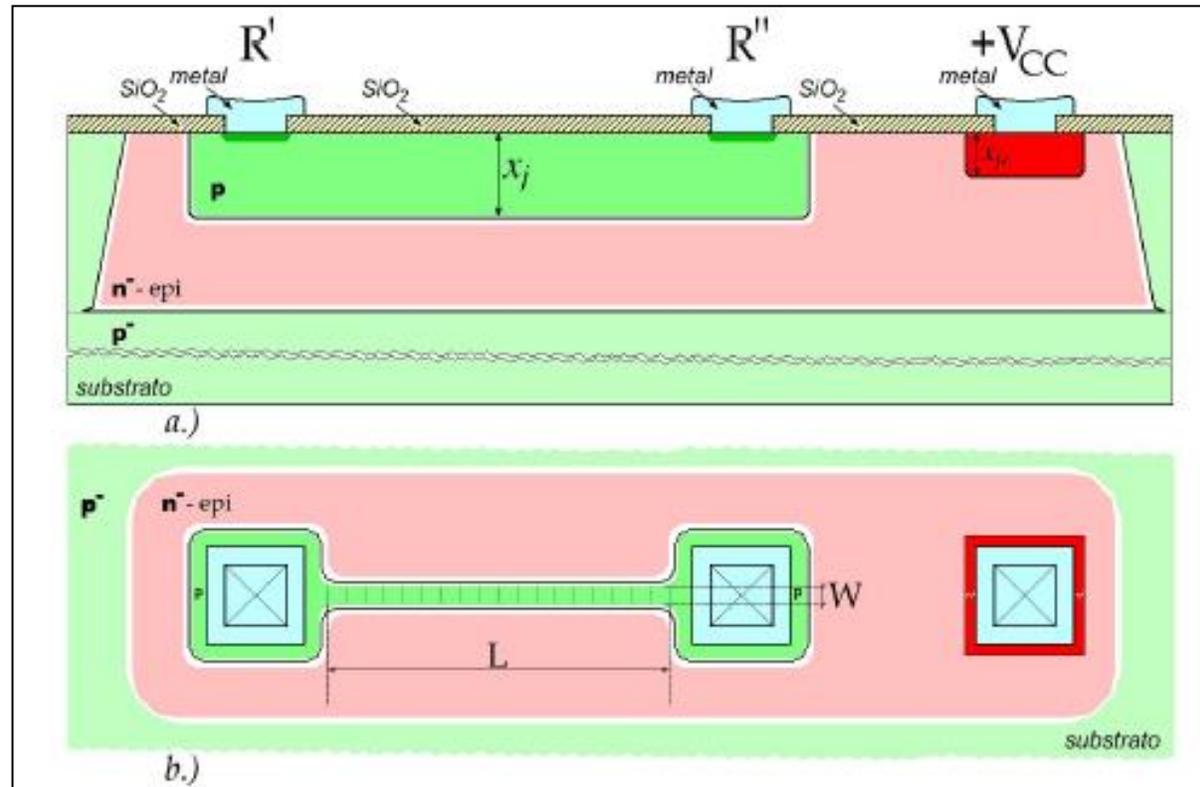
**BJT**

**Dados Construtivos**

4

O item <Dados Construtivos> da referência <Cap. 5 – Transistor Bipolar de Junção> de autoria de Paulo R Veronese, apresenta detalhes construtivos de dispositivos integrados.

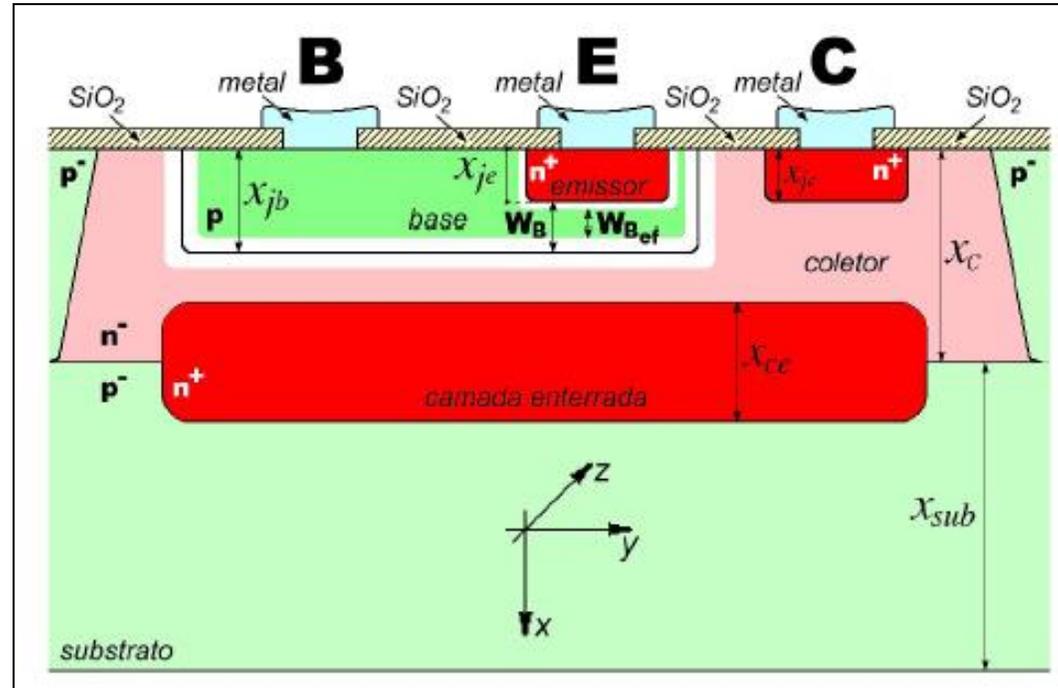
A figura abaixo refere-se a produção de um resistor integrado a partir da dopagem de silício.



Resistor Integrado R'R'': a.) Corte Esquemático. b.) Planta.

5

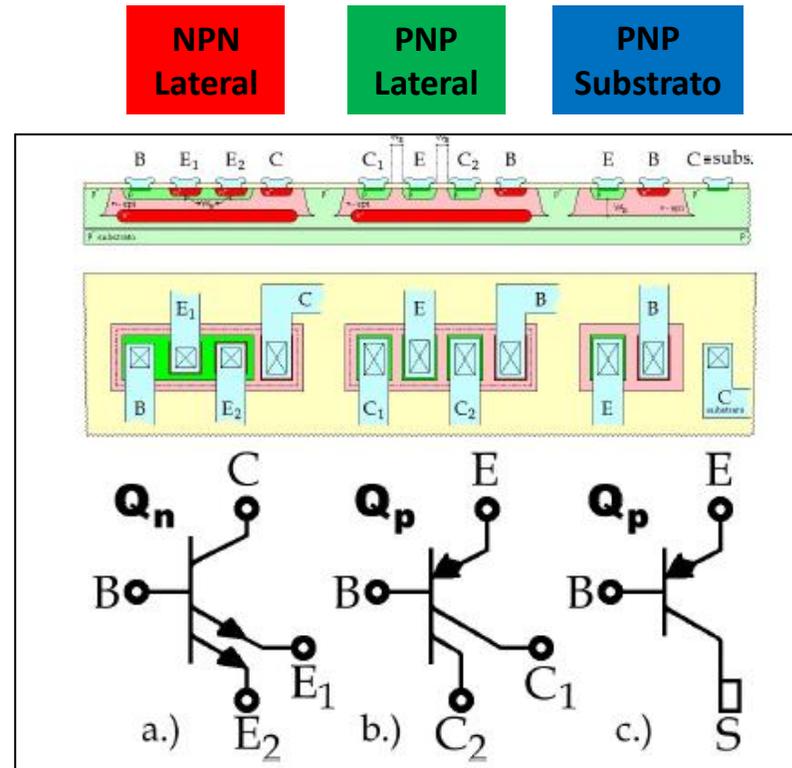
A figura abaixo mostra o corte seccional esquemático de um transistor bipolar npn, típico de circuitos integrados analógicos, com isolamento entre dispositivos feita por junções pn. Esse tipo de transistor normalmente é usado como dispositivo de amplificação analógica e apresenta fator de amplificação de corrente bem elevado, isto é,  $200 \leq \beta_F \leq 500$ .



Corte Esquemático de um Transistor npn

6

Se transistores do tipo pnp, nos quais a corrente de coletor é gerada por difusão de lacunas, forem necessários para a composição do circuito, duas estruturas construtivas são possíveis nesse tipo de substrato: a **pnp lateral** e a **pnp substrato**. Em processos mais modernos e muito mais caros, é possível a **construção de regiões p e n, isoladas entre si por trincheiras de óxido de silício**, dentro de um mesmo substrato. Esses processos, chamados de totalmente complementares, possibilitam que transistores npn e pnp de qualidades equivalentes sejam obtidos.

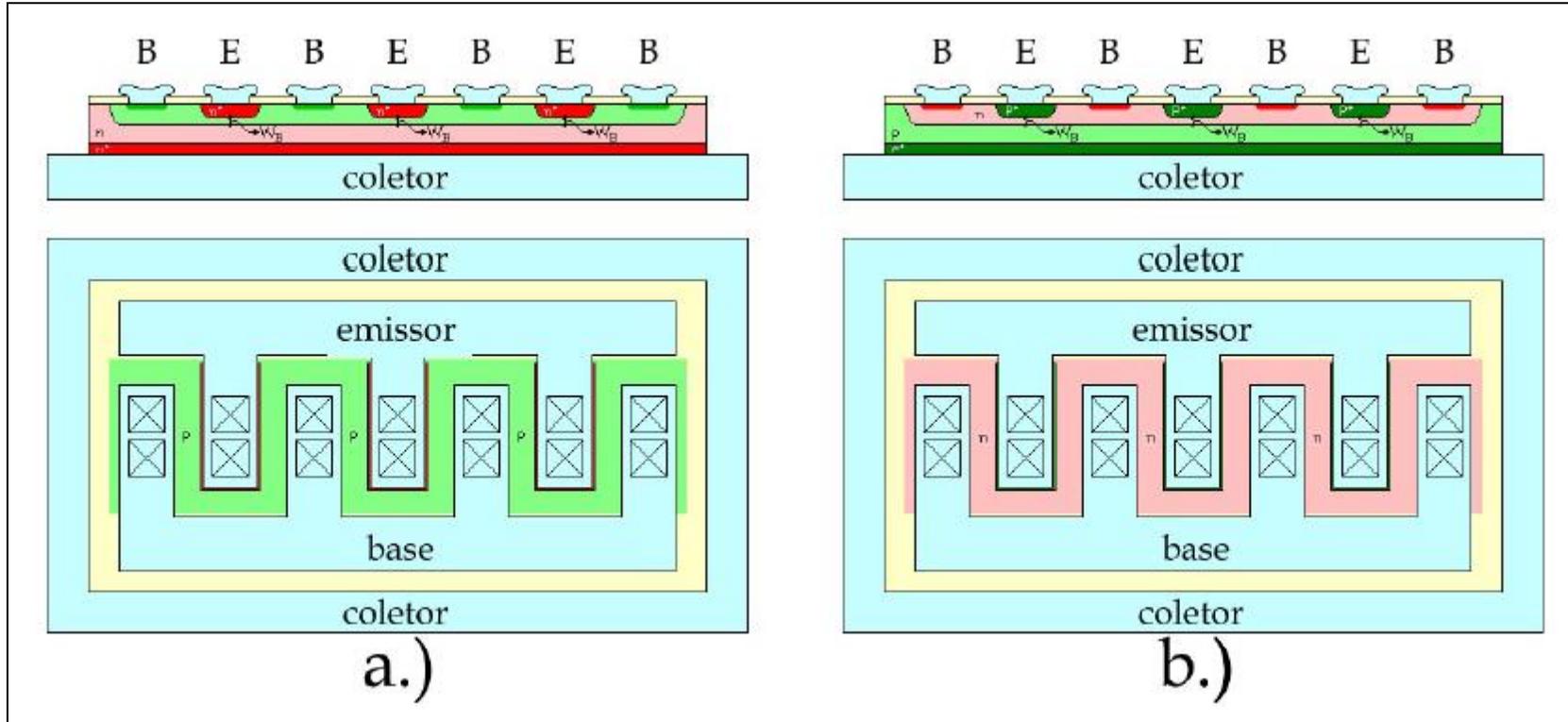


Cortes Seccionais, Plantas e Símbolos de Transistores Bipolares Construídos a Partir de um Substrato do Tipo p. a.) Tipo npn. b.) Tipo pnp Lateral. c.) Tipo pnp Substrato.

7 A figura mostra a construção de dispositivos bipolares discretizados.

**NPN**

**PNP**



Transistores Bipolares Discretizados a.) Tipo npn. b.) Tipo pnp.

# Modelos do BJT

Para que um dispositivo eletrônico possa ser utilizado praticamente em cálculos de circuitos, **equações matemáticas que retratem o comportamento físico do mesmo devem ser desenvolvidas.** A maneira mais adequada de se fazer isso é através da substituição do componente por um modelo elétrico equacionável que consiga representá-lo da maneira mais precisa possível.

Serão vistos a seguir alguns modelos elétricos usados para o BJT.

# Modelo de Ebers-Moll (Grandes Sinais)

## Referências

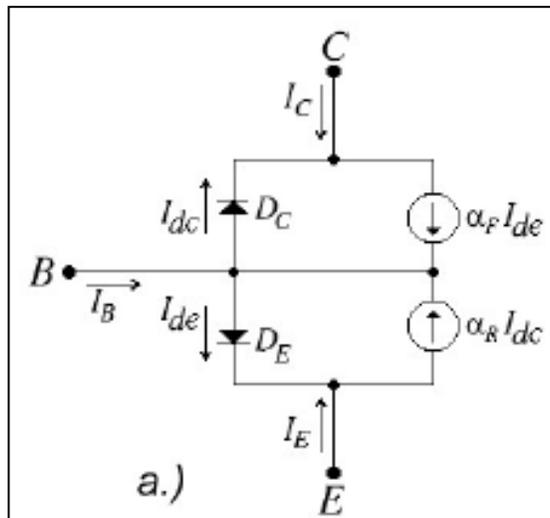
Ebers JJ, Moll JL, Large-Signal Behavior of Junction Transistor. Proceeding of the IRE, 42, pp 1761-1772, 1954.

Veronese PR, Apostila “BJT – Introdução”, Escola de Engenharia de São Carlos, 2015.

Veronese PR, Cap. 5 – Transistor Bipolar de Junção (livro não publicado)

1

O primeiro modelo prático eficiente para o BJT, embora idealizado, foi desenvolvido pelos físicos Ebers e Moll em 1954 [4]. Esse modelo, válido para grandes sinais, consiste na adição de fontes de corrente, representando o efeito transistor.



**As correntes  $I_{dc}$  e  $I_{de}$  são as normais das junções pn de B-C e de B-E, respectivamente.**

**As fontes de corrente  $\alpha_F I_{de}$  e  $\alpha_R I_{dc}$  representam o efeito transistor (coleta de excesso de minoritários injetados na base), nos sentido direto e reverso, respectivamente.**

Como mostrado, dependendo de alguns fatores físicos e geométricos, se  $|V_{CB}| \gg |V_{BE}|$ , a corrente coletada pelo coletor será significativamente superior à corrente absorvida externamente pela base, isto é,  $I_C \gg I_B$ . Essa proporcionalidade entre grandezas de transporte de cargas ( $I_C \propto I_B$  e  $I_C \gg I_B$ ) dá ao dispositivo uma característica marcante de amplificação de corrente. A constante de proporcionalidade entre as duas correntes, idealizada neste modelo e denotada por  $\beta_F$ , é o fator de amplificação de corrente do dispositivo.

2 O uso deste modelo resulta nas seguintes equações de  $I_C$ ,  $I_B$  e  $I_E$ :

$$I_C = \alpha_F I_{SE} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right) - I_{SC} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right)$$

$$I_B = (1 - \alpha_F) I_{SE} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right) + (1 - \alpha_R) I_{SC} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1 \right)$$

$$I_E = I_{SE} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right) - \alpha_R I_{SC} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1 \right)$$

Em função das tensões de polarização externas, o transistor npn pode estar polarizado em quatro regiões distintas de trabalho.

**Região Ativa Direta** ( $V_{BE} > 0$  e  $V_{BC} < 0$ )

**Região Ativa Reversa** ( $V_{BE} < 0$  e  $V_{BC} > 0$ )

**Região de Corte** ( $V_{BE} < 0$  e  $V_{BC} < 0$ )

**Região de Saturação** ( $V_{BE} > 0$  e  $V_{BC} > 0$ )

3 As equações de  $I_C$ ,  $I_B$  e  $I_E$  nestas quatro regiões são descritas nas referências de autoria de Paulo R Veronese.

4

A **região ativa reversa** ( $V_{BE} < 0$  e  $V_{BC} > 0$ ) é caracterizada por uma polarização semelhante com os terminais de coletor e de emissor trocados entre si. O coletor, portanto, passará a emitir cargas e o emissor, por outro lado, passará a coletar cargas.

Como o transistor não é simétrico e como essas regiões não foram otimizadas para exercer essas funções, o rendimento eletrônico do dispositivo cairá e o ganho de corrente será igual a  $\beta_R \ll \beta_F$ .

O ganho reverso de corrente de transistores npn convencionais, usados em circuitos integrados, fica na faixa  $1 \leq \beta_R \leq 5$ , podendo, em eletrônica discretizada, estender-se para a faixa  $1 \leq \beta_R \leq 20$ . Como regra geral, pode-se afirmar que, quanto maior for o  $\beta_F$  do transistor, menor será seu  $\beta_R$ .

# Modelo de Transporte de Ebers-Moll (Grandes Sinais)

## Referências

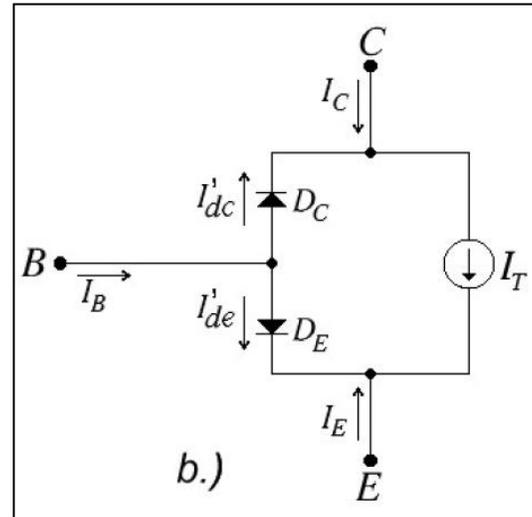
Ebers JJ, Moll JL, Large-Signal Behavior of Junction Transistor. Proceeding of the IRE, 42, pp 1761-1772, 1954.

Veronese PR, Apostila “BJT – Introdução”, Escola de Engenharia de São Carlos, 2015.

Veronese PR, Cap. 5 – Transistor Bipolar de Junção (livro não publicado)

1

Um modelo alternativo, derivado do Modelo de Ebers-Moll e mais maleável que este, é o modelo apresentado na figura abaixo, chamado de **Modelo de Transporte de Ebers-Moll**.



Nesse modelo, as duas fontes de corrente anteriores são substituídas por apenas uma, equivalente, que engloba todo o efeito transistor. Essa fonte foi denominada de fonte de corrente de transporte,  $I_T$ , cujo valor adequado vale:

$$I_T = I_S \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} \right)$$

2 O uso deste modelo resulta nas seguintes equações de  $I_C$ ,  $I_B$  e  $I_E$ :

$$I_C = I_S \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right) - \left( \frac{\beta_R + 1}{\beta_R} \right) I_S \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1 \right)$$

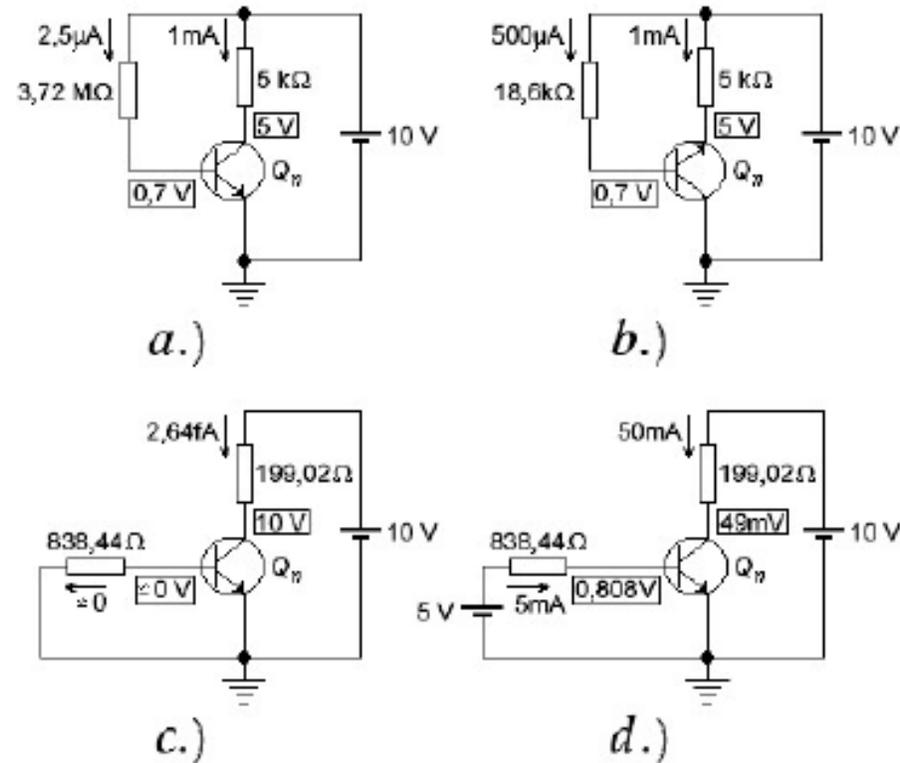
$$I_B = \frac{I_S}{\beta_F} \left( e^{\frac{V_{BE}}{V_t}} - 1 \right) + \frac{I_S}{\beta_R} \left( e^{\frac{V_{BC}}{V_t}} - 1 \right)$$

3 Os três parâmetros de modelagem ( $I_S$ ,  $\beta_F$  e  $\beta_R$ ) usados por esse modelo para a polarização de circuitos com BJT, mostrados na tabela abaixo, são insuficientes para retratar com precisão um componente real !

Parâmetro	Descrição	Faixa de Valores Práticos	Default
$I_S$	Corrente de Transporte	0,1 fA ~ 100 nA	0,1 fA
$\beta_F$	Ganho Direto de Corrente	10 ~ 900	100
$\beta_R$	Ganho Reverso de Corrente	1 ~ 20	1

4

Exemplos numéricos de polarização nas quatro regiões de operação, com base nas equações de  $I_C$ ,  $I_B$  e  $I_E$ , são descritos na apostila de autoria de Paulo R Veronese. Os resultados destes cálculos são mostrados na figura abaixo.



Transistor npn nas Quatro Regiões de Polarização. a.) Região Ativa Direta. b.) Região Ativa Reversa. c.) Região de Corte. d.) Região de Saturação.

# Modelagem Não Idealizada

O **modelo de Ebers-Moll** comentado, totalmente idealizado, **possui uma importância didática incontestável, mas, em compensação, uma validade prática muito pequena.**

**Os três parâmetros de modelagem ( $I_s$ ,  $\beta_F$  e  $\beta_R$ ), usados por esse modelo, são insuficientes para retratar com precisão um componente real.**

Muitas vezes em cálculos manuais, face à complexidade de modelos mais evoluídos, o modelo de Ebers-Moll pode ser usado, mas o usuário deve ter ciência de que os resultados obtidos são apenas indicativos e não conclusivos.

Para que os cálculos tornem-se mais realísticos, efeitos de segunda ordem devem ser equacionados e agregados ao modelo idealizado, mesmo que esse equacionamento seja totalmente empírico.

**Um modelo mundialmente aceito e de boa precisão é o de Gummel-Poon [8], usado como base na modelagem de transistores bipolares em simuladores computacionais de circuitos (CAD) !**

1

**Adicionando-se empiricamente ao modelo de Ebers-Moll outros os efeitos** obtém-se um modelo razoavelmente preciso do BJT, capaz de retratá-lo adequadamente em simuladores de circuitos eletrônicos.

1.1

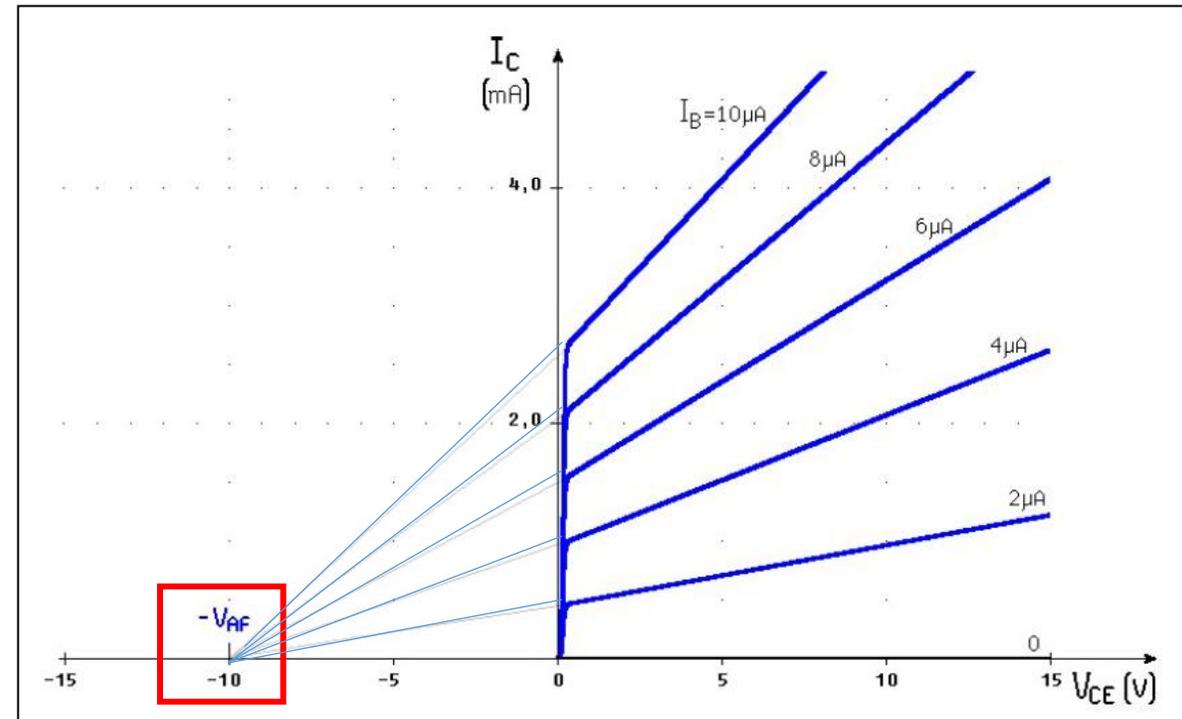
### Efeitos de Segunda Ordem na Região Ativa Direta

A espessura  $W_{\text{Bef}}$  não pode permanecer constante frente as variações de  $V_{\text{BE}}$  e  $V_{\text{BC}}$  e, conseqüentemente,  $\beta$  também não. Esse efeito foi primeiramente estudado pelo físico J. M. Early [9] e não foi adicionado ao modelo de Ebers-Moll.

1.1a

O **efeito Early** é, então, equacionado, caracterizando-se a relação entre  $I_{\text{C}}$  e  $V_{\text{CE}}$ , com  $I_{\text{B}}$  constante, englobando-se, assim, os efeitos das duas tensões.

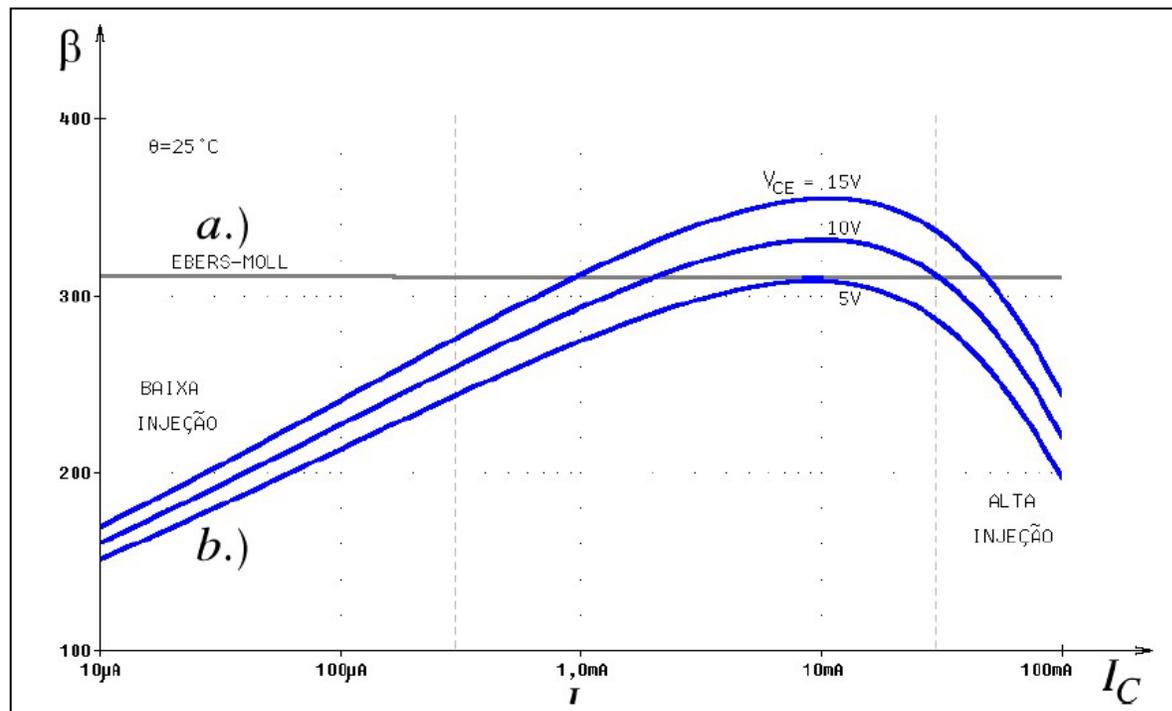
A Figura apresenta a família de curvas de  $I_{\text{C}}$  x  $V_{\text{CE}}$ , parametrizadas em relação à  $I_{\text{B}}$ , de um transistor npn com o efeito Early fortemente ressaltado.



As curvas de  $I_{\text{C}}$  x  $V_{\text{CE}}$  convergem para  $V_{\text{AF}}$

## 1.1b Outros Efeitos

A Figura ao lado ilustra as características típicas de  $\beta \times I_C$  @ 25°C de um transistor npn para pequenos sinais considerando-se o efeito Early e outros efeitos de segunda ordem (influência  $V_{BE} \times I_C$  e  $\beta \times I_C$ ): Efeito Kirk de alta injeção e Efeito Kirk de baixa injeção.



Características Típicas de  $\beta \times I_C$  de um Transistor npn para Pequenos Sinais:  
a.) Modelo de Ebers-Moll.  
b.) Modelo de Gummel-Poon.

## 1.2 Perdas Ôhmicas

No desenvolvimento dos cálculos efetuados para dispositivos semicondutores, para que a teoria seja totalmente válida, as regiões ativas são consideradas neutras, homoganeamente dopadas e, conseqüentemente, sem gradientes de cargas, campo elétrico e potencial em seu interior.

No dispositivo real, no entanto, isso não é verdadeiro !

**A base**, por exemplo, fraca ou medianamente dopada, muitas vezes com uma densidade gradual de dopagem e com uma área seccional de condução muito confinada na região do efeito transistor, **apresenta perdas ôhmicas significativas e variáveis em função da maior ou menor injeção de portadores externos.**

**O coletor**, algumas vezes, muito fracamente dopado na região fora da camada enterrada, também **pode apresentar uma perda resistiva importante**. Além disso, os contatos metal-semicondutor para as ligações externas dessas regiões também não são totalmente transparentes à locomoção de portadores.

Todos esses efeitos de perdas foram acrescentados ao modelo de Gummel-Poon do BJT através da colocação de três resistores em série com os respectivos terminais externos [11]. Esses efeitos são:

**Resistência de Perdas de Base ( $r_B$ )**

**Resistência de Perdas de Coletor ( $r_C$ )**

**Resistência de Perdas de Emissor ( $r_E$ )**

# **Modelo Completo de Gummel-Poon**

1

A partir da década de 1970 a Engenharia Eletrônica de semicondutores começou a sofrer grande avanço em ensino e em pesquisa. Projetos e desenvolvimentos de circuitos integrados de alto desempenho tornaram-se, portanto, iminentes. Para que esse fim fosse alcançado, no entanto, ferramentas adequadas tiveram que ser desenvolvidas. Uma ferramenta fundamental criada nessa época foi o programa de simulação de circuitos eletrônicos conhecido como **SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis)**, desenvolvido na Universidade da Califórnia, Berkeley, sem o qual a verificação e a otimização de projetos de circuitos, com média e alta escala de integração, torna-se praticamente impossível [1].

1. L. W. Nagel, "SPICE2: A Computer Program to Simulate Semiconductor Circuits," *Electronics Research Laboratory, Rep. No. ERL-M520, University of California, Berkeley, 1975.*

2

Um programa de simulação só pode ser eficiente e confiável, no entanto, se os modelos usados para retratar os componentes elétricos e eletrônicos forem consistentes. Para o transistor bipolar de junção (*BJT*) o modelo escolhido foi o de Gummel-Poon, com 56 parâmetros de modelagem [2].

2. H. K. Gummel, H. C. Poon, "An Integral Charge Control Model of Bipolar Transistor," *Bell Syst. Tech. J.*, **49**, 827, 1970.

3

Esse modelo, embora não absolutamente perfeito, é bastante abrangente e preciso para as necessidades da Eletrônica analógica bipolar moderna e obteve melhorias e atualizações ao passar dos anos, conforme as evoluções tecnológicas vão exigindo [3].

3. G. M. Kull, L. W. Nagel, S. W. Lee, P. Lloyd, E. J. Prendergast, and H. K. Dirks, "A Unified Circuit Model for Bipolar Transistor Including Quasi-Saturation Effects," *IEEE Transactions on Electron. Devices*, **ED-32**, 1103-1113, 1985.

4

Com o aparecimento da tecnologia bipolar de silício-germânio (SiGe), usada na fabricação de transistores bipolares de alta velocidade para uso em micro-ondas, um novo modelo, conhecido como *VBIC*, precisou ser desenvolvido para suprir as lacunas do modelo de Gummel-Poon nessa região de funcionamento [4].

4. Xiaochong Cao, J. McMacken, K. Stiles, P. Layman, J. J. Liou, A. Ortiz-Conde, S. Moinian, "Comparison of the New VBIC and Conventional Gummel-Poon Bipolar Transistor Models," *IEEE Transactions on Electron. Devices*, **47**, nº 2, Feb. 2000.

4

Uma visão abrangente sobre modelagem em geral pode ser conferida na literatura especializada [5].

5. P. Antognetti, G. Massobrio, *Semiconductor Device Modeling with SPICE*, McGraw-Hill Int. Ed., Singapore, 1988, Cap. 2.

4

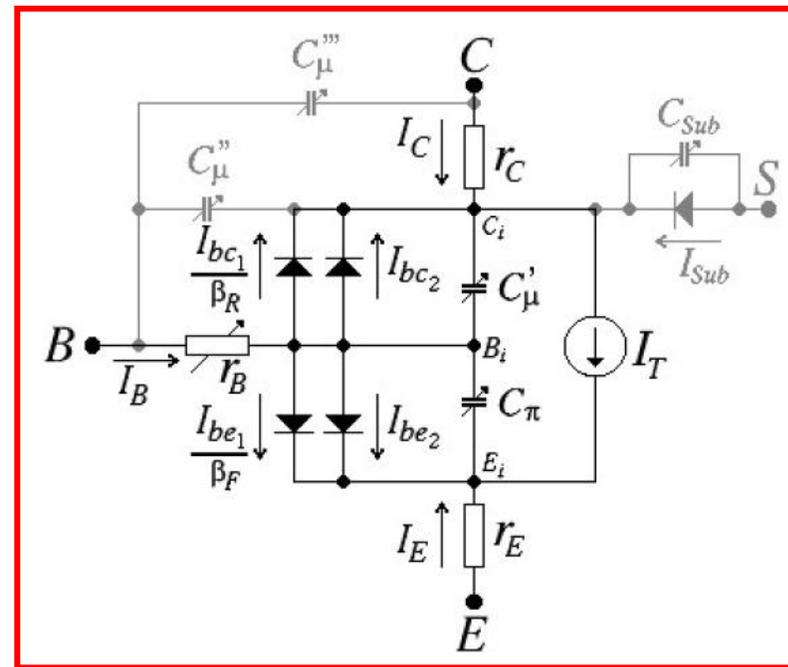
Para mostrar a complexidade do Modelo de Gummel-Poon as tabelas a seguir descrevem os 56 parâmetros de modelagem.

Adicionando-se ao modelo de Ebers-Moll todos os efeitos de segunda ordem descritos, obtém-se um modelo razoavelmente preciso do BJT, capaz de retratá-lo adequadamente em simuladores de circuitos eletrônicos.

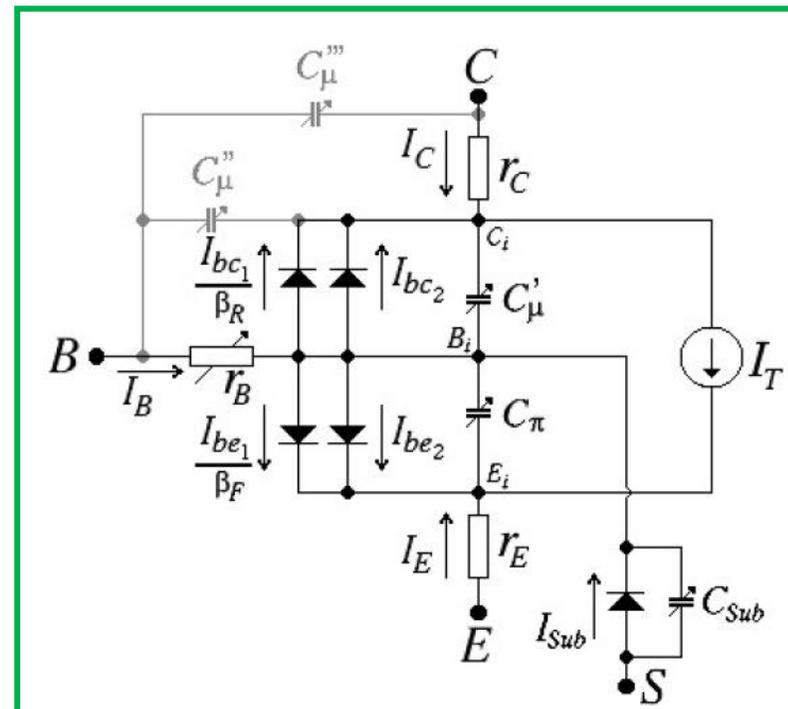
Simuladores baseados no SPICE usam o modelo de Gummel-Poon evoluído e adaptado para melhor desempenhar as rotinas de convergência dos cálculos numéricos desses programas.

**Esse modelo possui 56 parâmetros de modelagem !**

A figura A apresenta o circuito equivalente para grandes sinais usado nesses simuladores para o transistor npn. Se o transistor for do tipo pnp lateral, o circuito equivalente para grandes sinais é o apresentado na figura B. Nesses modelos estão englobados os efeitos de segunda ordem, tanto da região ativa direta, quanto da região ativa reversa.



Modelo de Gummel-Poon para Grandes Sinais, Usado para o BJT npn



Modelo de Gummel-Poon para Grandes Sinais, Usado para o BJT pnp Lateral

# Modelagem Estática

A modelagem estática leva em conta apenas os efeitos que afetam as grandezas elétricas contínuas (DC) do BJT. O modelo estático é usado, portanto, no cálculo do ponto quiescente (.OP), em varreduras de grandezas contínuas (.DC Sweep) ou em análises de grandes sinais (.TRAN) em uma faixa de frequências bem baixas ( $f \leq 20$  kHz).

21  
parâmetros

Símbolo	Descrição	Unidade	Default
$I_S$	Corrente de Saturação de Transporte	A	$10^{-16}$
$I_{SE}$	Corrente de Saturação de Recombinação B-E	A	0,0
$I_{SC}$	Corrente de Saturação de Recombinação B-C	A	0,0
$I_{KF}$	Corrente de Limiar de Alta Injeção Direta	A	$\infty$
$I_{KR}$	Corrente de Limiar de Alta Injeção Reversa	A	$\infty$
$I_{SS}$	Corrente de Saturação Reversa C-S	A	0,0
$\beta_F$	Amplificação de Corrente Direta Ideal	-	100
$\beta_R$	Amplificação de Corrente Reversa Ideal	-	1,0
$N_F$	Coefficiente de Emissão Direto	-	1,0
$N_R$	Coefficiente de Emissão Reverso	-	1,0
$N_E$	Coefficiente de Emissão de Recombinação Direta	-	1,5
$N_C$	Coefficiente de Emissão de Recombinação Reversa	-	2,0
$N_S$	Coefficiente de Emissão de Substrato	-	1,0
$V_{AF}$	Tensão Early Direta	V	$\infty$
$V_{AR}$	Tensão Early Reversa	V	$\infty$
$n_K$	Coefficiente de Alta Injeção	-	0,5
$r_C$	Resistência de Perdas de Coletor	$\Omega$	0,0
$r_E$	Resistência de Perdas de Emissor	$\Omega$	0,0
$R_B$	Máxima Resistência de Perdas de Base	$\Omega$	0,0
$R_{BM}$	Mínima Resistência de Perdas de Base	$\Omega$	$R_B$
$I_{RB}$	Corrente de Base p/ $r_B = R_B / 2$	A	$\infty$

Parâmetros Estáticos do BJT @ 27°C

As equações que caracterizam esse modelo, nas quais **os sub-índices t e i indicam**, respectivamente, **dependência térmica e potenciais internos** do dispositivo, são:

$$I_C = \frac{I_{be1}}{q_b} - I_{bc2} - \left(1 + \frac{q_b}{\beta_{Rt}}\right) \times \frac{I_{bc1}}{q_b} - I_{Sub} \quad \text{ou} \quad I_C = \frac{I_{be1}}{q_b} - I_{bc2} - \left(1 + \frac{q_b}{\beta_{Rt}}\right) \times \frac{I_{bc1}}{q_b}$$

e

$$I_B = \frac{I_{be1}}{\beta_{Ft}} + \frac{I_{bc1}}{\beta_{Rt}} + I_{be2} + I_{bc2} \quad \text{ou} \quad I_B = \frac{I_{be1}}{\beta_{Ft}} + \frac{I_{bc1}}{\beta_{Rt}} + I_{be2} + I_{bc2} - I_{Sub}$$

As variáveis destas equações são descritas na modelagem estática (ver referência <Veronese PR, Cap. 5 – Transistor Bipolar de Junção> (livro não publicado))



$$V_{BE} = (r_{Et} + r_{Bt}) \times I_B + r_{Et} I_C + V_{BEi} \quad [\text{V}]$$

$$V_{BC} = r_{Bt} I_B - r_{Ct} I_C + V_{BCi} \quad [\text{V}]$$

$$V_{CE} = (r_{Ct} + r_{Et}) \times I_C + r_{Et} I_B + V_{BEi} - V_{BCi} \quad [\text{V}]$$

$$V_{SC} = V_{SCi} - r_{Ct} I_C \quad [\text{V}] \quad \text{ou} \quad V_{SB} = V_{SBi} - r_{Bt} I_B \quad [\text{A}]$$

Este sistema de equações, conhecidas como equações estáticas, é usado por simuladores para calcular grandezas quiescentes contínuas do BJT e é válido para as quatro regiões de polarização (corte, saturação, ativa direta e ativa reversa).

# Modelagem Dinâmica

O BJT é constituído por junções pn, as quais sempre possuem capacitâncias a elas associadas que não podem ser relegadas em uma modelagem dinâmica mais pretensiosa.

No modelo de Gummel-Poon essas capacitâncias são calculadas segundo a teoria de junções abruptas, com alguma correção empírica de segunda ordem adicionada, se necessário.

18  
parâmetros

Símbolo	Descrição	Unidade	Default
$C_{JE}$	Capacitância da Junção B-E, com $V_{BE} = 0$	F	0,0
$C_{JC}$	Capacitância da Junção B-C, com $V_{BC} = 0$	F	0,0
$C_{JS}$	Capacitância da Junção S-C, com $V_{SC} = 0$	F	0,0
$V_{JE}$	Potencial Interno da Junção B-E	V	0,75
$V_{JC}$	Potencial Interno da Junção B-C	V	0,75
$V_{JS}$	Potencial Interno da Junção S-C	V	0,75
$m_{JE}$	Coefficiente de Gradualismo da Junção B-E	-	0,33
$m_{JC}$	Coefficiente de Gradualismo da Junção B-C	-	0,33
$m_{JS}$	Coefficiente de Gradualismo da Junção S-C	-	0,0
$\tau_F$	Tempo de Trânsito Direto Ideal	s	0,0
$\tau_R$	Tempo de Trânsito Reverso Ideal	s	0,0
$V_{TF}$	Dependência, em Relação à $V_{BC}$ , do Tempo de Trânsito	V	$\infty$
$I_{TF}$	Dependência, em Relação à $I_C$ , do Tempo de Trânsito	A	0,0
$X_{TF}$	Coefficiente de Dependência do Tempo de Trânsito	-	0,0
$X_{CJC}$	1ª Fração de Distribuição de $C_{BC}$	-	1,0
$X_{CJC2}$	2ª Fração de Distribuição de $C_{BC}$	-	1,0
$F_C$	Coefficiente de Capacitância de Depleção	-	0,5
$P_{TF}$	Excesso de Fase em $f = f_T$	°	0,0

Parâmetros Dinâmicos do BJT @ 27°C

# Modelagem Dinâmica

As equações das seguintes capacitências são descritas:

## 1 Capacitâncias de Junções

Capacitâncias de depleção

Capacitâncias de difusão

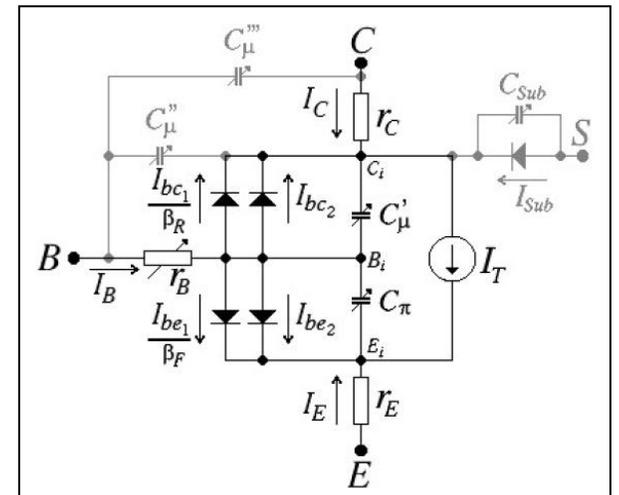
## 2 Capacitância do BJT

Capacitância Base-Emissor

Capacitância Base-Coletor

Capacitância Coletor-Substrato

$C_{u'}^i$  Capacitância entre coletor interno e base interna  
 $C_{u''}^i$  Capacitância entre coletor interno e base externa  
 $C_{u'''}^i$  Capacitância entre coletor externo e base externa



# Modelagem Térmica

**Dispositivos semicondutores são extremamente afetados por variações de temperatura.** Quando adquirem energia térmica suficientemente elevada para vencer o gap energético que o caracteriza, semicondutores tornam-se mais condutores, graças à liberação de novos pares elétron-lacuna de sua estrutura cristalina, originalmente covalente. No caso específico do BJT, vários parâmetros de modelagem são afetados e seria inadmissível se esses efeitos não fossem adicionados a simuladores de precisão. Todos os parâmetros dos equacionamentos estático e dinâmico, que apresentam subíndices t possuem dependência térmica.

**11  
parâmetros**

Símbolo	Descrição	Unidade	Default
$E_g$	Gap do Semicondutor	eV	1,11
$X_{TI}$	Expoente Térmico de $I_S$	-	3,0
$X_{TB}$	Expoente Térmico de $\beta$	-	0,0
$T_{RC1}$	Coefficiente Térmico Linear de $r_C$	$^{\circ}\text{C}^{-1}$	0,0
$T_{RC2}$	Coefficiente Térmico Quadrático de $r_C$	$^{\circ}\text{C}^{-2}$	0,0
$T_{RE1}$	Coefficiente Térmico Linear de $r_E$	$^{\circ}\text{C}^{-1}$	0,0
$T_{RE2}$	Coefficiente Térmico Quadrático de $r_E$	$^{\circ}\text{C}^{-2}$	0,0
$T_{RB1}$	Coefficiente Térmico Linear de $R_B$	$^{\circ}\text{C}^{-1}$	0,0
$T_{RB2}$	Coefficiente Térmico Quadrático de $R_B$	$^{\circ}\text{C}^{-2}$	0,0
$T_{RM1}$	Coefficiente Térmico Linear de $R_{BM}$	$^{\circ}\text{C}^{-1}$	0,0
$T_{RM2}$	Coefficiente Térmico Quadrático de $R_{BM}$	$^{\circ}\text{C}^{-2}$	0,0

**Parâmetros Térmicos do BJT @ 27°C**

# Modelagem de Ruído

Dispositivos semicondutores, assim como a maioria dos componentes eletro-eletrônicos, geram ruídos provenientes de fontes de várias naturezas.

Resistores apresentam ruído térmico, também chamado de ruído Johnson ou ruído branco, proveniente de choques aleatórios entre portadores livres que adquirem movimentos vibratórios com o aumento da temperatura.

2  
parâmetros

Símbolo	Descrição	Unidade	Default
$A_F$	Expoente de Ruído <i>Flicker</i>	-	1,0
$K_F$	Coefficiente de Ruído <i>Flicker</i>	-	0,0

Parâmetros de Ruído do BJT @ 27°C

# Modelagem de Quase-Saturação

Quase-saturação é uma condição especial à qual o BJT fica submetido quando a junção interna Bi-Ci já está com polarização direta, enquanto que a tensão entre os terminais externos B-C ainda é reversa, isto é,  $V_{BCi} > 0$  e  $V_{BC} < 0$ , para o transistor npn. Essa situação acontece na transição entre as regiões de polarização ativa direta e de saturação e alcançou grande importância com a ascensão do uso de circuitos portáteis, alimentados com tensões muito baixas ( $1,5V \leq V_{CC} \leq 5V$ ).

Em transistores de potência, que em geral trabalham com grandes excursões de sinal, essa situação também é freqüentemente alcançada e, por isso, uma modelagem mais acurada dessa região é aconselhável.

4  
parâmetros

Símbolo	Descrição	Unidade	Default
$R_{co}$	Resistência de Perdas da Região Epitaxial	$\Omega$	0,0
$v_o$	Limiar de Queda de Mobilidade	V	10,0
$\gamma$	Fator de Dopagem da Região Epitaxial	-	$10^{-11}$
$Q_{co}$	Fator de Carga da Região Epitaxial	C	0,0

Parâmetros de Quase-Saturação do BJT @ 27°C

**Modelo de  
Gummel-Poonon  
(Pequenos Sinais)**

1

As equações anteriores descrevem o BJT em uma modelagem de grandes sinais, pois podem ser aplicadas em qualquer região de funcionamento do mesmo.

**Quando o BJT é usado para amplificação analógica, no entanto, ele é polarizado em um ponto da região ativa direta, isto é, tensões e correntes contínuas fixas são associadas a ele de modo que o efeito transistor seja de alta eficiência. Esse ponto, chamado ponto quiescente, ponto de repouso ou ponto de polarização, é definido por quatro grandezas elétricas constantes:**

$$I_{CQ}, V_{CE}, I_{BQ} \text{ e } V_{BEQ}$$

Essas grandezas DC são calculadas pelas equações anteriormente descritas, e mostradas novamente a seguir, em função de fontes e de componentes passivos associados ao transistor.

$$I_C = \frac{I_{be1}}{q_b} - I_{bc2} - \left(1 + \frac{q_b}{\beta_{Rt}}\right) \times \frac{I_{bc1}}{q_b} - I_{Sub} \quad \text{ou} \quad I_C = \frac{I_{be1}}{q_b} - I_{bc2} - \left(1 + \frac{q_b}{\beta_{Rt}}\right) \times \frac{I_{bc1}}{q_b}$$

e

$$I_B = \frac{I_{be1}}{\beta_{Ft}} + \frac{I_{bc1}}{\beta_{Rt}} + I_{be2} + I_{bc2} \quad \text{ou} \quad I_B = \frac{I_{be1}}{\beta_{Ft}} + \frac{I_{bc1}}{\beta_{Rt}} + I_{be2} + I_{bc2} - I_{Sub}$$



$$V_{BE} = (r_{Et} + r_{Bt}) \times I_B + r_{Et} I_C + V_{BEi} \quad [\text{V}]$$

$$V_{BC} = r_{Bt} I_B - r_{Ct} I_C + V_{bci} \quad [\text{V}]$$

$$V_{CE} = (r_{Ct} + r_{Et}) \times I_C + r_{Et} I_B + V_{BEi} - V_{BCi} \quad [\text{V}]$$

$$V_{SC} = V_{SCi} - r_{Ct} I_C \quad [\text{V}] \quad \text{ou} \quad V_{SB} = V_{SBi} - r_{Bt} I_B \quad [\text{A}]$$

2

Quando um sinal alternado externo é aplicado à estrutura, o ponto quiescente balança em torno de sua posição de repouso, causando variações nas quatro grandezas:

$$I_{BQ} \pm \Delta I_B; I_{CQ} \pm \Delta I_C; V_{CEQ} \pm \Delta V_{CE} \text{ e } V_{BEQ} \pm \Delta V_{BE}$$

Ou (como serão usados neste texto)

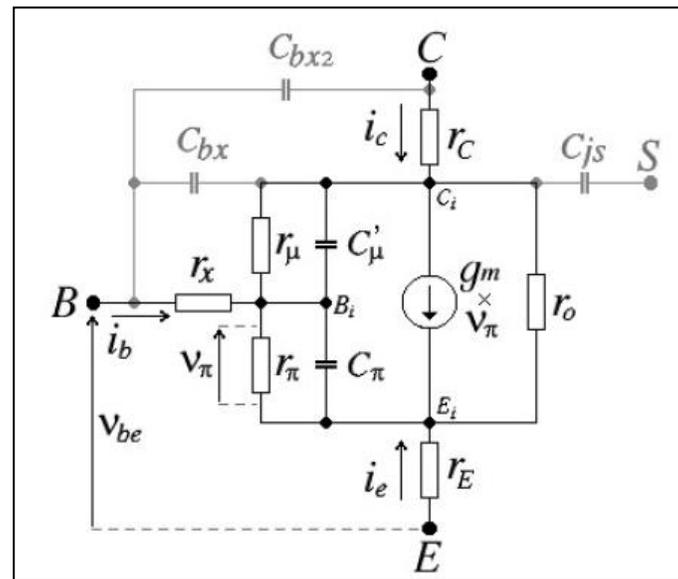
$$I_{BQ} + i_B, I_{CQ} + i_C, V_{CEQ} + v_{CE} \text{ e } V_{BEQ} + v_{BE}$$

**Se o sinal alternado aplicado for muito pequeno comparado à grandeza quiescente correspondente, isto é,**

$$\text{se } v_{BE} \ll V_{BEQ}, v_{CE} \ll V_{CEQ}, i_B \ll I_{BQ} \text{ e } i_C \ll I_{CQ}$$

**então, o BJT pode ser substituído por um modelo linear, composto por elementos de circuitos elétricos, chamado modelo  $\pi$ -incremental de pequenos sinais.**

Esse modelo, apresentado na figura abaixo, pode ser usado com mínimos erros se  $v_{CE} \ll V_t$ .



**Modelo de pequenos sinais  
usado para o BJT npn !**

3

As grandezas envolvidas no modelo de pequenos sinais são todas alternadas e representadas por letras minúsculas.

Esse modelo é obtido estipulando-se, inicialmente, o ponto quiescente do BJT e, posteriormente, calculando-se os parâmetros incrementais em função desse ponto de repouso.

Finalmente, se um circuito, ao qual o transistor pertence, tiver de ser calculado, o transistor deve ser substituído por seu modelo  $\pi$ -incremental de pequenos sinais, o teorema da superposição de circuitos elétricos deve ser aplicado às fontes DC e o circuito deve ser calculado pelo seu equivalente AC. Como o modelo é incremental, ele é idêntico para os dois tipos de transistores: npn e pnp.

Os **parâmetros incrementais** são os seguintes:

# Parâmetros Incrementais

As variáveis  $g_m, g_\pi, r_\pi, g_o, r_o, C_\pi, C_\mu$  e  $f_T$  são denominados de parâmetros incrementais e são utilizados na análise AC de circuitos com BJT

Transcondutância ( $g_m$ )

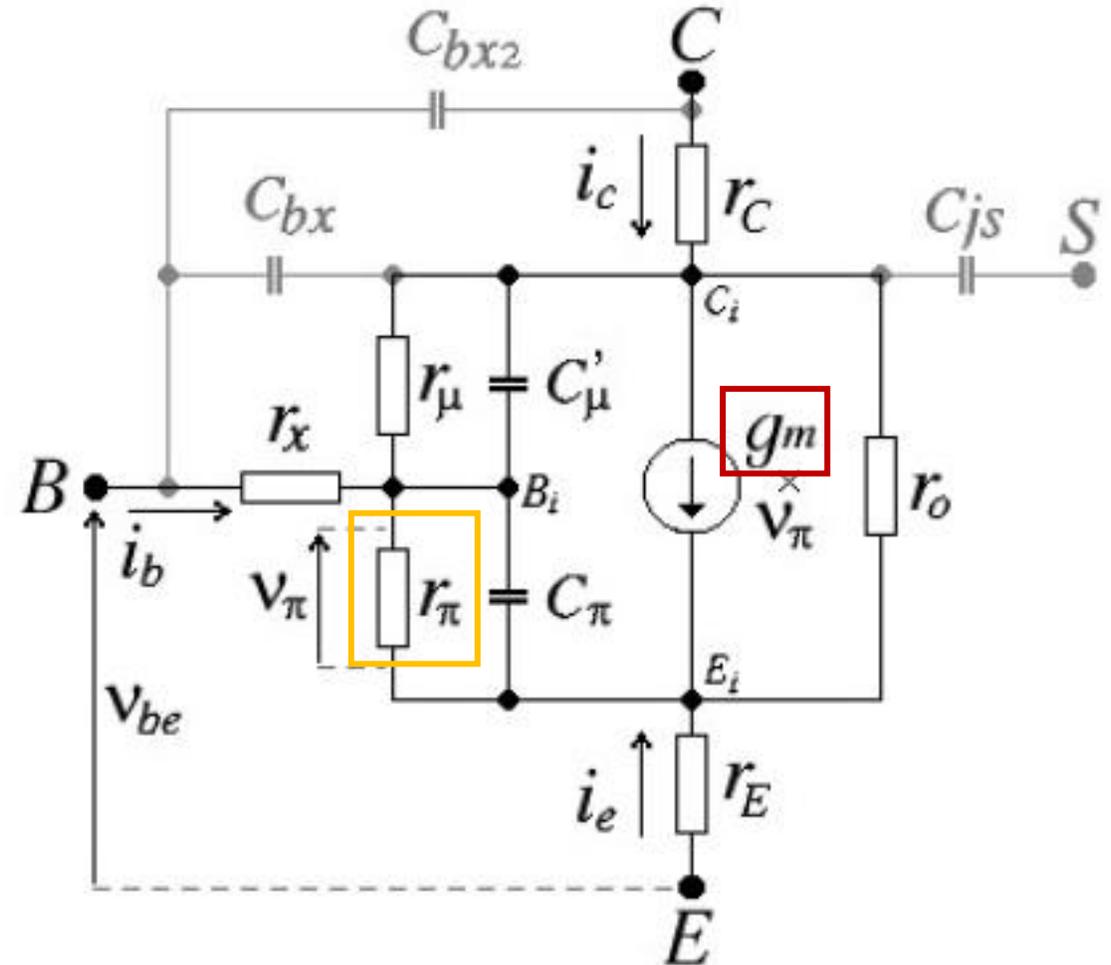
$$g_m = \frac{\partial I_C}{\partial V_{BE}} = \frac{I_{CQ}}{N_F V_t} \quad [\text{A/V}]$$

Condutância Incremental de Entrada ( $g_\pi$ )

$$g_\pi = \frac{\partial I_B}{\partial V_{BEi}} \quad [\Omega^{-1}]$$

Resistância Incremental de Entrada ( $r_\pi$ )

$$r_\pi = \frac{\partial V_{BE}}{\partial I_B} = \frac{\beta_{AC}}{g_m} \quad [\Omega]$$



### Condutância Incremental de Saída ( $g_o$ )

$$g_o = \frac{\partial I_c}{\partial V_{CEi}} \quad [\Omega^{-1}]$$

### Resistância Incremental de Saída ( $r_o$ )

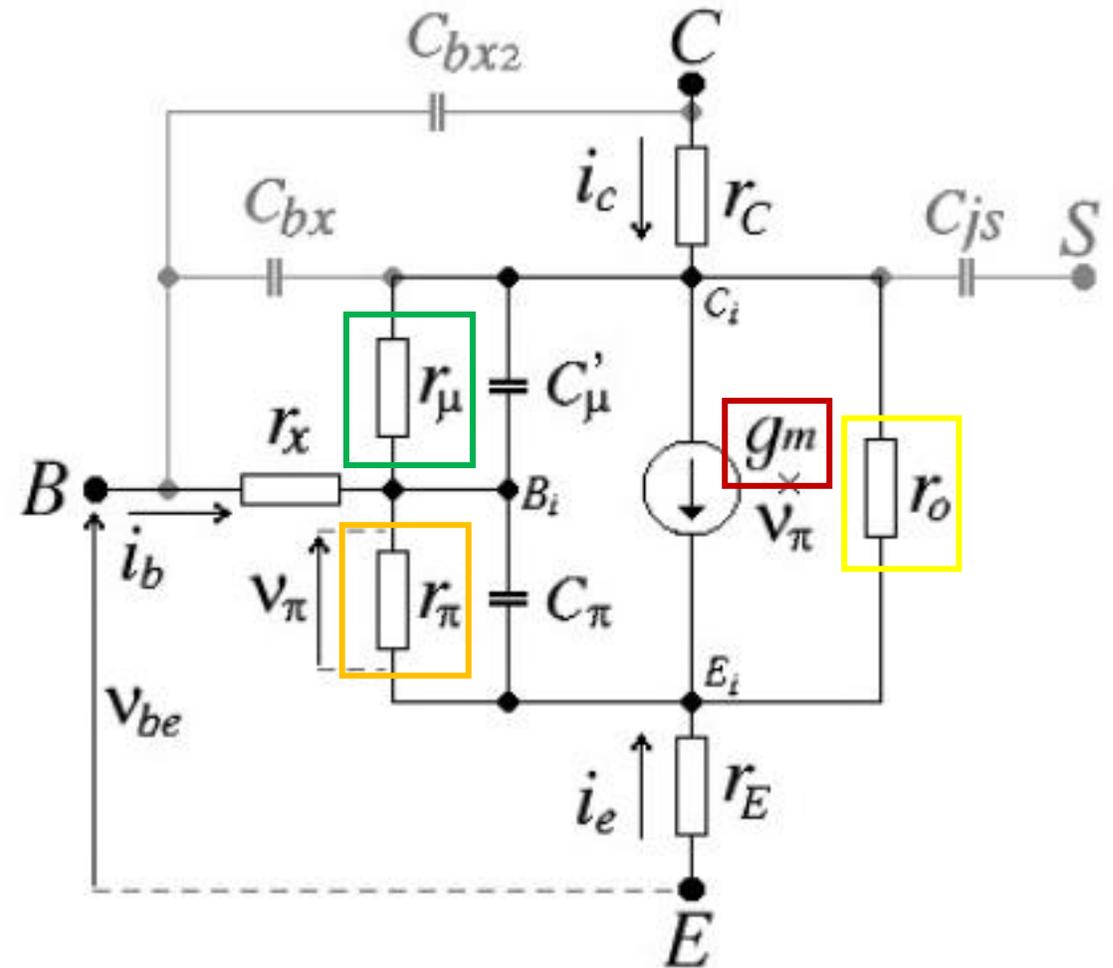
$$r_o = \frac{\partial V_{CE}}{\partial I_c} = \frac{V_{AF} + V_{CEQ} - V_{BEQ}}{I_{CQ}} \quad [\Omega]$$

### Condutância Incremental de Realimentação ( $g_\mu$ )

$$g_\mu = \frac{\partial I_B}{\partial V_{BCi}} \quad [\Omega^{-1}]$$

### Resistância Incremental de Realimentação ( $r_\pi$ )

$$r_\pi = \frac{1}{g_\mu} \quad [\Omega]$$

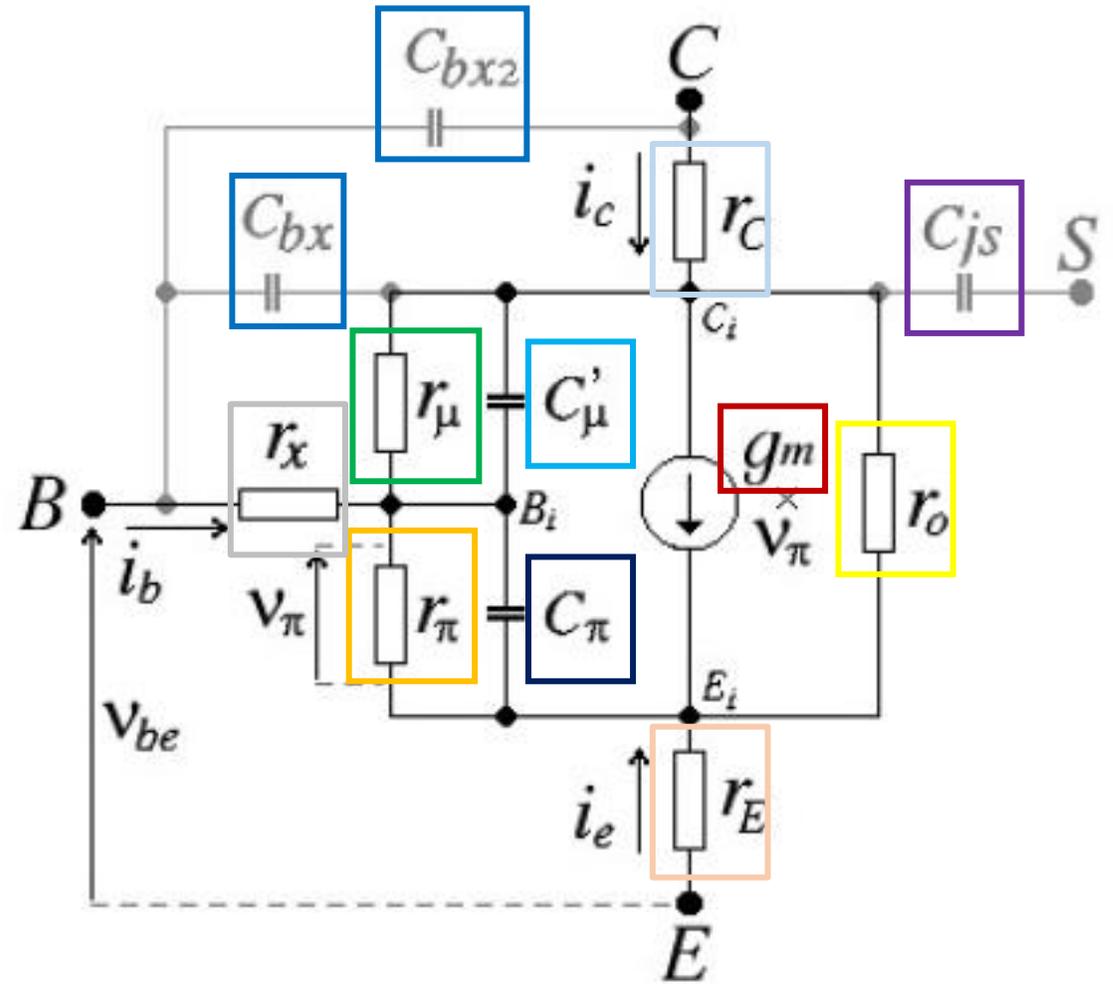




Resistências Incrementais de Perdas de Coletor ( $r_C$ )

Fonte de Corrente de Saída ( $i_{CE}$ )

$$i_{CE} = g_m \times v_{\pi} \quad [A]$$



5

O modelo de pequenos sinais de Gummel-Poon, embora simplificado pela linearização, ainda é um instrumento bastante preciso para cálculo de parâmetros elétricos de amplificadores de sinal em regime permanente.

Esse modelo é usado em simuladores de circuitos eletrônicos para calcular funções de transferência, em função da frequência, de amplificadores de pequenos sinais, através de um análise chamada .AC ou AC Sweep.

Através dessa análise, as seguintes grandezas podem ser calculadas e plotadas:

Módulo do ganho de tensão em função da frequência	$A_v \times f$ [V/V] ou [dB]
Fase do ganho de tensão em função da frequência	$\varphi_f \times f$ [°]
Módulo da impedância de entrada em função da frequência	$Z_i \times f$ [Ω]
Fase da Impedância de Entrada em função da frequência	$\varphi_i \times f$ [°]
Módulo da impedância de saída em função da frequência	$Z_o \times f$ [Ω]
Fase da impedância de saída em função da frequência	$\varphi_o \times f$ [°]

**Modelo Gummel-Poon Simplificado  
(Pequenos Sinais)**

**ou**

**Modelo de  
Ebers-Moll Melhorado  
(Pequenos Sinais)**

1

Embora o modelo linearizado seja muito mais simples do que o modelo exponencial original do BJT, se todos os parâmetros de modelagem de Gummel-Poon forem usados, a complexidade do sistema de equações ainda mantém-se proibitiva para cálculos manuais corriqueiros.

Atualmente, com o advento e com a popularização de calculadoras científicas programáveis avançadas, é possível propor-se um modelo intermediário, não tão simples como o de Ebers-Moll e nem tão complexo como o de Gummel-Poon, capaz de ser usado em cálculos manuais mais precisos.

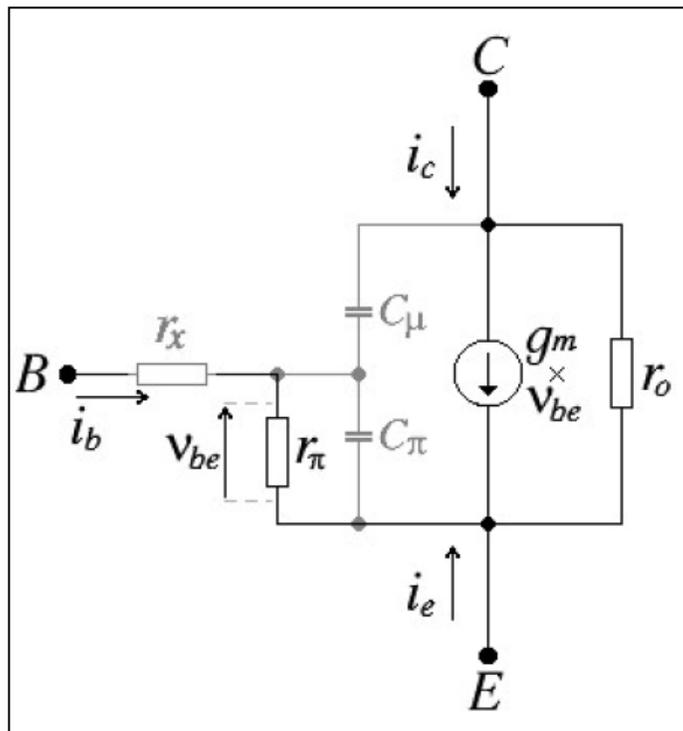
O modelo de Gummel-Poon é abrangente, isto é, modela o dispositivo em qualquer região de polarização, ou sejam: região ativa direta, região ativa reversa, região de corte e região de saturação.

Em circuitos de amplificação analógica, no entanto, o BJT trabalha apenas na região ativa direta e um modelo menos abrangente, mas com boa precisão, pode ser proposto, para essa região, através da simplificação do modelo completo de Gummel.

Esse modelo é denominado Modelo de Ebers-Moll Melhorado ou de Modelo de Gummel-Poon Simplificado !

2

Este modelo, por ser simplificado, é representado por partes das equações do modelo de Gummel-Poon completo.



$$I_{St} = I_S \times \left( \frac{T}{300,15} \right)^{x_{\pi}} \times \exp \left[ \left( \frac{T}{300,15} - 1 \right) \times \frac{111}{V_t} \right]$$

$$\beta_{Ft} = \beta_F \times \left( \frac{T}{300,15} \right)^{x_{\pi}}$$

$$\beta_{Rt} = \beta_R \times \left( \frac{T}{300,15} \right)^{x_{\pi}}$$

$$V_{BC} = V_{BE} - V_{CE}$$

$$q_b = \frac{V_{AF}}{V_{AF} + |V_{BC}|}$$

$$I_B = \frac{I_{St}}{\beta_{Ft}} \left[ \exp \left( \frac{V_{BE}}{N_F V_t} \right) - 1 \right] + \frac{I_{St}}{\beta_{Rt}} \left[ \exp \left( \frac{V_{BC}}{N_R V_t} \right) - 1 \right]$$

$$I_C = \frac{I_{St}}{q_b} \left[ \exp \left( \frac{V_{BE}}{N_F V_t} \right) - 1 \right] - \frac{I_{St}}{q_b} \left( 1 + \frac{q_b}{\beta_{Rt}} \right) \left[ \exp \left( \frac{V_{BC}}{N_R V_t} \right) - 1 \right]$$

$$C_{\pi} = g_m \tau_F + C_{JE} (1 - FC)^{-(1+m_{JE})} \left[ 1 - FC (1 + m_{JE}) + \frac{m_{JE} V_{BE}}{V_{JE}} \right]$$

$$C_{\mu} = \frac{C_{JC}}{\left( 1 + \frac{|V_{BC}|}{V_{JC}} \right)^{m_{JC}}}$$

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{\pi} + C_{\mu})}$$

$$g_m = \frac{I_C}{N_F V_t} ; \quad r_{\pi} = \frac{\beta}{g_m} ; \quad r_o = \frac{V_{AF} + V_{CE} - V_{BE}}{I_C}$$

$$V_t = 86,1734215226 \times 10^{-6} \times T$$

$$T = \theta + 273,15$$

1

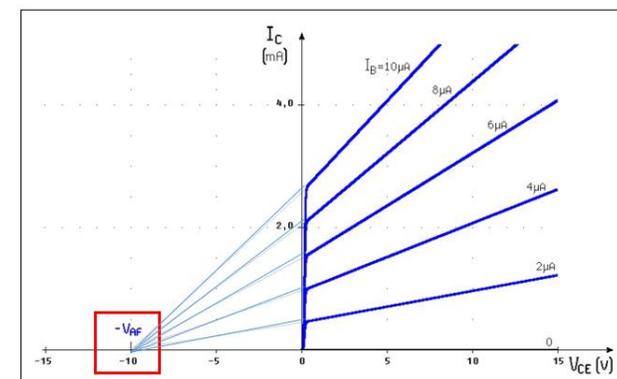
Os parâmetros com índice  $t$  minúsculo dependem da temperatura.

2

Os parâmetro  $g_m$ ,  $r_{\pi}$  e  $r_o$  dependem dos parâmetros de polarização  $I_C$ ,  $V_{ce}$  e  $V_{BE}$ .

3

O parâmetro  $V_{AF}$  é mostrado na figura abaixo.



Apenas 16 parâmetros dos 56 parâmetros do modelo completo de Gummel-Poon estão presentes nas equações anteriores. Eles estão listados nas tabelas abaixo, para uma temperatura de junção de  $27^\circ\text{C}$ , no mesmo formato usado nas bibliotecas dos programas simuladores ( $BF = \beta_F$ ,  $BR = \beta_R$  e  $TF = \tau_F$ ).

### $Q_n$ (NPN)

```

*****
.model QnA NPN IS=19,605587fA BF=173,65534 VAF=110,4V NF=1,0022
+
+ BR=13 NR=1
+ CJC=6,517pF VJC=0,6148V MJC=0,3362
+ CJE=12,5pF VJE=0,6V MJE=0,55
+ TF=810ps XTI=5,24 XTB=0,4 FC=0,5)
*****
.model QnB NPN (IS=19,22105fA BF=272,7546 VAF=66,4V NF=1,0022
+
+ BR=10 NR=1
+ CJC=6,517pF VJC=0,6148V MJC=0,3362
+ CJE=12,5pF VJE=0,6V MJE=0,55
+ TF=820ps XTI=5,98 XTB=0,3 FC=0,5)
*****
.model QnC NPN (IS=18,068052fA BF=461,09356 VAF=33,38V NF=1,0022
+
+ BR=6 NR=1
+ CJC=6,517pF VJC=0,6148V MJC=0,3362
+ CJE=12,5pF VJE=0,6V MJE=0,55
+ TF=830ps XTI=5,54 XTB=0,3 FC=0,5)
*****

```

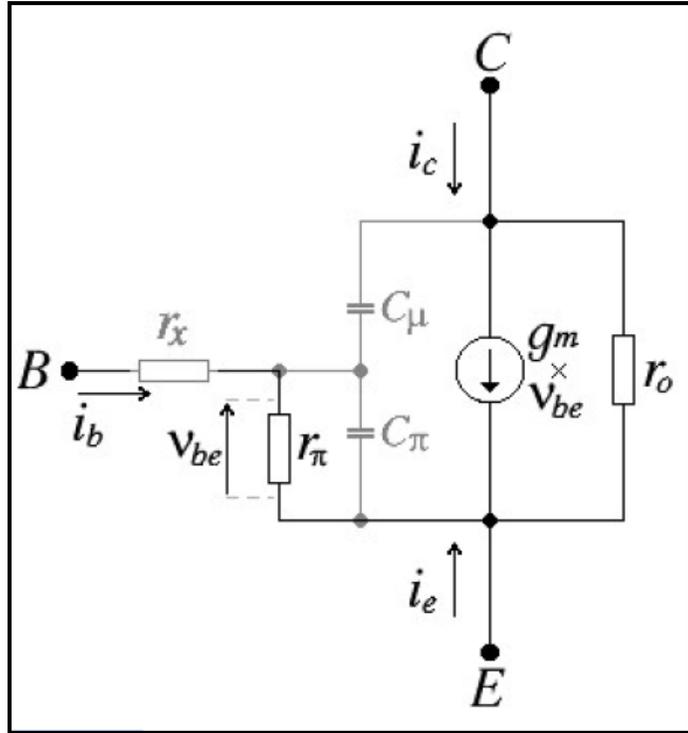
### $Q_p$ (PNP)

```

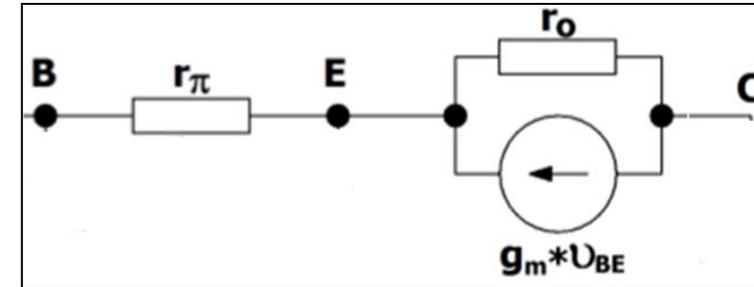
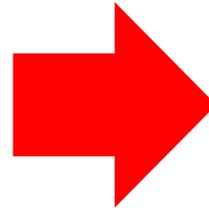
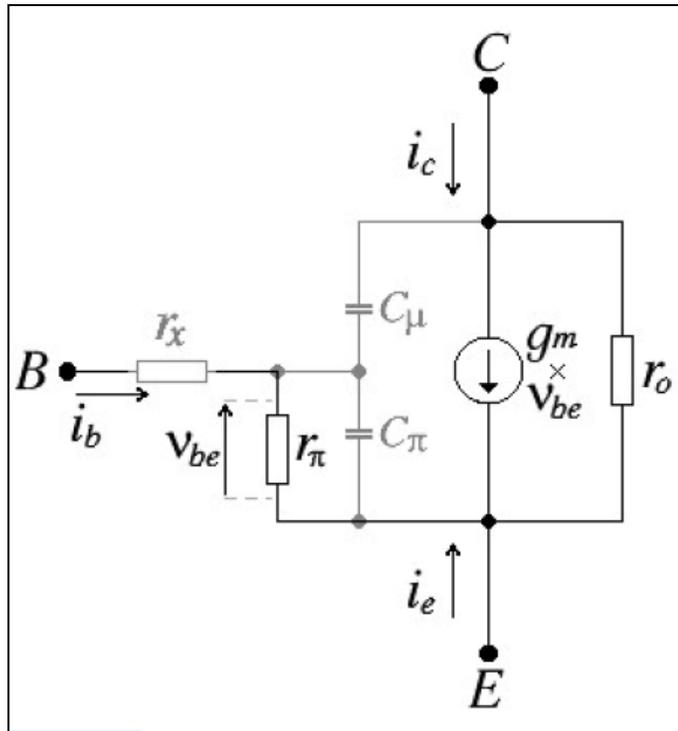
*****
.model QpA PNP (IS=2,3623fA BF=165,3933 VAF=47,682V NF=0,9123
+
+ BR=8,35 NR=1
+ CJC=12,0pF VJC=0,55V MJC=0,333
+ CJE=20,0pF VJE=0,696V MJE=0,50
+ TF=930ps XTI=10 XTB=0,4 FC=0,5)
*****
.model QpB PNP (IS=25,0343fA BF=254,8935 VAF=30,9V NF=1,0
+
+ BR=5 NR=1
+ CJC=12,0pF VJC=0,55V MJC=0,333
+ CJE=20,0pF VJE=0,696V MJE=0,50
+ TF=940ps XTI=5,95 XTB=0,4 FC=0,5)
*****
.model QpC PNP (IS=30,4532fA BF=438,4653 VAF=23,0V NF=1,01
+
+ BR=2,45 NR=1
+ CJC=12,0pF VJC=0,55V MJC=0,333
+ CJE=20,0pF VJE=0,696V MJE=0,50
+ TF=950ps XTI=4 XTB=0,4 FC=0,5)
*****

```

Parâmetros @ 27 °C



Esse modelo é satisfatoriamente preciso na região ativa direta para transistores de pequenos sinais



Este modelo é utilizado para a determinação das frequências de corte baixa e alta de um amplificador.

As equações são descritas nas apostilas “**Polarização e Amplificação**” (Paulo R Veronese, 2015) e “**BJT – Resumo da Teoria**” (Paulo R Veronese, 2012).

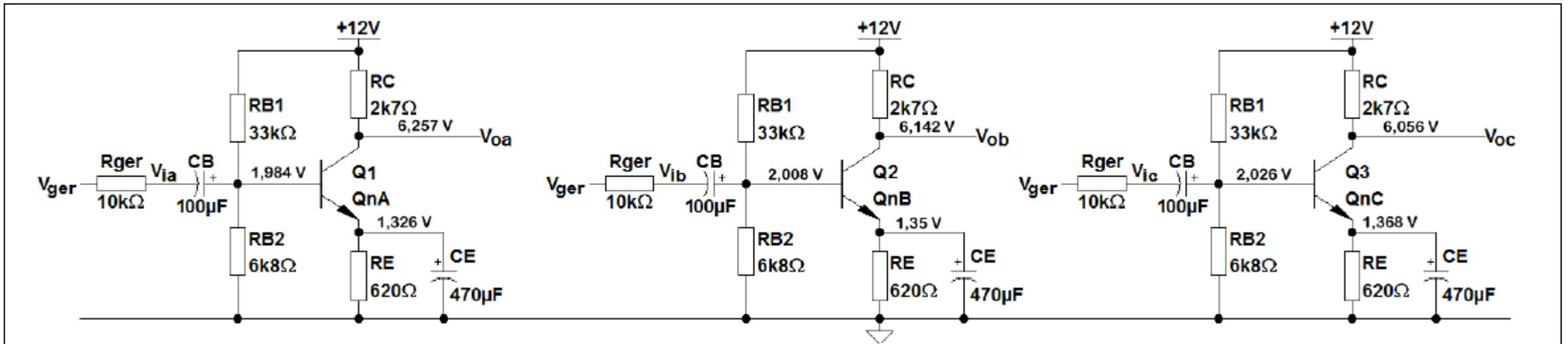
Este modelo é utilizado para a determinação das equações na banda de passagem de um amplificador.

As equações são descritas na apostila “**Amplificadores Básicos com BJT**” (Paulo R Veronese, 2016).

6

Os transistores dos amplificadores abaixo são dos tipos QnA, QnB e QnC modelados pelo modelo simplificado utilizando **16 parâmetros**.

Quando substituídos, respectivamente, pelos transistores comerciais BC548Av, BC548Bv e BC548BCv ou BC548Av, BC548Bv e BC548Cv, modelados pelo modelo completo de Gummel-Poon com **37 parâmetros**, a análise DC e AC são pouco afetadas.



### .model QnB NPN

(16 parâmetros)

IS=19.22105f BF=272.7546 VAF=66.4  
XTB=.3 NF=1.0022 BR=10 NR=1 XTI=5.98  
CJC=6.517p VJC=0.6148 MJC=0.3362  
CJE=12.5p VJE=.6 MJE=.55 TF=820p  
Vceo=45 Icrating=100m mfg=Veronese

### .model BC547B NPN

(37 parâmetros)

IS=2.39E-14 NF=1.008 ISE=3.545E-15  
NE=1.541 BF=294.3 IKF=0.1357 VAF=63.2  
NR=1.004 ISC=6.272E-14 NC=1.243  
BR=7.946 IKR=0.1144 VAR=25.9 RB=1  
IRB=1.00E-06 RBM=1 RE=0.4683 RC=0.85  
XTB=0 EG=1.11 XTI=3 CJE=1.358E-11  
VJE=0.65 MJE=0.3279 TF=4.391E-10  
XTF=120 VTF=2.643 ITF=0.7495 PTF=0  
CJC=3.728E-12 VJC=0.3997 MJC=0.2955  
XCJC=0.6193 TR=1.00E-32 CJS=0 VJS=0.75  
MJS=0.333 FC=0.9579 Vceo=45  
Icrating=100m mfg=NXP

A Tabela mostra os resultados de simulação da análise DC e AC desses amplificadores emissor-comum.

**ANÁLISE DC**

	QnA	QnB	QnC	BC548A	BC548B	BC548C
$I_B$ [ $\mu$ A]	11,80	7,49	4,26	11,70	7,44	4,24
$I_C$ [mA]	2,13	2,17	2,20	2,13	2,17	2,20
$V_{BE}$ [V]	0,658	0,658	0,659	0,658	0,658	0,659
$V_{BC}$ [V]	-4,27	-4,13	-4,03	-4,27	-4,13	-4,03
$V_{CE}$ [V]	4,93	4,79	4,69	4,93	4,79	4,69
$\beta_{DC}$	180	290	517	181	292	520
$g_m$ [A/V]	82,0 m	83,7 m	84,9 m	80,5 m	82,2 m	82,5 m
$r_\pi$ [k $\Omega$ ]	2,20	3,46	6,08	2,46	3,80	6,65
$r_o$ [k $\Omega$ ]	53,9	32,5	17,0	52,2	30,5	15,0
$r_X$ [ $\Omega$ ]	0	0	0	37,7	106	285
$C_\pi$ [pF]	96,8	99,0	101	65,1	65,5	65,4
$C_\mu$ [pF]	3,25	3,28	3,30	3,25	3,28	3,30
$\beta_{AC}$	180	290	517	198	312	549
$f_T$ [MHz]	131	130	130	188	190	191
$A_{vg}$ [V/V]	-28,805	-36,836	-44,763	-30,029	-37,117	-42,850
$R_i$ [k $\Omega$ ]	1,582	2,146	2,928	1,738	2,314	3,115
$R_o$ [k $\Omega$ ]	2,571	2,493	2,330	2,568	2,481	2,289
$f_{CB}$ [Hz]	10,64	13,42	16,17	11,06	13,52	15,50
$f_{CA}$ [kHz]	148,14	114,87	93,71	145,91	115,00	94,23

**ANÁLISE AC**