Faculdade de Zootecnia e Engenharia de Alimentos

Introdução
Conceitos fundamentais

Fenômenos de Transportes 3 (ZEA0764)

Prof. Responsável:
Paulo José do Amaral Sobral

Fevereiro de 2024

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

Estudem a Introdução e o Capítulo 2 do Livro Texto (Cremasco):**

Estudar todos os subcapítulos, com exceção do 2.5.3.

Vamos trabalhar preferencialmente com sistemas binários, *i* = A e B.

** Disponível em https://fdocumentos.tips/document/fundamentos-de-transferencia-de-massa-cremasco.html

Tópicos:

I. Introdução

II. Concentração;

III. Velocidade;

IV. Fluxo;

V. Lei de Fick

VI. Coeficiente convectivo de transferência de massa.

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

- **Fenômenos de Transportes - Analogias.**

FT1 Lei de Newton:

$$\rightarrow \tau = \mu \frac{dv}{dz} \qquad (1)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

- **Fenômenos de Transportes - Analogias.**

FT1 Lei de Newton:

$$\rightarrow \tau = \mu \frac{dv}{dz} \qquad (1)$$

FT2 Lei de Fourier

$$\rightarrow q = -k \frac{dT}{dz} \qquad (2)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

I. Introdução

- **Fenômenos de Transportes - Analogias.**

FT1 Lei de Newton:

$$\rightarrow \tau = \mu \frac{dv}{dz} \qquad (1)$$

FT2 Lei de Fourier

$$\rightarrow q = -k \frac{dT}{dz} \qquad (2)$$

FT3 Lei de Fick

$$\rightarrow \overrightarrow{J_{A,z}^{*}} = -D_{AB} \frac{dC_A}{\partial z} \qquad (3)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

- **Fenômenos de Transportes - Analogias.**

FT1 Lei de Newton:

$$\rightarrow \tau = \mu \frac{dv}{dz} = \frac{\mu}{\rho} \frac{d\rho v}{dz}$$

FT2 Lei de Fourier

$$\rightarrow q = -k \frac{dT}{dz} = -\frac{k}{\rho Cp} \frac{d(\rho CpT)}{dz}$$

FT3 Lei de Fick

$$\rightarrow \overrightarrow{J^*_{A,z}} = -D_{AB} \frac{dC_A}{\partial z}$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

I. Introdução

- **Fenômenos de Transportes - Analogias.**

FT1 Lei de Newton:

$$\rightarrow \tau = \mu \frac{dv}{dz} = \frac{\mu}{\rho} \frac{d\rho v}{dz} = \upsilon \frac{d\rho v}{dz} \qquad (1)$$

FT2 Lei de Fourier

$$\rightarrow q = -k \frac{dT}{dz} = -\frac{k}{\rho Cp} \frac{d(\rho CpT)}{dz} = -\alpha \frac{d(\rho CpT)}{dz} \qquad (2)$$

FT3 Lei de Fick

$$\rightarrow \overrightarrow{J^*_{A,z}} = -D_{AB} \frac{dC_A}{\partial z} \qquad (3)$$

$[L^2/T]$

- **Analogias convecção.**

FT1 :

$$\rightarrow \tau = f\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) \qquad (4)$$

- **Analogias convecção**.

FT1 :

$$\rightarrow \tau = f\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) \qquad (4)$$

FT2:

$$\rightarrow q = h\Delta T \qquad (5)$$

- **Analogias convecção**.

FT1 :

$$\rightarrow \tau = f\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) \qquad (4)$$

FT2:

$$\rightarrow q = h\Delta T \qquad (5)$$

FT3:

$$\rightarrow \overrightarrow{N_{A,z}} = k_m \Delta C_A \qquad (6)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

- **Analogias convecção.**

FT1 :

$$\rightarrow \tau = f\left(\frac{1}{2}\rho v^2\right) = \left(\frac{fv}{2}\right)\rho v$$

FT2:

$$\rightarrow q = h\Delta T = \frac{h}{\rho Cp}\Delta(\rho CpT)$$

FT3:

$$\rightarrow \overrightarrow{N_{A,z}} = k_m \Delta C_A$$

[L/T]

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- **Diferenças importantes - difusão**.

FT1 : o próprio meio em movimento.

- **Diferenças importantes - difusão**.

FT1 : o próprio meio em movimento.

FT2: o calor flui sem alterar o meio.

- **Diferenças importantes - difusão**.

FT1 : o próprio meio em movimento.

FT2: o calor flui sem alterar o meio.

FT3: um componente difunde em outro – mistura.

Transferência de Massa

- Onde observamos a TM de massa ocorrer:
  - Dissolução do chá na água quente.
  - Dissolução do açúcar na água.
  - Humidificação do ar.
  - Salga de carne, queijo...
  - Hidratação do feijão (deixando de molho).

- Processos industriais que envolve a TM:
  - Extração de óleos com solventes.
  - Secagem de alimentos.
  - Desidratação/impregnação osmótica
  - Adsorção de umidade.
  - Migração de vapor de água e outros gazes através de embalagens.
  - Processos de separação com membranas.
  - Perda de aromas.
  - Descafeinação de cafés.
  - Salga e dessalga de alimentos.
  - Marinagem.

II. Concentração

- Considerando que a difusão implica na migração de um componente em outro (meio de difusão), é necessário quantificar esses componentes: **concentração**.
- Podemos usar 4 conceitos de concentração:
  - Concentração mássica,
  - Concentração molar,
  - Fração mássica,
  - Fração molar.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- 1) Concentração mássica: ρ_i

$$\rho_i = \frac{m_i}{V_{solução}} \qquad (7)$$

Onde m_i é a massa do componente i.

- 2) Concentração molar: C_i

$$C_i = \frac{n_i}{V_{solução}} \qquad (8)$$

Onde n_i é o número de moles de i.

- 2) Concentração molar: C_i

$$C_i = \frac{n_i}{V_{solução}} \qquad (8)$$

Onde n_i é o número de moles de i.

$$n_i = \frac{m_i}{M_i} \qquad (9)$$

M_i é o peso molecular.

- Portanto:

$$C_i = \frac{m_i/M_i}{V_{solução}} \qquad (10)$$

- Portanto:

$$C_i = \frac{m_i/M_i}{V_{solução}} \qquad (10)$$

Logo

$$C_i = \frac{\rho_i}{M_i} \qquad (11)$$

- Para o caso específico de gases:

$$P_i V_s = n_i RT = \frac{m_i}{M_i}\ RT \qquad (12)$$

Logo

$$C_i = \frac{n_i}{V_s} = \frac{P_i}{RT} \qquad (13)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

- 3) Fração mássica: w_i

$$w_i = \frac{m_i}{m} \qquad (14)$$

Onde m é a massa total da solução.

Dividindo numerador e denominador por V_s:

$$w_i = \frac{m_i/V_s}{m/V_s} = \frac{\rho_i}{\rho} \qquad (15)$$

Onde ρ é a concentração mássica da solução.

Dividindo numerador e denominador por V_s:

$$w_i = \frac{m_i/V_s}{m/V_s} = \frac{\rho_i}{\rho} \qquad (15)$$

Onde ρ é a concentração mássica da solução.
Logo:

$$\rho_i = w_i \, \rho \qquad (16)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- 4) Fração molar: x_i

$$x_i = \frac{n_i}{n} \qquad (17)$$

Onde n é o número de moles total da solução.

Dividindo numerador e denominador por V_s:

$$x_i = \frac{n_i/V_s}{n/V_s} = \frac{C_i}{C} \qquad (18)$$

Onde C é a concentração molar da solução.

Dividindo numerador e denominador por V_s:

$$x_i = \frac{n_i/V_s}{n/V_s} = \frac{C_i}{C} \qquad (18)$$

Onde C é a concentração molar da solução. Logo:

$$C_i = x_i\, C \qquad (19)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

- No caso específico de gases, o símbolo da fração molar é y_i.

Para uma mistura gasosa que obedece a Lei dos gases ideais, temos então:

$$y_i = \frac{P_i}{P} \qquad (20)$$

Ou seja,

$$P_i = y_i P \qquad (21)$$

Tabela 2.1: Definições e relações básicas para uma mistura binária.

Definições básicas	$\rho = \rho_A + \rho_B$ (concentração mássica da solução)	(2.1)
	$\rho_A = C_A M_A$ (concentração mássica de A/volume de solução)	(2.2)
	$w_A = \rho_A/\rho$ (fração mássica de A)	(2.3)
	$C = C_A + C_B$ (concentração molar da mistura)	(2.4)
	$C_A = \rho_A/M_A$ (concentração molar de A/volume de solução)	(2.5)
	$x_A = C_A/C$ (fração molar de A para líquidos) e y_A para gases	(2.6)
	$M = \rho/C$ (massa molecular da mistura)	(2.7)
Relações adicionais	$x_A + x_B = 1$ ou $y_A + y_B = 1$	(2.8)
	$w_A + w_B = 1$	(2.9)
	$y_A M_A + y_B M_B = M$	(2.10)
	$w_A/M_A + w_B/M_B = 1/M$	(2.11)

Tabela 2.1: Definições e relações básicas para uma mistura binária.

Definições básicas	$\rho = \rho_A + \rho_B$ (concentração mássica da solução)	(2.1)
	$\rho_A = C_A\, M_A$ (concentração mássica de A/volume de solução)	(2.2)
	$w_A = \rho_A/\rho$ (fração mássica de A)	(2.3)
	$C = C_A + C_B$ (concentração molar da mistura)	(2.4)
	$C_A = \rho_A/M_A$ (concentração molar de A/volume de solução)	(2.5)
	$x_A = C_A/C$ (fração molar de A para líquidos) e y_A para gases	(2.6)
	$M = \rho/C$ (massa molecular da mistura)	(2.7)
Relações adicionais	$x_A + x_B = 1$ ou $y_A + y_B = 1$	(2.8)
	$w_A + w_B = 1$	(2.9)
	$y_A M_A + y_B M_B = M$	(2.10)
	$w_A/M_A + w_B/M_B = 1/M$	(2.11)

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- A concentração mássica/molar total é a soma das concentrações mássicas/molares individuais:

$$\rho = \sum \rho_i \qquad (22)$$

Ou seja, em um sistema binário:

$$\rho = \rho_A + \rho_B \qquad (23)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- Como podemos demostrar isso?

- Como podemos demostrar isso? Sabendo que a massa da solução é a soma das massas individuais:

$$m = m_A + m_B \qquad (24)$$

- Como podemos demostrar isso? Sabendo que a massa da solução é a soma das massas individuais:

$$m = m_A + m_B \qquad (24)$$

Dividindo pelo volume da solução:

$$m/V_s = m_A/V_s + m_B/V_s \qquad (25)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- Como podemos demostrar isso? Sabendo que a massa da solução é a soma das massas individuais:

$$m = m_A + m_B \qquad (24)$$

Dividindo pelo volume da solução:

$$m/V_s = m_A/V_s + m_B/V_s \qquad (25)$$

Temos

$$\rho = \rho_A + \rho_B \qquad (26)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

Tabela 2.1: Definições e relações básicas para uma mistura binária.

Definições básicas	$\rho = \rho_A + \rho_B$ (concentração mássica da solução)	(2.1)
	$\rho_A = C_A M_A$ (concentração mássica de A/volume de solução)	(2.2)
	$w_A = \rho_A/\rho$ (fração mássica de A)	(2.3)
	$C = C_A + C_B$ (concentração molar da mistura)	(2.4)
	$C_A = \rho_A/M_A$ (concentração molar de A/volume de solução)	(2.5)
	$x_A = C_A/C$ (fração molar de A para líquidos) e y_A para gases	(2.6)
	$M = \rho/C$ (massa molecular da mistura)	(2.7)
Relações adicionais	$x_A + x_B = 1$ ou $y_A + y_B = 1$	(2.8)
	$w_A + w_B = 1$	(2.9)
	$y_A M_A + y_B M_B = M$	(2.10)
	$w_A/M_A + w_B/M_B = 1/M$	(2.11)

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

- A soma das frações mássicas/molares individuais será sempre igual à unidade:

$$\sum w_i = 1 \qquad (27)$$

- A soma das frações mássicas/molares individuais será sempre igual à unidade:

$$\sum w_i = 1 \qquad (27)$$

Em sistemas binários:

$$w_A + w_B = 1 \qquad (28)$$

- A soma das frações mássicas/molares individuais será sempre igual à unidade:

$$\sum w_i = 1 \qquad (27)$$

Em sistemas binários:

$$w_A + w_B = 1 \qquad (28)$$

Interessante, por que...

$$w_A = 1 - w_B \qquad (29)$$

- Como podemos demostrar isso?

- Como podemos demostrar isso? Sabendo que a massa da solução é a soma das massas individuais:

$$m = m_A + \ m_B \qquad (24)$$

Dividindo pela massa da solução:

$$m/m \ = m_A/m + \ m_B/m \qquad (30)$$

Temos

$$w_A + w_B = 1 \qquad (31)$$

III. Velocidade

- Quando moléculas difundem num meio, elas se deslocam no espaço durante um período de tempo. Portanto, elas têm uma velocidade. Por se tratar de várias moléculas, temos que conhecer a velocidade média delas:
  - Velocidade média mássica: $\vec{v}$,
  - Velocidade média molar: $\vec{V}$.

- Velocidade média mássica:

$$\vec{v} = \frac{\sum \rho_i \, \vec{v_i}}{\sum \rho_i} \qquad (32)$$

- Velocidade média mássica:

$$\vec{v} = \frac{\sum \rho_i \, \vec{v_i}}{\sum \rho_i} \qquad (32)$$

Em sistemas binários (n = 2):

$$\vec{v} = (\rho_A \, \vec{v_A} + \rho_B \, \vec{v_B})/\rho \qquad (33)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- Velocidade média molar:

$$\overrightarrow{V} = \frac{\sum c_i \, \overrightarrow{v_i}}{\sum c_i} \qquad (35)$$

Em sistemas binários (*n* = 2):

$$\overrightarrow{V} = (C_A \, \overrightarrow{v_A} + C_B \, \overrightarrow{v_B})/\mathrm{C} \qquad (36)$$

- v_i é uma velocidade absoluta, mas a VELOCIDADE DE DIFUSÃO deve ser referenciada a outra velocidade:

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- v_i é uma velocidade absoluta, mas a VELOCIDADE DE DIFUSÃO deve ser referenciada a outra velocidade:

i. à de eixos estacionários → $\overrightarrow{v_i} - 0$

- v_i é uma velocidade absoluta, mas a VELOCIDADE DE DIFUSÃO deve ser referenciada a outra velocidade:

i. à de eixos estacionários → $\overrightarrow{v_i} - 0$

ii. à da solução com velocidade média mássica → $\overrightarrow{v_i} - \vec{v}$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- v_i é uma velocidade absoluta, mas a VELOCIDADE DE DIFUSÃO deve ser referenciada a outra velocidade:

i. à de eixos estacionários → $\overrightarrow{v_i} - 0$

ii. à da solução com velocidade média mássica → $\overrightarrow{v_i} - \vec{v}$

iii. à da solução com velocidade média molar → $\overrightarrow{v_i} - \vec{V}$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

IV. Fluxo

- Fluxo é definido como uma quantidade de massa (ou molar) que passa através de uma área unitária, normal ao vetor, por unidade de tempo.

$$[\text{Fluxo}] = \text{massa}/(\text{área}.\text{tempo}) \quad [M/L^2T]$$

IV. Fluxo

- Fluxo é definido como uma quantidade de massa (ou molar) que passa através de uma área unitária, normal ao vetor, por unidade de tempo.

[Fluxo] = massa/(área.tempo)   [M/L^2T]

Fluxo = concentração x velocidade

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

IV. Fluxo

- Fluxo é definido como uma quantidade de massa (ou molar) que passa através de uma área unitária, normal ao vetor, por unidade de tempo.

[Fluxo] = massa/(área.tempo) $[M/L^2T]$

Fluxo = concentração x velocidade

kg/m^3 x m/h

$moles/cm^3$ x cm/s

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

IV. Fluxo

- Fluxo é definido como uma quantidade de massa (ou molar) que passa através de uma área unitária, normal ao vetor, por unidade de tempo.

[Fluxo] = massa/(área.tempo) $[M/L^2T]$

Fluxo = concentração x velocidade

$kg/m^2.h$ = kg/m^3 x m/h

$Moles/cm^2.s$ = $moles/cm^3$ x cm/s

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- **Observações importantes:**
- Fluxo é uma grandeza vetorial.
- Então, podemos ter fluxo em 3 direções: x, y, z.
- E, nas 3 velocidades de referência.

- Fluxo relativo às coordenadas estacionárias:

  - Fluxo Mássico:

$$\vec{n}_i = \rho_i \overrightarrow{v_i} \qquad (37)$$

  - Fluxo Molar:

$$\vec{N}_i = C_i \overrightarrow{v_i} \qquad (38)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- Fluxo relativo à velocidade média mássica:

  - Fluxo Mássico:

$$\overrightarrow{j_i} = \rho_i(\overrightarrow{v_i} - \vec{v}) \qquad (40)$$

  - Fluxo Molar:

$$\vec{J}_i = C_i(\overrightarrow{v_i} - \vec{v}) \qquad (41)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- Fluxo relativo à velocidade média molar:

  - Fluxo Mássico:

$$\overrightarrow{j_i^*} = \rho_i(\overrightarrow{v_i} - \vec{V}) \qquad (42)$$

  - Fluxo Molar:

$$\overrightarrow{J_i^*} = C_i(\overrightarrow{v_i} - \vec{V}) \qquad (43)$$

- **Fluxo de A na direção z:**

$\vec{n}_{A,z} = \rho_A \overrightarrow{v_{A,z}}$ (44) e $\vec{N}_{A,z} = C_A \overrightarrow{v_{A,z}}$ (45)

- **Fluxo de A na direção z:**

$$\vec{n}_{A,z} = \rho_A \overrightarrow{v_{A,z}} \quad (44) \text{ e } \vec{N}_{A,z} = C_A \overrightarrow{v_{A,z}} \quad (45)$$

$$\overrightarrow{j_{A,z}} = \rho_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{v_z}) \; (46) \text{ e } \vec{J}_{A,z} = C_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{v_z}) \; (47)$$

- **Fluxo de A na direção z:**

$$\vec{n}_{A,z} = \rho_A \overrightarrow{v_{A,z}} \quad (44) \text{ e } \vec{N}_{A,z} = C_A \overrightarrow{v_{A,z}} \quad (45)$$

$$\overrightarrow{j_{A,z}} = \rho_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{v_z}) \; (46) \text{ e } \vec{J}_{A,z} = C_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{v_z}) \; (47)$$

$$\overrightarrow{j^*_{A,z}} = \rho_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{V_z}) \; (48) \text{ e } \overrightarrow{J^*_{A,z}} = C_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{V_z}) \; (49)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

V. Lei de Fick

- **Fluxo difusivo: Lei de Fick**

$$\overrightarrow{J_{A,z}^{*}} = -D_{AB}\frac{dc_A}{\partial z} \quad (50)$$

$$\overrightarrow{j_{A,z}} = -D_{AB}\frac{d\rho_A}{\partial z} \quad (51)$$

D_{AB}: coeficiente de difusão de A em B, ou difusividade de A em B [L^2/T]

$\frac{dc_A}{\partial z}$ ou $\frac{d\rho_A}{\partial z}$: gradiente de concentração

- Que podem ser apresentadas assim:

$$\overrightarrow{J_{A,z}^{*}} = -C \, D_{AB} \frac{dx_A}{\partial z} \qquad (52)$$

$$\overrightarrow{J_{A,z}} = -\rho \, D_{AB} \frac{dw_A}{\partial z} \qquad (53)$$

Pois → $C_A = x_A \, C$ e $\rho_A = w_A \, \rho$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

Temos então a Lei de Fick:

$$\overrightarrow{J^*_{A,z}} = -C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} \qquad (54)$$

E, a equação de fluxo (49):

$$\overrightarrow{J^*_{A,z}} = \ C_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{V_z})$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

Igualando

$$-C\ D_{AB}\,\frac{dy_A}{\partial z} = C_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{V_z}) \qquad (55)$$

Igualando e rearranjando:

$$-C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} = C_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{V_z}) \qquad (55)$$

$$-C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} = C_A\overrightarrow{v_{A,z}} - C_A\overrightarrow{V_z} \qquad (56)$$

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

Igualando e rearranjando:

$$-C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} = C_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{V_z}) \qquad (55)$$

$$-C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} = C_A\overrightarrow{v_{A,z}} - C_A\overrightarrow{V_z} \qquad (56)$$

$$C_A\overrightarrow{v_{A,z}} = -C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} + C_A\overrightarrow{V_z} \qquad (57)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

Igualando e rearranjando:

$$-C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} = C_A(\overrightarrow{v_{A,z}} - \overrightarrow{V_z}) \qquad (55)$$

$$-C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} = C_A\overrightarrow{v_{A,z}} - C_A\overrightarrow{V_z} \qquad (56)$$

$$C_A\overrightarrow{v_{A,z}} = -C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} + C_A\overrightarrow{V_z} \qquad (57)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

Sabemos calcular a velocidade média molar:

$$\overrightarrow{V_z} = \frac{1}{C}\left(C_A\,\overrightarrow{v_{A,z}} + C_B\,\overrightarrow{v_{B,z}}\right) \qquad (58)$$

Sabemos calcular a velocidade média molar:

$$\overrightarrow{V_z} = \frac{1}{C}(C_A\,\overrightarrow{v_{A,z}} + C_B\,\overrightarrow{v_{B,z}}) \qquad (58)$$

Que, multiplicando por y_A:

$$C y_A \overrightarrow{V_z} = y_A(C_A\,\overrightarrow{v_{A,z}} + C_B\,\overrightarrow{v_{B,z}}) \qquad (59)$$

Sabemos calcular a velocidade média molar:

$$\overrightarrow{V_z} = \frac{1}{C}(C_A\,\overrightarrow{v_{A,z}} + C_B\,\overrightarrow{v_{B,z}}) \qquad (58)$$

Que, multiplicando por y_A:

$$C y_A \overrightarrow{V_z} = y_A(C_A\,\overrightarrow{v_{A,z}} + C_B\,\overrightarrow{v_{B,z}}) \qquad (59)$$

ou

$$C_A \overrightarrow{V_z} = y_A(C_A\,\overrightarrow{v_{A,z}} + C_B\,\overrightarrow{v_{B,z}}) \qquad (60)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

Substituindo a equação 60 na 57:

$$C_A\overrightarrow{v_{A,z}} = -C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} + y_A(C_A\ \overrightarrow{v_{A,z}} + C_B\ \overrightarrow{v_{B,z}})\quad (61)$$

Substituindo a equação 60 na 57:

$$C_A\overrightarrow{v_{A,z}} = -C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} + y_A(C_A\ \overrightarrow{v_{A,z}} + C_B\ \overrightarrow{v_{B,z}}) \quad (61)$$

ou

$$\overrightarrow{N_{A,z}} = -C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} + y_A(\overrightarrow{N_{A,z}} + \overrightarrow{N_{B,z}}) \quad (62)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

Substituindo a equação 60 na 57:

$$C_A\overrightarrow{v_{A,z}} = -C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} + y_A(C_A\ \overrightarrow{v_{A,z}} + C_B\ \overrightarrow{v_{B,z}}) \quad (61)$$

ou

$$\overrightarrow{N_{A,z}} = -C\ D_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} + y_A(\overrightarrow{N_{A,z}} + \overrightarrow{N_{B,z}}) \quad (62)$$

Ou ainda

$$\overrightarrow{N_A} = -CD_{AB}\overrightarrow{\nabla y_A} + y_A(\overrightarrow{N_A}+\overrightarrow{N_B}) \quad (63)$$

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- **Equação generalizada de Fick:**

$$\overrightarrow{N_A} = -CD_{AB}\frac{dy_A}{\partial z} + y_A(\overrightarrow{N_A}+\overrightarrow{N_B})$$

$$\overrightarrow{n_A} = -\rho D_{AB}\frac{dw_A}{\partial z} + w_A(\overrightarrow{n_A}+\overrightarrow{n_B})$$

Fluxo resultante do gradiente de concentração

Fluxo de A resultante do fluxo total do fluido (“bulk motion contribution”)

VI. Coeficiente convectivo de transferência de massa

- **Fluxo convectivo**

Fluxo = força motriz/resistência

$$\overrightarrow{N_{A,z}} = k_m \left(C_A - C_{A\infty}\right)$$

k_m: coeficiente de transferência de massa [L/T].

$(C_A - C_{A\infty})$: diferença de concentração.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP

- **Resistências ao fluxo:**

- Fluxo convectivo → $1/k_m$

- **Resistências ao fluxo:**

- Fluxo convectivo → $1/k_m$

- Fluxo difusivo → Z/D_{AB}

Z – dimensão característica do meio.

FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS

FZEA USP

- Boa semana a todos e a todas...

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
FACULDADE DE ZOOTECNIA E ENGENHARIA DE ALIMENTOS
FZEA USP