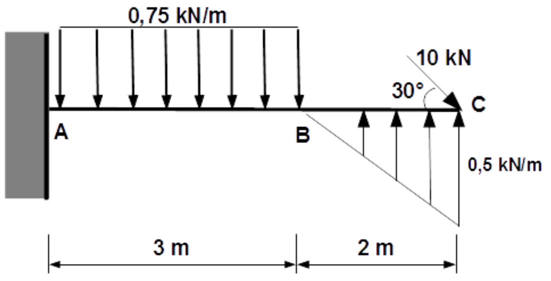
São Paulo, abril de 2021.

Exercícios complementares de apoio aos alunos que cursam as disciplinas de “Introdução a Mecânica das Estruturas” para os cursos da Engenharia Civil ou de “Resistência dos Materiais” para demais cursos de engenharia. Dizem respeito aos conteúdos de cálculo de reações e esforços em estruturas isostáticas planas e espaciais.

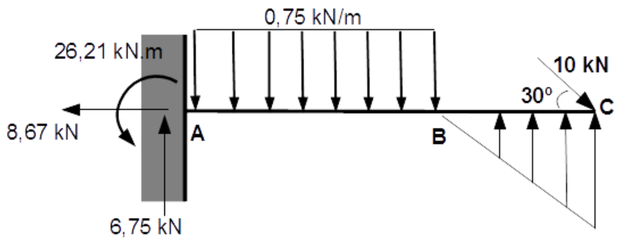
Foram desenvolvidos pelo prof. Valério S. Almeida, quando não indicado o autor no início do exercício. Abrange estruturas do tipo: vigas retas, vigas poligonais, pórticos, pórticos tri-articulados, treliças planas, vigas poligonais e pórticos no espaço, pórticos associados, linhas de influência e linhas de pressão.

# CÁLCULO DE REAÇÕES

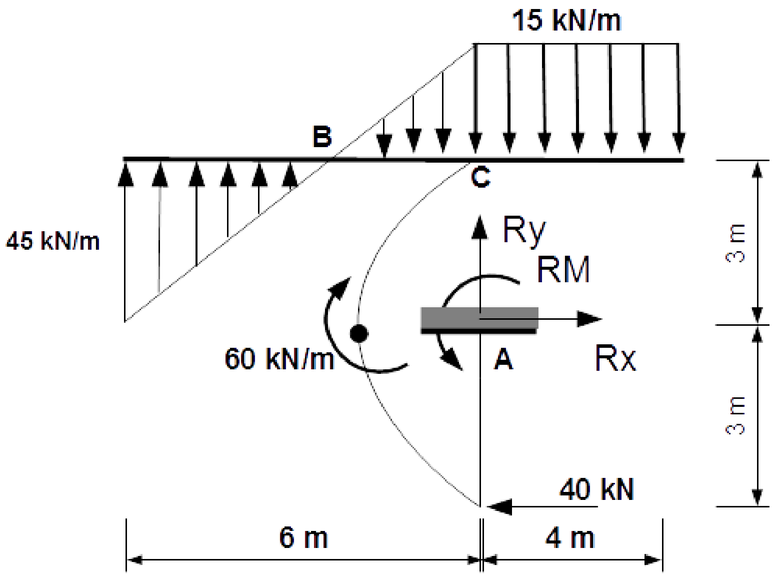
R1) Calcular as reações a seguir.



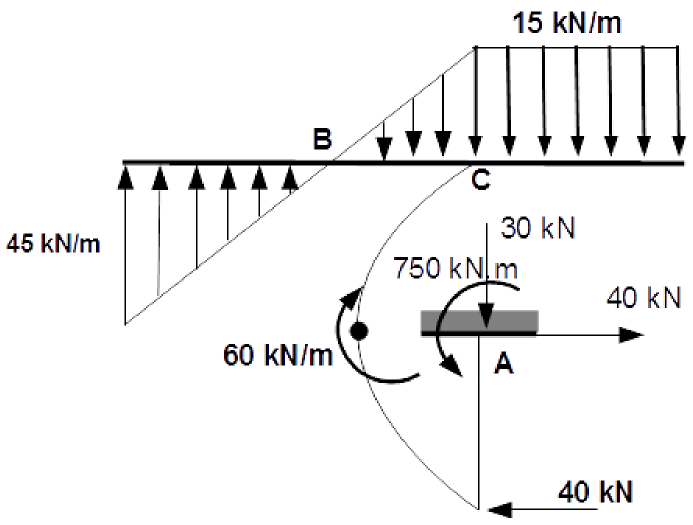

Resposta: Rx = -8,67 kN
Ry = 6,75 kN
RM = 26,21 kN.m



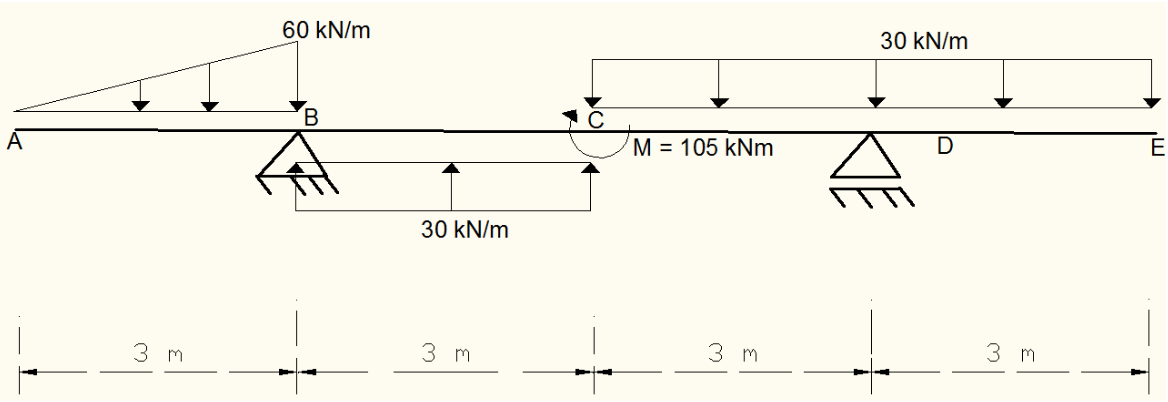

R2) Calcular as reações a seguir.




Resposta: Rx = 40 kN
Ry = -30 kN
RM = 750 kN.m

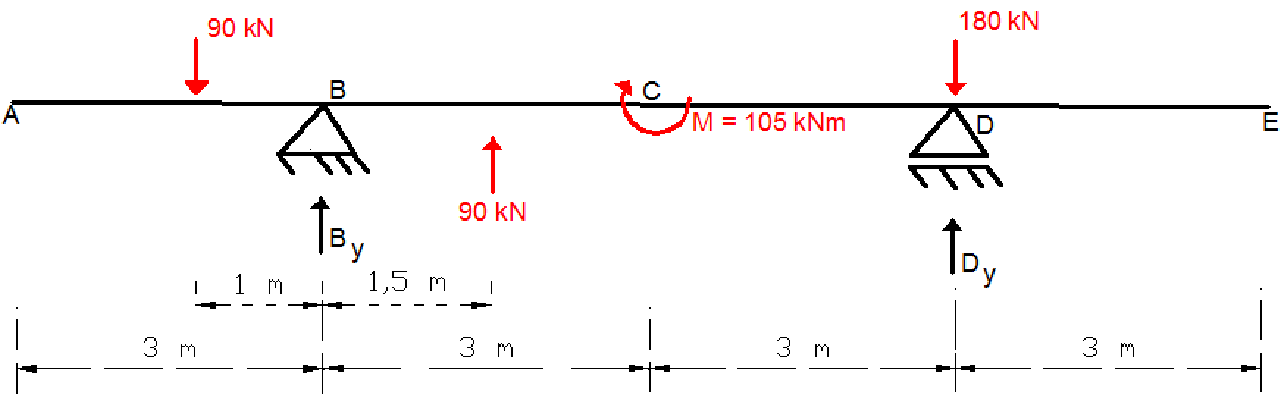



R3) Determinar as reações da viga a seguir.

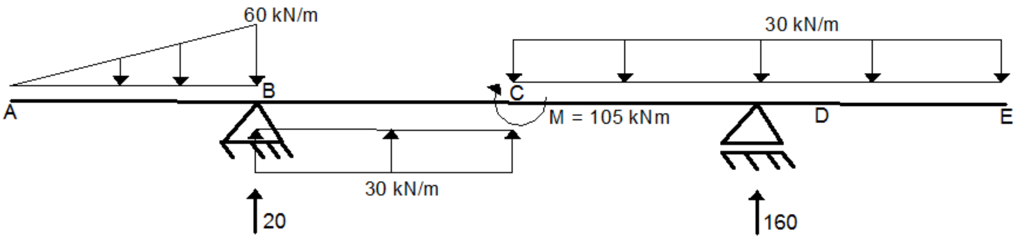



Resposta:

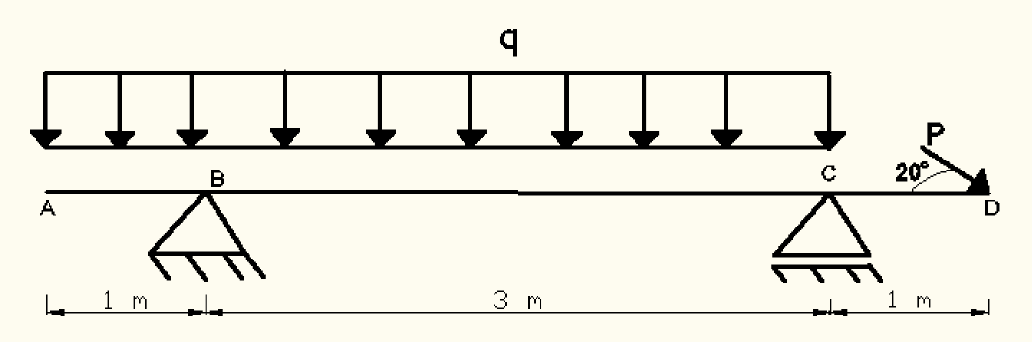
Bx = 0;  By = 20 kN (↑); Dy = 160 kN (↑)



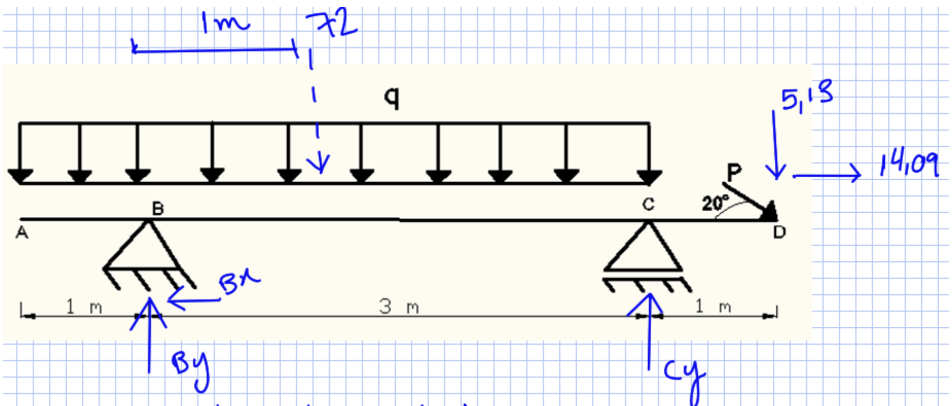

$$\sum F_x = 0 \rightarrow B_x = 0$$
$$\sum F_y = 0 \rightarrow B_y + D_y = 180$$
$$\sum M_B = 0 \rightarrow 6.D_y + 90.1 + 90.1{,}5 = 105 + 180.6 \rightarrow D_y = 160 \quad kN(\uparrow)$$
$$\therefore B_y = 20 \quad kN(\uparrow)$$




R4) Determinar as reações da viga a seguir. Dados q = 18 kN/m e P = 15 kN.




Resposta:




$\Sigma F_x = 0$ : $B_x = 14{,}09$ kN (←)

$\Sigma F_y = 0$ : $B_y + C_y = 77{,}13$

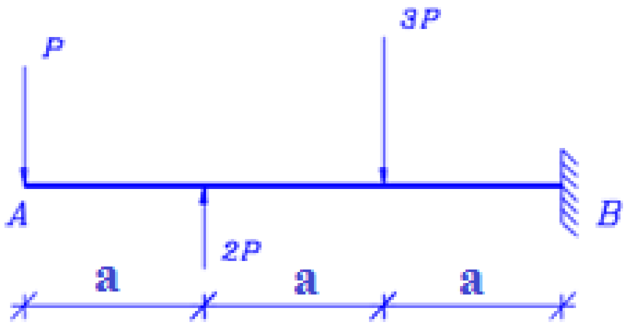
$\Sigma M_B = 0$ (+↺) : $3C_y = 72 \cdot 1 + 5{,}13 \cdot 4$

$C_y = 30{,}84$ kN (↑)

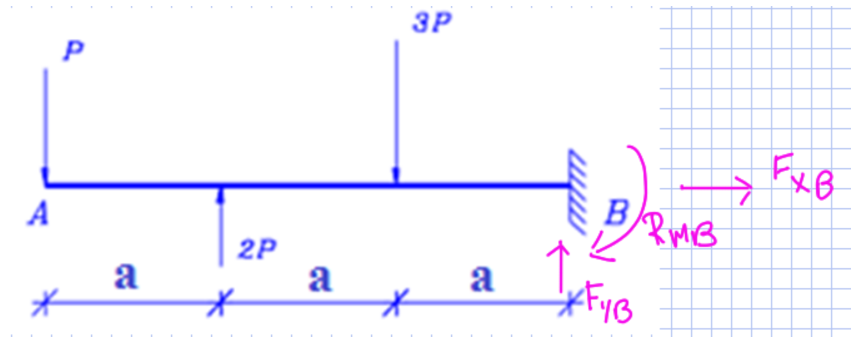
$B_y = 46{,}29$ kN (↑)

$B_x = 14{,}09$ kN (←)

R5) Determinar as reações em B.




Resposta:



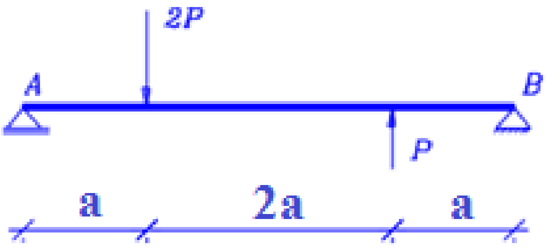

$\Sigma F_x = 0$ : $F_{xB} = 0$

$\Sigma F_y = 0$ : $F_{yB} + 2P = 4P \rightarrow F_{yB} = 2P$

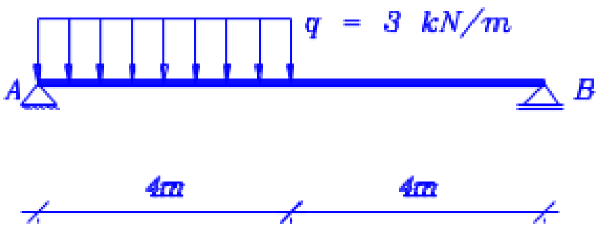
$\Sigma M_B = 0$ $\overset{+}{\circlearrowleft}$ : $(3P) \cdot a + P \cdot 3a = R_{MB} + (2P)2a$

$R_{MB} = 2Pa$

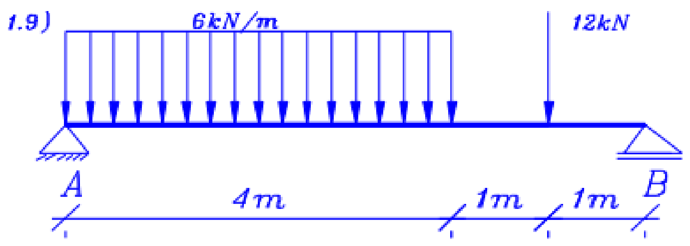
R6) Determinar as reações.



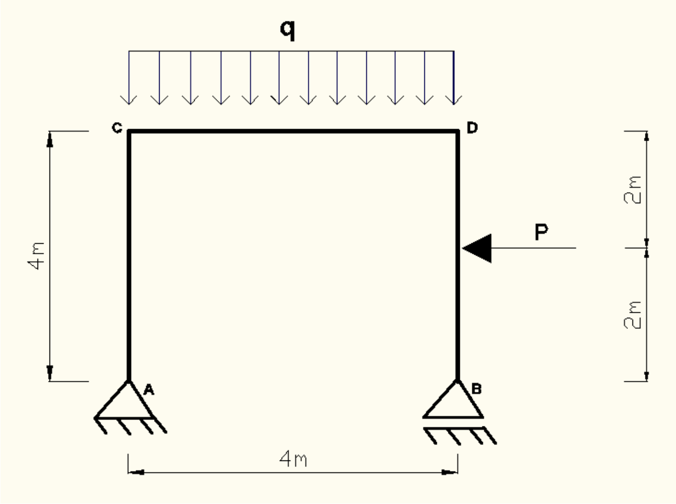

R7) Determinar as reações.



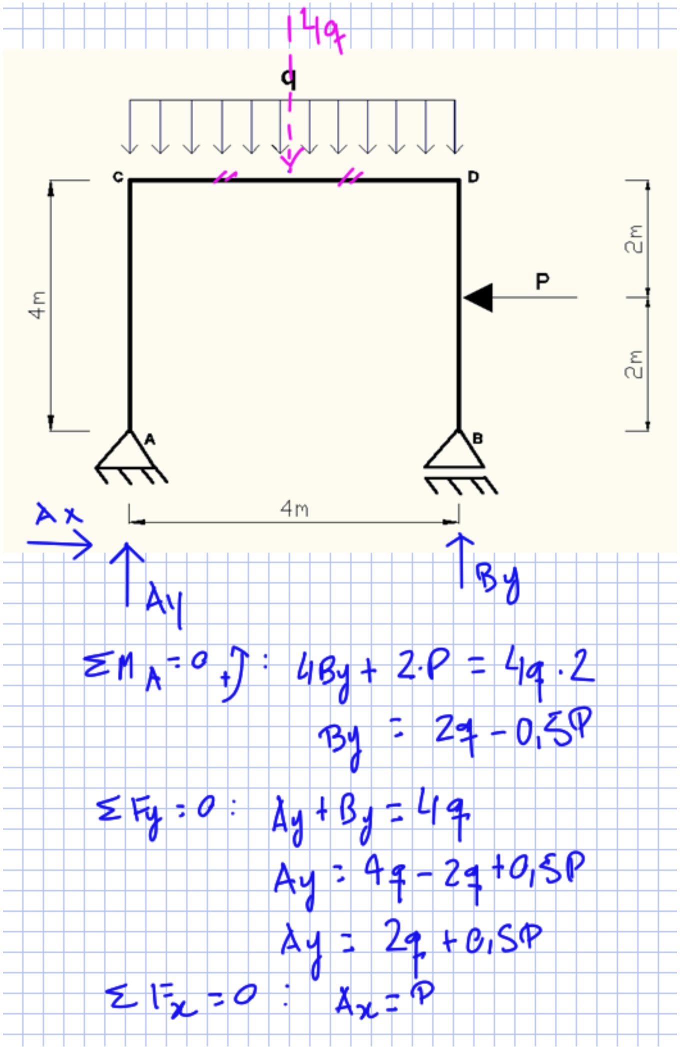

R8) Determinar as reações.



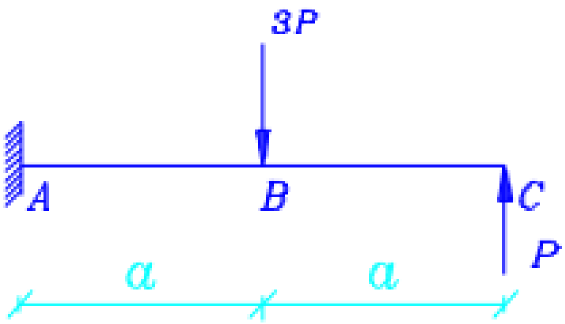

R9) Determinar as reações do pórtico.



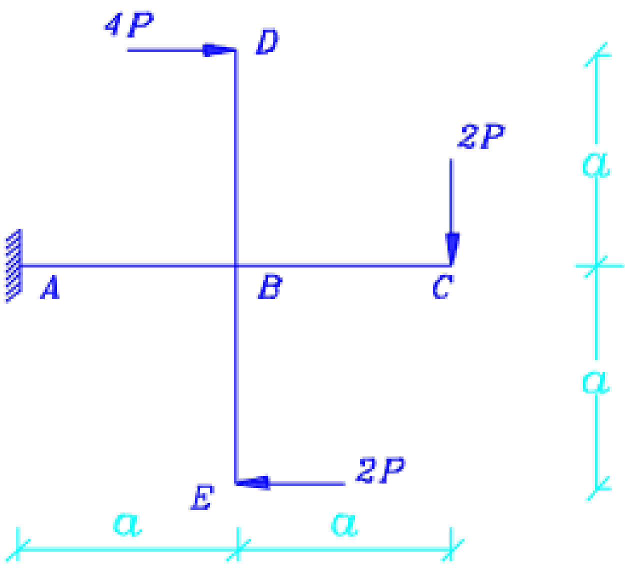

Resposta:



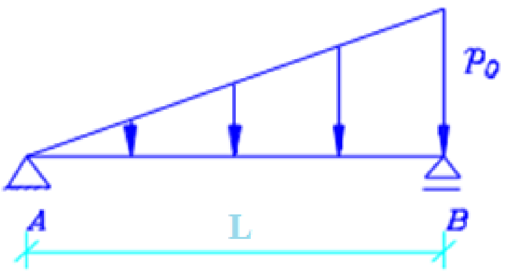

R10) Determinar as reações.



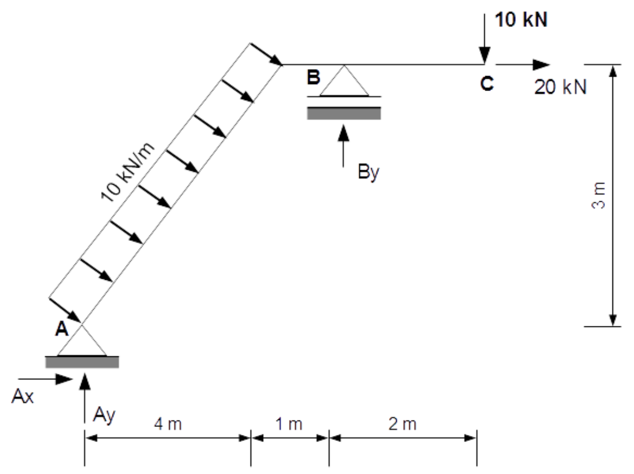

R11) Determinar as reações.




R12) Determinar as reações.

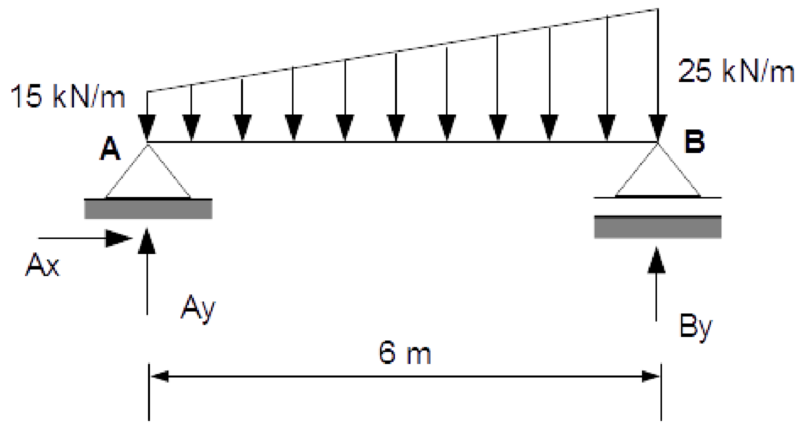



R13) Calcular as reações a seguir.



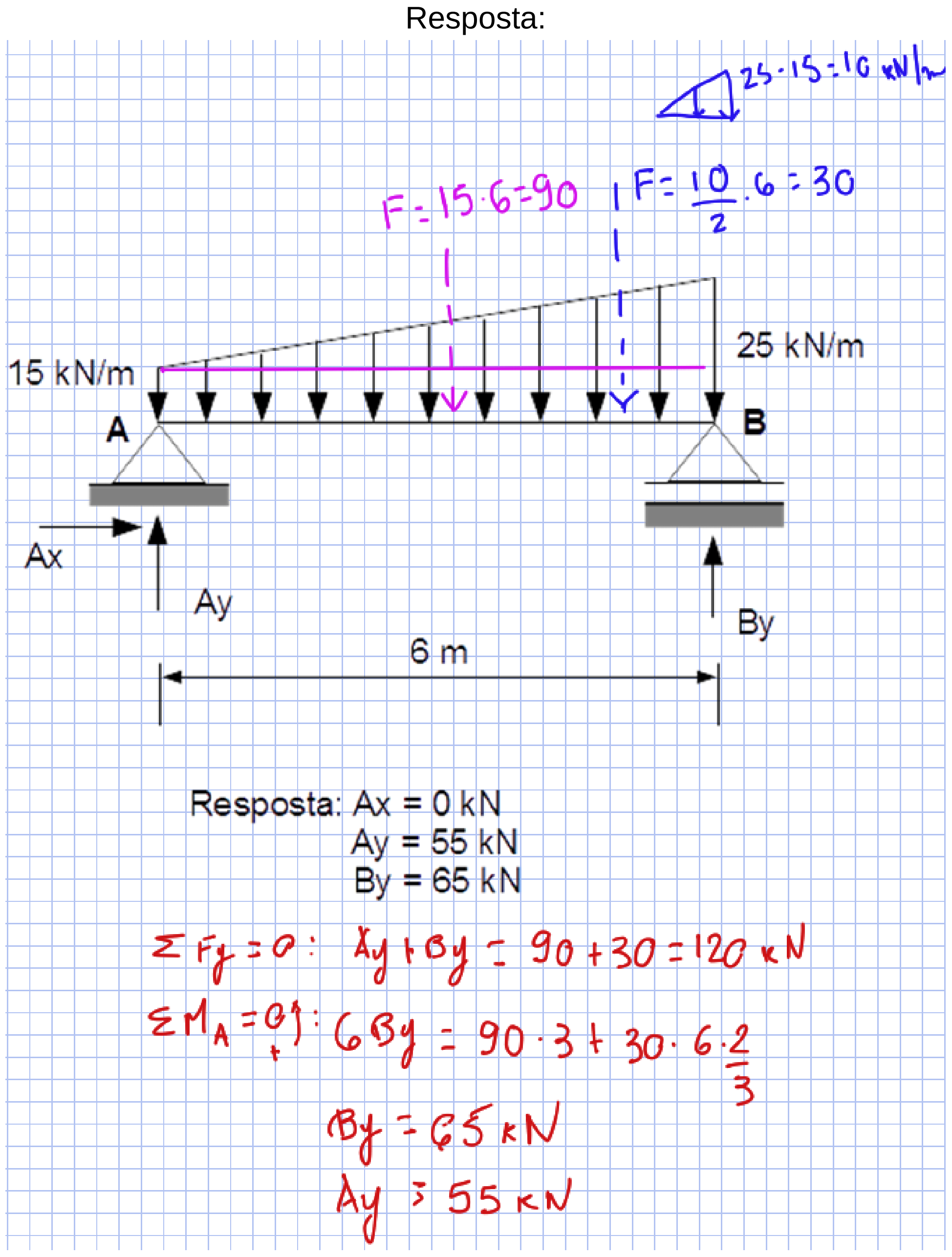

Resposta: Ax = -50 kN
Ay = -1 kN
By = 51 kN

R14) Calcular as reações a seguir.

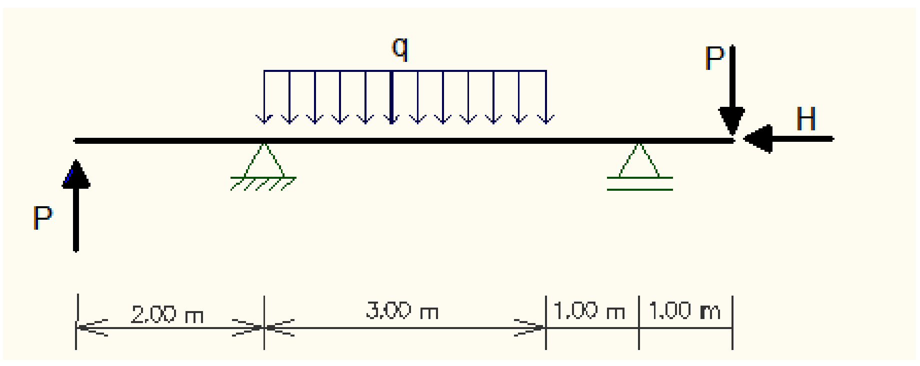



Resposta: Ax = 0 kN
Ay = 55 kN
By = 65 kN

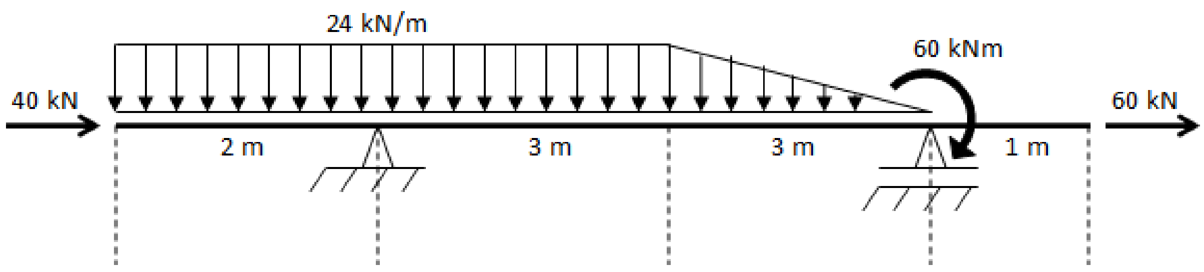
Resposta:



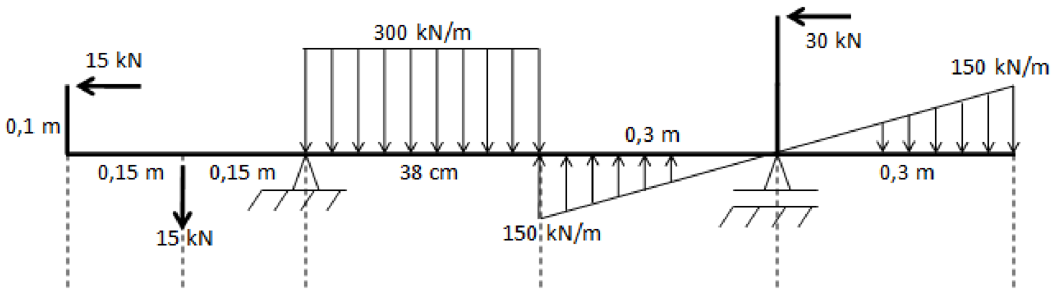

R15) Calcular as reações a seguir.



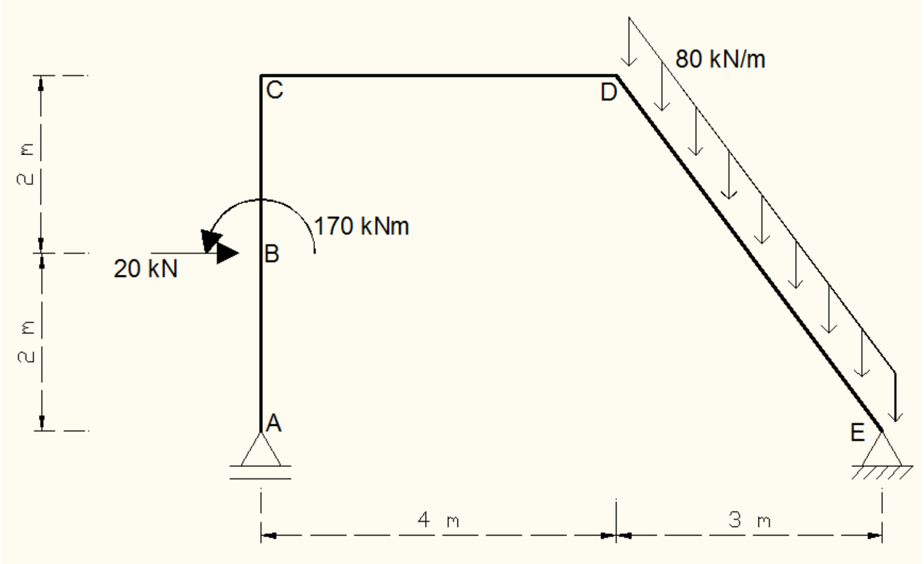
R16) Calcular as reações a seguir.



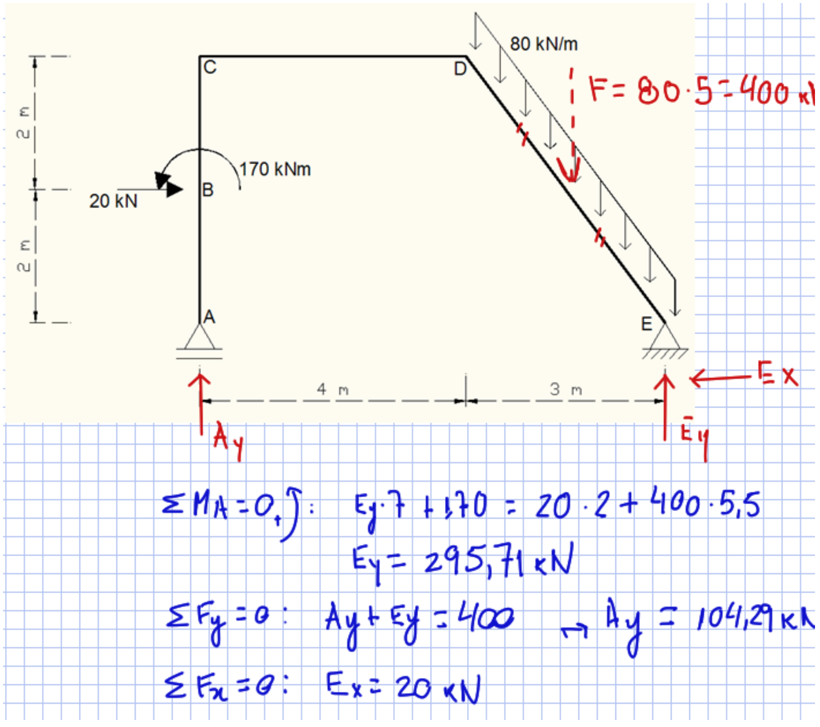

R17) Calcular as reações a seguir.



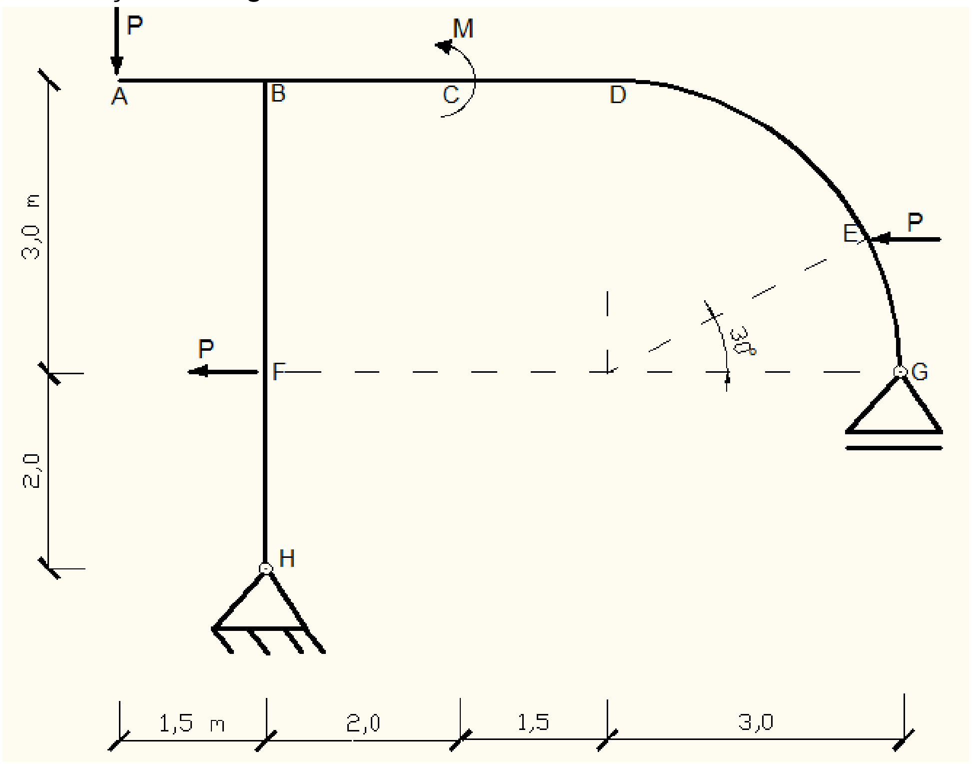

R18) Calcular as reações a seguir.



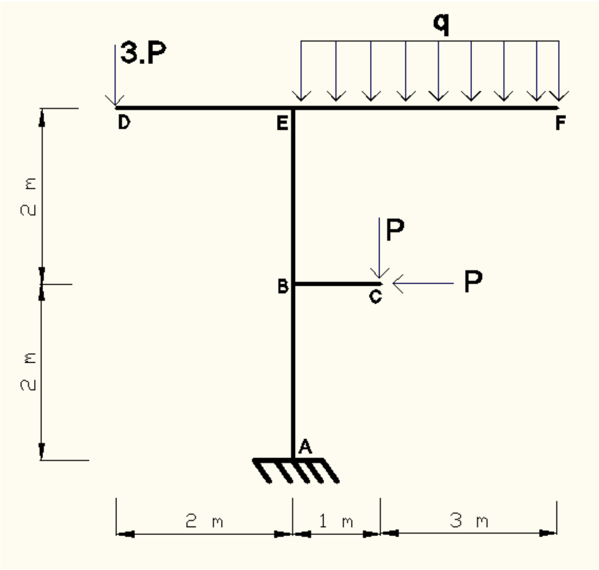

Resposta:



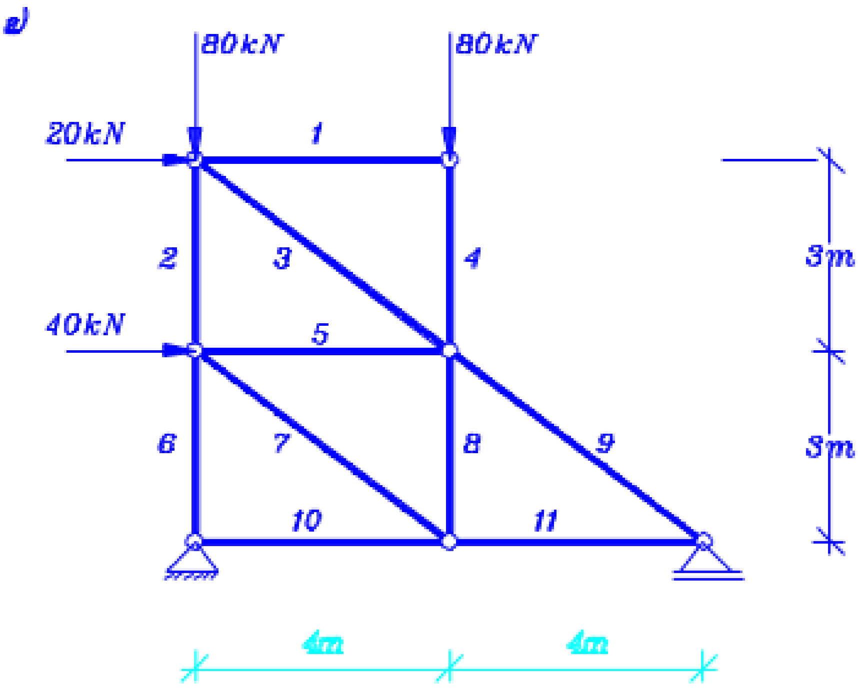

R19) Calcular as reações a seguir.



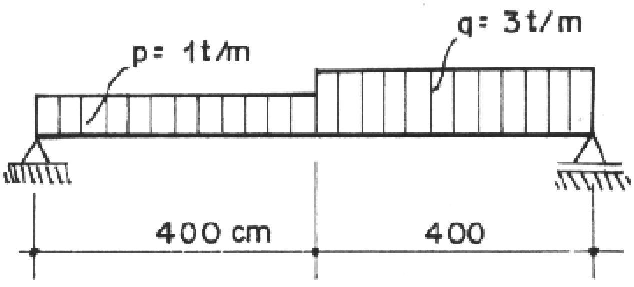
R20) Calcular as reações a seguir.



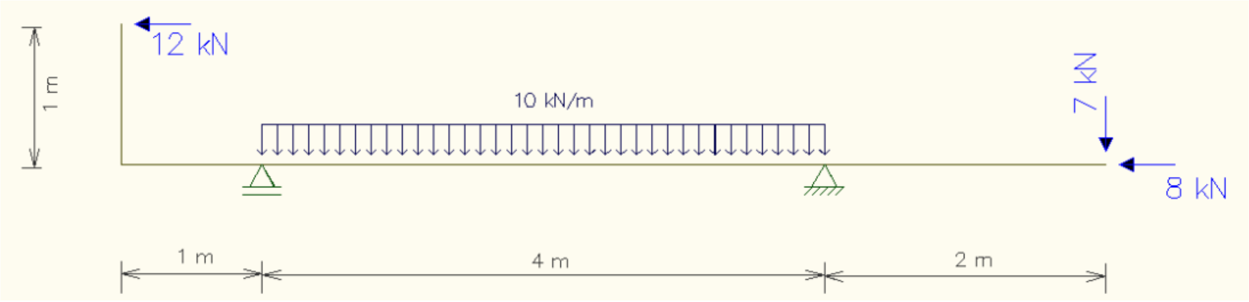

R21) Calcular as reações a seguir.



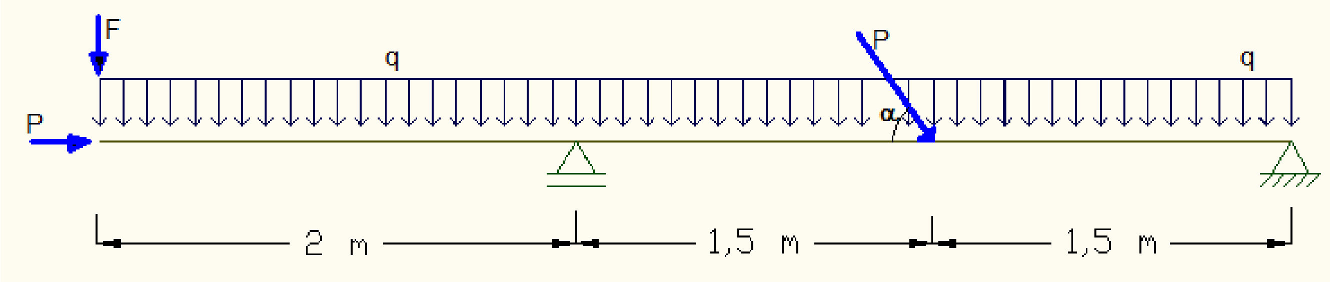

R22) Calcular as reações a seguir.



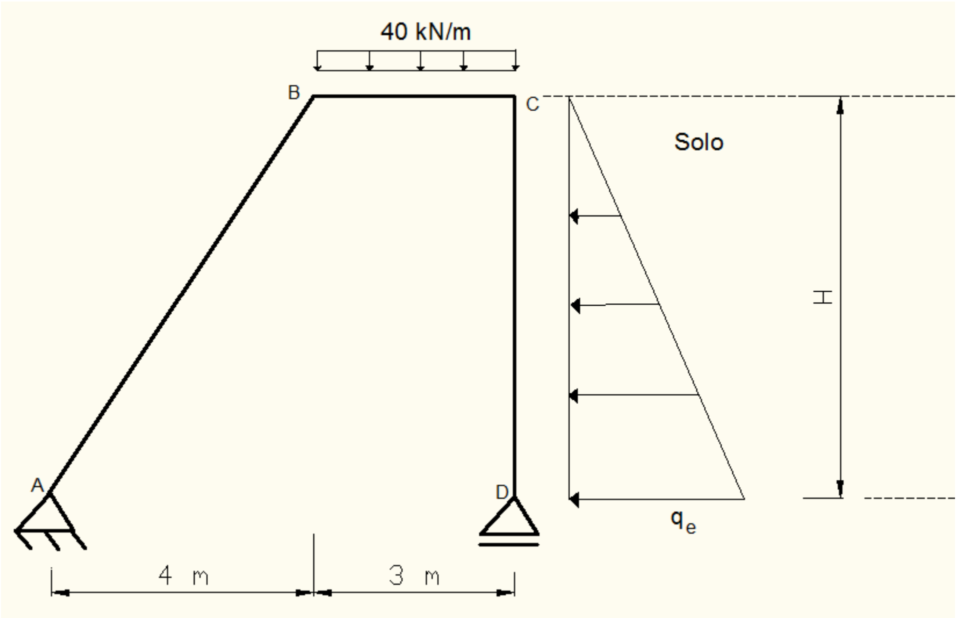

R23) Calcular as reações a seguir.



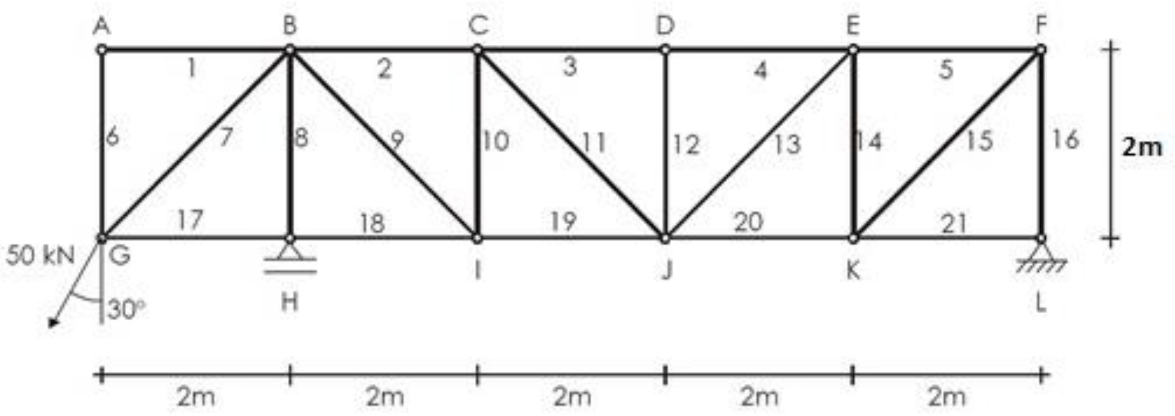

R24) Calcular as reações a seguir. Dados: P = 10 kN; F = P/10; q = 8 kN/m; α =30°



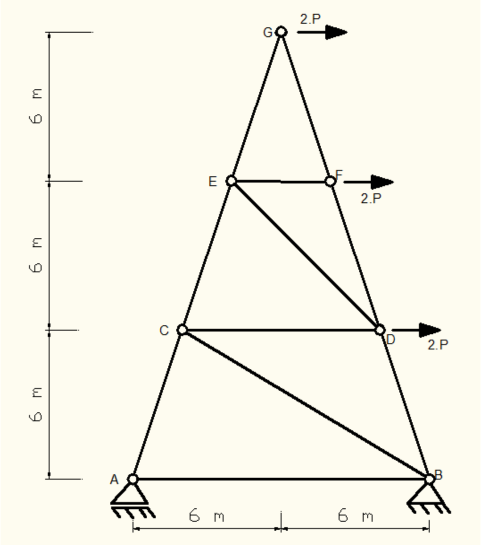
R25) Calcular as reações a seguir.



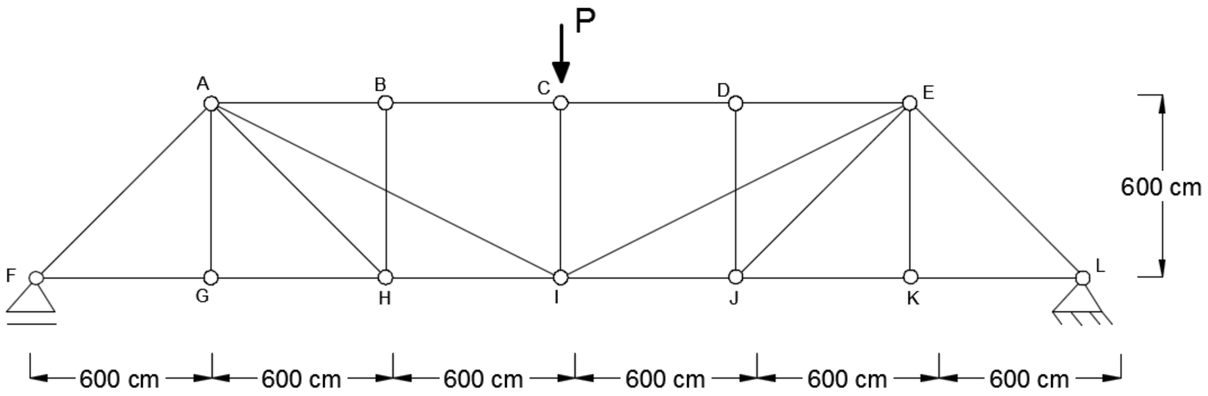

R26) Calcular as reações a seguir.



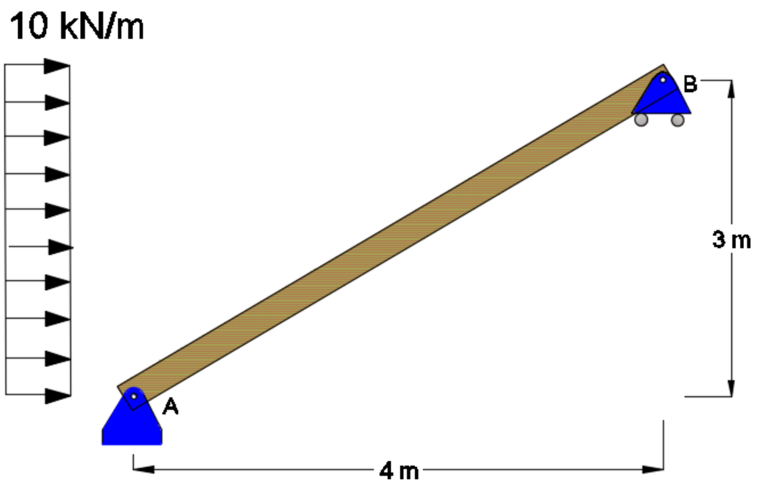

R27) Calcular as reações a seguir.



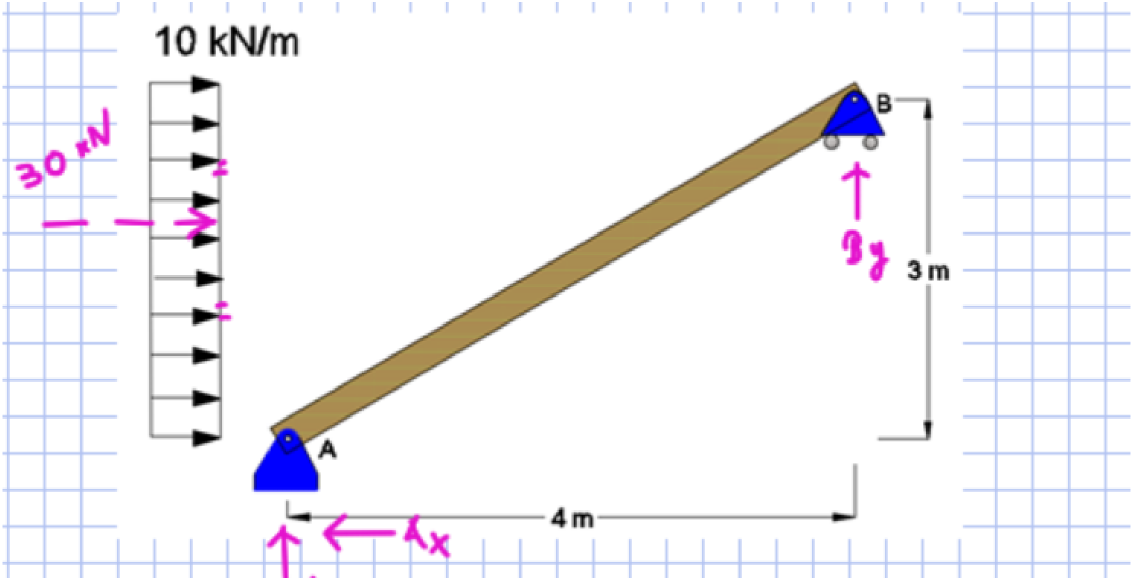

R28) Calcular as reações a seguir.




R29) Calcular as reações a seguir.




Resposta:



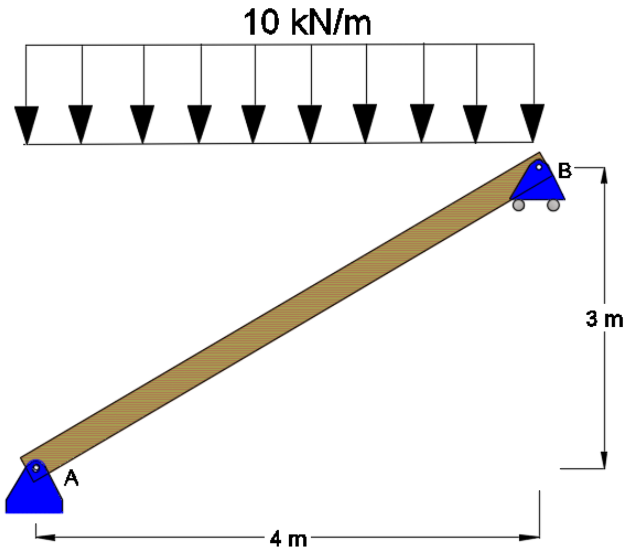

$\Sigma F_x = 0$: $A_x = 30$ kN

$\Sigma M_A = 0$ (+): $B_y \cdot 4 = 30 \cdot 1{,}5$ (↶)

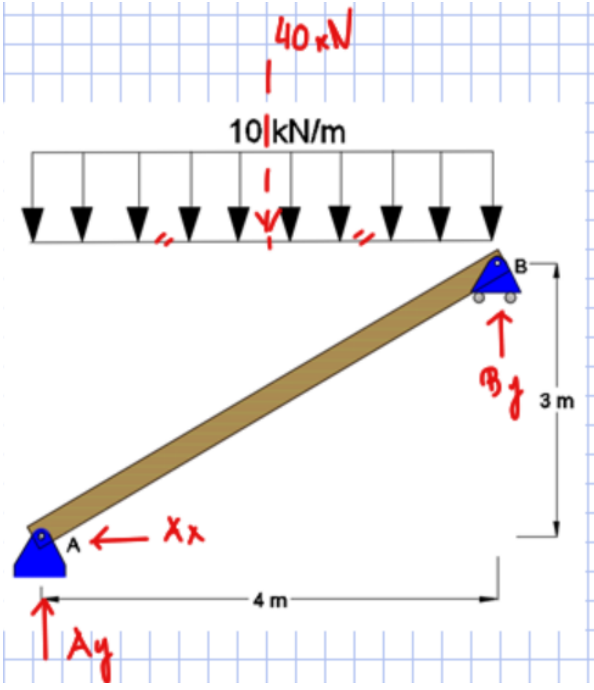
$B_y = 11{,}25$ kN (↑)

$\Sigma F_y = 0$: $A_y + B_y = 0 \rightarrow A_y = -11{,}25$ kN (↓)

R30) Calcular as reações a seguir.




Resposta:




$\Sigma F_y = 0$: $A_y + B_y = 40$

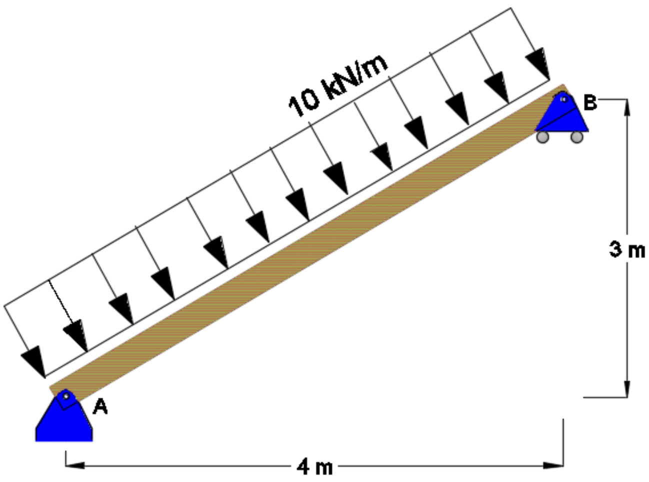
$\Sigma M_A = 0$ (+): $4 B_y = 40 \cdot 2$

$B_y = 20$ kN

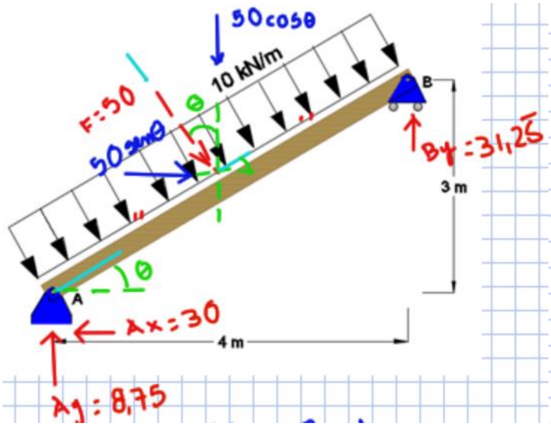
$A_y = 20$ kN

$\Sigma F_x = 0$: $A_x = 0$

R31) Calcular as reações a seguir.




Resposta:




$\Sigma F_x = 0: \ 50\,\text{sen}\,\theta = A_x$

$A_x = 50 \cdot 0{,}6 = 30\,\text{kN}$

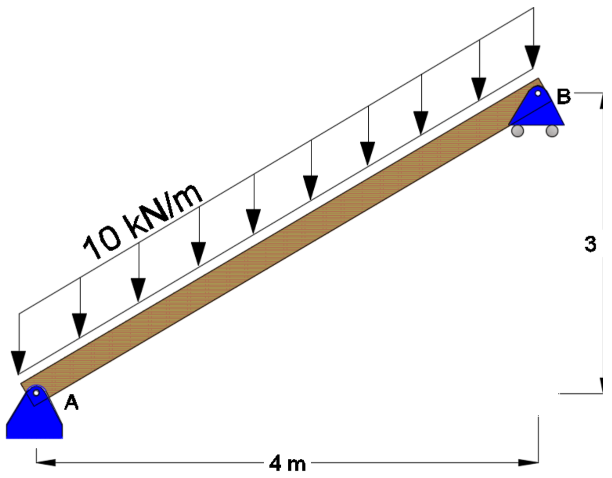
$\Sigma M_A = 0 \curvearrowright_{+}: \ B_y \cdot 4 = (50\cos\theta) \cdot 2 + (50\,\text{sen}\,\theta) \cdot 1{,}5$

$B_y = (0{,}8 \cdot 100 + 45)/4 = 31{,}25\,\text{kN}$

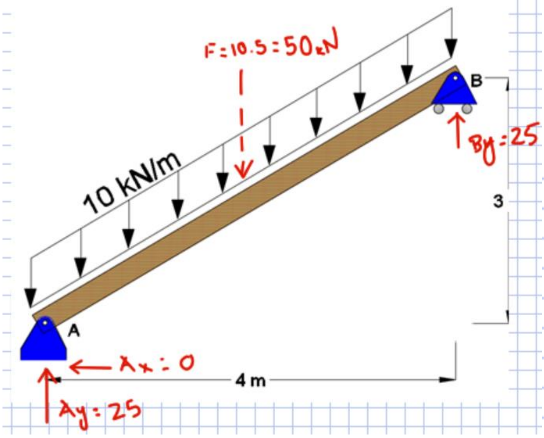
$\Sigma F_y = 0: \ A_y + B_y = 50 \cdot \cos\theta \rightarrow A_y = 40 - 31{,}25$

$A_y = 8{,}75\,\text{kN}$

R32) Calcular as reações a seguir.




Resposta:

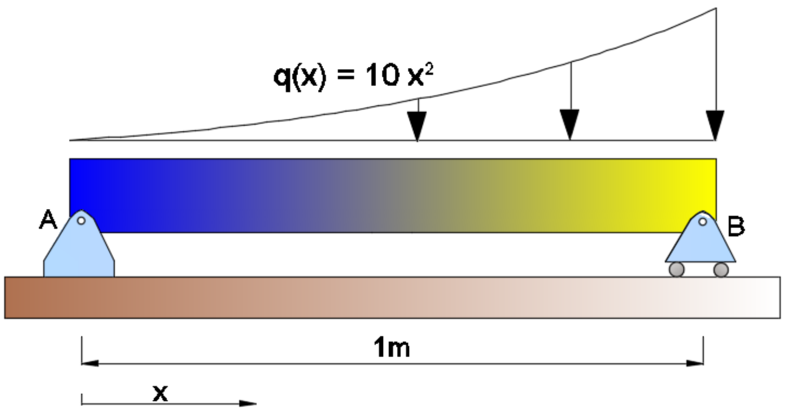



$\Sigma F_x = 0: \ A_x = 0$

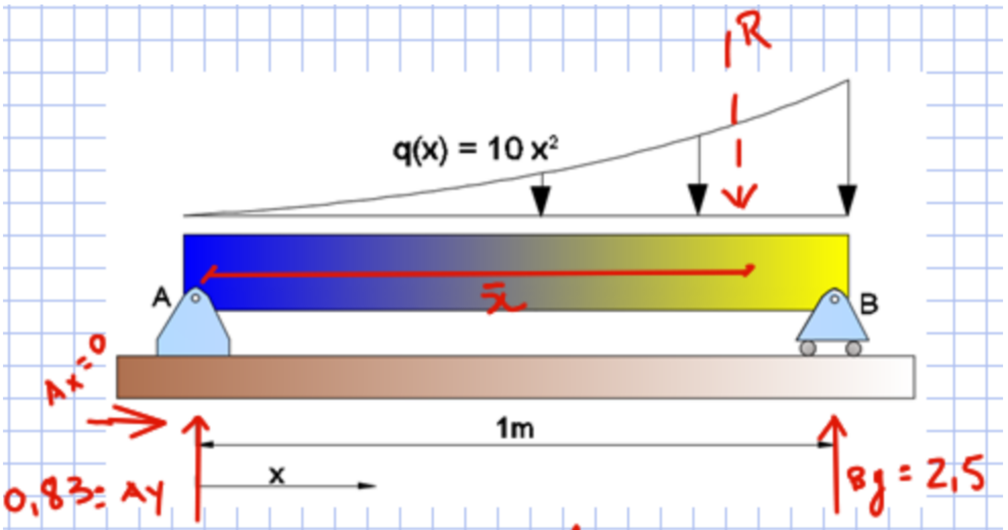
$\Sigma M_A = 0 \curvearrowright_{+}: \ 4B_y = 50 \cdot 2 \rightarrow B_y = 25\,\text{kN}$

$\Sigma F_y = 0: \ A_y + B_y = 50 \rightarrow A_y = 25\,\text{kN}$

R33) Calcular as reações a seguir.




Resposta:




Por definição: $R = \int_0^{L=1m} q(x)\,dx$

$R = \int_0^1 10x^2\,dx = \frac{10}{3} \cdot x^3 \Big|_0^1 = \frac{10}{3}\,(\text{kN})$

$$\bar{x} = \frac{\int_0^1 q(x)\,x\,dx}{R} = \frac{\int_0^1 (10x^2)\,x\,dx}{10/3} = \frac{\int_0^1 10x^3}{10/3} =$$

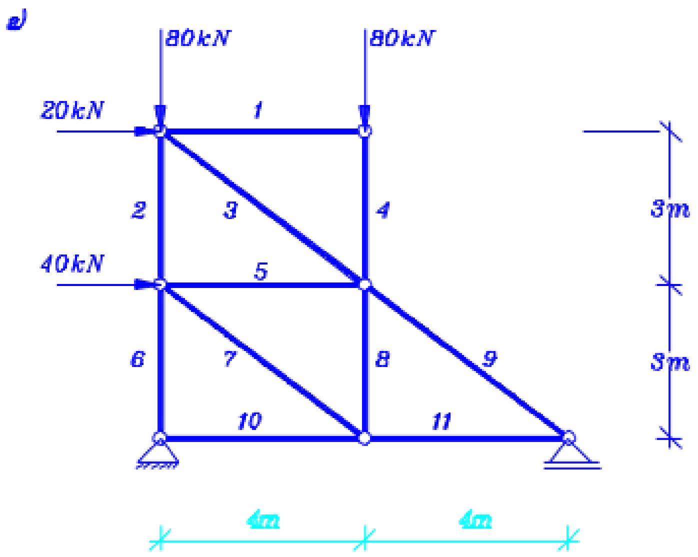
$$\bar{x} = \frac{10x^4}{4} \cdot 3/10 \Big|_0^1 = \frac{10}{4} \cdot \frac{3}{10} = 0{,}75\,m$$

$$\Sigma M_A = 0 \; : \; B_y \cdot 1 = \frac{10}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{5}{2} \rightarrow B_y = 2{,}5\,kN$$

$$\Sigma F_y = 0 : A_y + B_y = \frac{10}{3} \rightarrow A_y = \frac{10}{3} - 2{,}5 = \frac{5}{6} = 0{,}83\,kN$$

# CÁLCULO DE ESFORÇOS SOLICITANTES E DIAGRAMAS

E1) Na treliça a seguir, obtenha os esforços normais em todas as barras.




Respostas: Treliça (a)

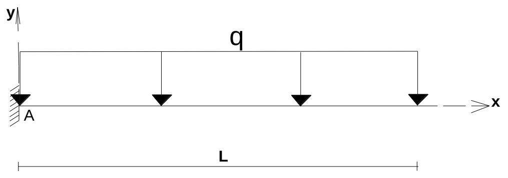
$N_1 = 0$
$N_2 = -65kN$
$N_3 = -25kN$
$N_4 = -80kN$
$N_5 = -73{,}33kN$
$N_6 = -90kN$
$N_7 = 41{,}67kN$
$N_8 = -25kN$
$N_9 = -116{,}67kN$
$N_{10} = 60kN$
$N_{11} = 93{,}33kN$

E2) Se num certo trecho da viga, a função de carregamento distribuído vertical, que é perpendicular a seu eixo, for uma função polinomial de grau 2, então o diagrama de momento fletor nesse trecho é uma função polinomial de grau:

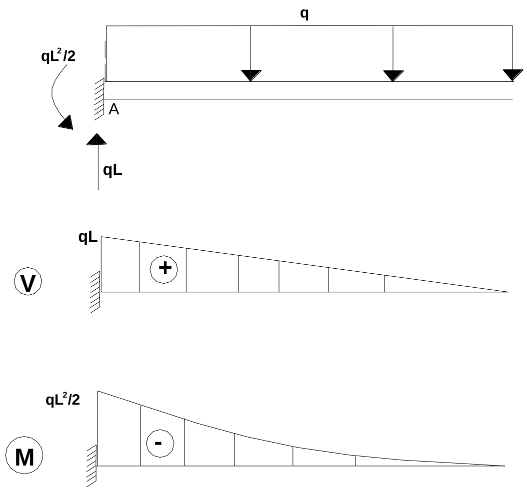
a. Um
b. Dois
c. Três
d. Quatro

Como se sabe, a equação diferencial de equilíbrio que relaciona q(x) e M(x) é dada por: $\frac{d^2M}{dx^2} = -q(x)$, assim, se q(x) é do 2º. grau, integrando duas vezes , M(x) é **um polinômio do quarto grau.**

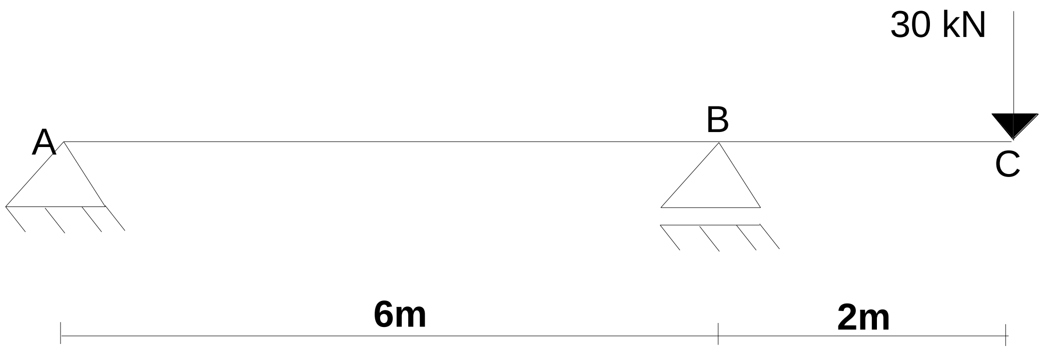
E3) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.




Resp.

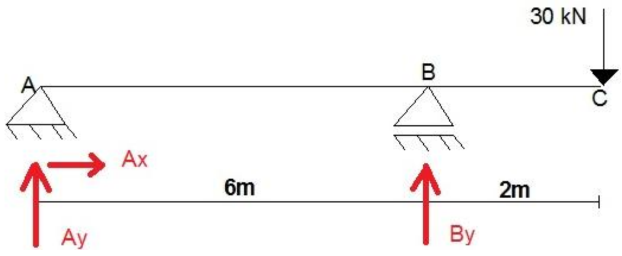



E4) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.

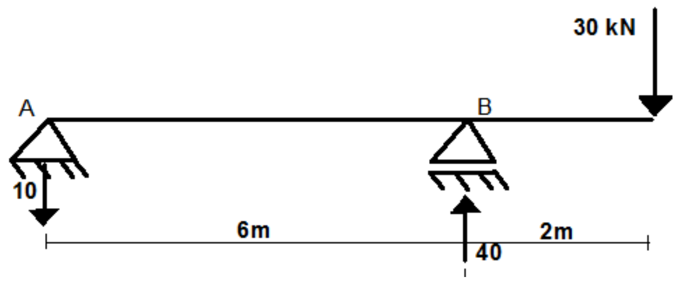


Resposta:

a. Cálculo das reações:

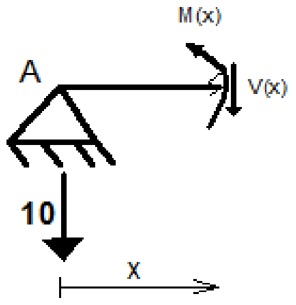



$$\sum F_X = 0: \rightarrow A_x = 0$$
$$\sum M_A = 0: \rightarrow B_y.6 = 30.8 \rightarrow B_y = 40 \quad kN \quad (\uparrow)$$
$$\sum F_y = 0: \rightarrow A_y + 40 = 30 \rightarrow A_y = -10 \quad kN \quad (\downarrow)$$




b. Dois trechos para realizar os cortes:

i. *Trecho 1:* $0 < x < 6$

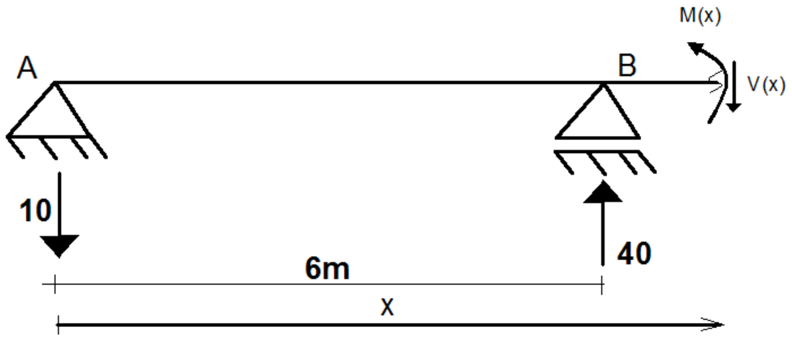



$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) + 10 = 0 \rightarrow V(x) = -10$$
$$\sum M_S = 0: \rightarrow M(x) + 10.x = 0 \rightarrow M(x) = -10.x$$

Valores nos extremos do intervalo:

$$V(0) = V(6) = -10$$
$$M(0) = 0; \quad M(6) = -60$$

ii. *Trecho 2:* $6 < x < 8$

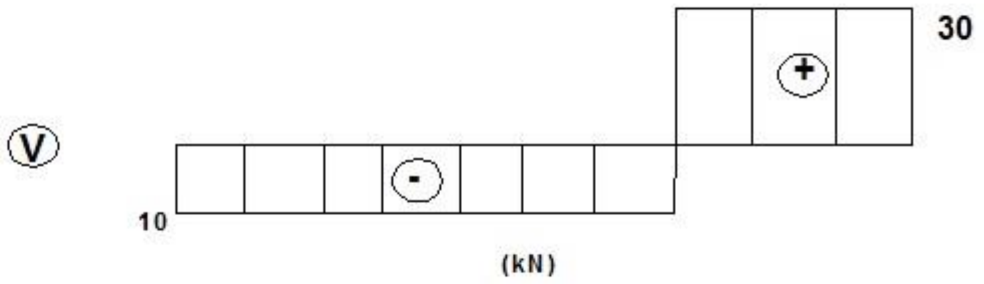


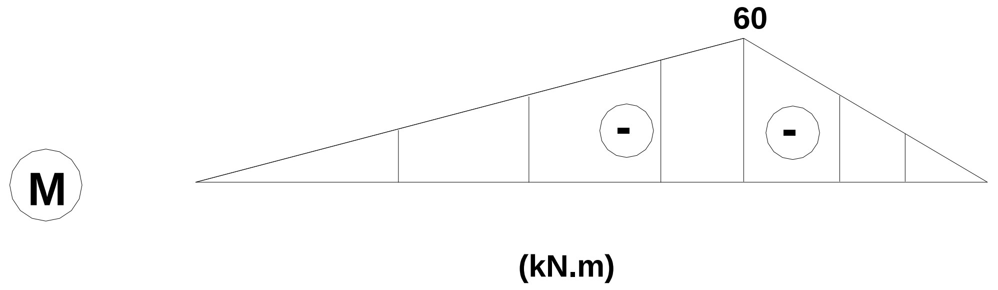

$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) + 10 - 40 = 0 \rightarrow V(x) = 30$$
$$\sum M_S = 0: \rightarrow M(x) + 10.x - 40.(x-6) = 0 \rightarrow M(x) = 30.x \quad - 240$$

Valores nos extremos do intervalo:

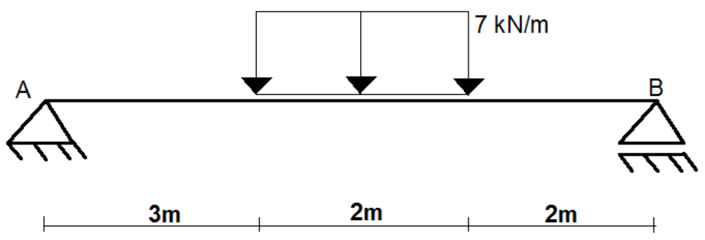
$$V(4) = V(8) = 30$$
$$M(6) = -60; \quad M(8) = 0$$

c. Diagramas:



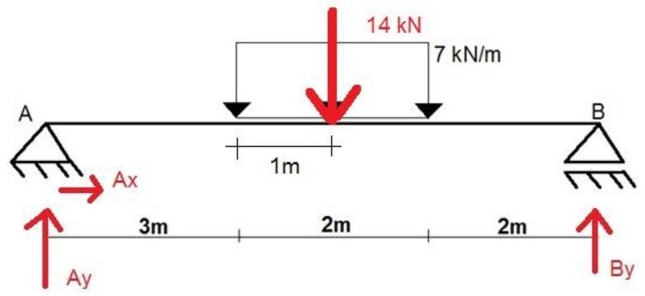



E5) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.




Resposta:

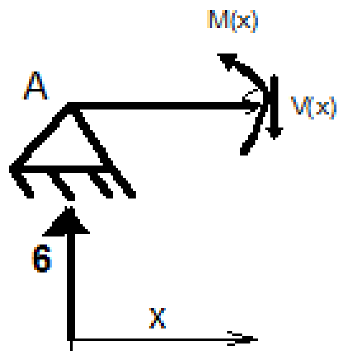
a. Cálculo das reações:




$$\sum F_X = 0: \rightarrow A_x = 0$$
$$\sum M_A = 0: \rightarrow B_y.7 = 14.4 \rightarrow B_y = 8 \quad kN \quad (\uparrow)$$
$$\sum F_y = 0: \rightarrow A_y + 8 = 14 \rightarrow A_y = 6 \quad kN \quad (\uparrow)$$

b. Três trechos para realizar os cortes:

i. *Trecho 1:* $0 < x < 3$

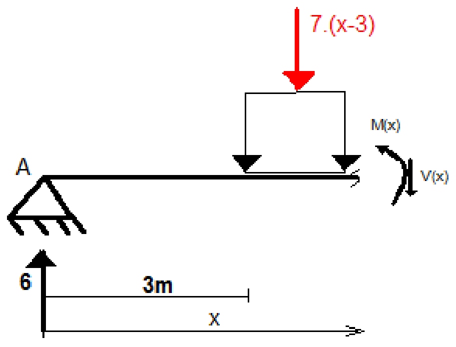



$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) - 6 = 0 \rightarrow V(x) = 6$$
$$\sum M_S = 0: \rightarrow M(x) - 6.x = 0 \rightarrow M(x) = 6.x$$

Valores nos extremos do intervalo:

$$V(0) = V(3) = 6$$
$$M(0) = 0; \quad M(3) = 18$$

ii. *Trecho 2:* $3 < x < 5$




$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) - 6 + 7.(x-3) = 0 \rightarrow V(x) = 27 - 7.x$$
$$\sum M_S = 0: \rightarrow M(x) - 6.x + 7.(x-3)\frac{(x-3)}{2} = 0 \rightarrow M(x) = 6.x \quad - 3{,}5.(x-3)^2$$

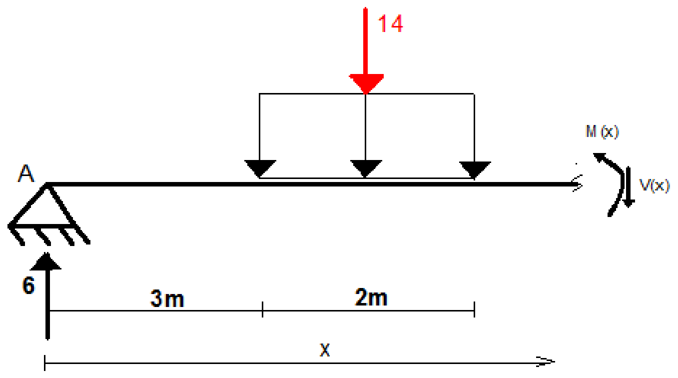
Valores nos extremos do intervalo:

$$V(3) = 6; \quad V(5) = -8$$
$$M(3) = 18; \quad M(5) = 16$$

*Obter ponto de extremo de M, fazendo:*

$$V(x) = 27 - 7.x \quad = 0 \rightarrow x = 3{,}86 \quad m$$
$$M(x = 3{,}86) = 6.3{,}86 \quad - 3{,}5.(3{,}86 - 3)^2 = 20{,}6$$

iii. *Trecho 3:* $5 < x < 7$



$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) - 6 + 14. = 0 \rightarrow V(x) = -8$$

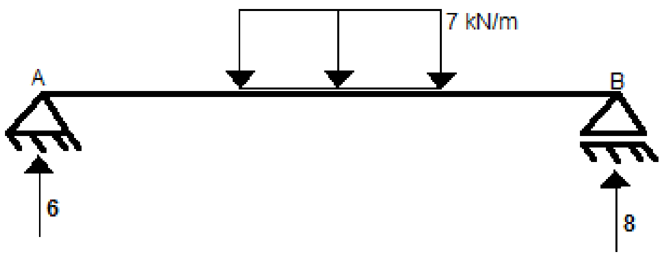
$$\sum M_S = 0: \rightarrow M(x) - 6.x + 14.(x-4) = 0 \rightarrow M(x) = -8.x \quad + 56$$

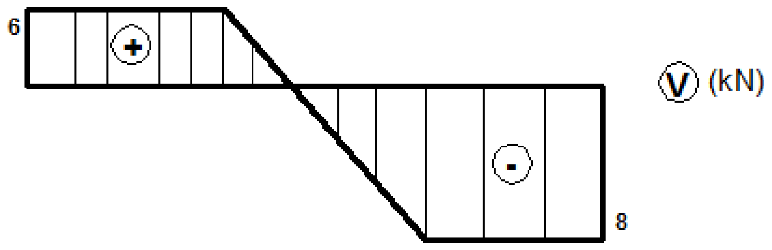
Valores nos extremos do intervalo:

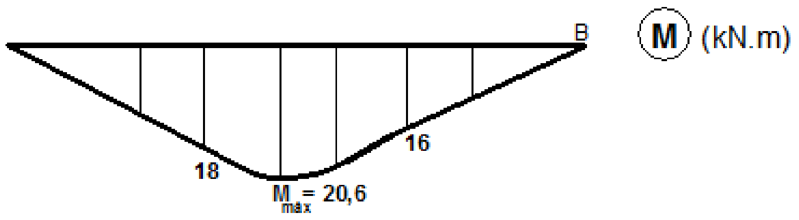
$$V(5) = V(7) = -8$$

$$M(5) = 16; \quad M(7) = 0$$

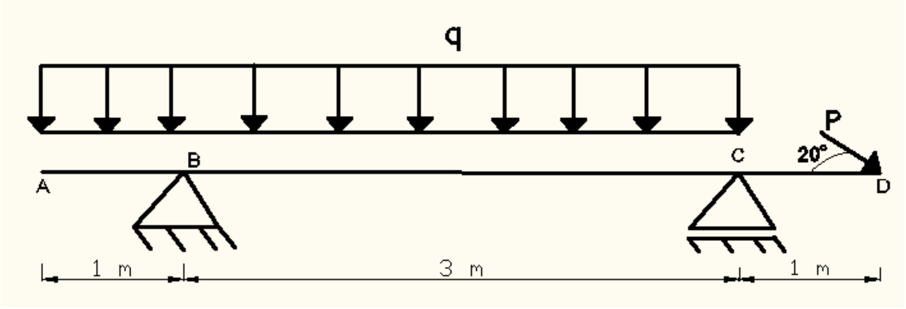
c. Diagramas



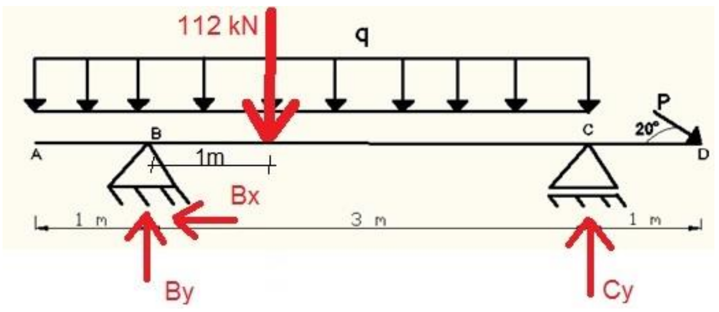




E6) Determinar os diagramas de esforços de toda a barra abaixo. Indicar explicitamente os valores e os pontos mais relevantes de esforços normais, cortantes e momentos fletores nos desenhos em destaque. Dados q = 28 kN/m e P = 5 kN.




Respostas:

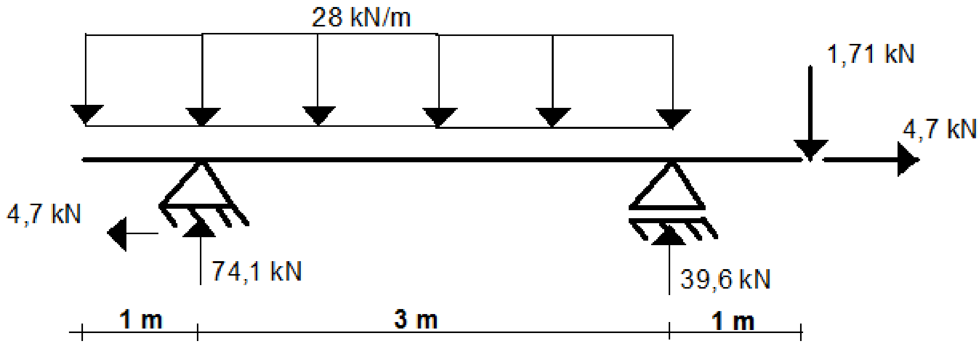
a. Calcular reações:




$$\sum F_X = 0: \rightarrow B_x = 4{,}7 \quad kN \quad (\leftarrow)$$

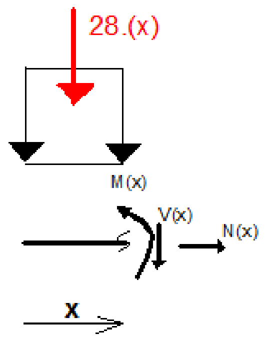
$$\sum M_B = 0: \rightarrow 3.C_y = 112.1 + 1{,}71.4 \quad \rightarrow C_y = 39{,}6 \quad kN \quad (\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0: \rightarrow B_y = 112 + 1{,}71 - 39{,}6 = 74{,}1 \quad kN \quad (\uparrow)$$




b. Três trechos para realizar os cortes:

i. *Trecho 1:* $0 < x < 1$




$$\sum F_x = 0: \rightarrow N(x) = 0 \rightarrow N(x) = 0$$

$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) + 28.x = 0 \rightarrow V(x) = -28.x$$

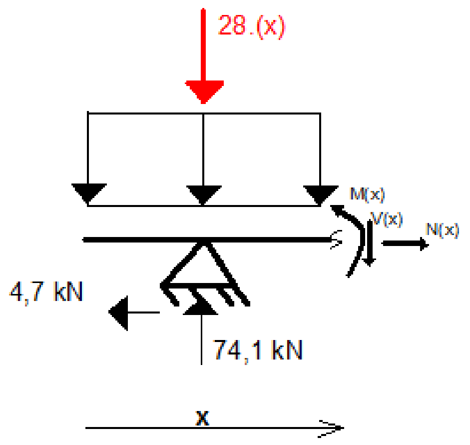
$$\sum M_S = 0: \rightarrow M(x) + 28.x.\frac{x}{2} = 0 \rightarrow M(x) = -14.x^2$$

Valores nos extremos do intervalo:

$$N(0) = N(1) = 0$$
$$V(0) = 0; \quad V(1) = -28$$
$$M(0) = 0; \quad M(1) = -14$$

*Não tem derivada nula nesse intervalo para construir M(x)*

ii. *Trecho 2:* $1 < x < 4$




$$\sum F_x = 0: \rightarrow N(x) - 4{,}7 = 0 \rightarrow N(x) = 4{,}7$$

$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) + 28.x - 74{,}1 = 0 \rightarrow V(x) = -28.x \quad + 74{,}1$$

$$\sum M_S = 0: \rightarrow M(x) + 28.x.\frac{x}{2} - 74{,}1.(x-1) = 0 \rightarrow M(x)$$
$$= -14.x^2 \quad + 74{,}1.x - 74{,}1$$

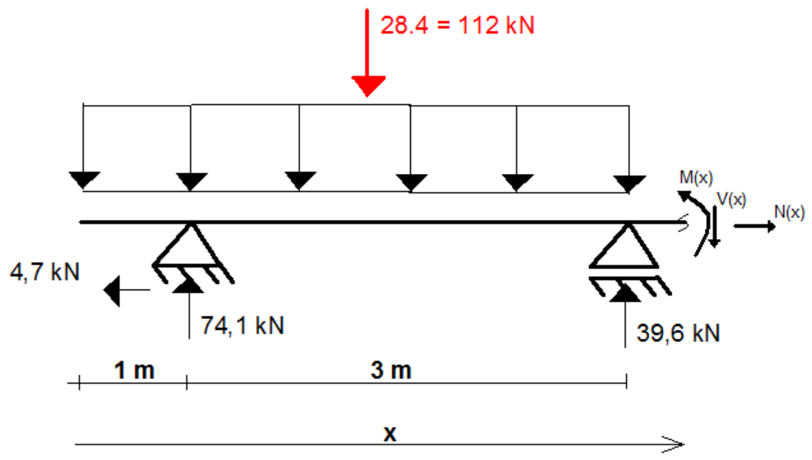
Valores nos extremos do intervalo:

$$N(1) = N(4) = 4{,}7$$
$$V(1) = 46{,}1; \quad V(4) = -37{,}9$$
$$M(1) = -14; \quad M(4) = -1{,}7$$

*Obter ponto de extremo de M, fazendo:*

$$V(x) = -28.x \quad + 74{,}1 = 0 \rightarrow x = 2{,}65 \quad m$$
$$M(x = 2{,}65) = -14.(2{,}65^2) \quad + 74{,}1.(2{,}65) - 74{,}1 = 23{,}9$$

iii. *Trecho 3:* $4 < x < 5$




$$\sum F_x = 0: \rightarrow N(x) - 4{,}7 = 0 \rightarrow N(x) = 4{,}7$$

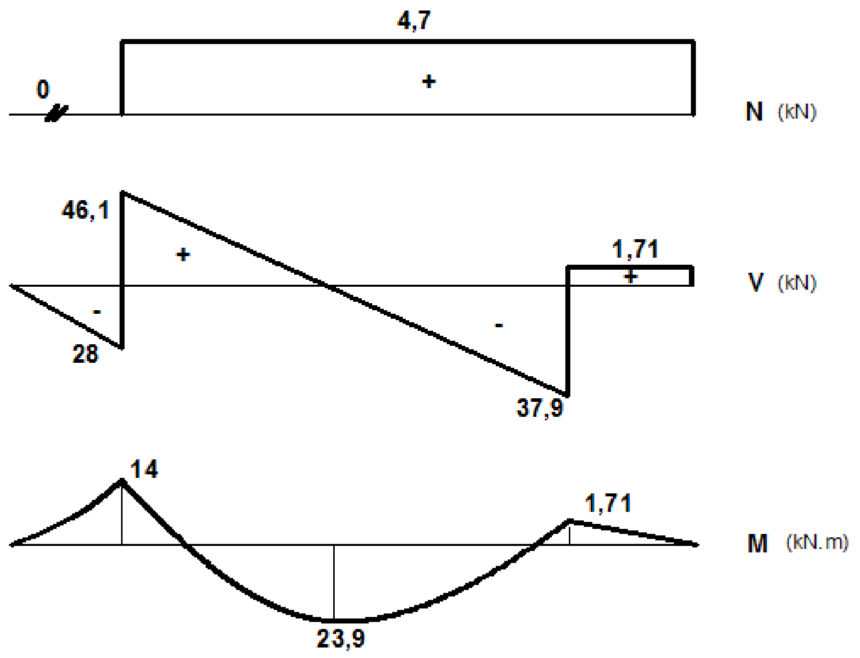
$$\sum F_y = 0: \rightarrow V(x) + 112 - 74{,}1 - 39{,}6 = 0 \rightarrow V(x) = 1{,}71$$

$$\sum M_S = 0: \rightarrow M(x) + 112.(x-2) - 74{,}1.(x-1) - 39{,}6.(x-4) = 0 \rightarrow$$
$$M(x) = 1{,}71.x \quad - 8{,}55$$

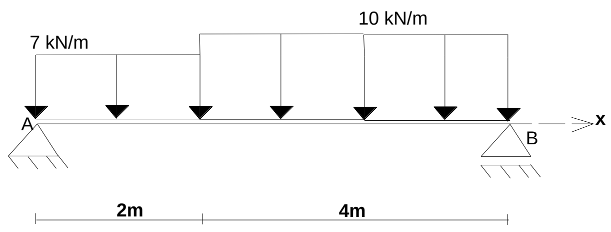
Valores nos extremos do intervalo:

$$N(4) = N(5) = 4{,}7$$
$$V(4) = V(5) = 1{,}71$$
$$M(4) = -1{,}71; \quad M(5) = 0$$

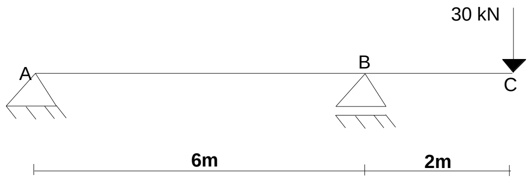
c. Diagramas:



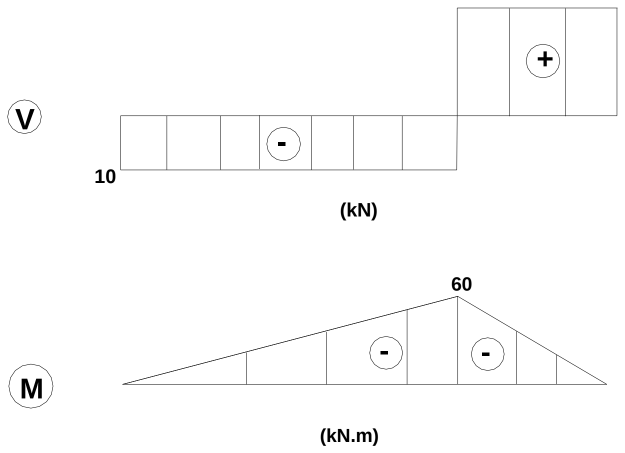

E7) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



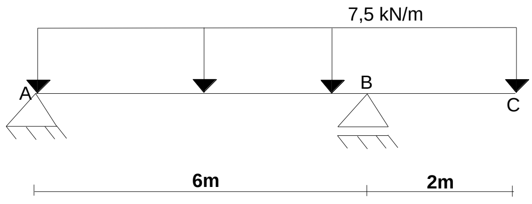

E8) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



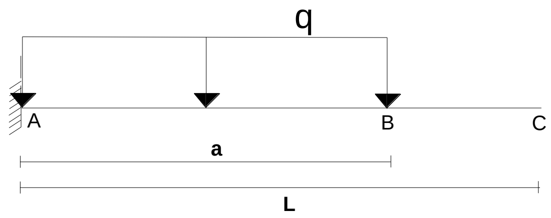

Resposta:



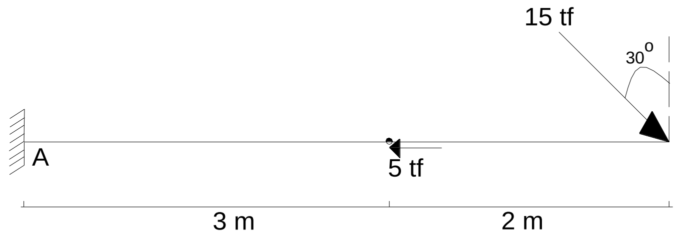

E9) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



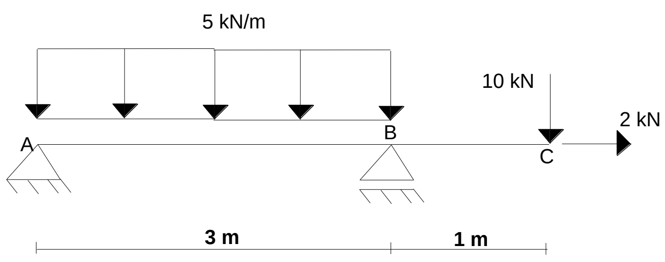

E10) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



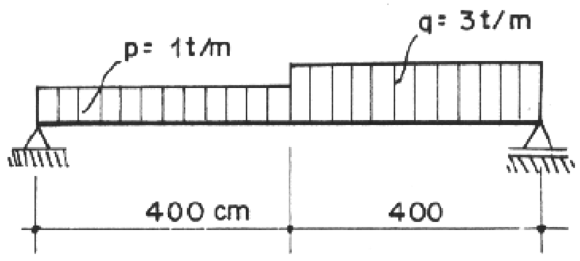

E11) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



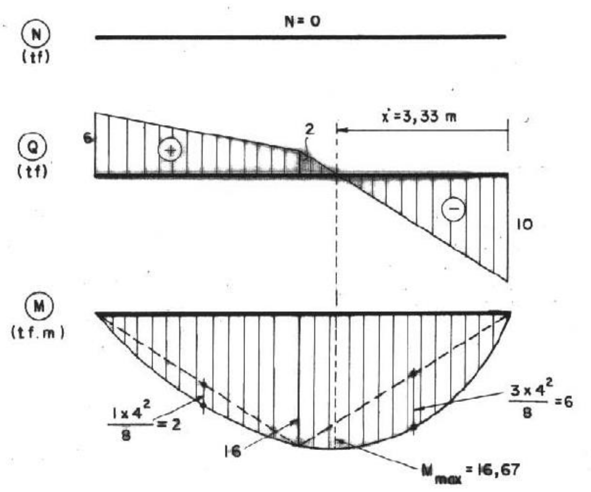
E12) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



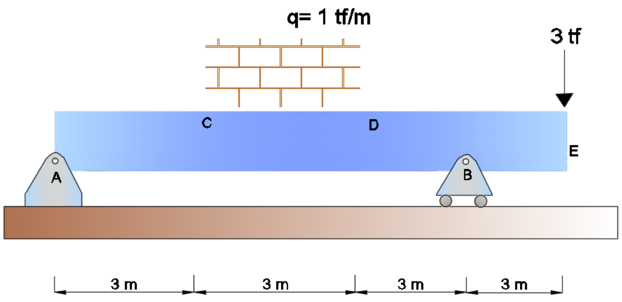

E13) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



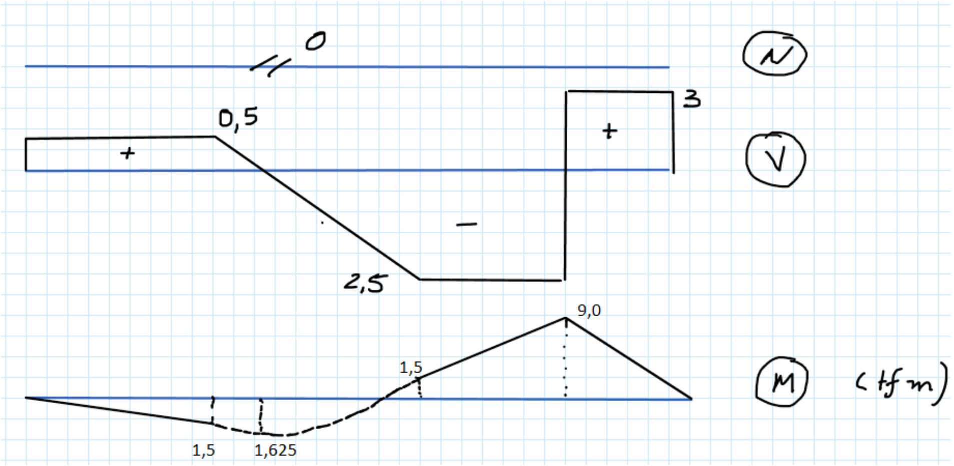

Resposta:



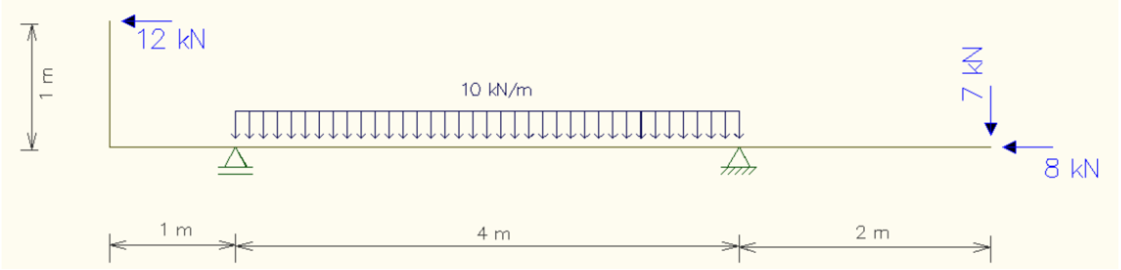

E14) Determinar os esforços solicitantes M e V para a viga.



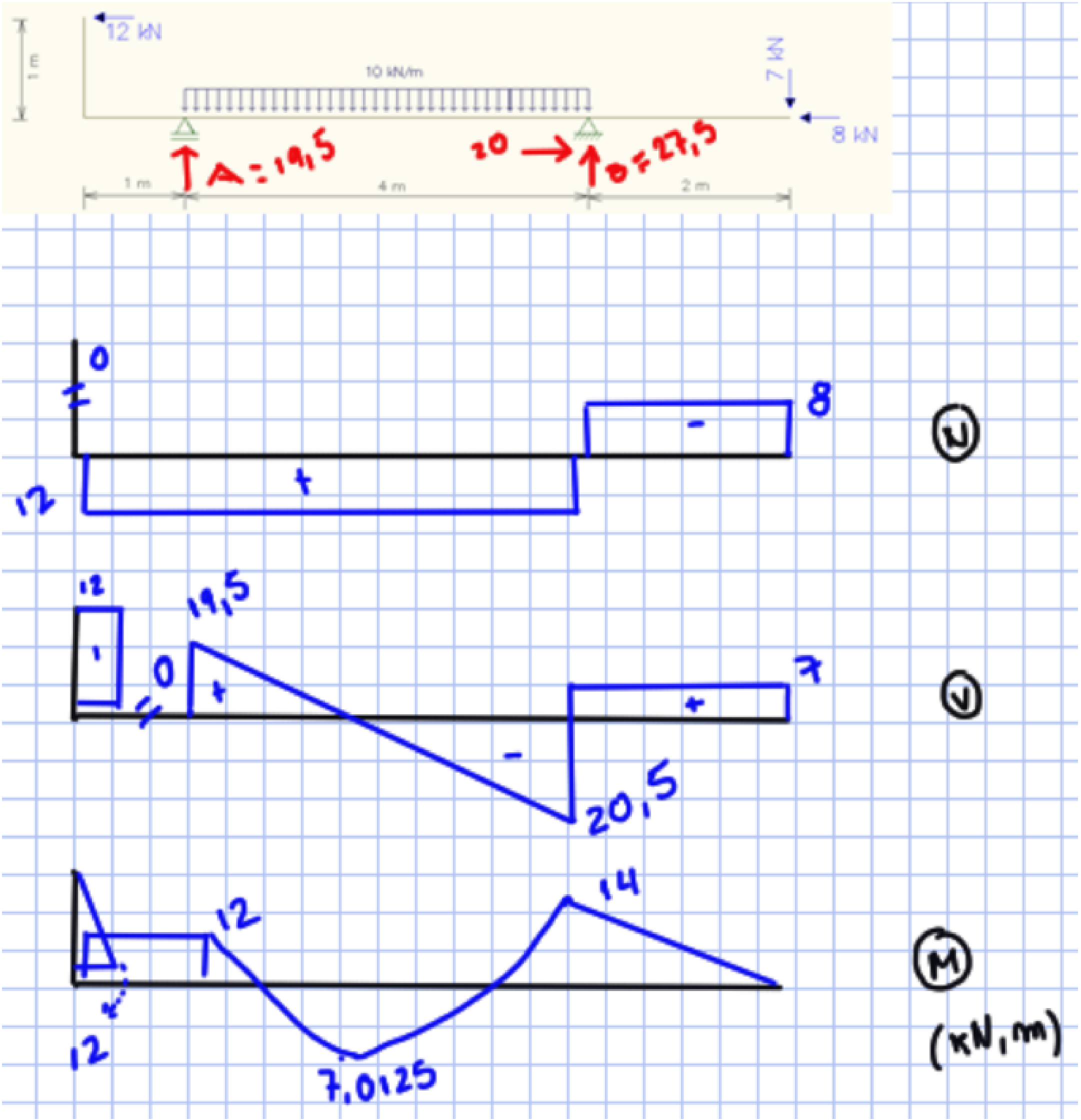

Resposta:



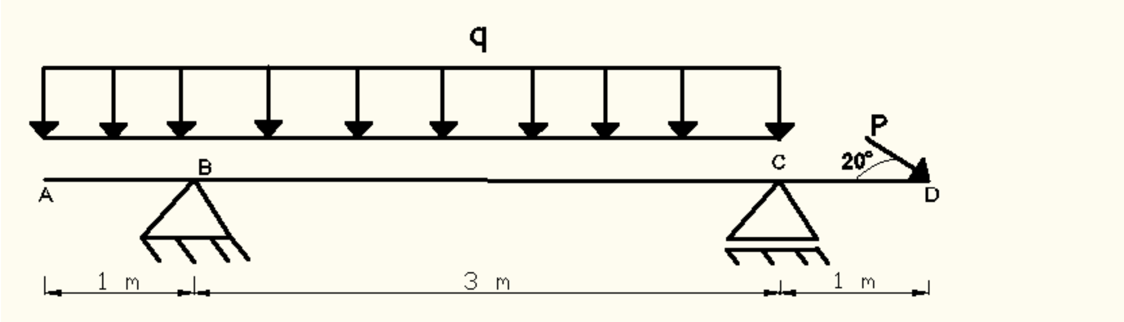

E15) Determinar os esforços solicitantes (M,V e N) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos.



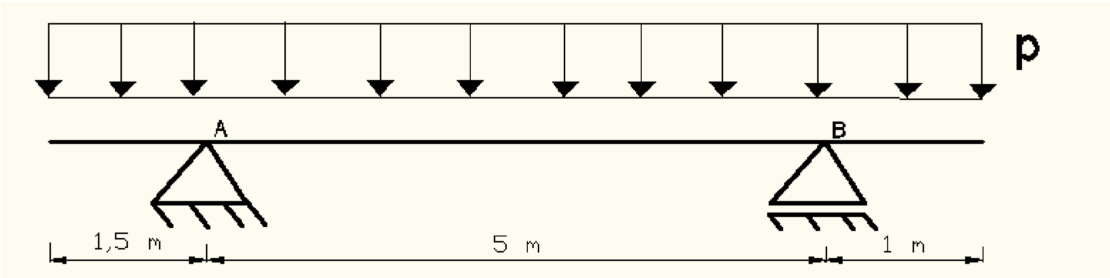

Resposta:



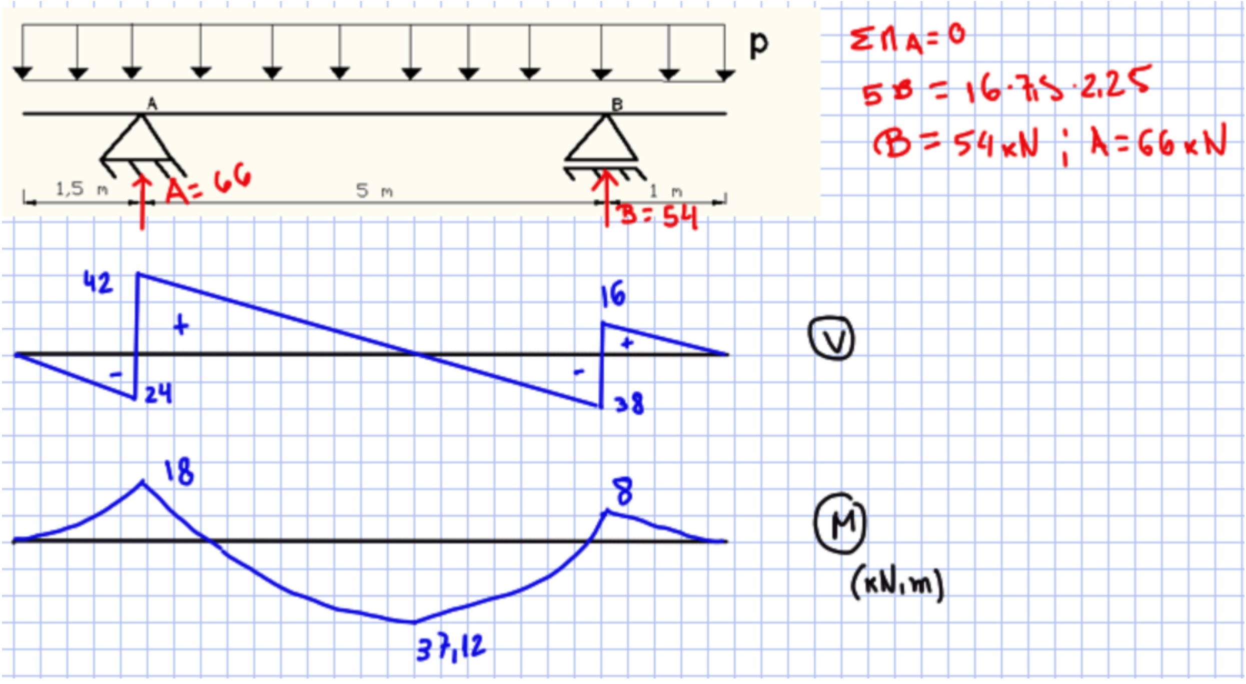
E16) Determinar os diagramas de esforços de toda a barra abaixo. Indicar explicitamente os valores e os pontos mais relevantes de esforços cortantes e momentos fletores nos desenhos em destaque. Dados q = 18 kN/m e P = 15 kN.



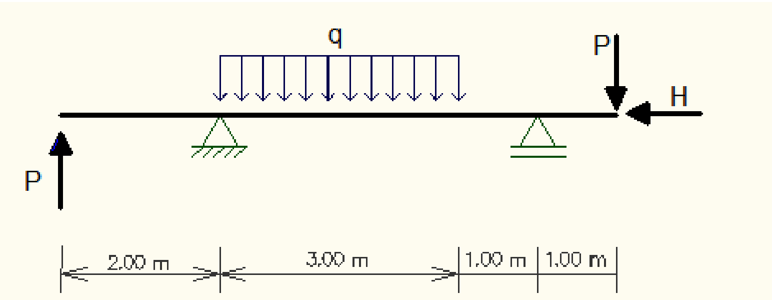
E17) Determinar os diagramas de esforços de toda a viga abaixo. Indicar explicitamente os valores e os pontos mais relevantes de esforços cortantes e momentos fletores nos desenhos em destaque. Dado p = 16 kN/m.



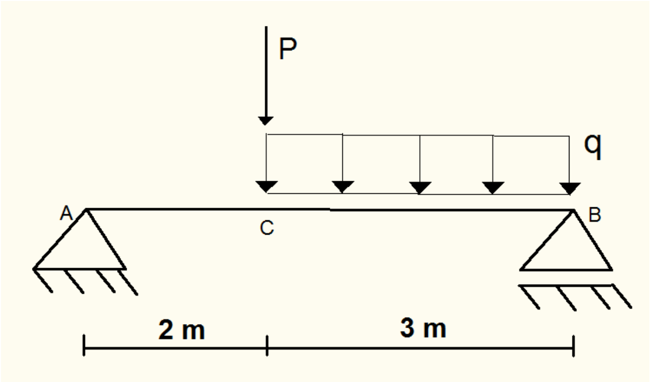
Resposta:



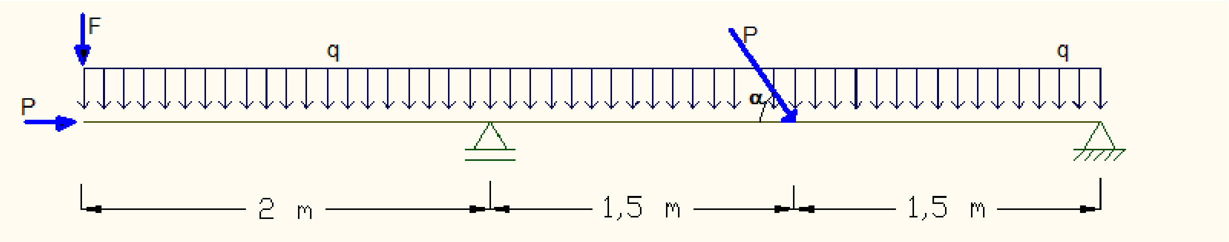
E18) Determinar os esforços solicitantes (M,V e N) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos no desenhos em destaque. Dados: P = 6 kN; H = 9 kN; q = 12 kN/m



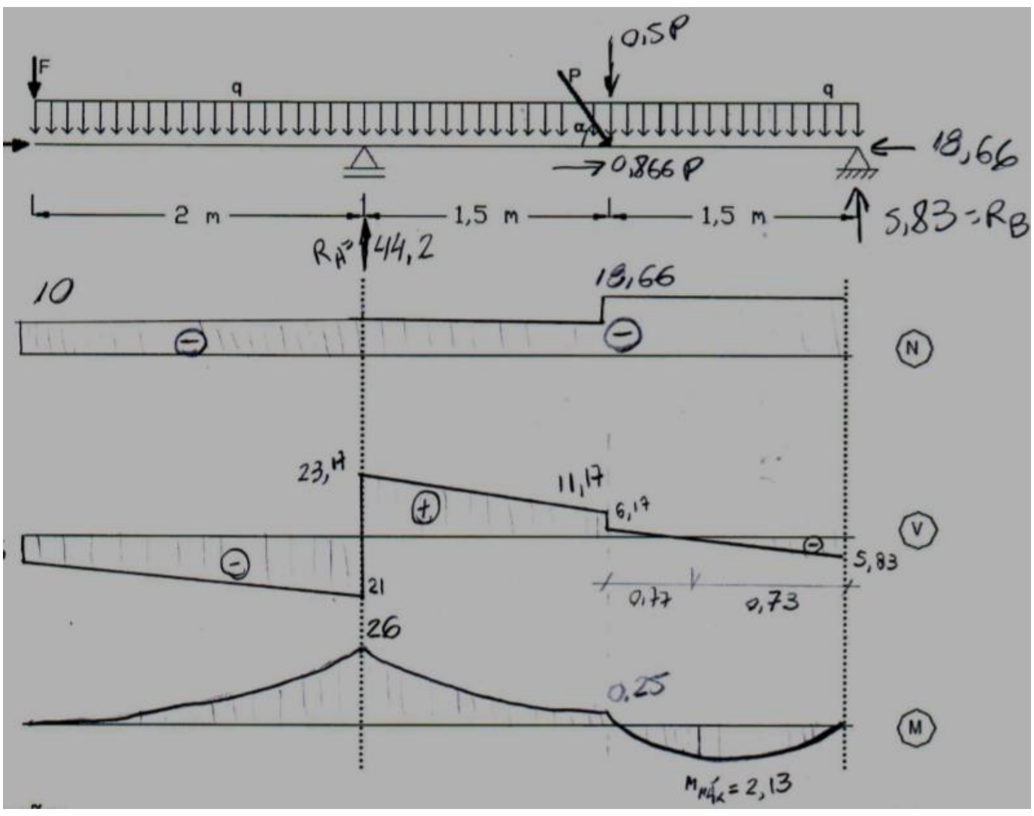

E19) Para a viga mostrada na figura, adote P = 40 kN e q = 40 kN/m, determine os diagramas de momento fletor e esforço cortante.



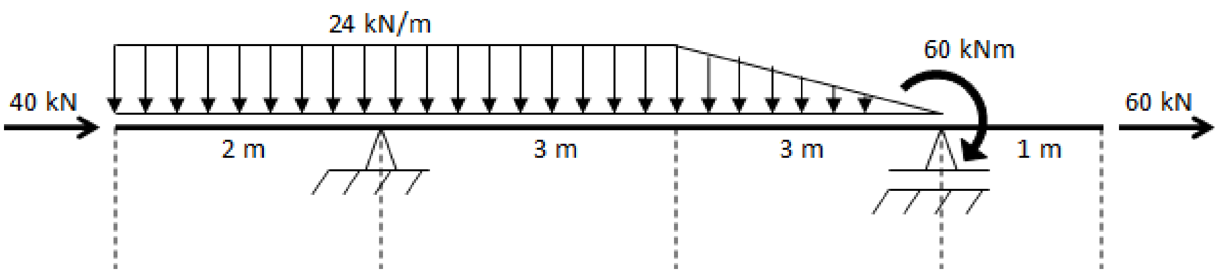

E20) Determinar os esforços solicitantes (M,V e N) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos no desenhos em destaque. Dados: P = 10 kN; F = P/2; q = 8 kN/m; α =30°



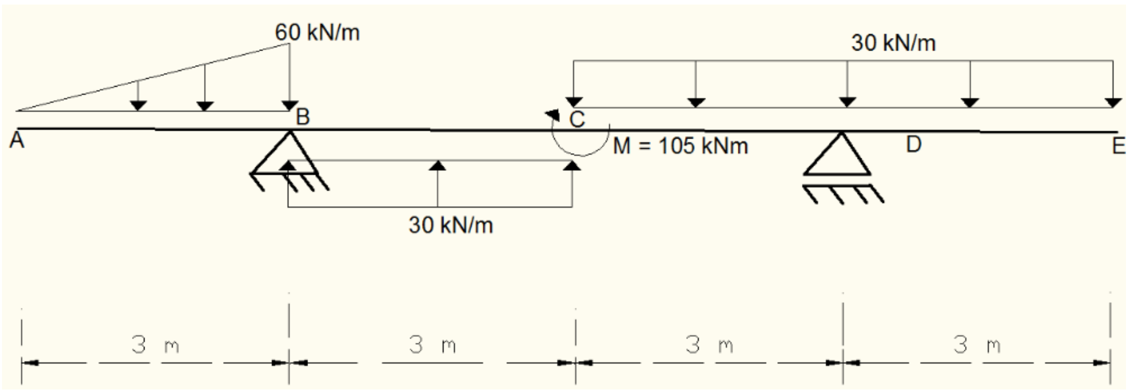

Resposta:



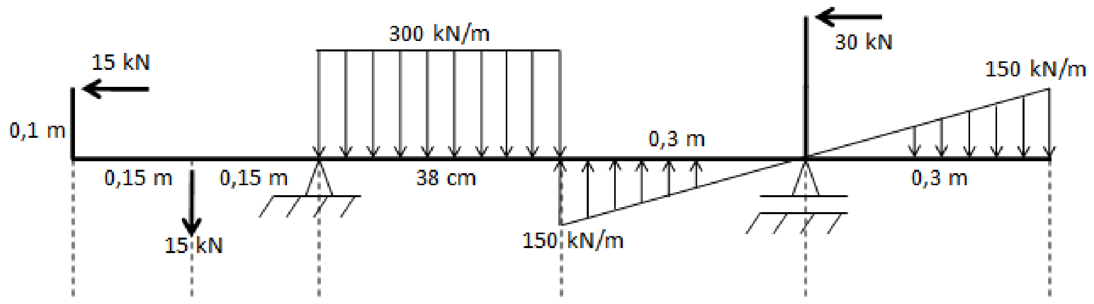

E21) (Dimas, 2011) Considere a estrutura representada na figura abaixo. Pede-se obter o diagrama de esforços normais (N em kN), de esforços cortantes (V em kN) e de momentos fletores (M em kNm). Devem ser obedecidos os critérios de sinal definidos em sala de aula. Indicar os valores máximos e mínimos com sua posição e o grau do polinômio em cada trecho.



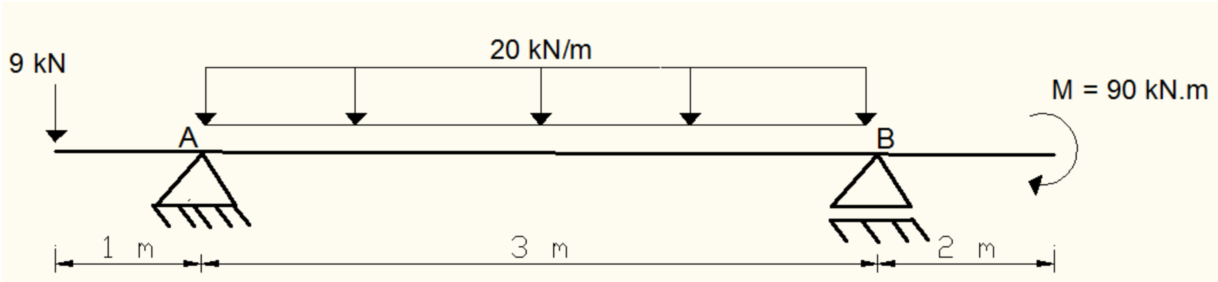

E22) Traçar os esforços solicitantes da estrutura a seguir.



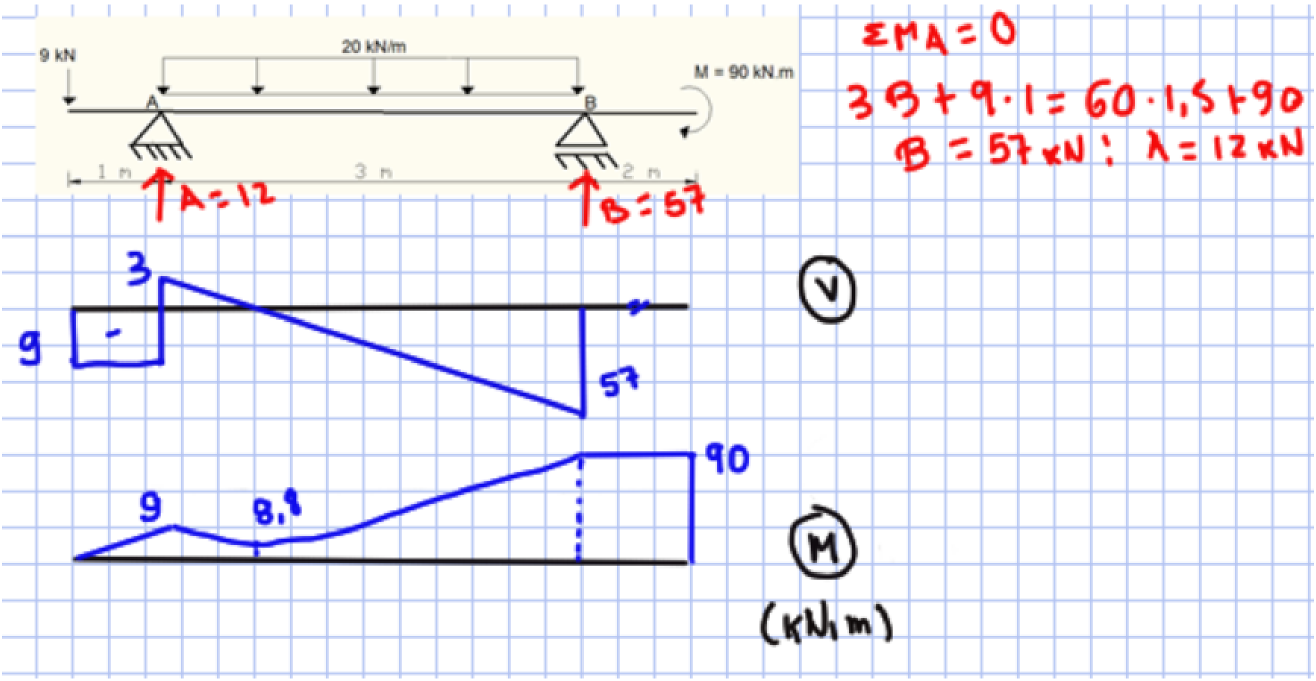
E23) Considere a estrutura representada na figura abaixo. Pede-se obter o diagrama de esforços normais (N em kN), de esforços cortantes (V em kN) e de momentos fletores (M em kNm). Devem ser obedecidos os critérios de sinal definidos em sala de aula. Indicar os valores máximos e mínimos e o grau do polinômio em cada trecho.




E24) Determinar para a viga a seguir, os diagramas de esforço cortante e momento fletor, explicitando os pontos relevantes. Represente as respostas dos diagramas nos espaços indicados.




Resposta:

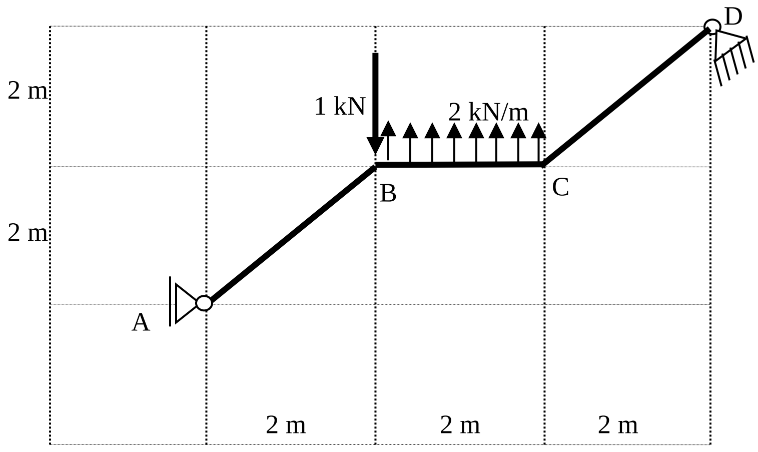



E25) (Nakao, 2014) Na estrutura plana ABCD da figura, a força concentrada em B é de 1 kN e a força uniformemente distribuída de B até C é de 2 kN/m.

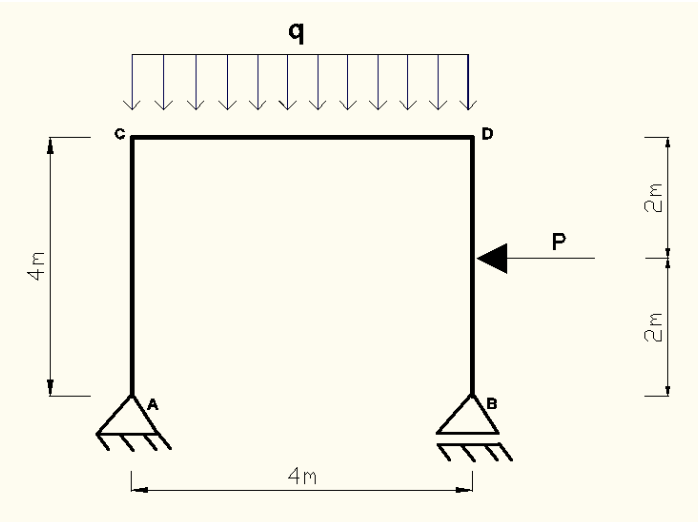
Determine:

a- Diagramas da força cortante e do momento fletor do trecho BC, indicando todos os valores relevantes;

b- Momento fletor máximo do trecho BC.

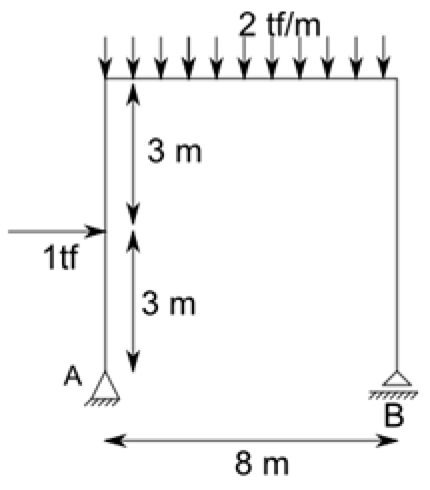



E26) Determine os diagramas de momento fletor, esforço cortante e normal, explicitando os pontos relevantes de cada diagrama. Indique os diagramas nos desenhos abaixo. Dados: q = 15 kN/m; P = 30 kN

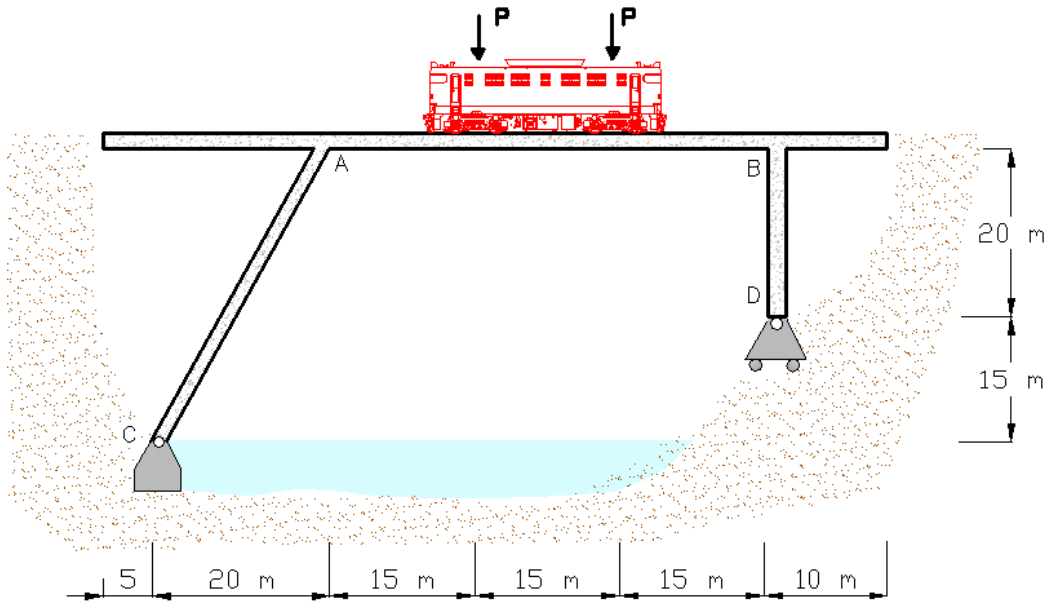


E27) (Franzini, 2014)

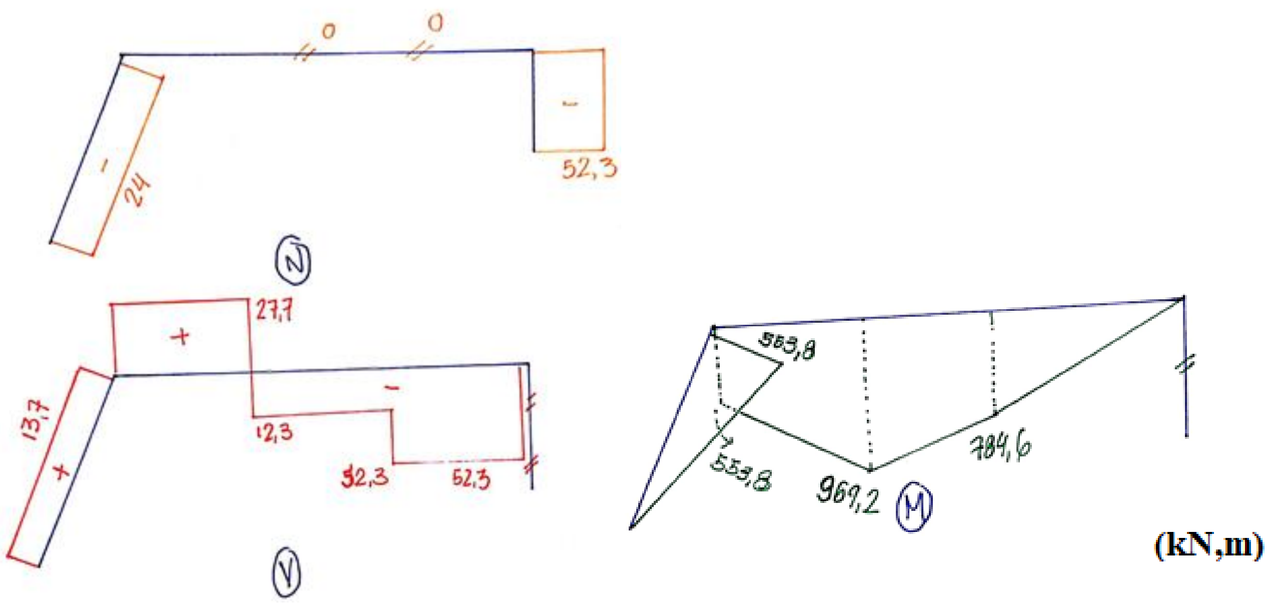
Considere o pórtico plano representado na Figura 2a. Traçar os diagramas de força normal, força cortante e momento fletor nos espaços correspondentes.



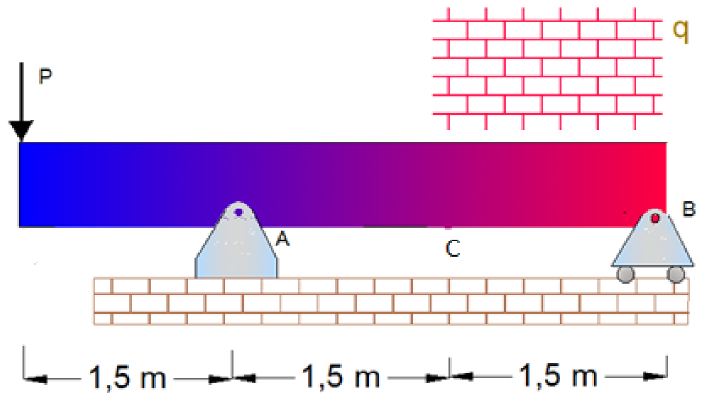

E28) A ponte de concreto armado está sujeita ao peso da locomotiva considerado como duas forças concentradas de valor P = 40 kN. Sua geometria, posição de ações e restrições estão indicados na figura. Obtenha os diagramas de esforços normal, cortante e momento fletor em todos os trechos.



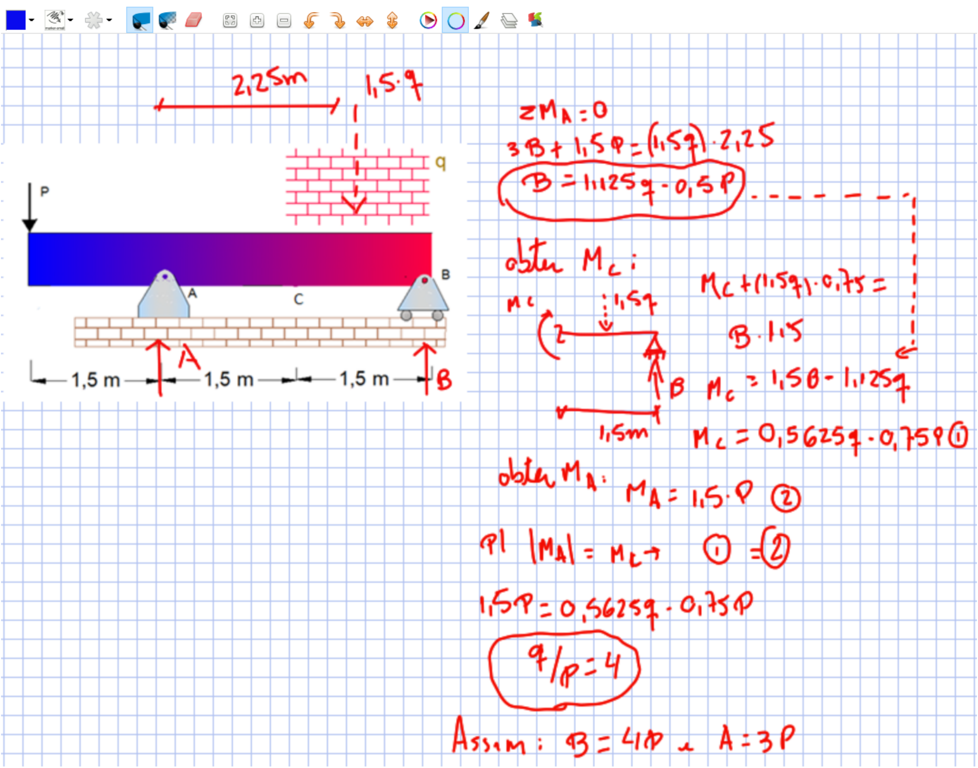

Resposta:

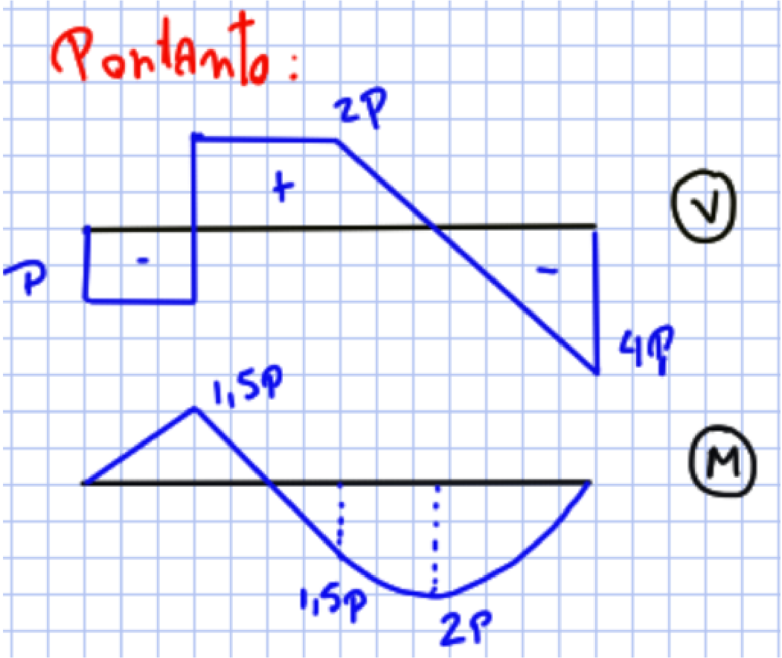



E29) Para a viga a seguir: a) determine a razão entre q e P de modo que o valor do momento fletor em A seja em módulo numericamente igual ao momento em C; b) com essa razão obtida em (a), represente os diagramas de esforços de toda a viga em função de P, indicando valores e posições dos extremos. Considere “P” uma força concentrada e “q” um carregamento distribuído constantemente no trecho CB.

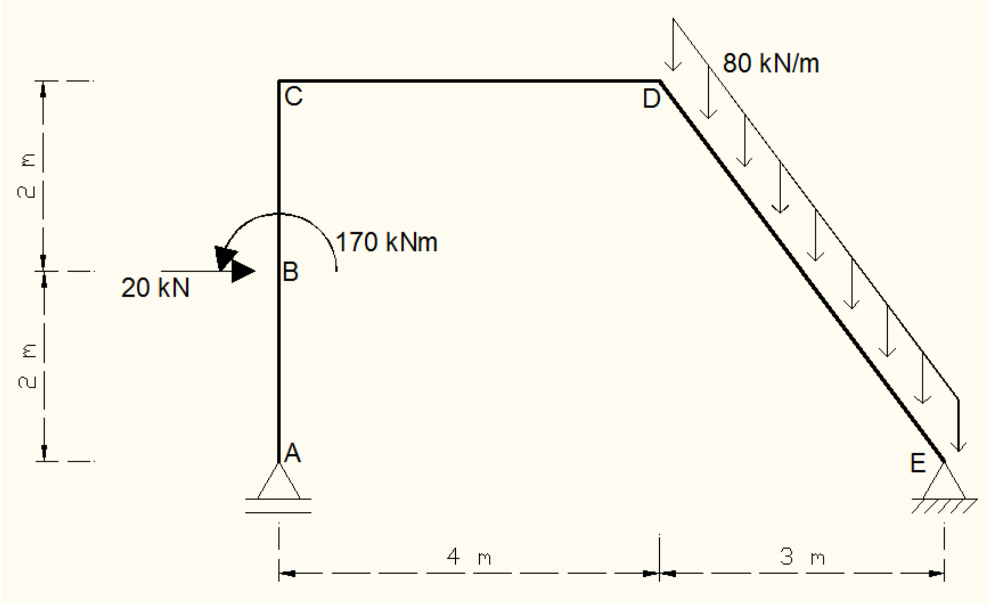



Resposta:

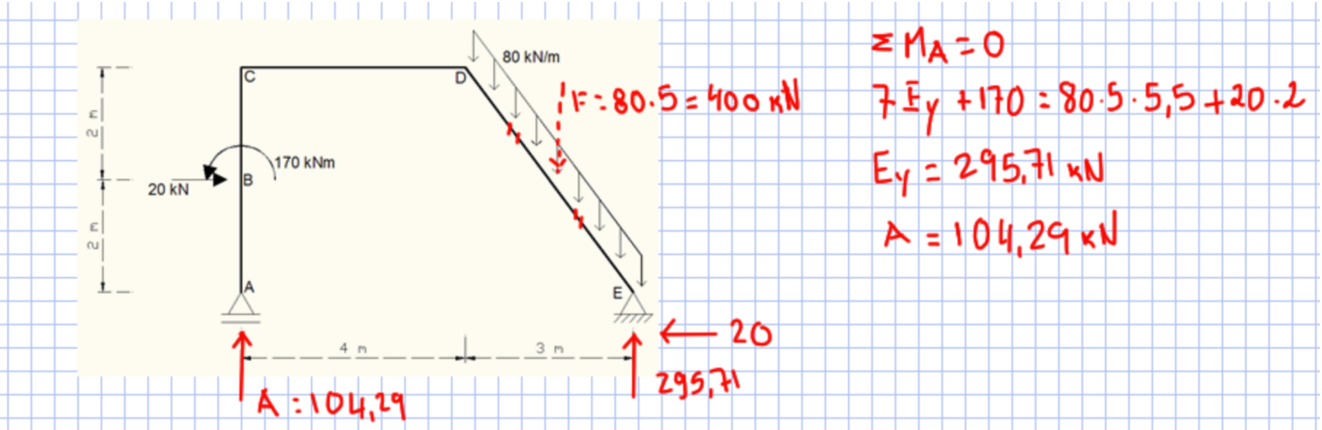


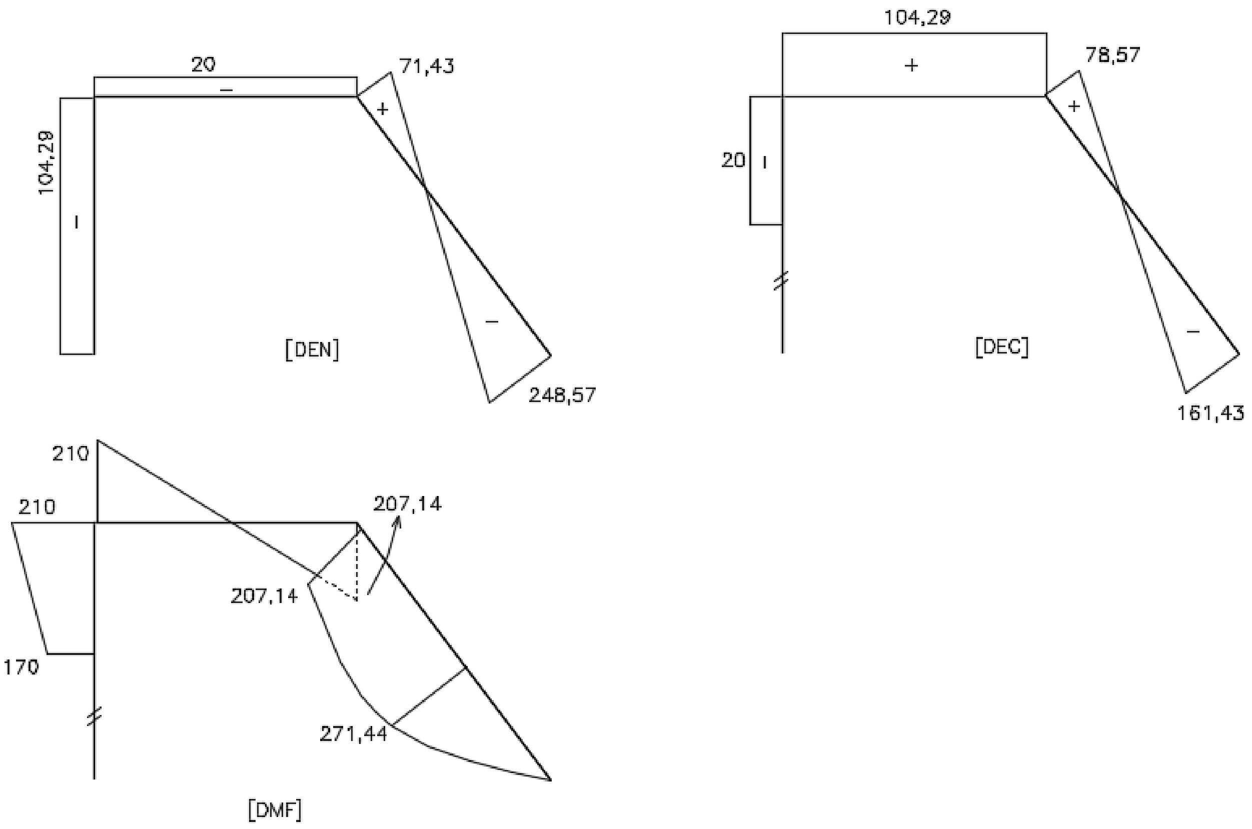




E30) Determinar os diagramas de esforços solicitantes de toda a estrutura plana da figura a seguir. Indicar também a seção em se tem o máximo momento fletor e indicar no diagrama o seu valor.




Resposta:

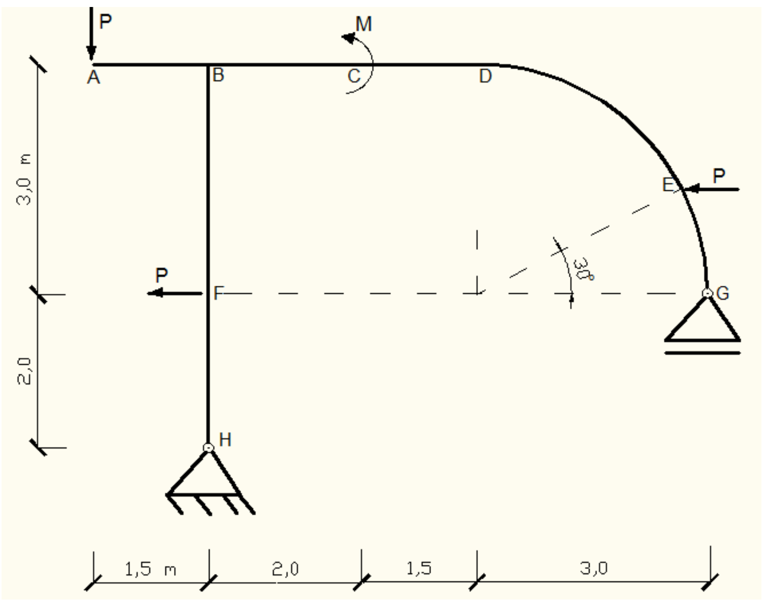




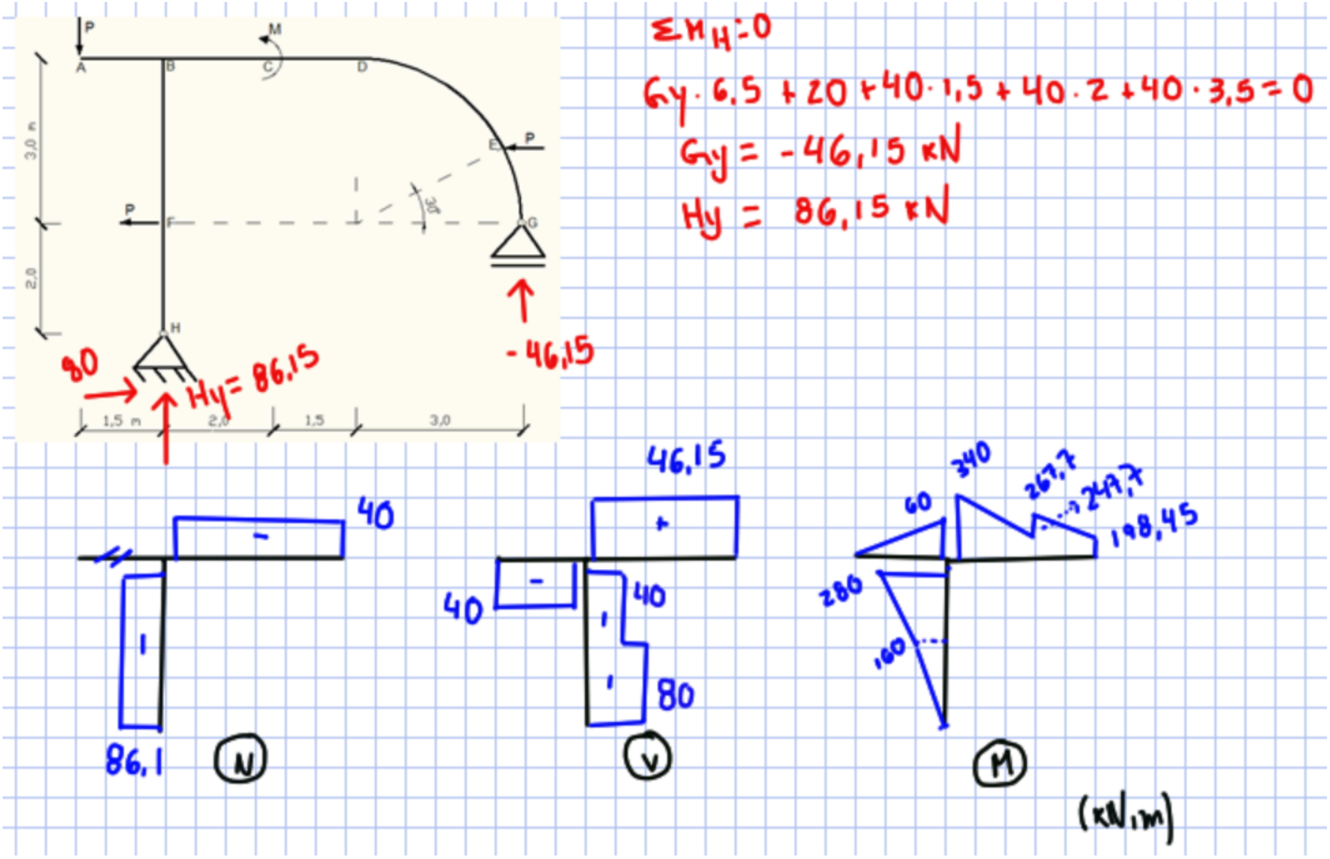

E31) Para a estrutura da figura a seguir, onde o trecho DG é circular de raio 3 m, sabendo-se que a força concentrada vale P = 40 kN e o momento concentrado aplicado no ponto C tem valor de M = 20 kNm, pedem-se:

a) Diagramas de esforços normal, cortante e momento fletor para os trechos ABCD e BFH, desenha-los nas figuras indicadas;

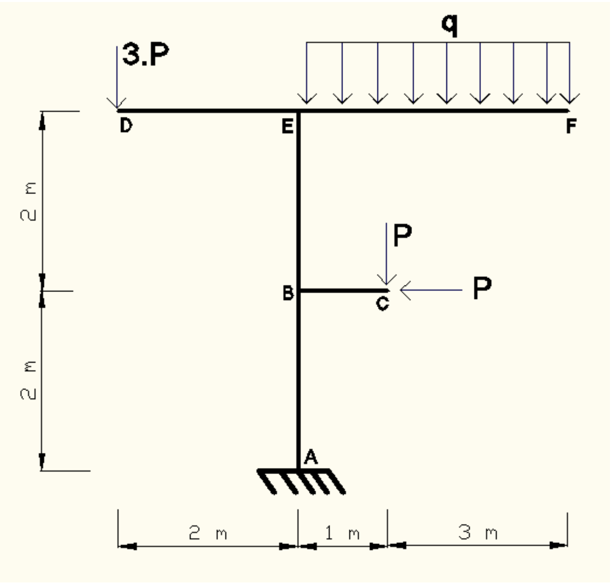
b) Para a seção E+ (imediatamente abaixo de E), calcular seus esforços normal, cortante e momento fletor.



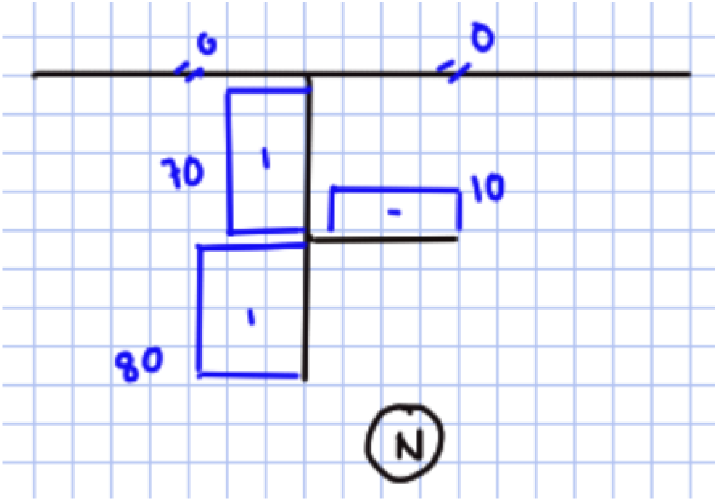

Resposta:

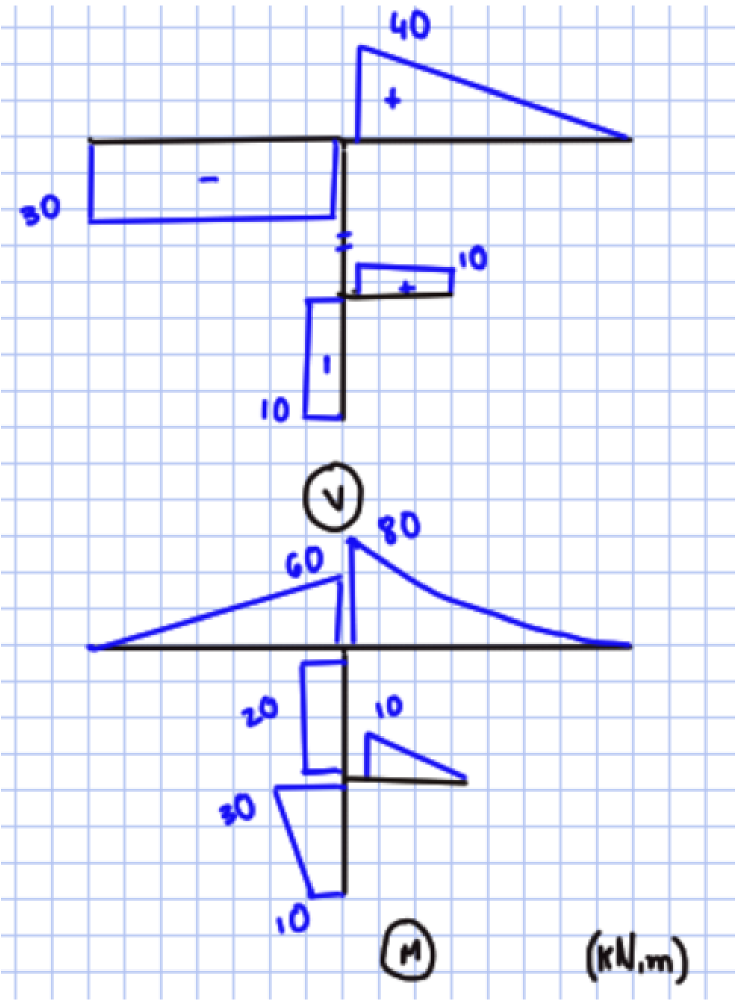


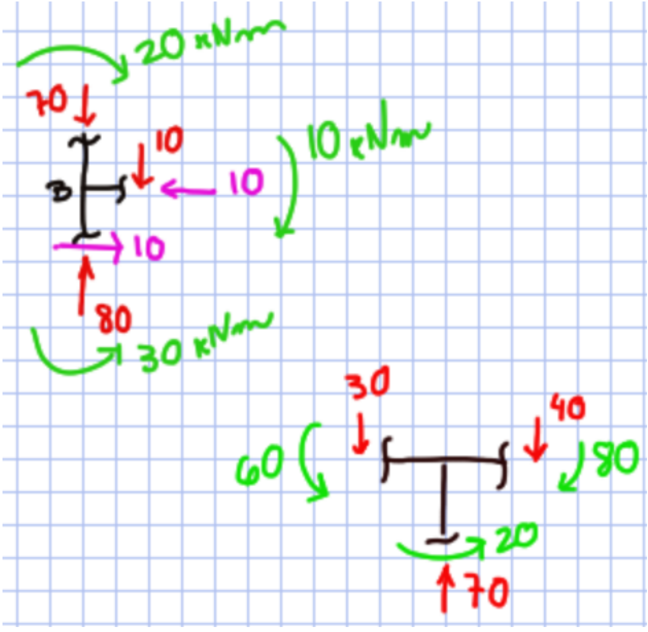

E32) Para a estrutura plana a seguir, obtenha os esforços solicitantes para os trechos ABE e DEF. Sabe-se que P = 10 kN e q = 10 kN/m. Indicar os diagramas nos desenhos em destaque.




Resposta:

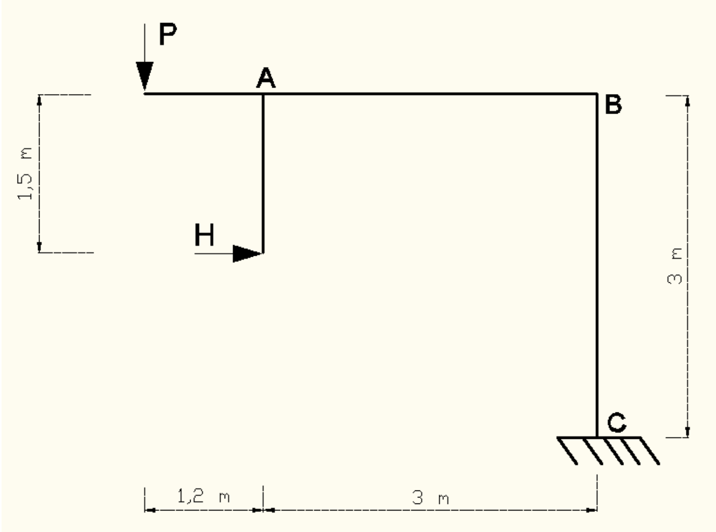


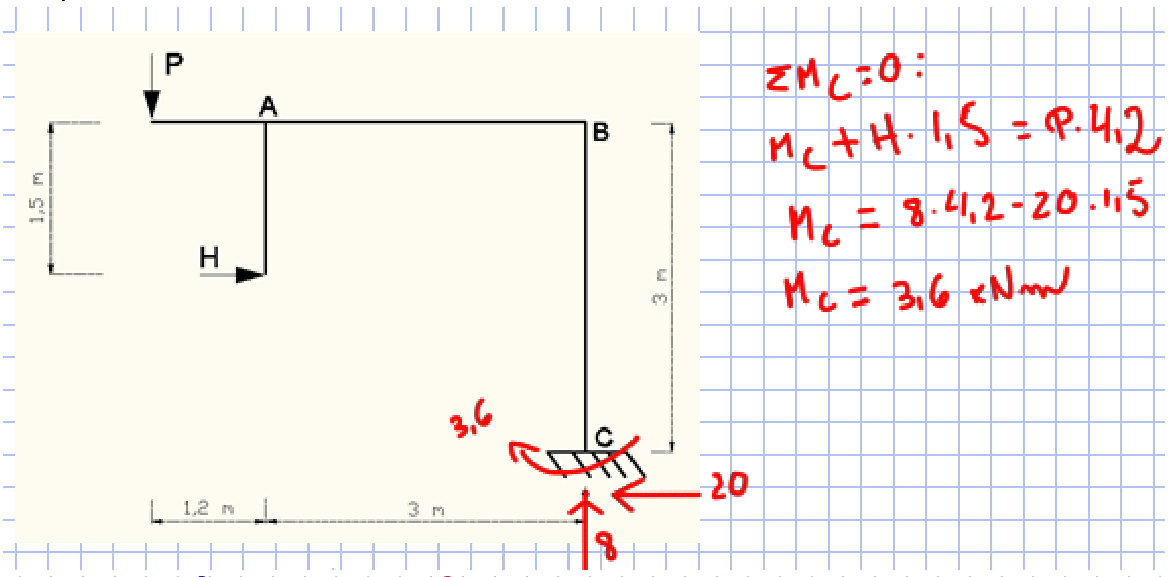



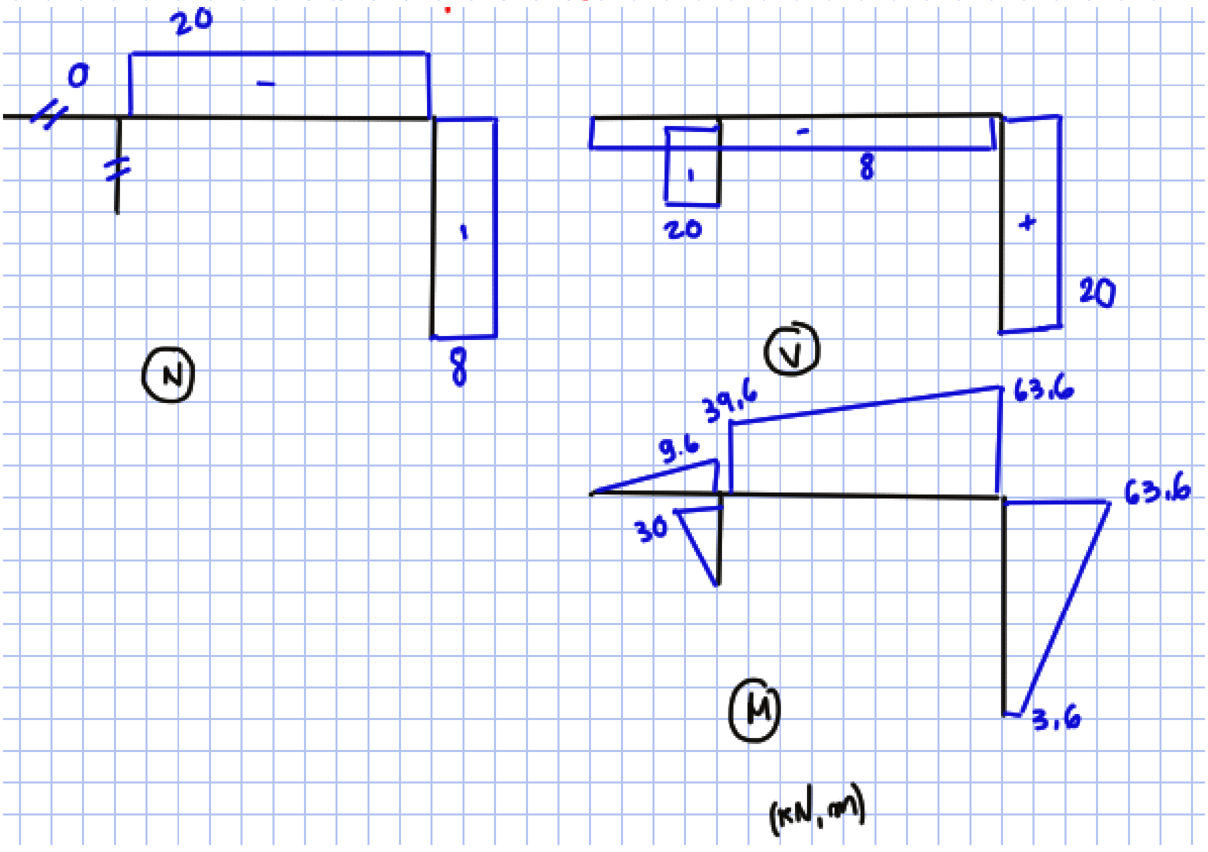

*Verificação de equilíbrio nos pontos B e E.*

E33) Determinar os esforços solicitantes (N, V e M) na estrutura esquematizada a seguir, sob a ações das cargas indicadas. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos nos desenhos em destaque. Dados: P = 8 kN; H = 20 kN.

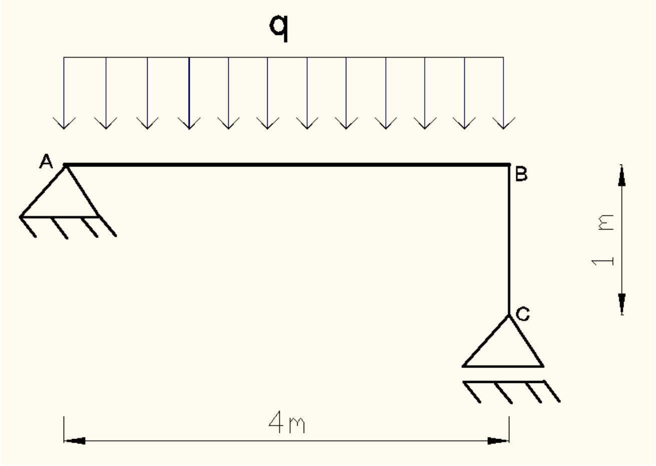



Resposta:

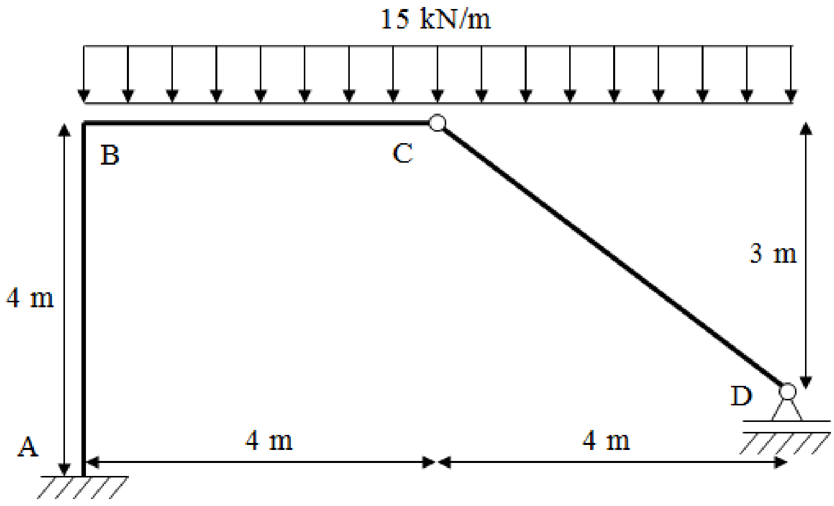


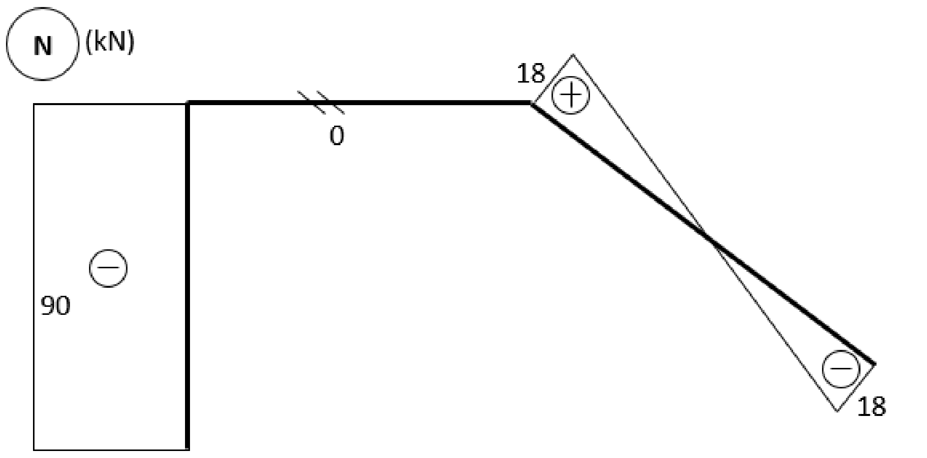

E34) Sabendo-se que q = 40 kN/m, determine os diagramas de esforço normal, cortante e momento fletor.

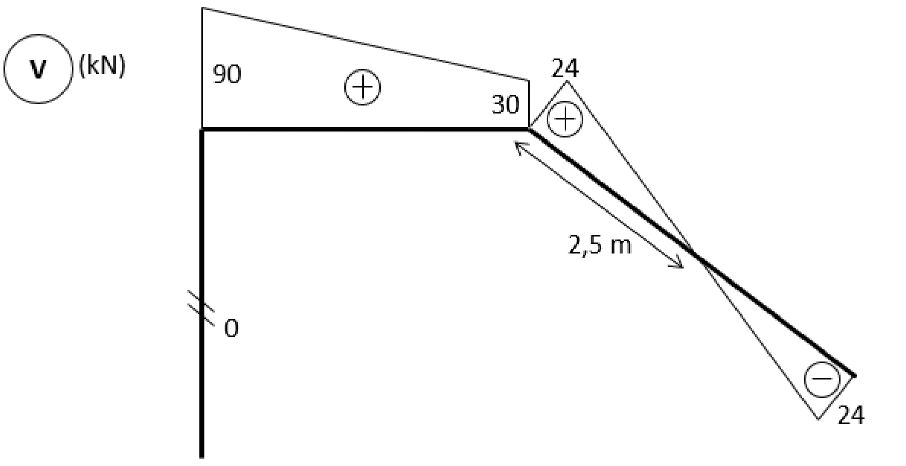


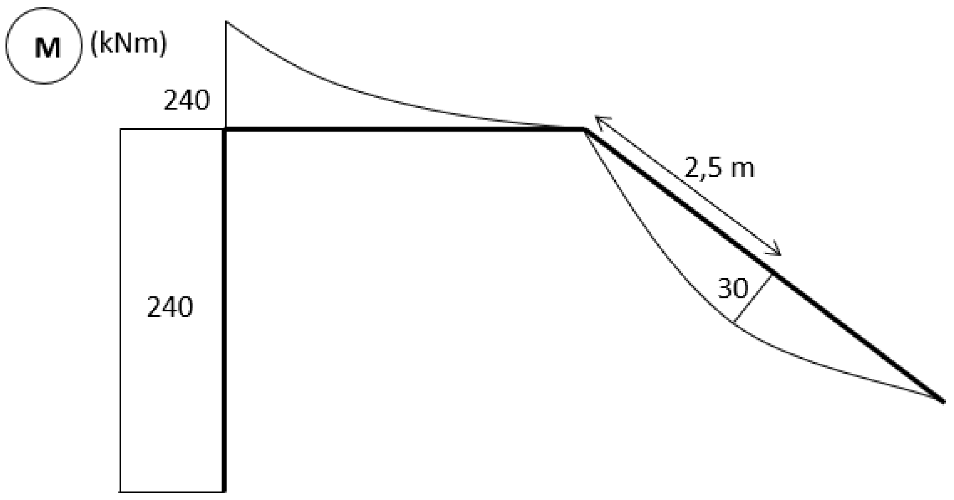

E35) (Dimas, 2013) Esboçar os diagramas de esforços solicitantes da estrutura abaixo.



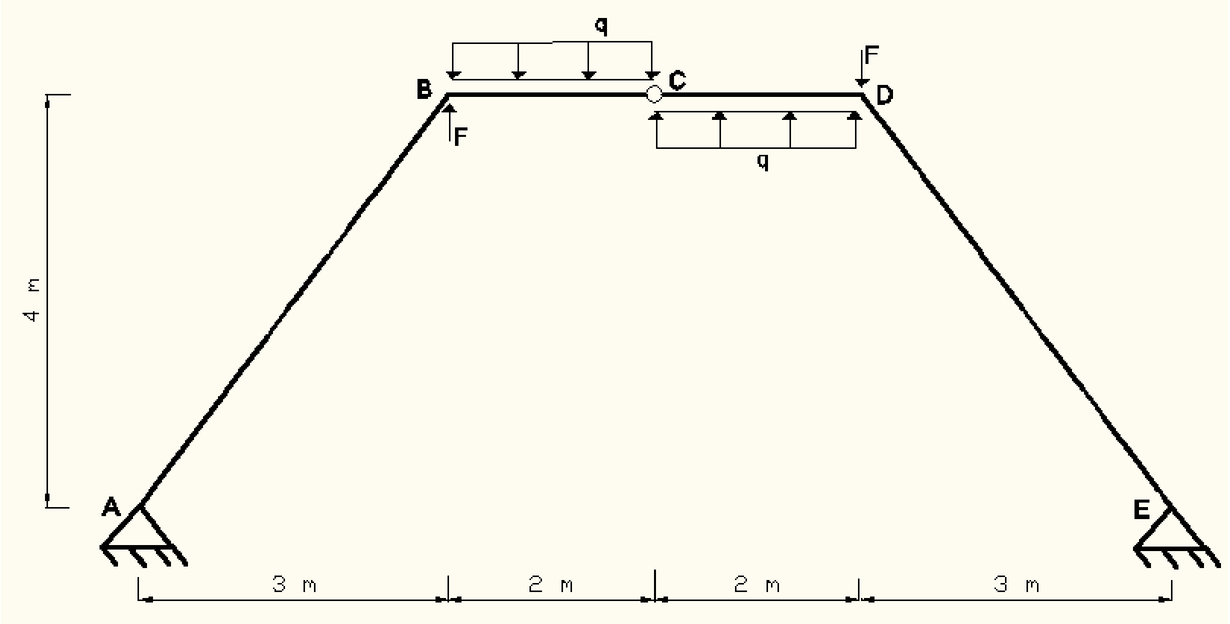
Resposta:



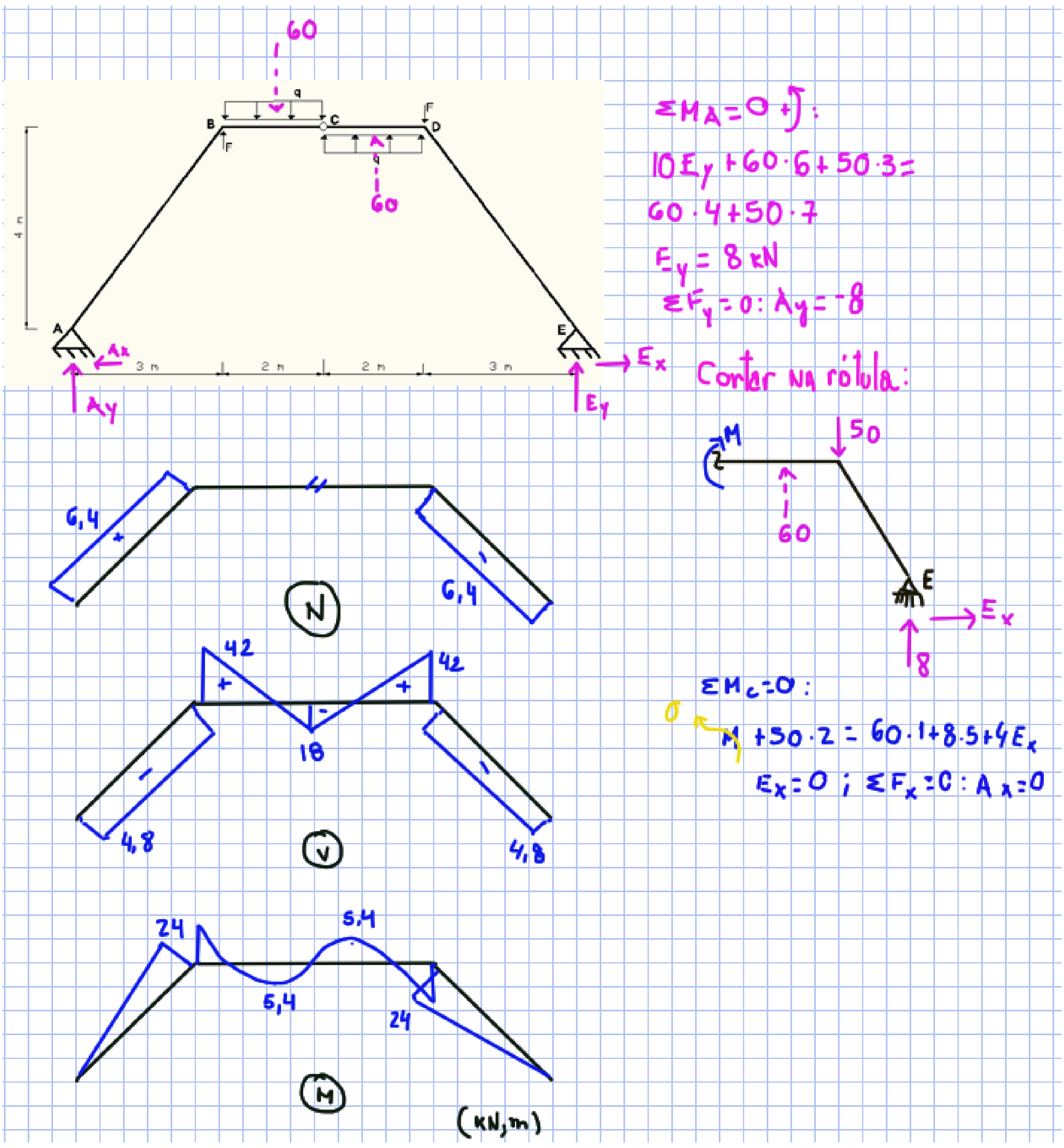




E36) Determinar os esforços solicitantes (M, V e N) no pórtico triarticulado, sob a ações das cargas indicadas. Adote q = 30 kN/m e F = 50 kN. Indique explicitamente os valores e os pontos de momentos extremos. Apresente os diagramas nos desenhos indicados na resposta.




Resposta:

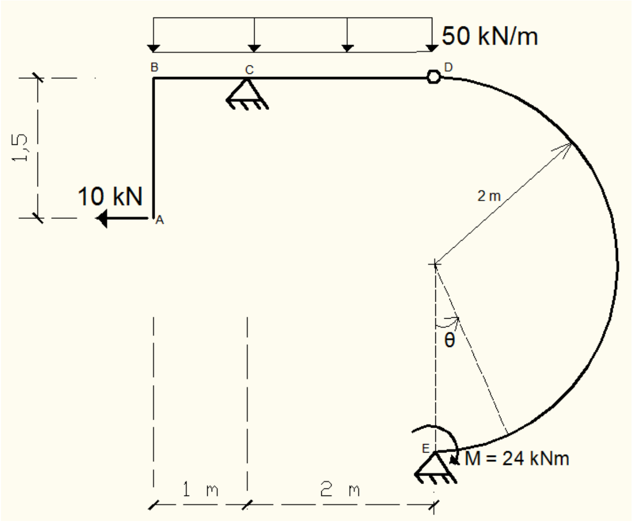



E37) A figura representa uma estrutura rotulada em D e apoios fixos em C e E. Sob os carregamentos indicados, carga distribuída constante no trecho BD, força concentrada em A e momento concentrado (M) em E, obtenha:

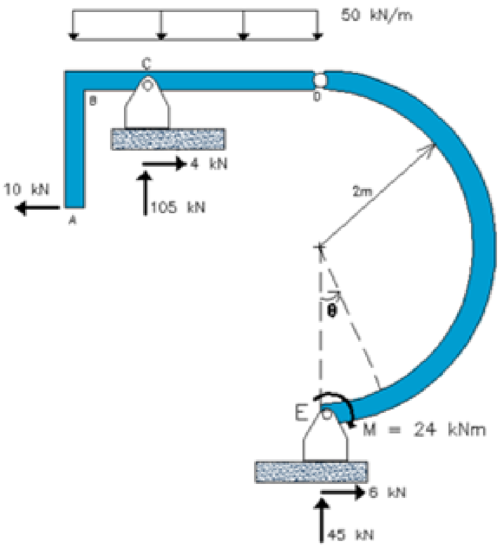
a) Reações de apoio;

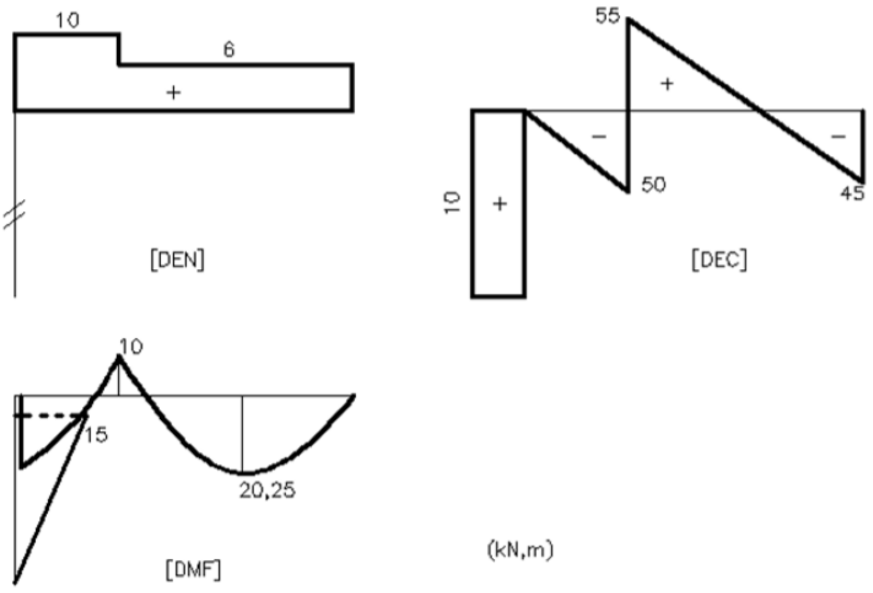
b) Diagramas dos esforços solicitantes para o trecho ABCD;

c) As expressões dos esforços solicitantes, em função de θ, do trecho circular DE.




Resposta:



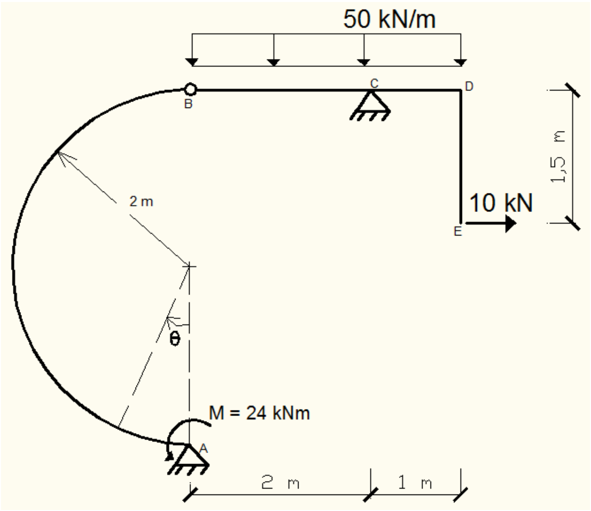



E38) A figura representa uma estrutura rotulada em B e apoios fixos em A e C. Sob os carregamentos indicados, carga distribuída constante no trecho BD, força concentrada em E e momento concentrado (M) em A, obtenha:

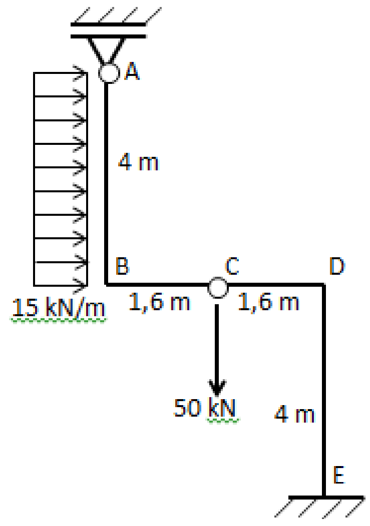
a) Reações de apoio;

b) Diagramas dos esforços solicitantes para o trecho BCDE;

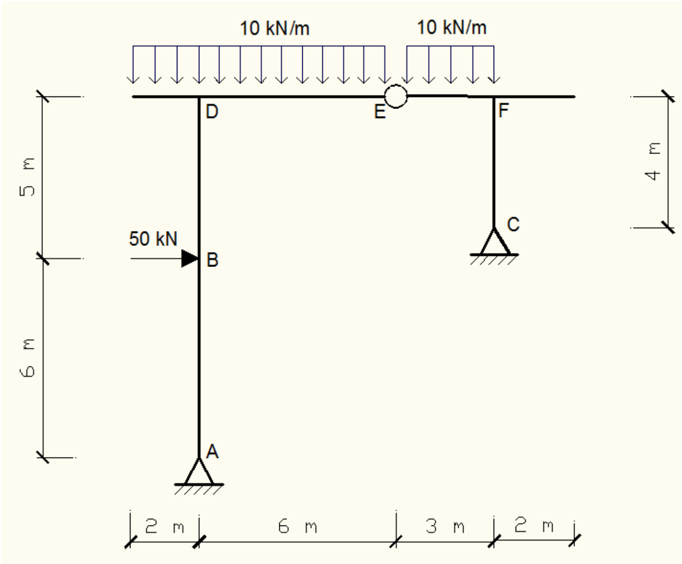
c) As expressões dos esforços solicitantes, em função de θ, do trecho circular AB.



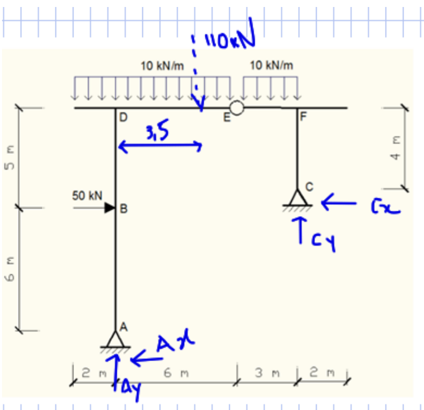

E39) (Dimas, 2012) Considere a estrutura isostática da figura abaixo. Pede-se determinar os diagramas de esforços normais (N), esforços cortantes (V) e momentos fletores (M). Devem ser utilizados os critérios de sinal definidos em sala de aula.




E40) Para o pórtico tri-articulado abaixo, determinar os diagramas de momentos fletores, normal e cortante *de todo o pórtico*. Indicar os valores mais relevantes em cada barra.




Resposta:




$\Sigma M_A = 0$: $9\cdot C_y + 7C_x = 50\cdot 6 + 3{,}5\cdot 110$

$9C_y + 7C_x = 685$ (1)

$\Sigma M_E = 0$

$M_E + 30\cdot 1{,}5 + C_x\cdot 4 = C_y\cdot 3$

$\frac{45}{3} + \frac{4}{3}C_x = C_y$ (2)

Eq(1) c/ Eq(2)

$9\left[15 + \frac{4}{3}C_x\right] + 7C_x = 685$

$19\,C_x = 550$

$C_x = 28{,}95$ kN

$\Sigma F_x = 0$: $A_x + C_x = 50$

$A_x = 50 - 28{,}95$

$A_x = 21{,}05$ kN

Na Eq(1): $C_y = 53{,}59$ kN

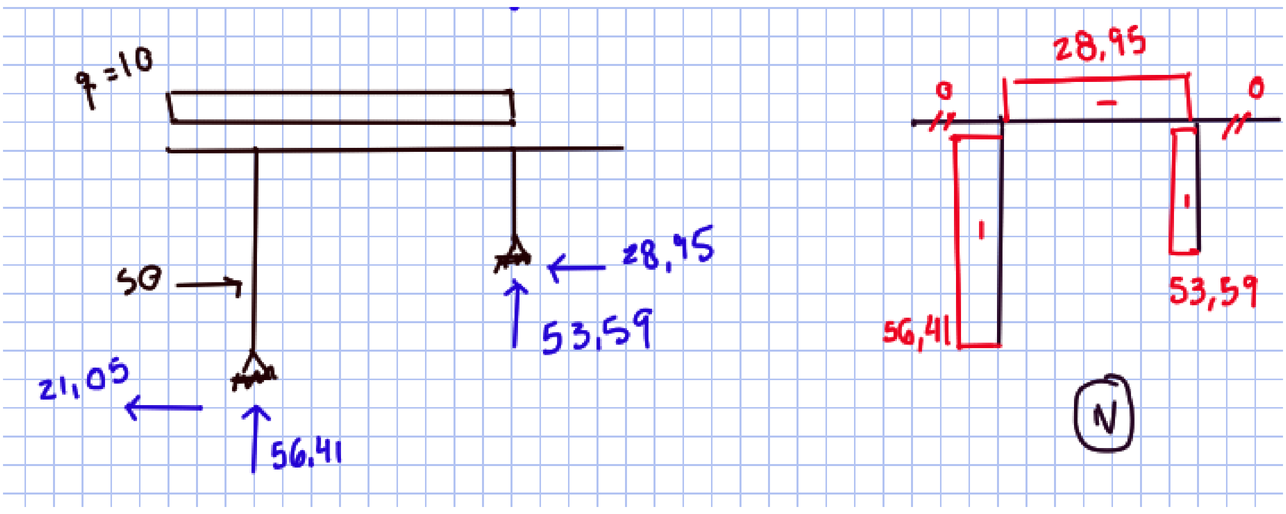
$\Sigma F_y = 0$:

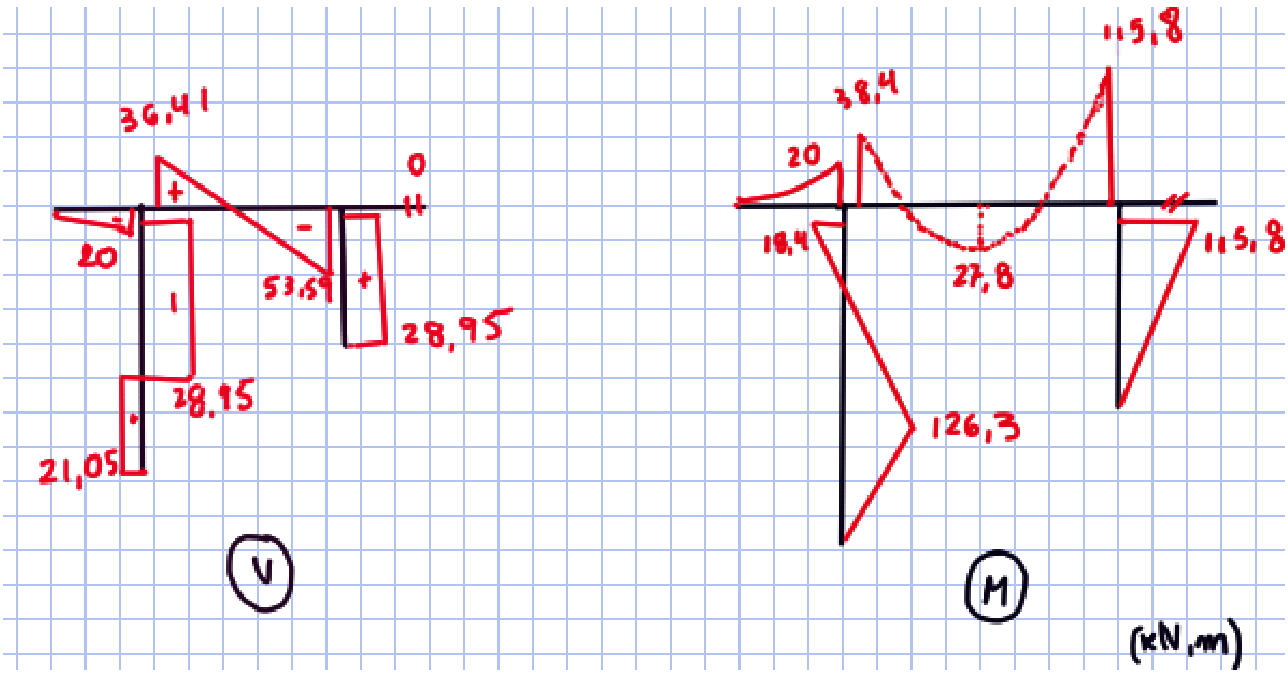
$A_y + C_y = 110$

$A_y = 56{,}41$ kN

$M_{MAX_{DE}}$: $\frac{36{,}41}{x} = \frac{53{,}59}{9-x} \rightarrow x = 3{,}64$ m

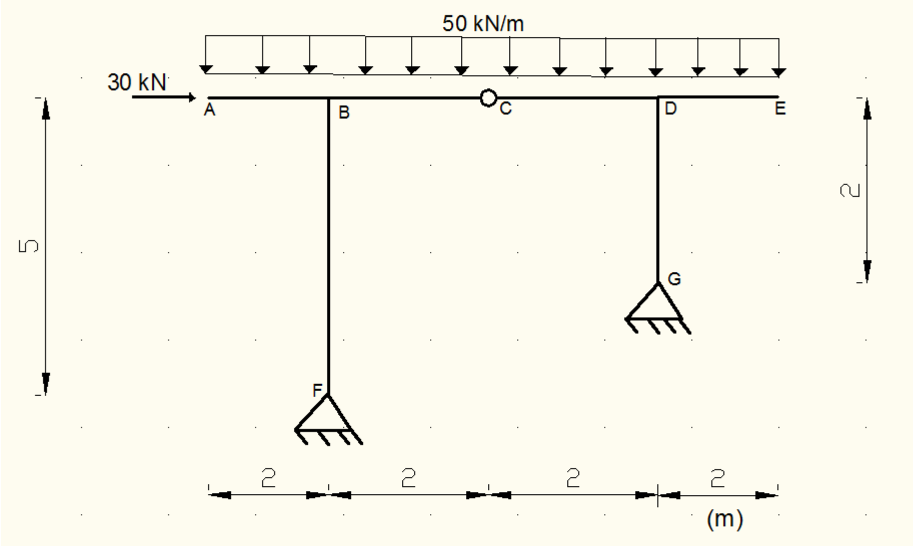
$M_{MAX_{DE}} = M_D + \frac{36{,}41\cdot 3{,}64}{2} = 27{,}8$ kN.m

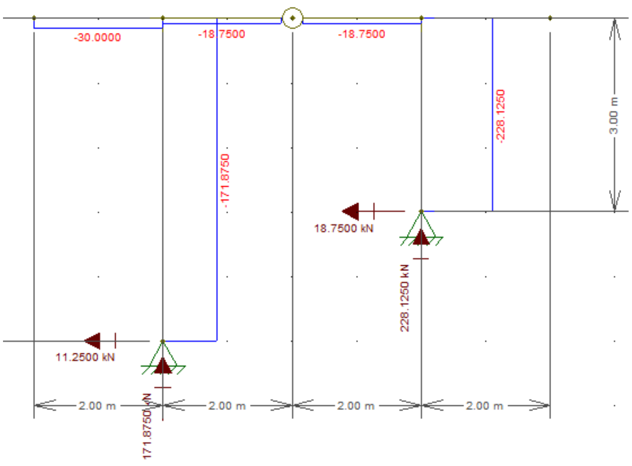


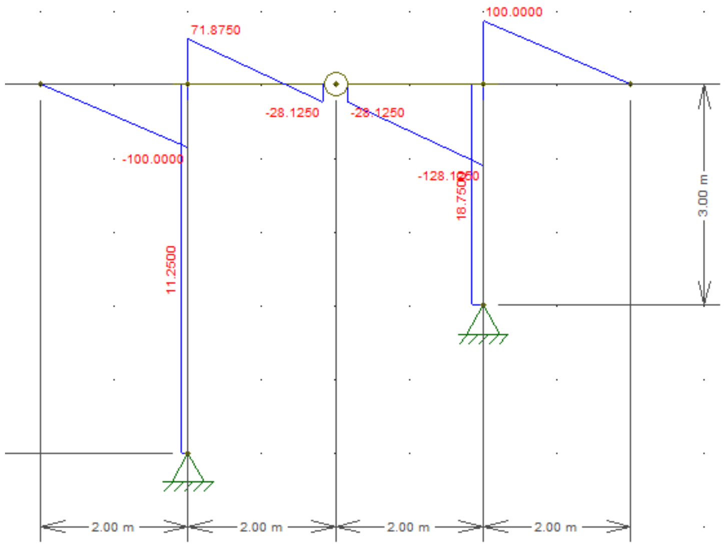

E41) Para o pórtico triarticulado abaixo, calcular os diagramas de esforços solicitantes N, V e M, indicando todos os valores relevantes.

Resposta:

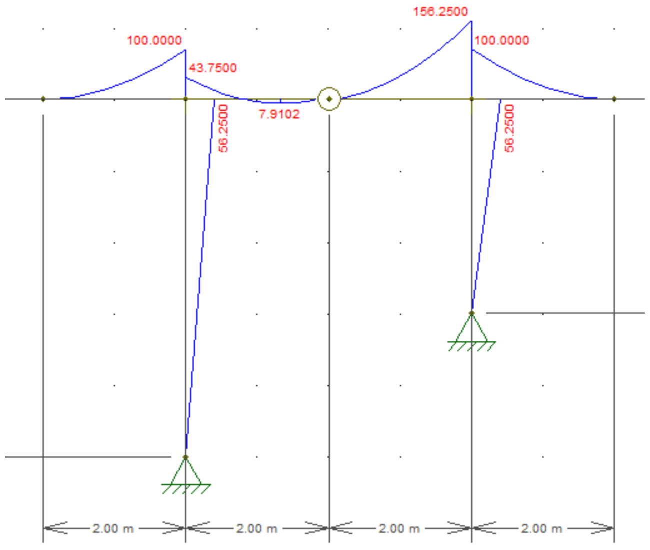



**(Normal)**

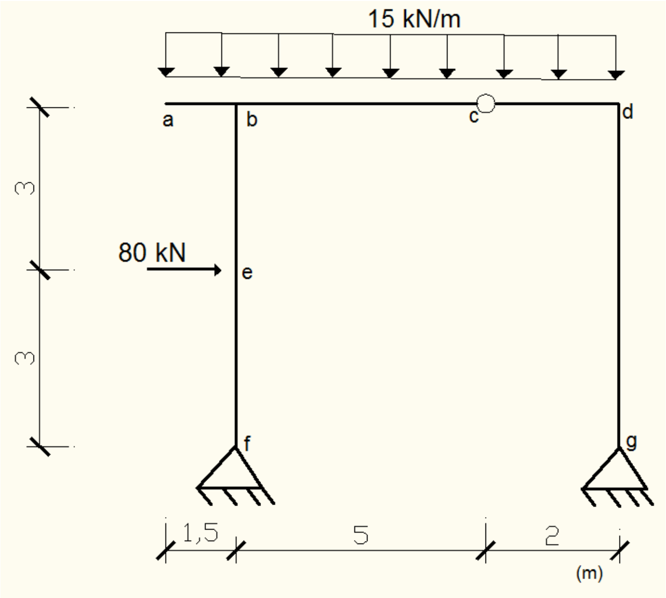



**(Cortante)**

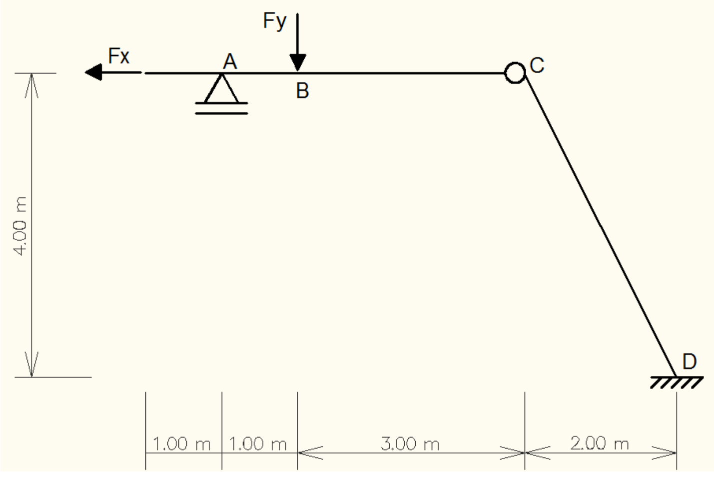



**(Momento fletor)**

E42) Para o pórtico triarticulado abaixo, calcular os diagramas de esforços solicitantes N,V e M, indicando todos os valores relevantes.



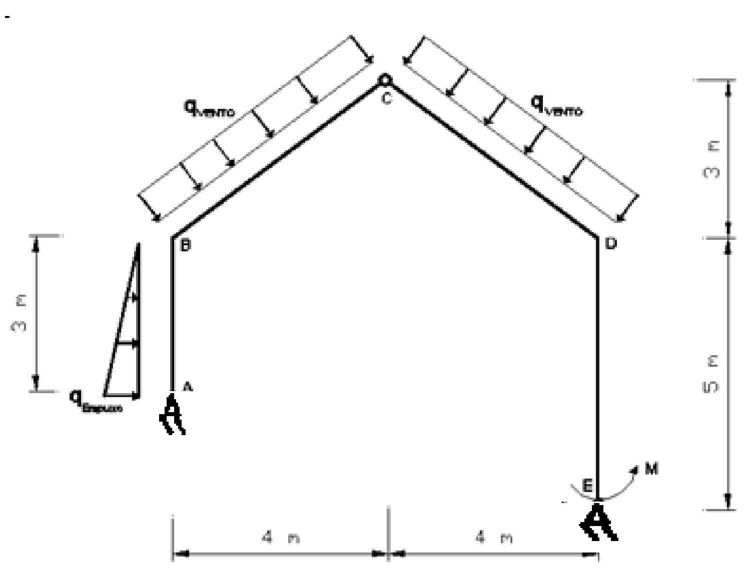

E43) Determinar os esforços solicitantes *das normais e momento fletores* de todo o pórtico a seguir. Dados: $F_x$ = 10 kN; $F_y$ = 15 kN. Esboçar os diagramas nas figuras indicadas.




E44) No galpão a seguir, o pilar AB serve também como contenção de terra, sendo a carga do solo atuante uniformemente variável de valor 0 a $q_{empuxo}$ = 2 kN/m. Nos telhados BC e CD atuam cargas de vento perpendiculares a seus eixos, com valor de $q_{vento}$ = 4 kN/m. Na base do pilar DE, em uma seção imediatamente acima do apoio E, há um momento aplicado de valor M = 5 kN.m. Escrever as respostas nos espaços indicados, determinando:

a) Reações nos apoios A e E;

b) Os diagramas apenas nos trechos CDE, indicando os sinais e pontos relevantes de cada esforço.



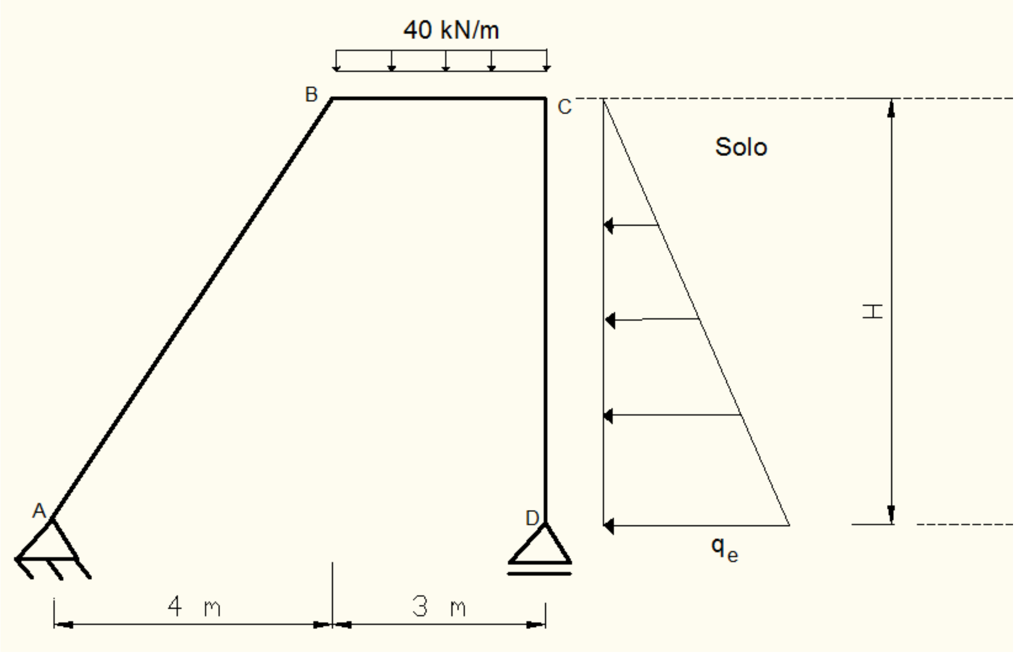

Respostas:

a) Reações: $A_x$ =-0,43 $A_y$ =15,61 ; $E_x$ =2,57 ; $E_y$ = 16,39

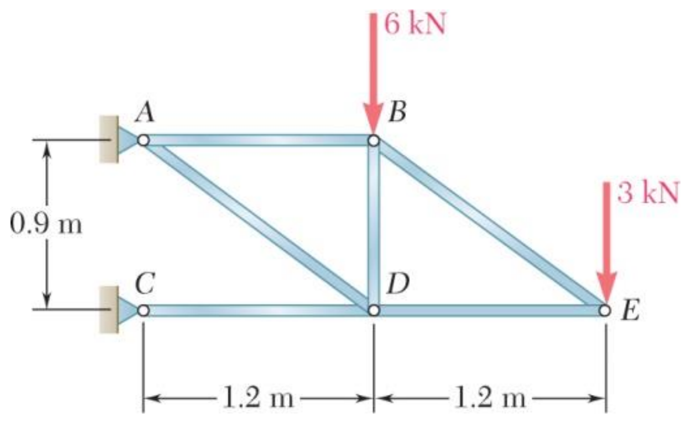
b) Diagramas:

Md = -7,85; Mmax_cd = 8,8;

E45) O pórtico plano ABCD serve como contenção de terra. O solo exerce uma carga no muro CD conforme indicado no desenho e seu valor máximo é dado pela relação $q_e = \gamma_{solo} \cdot H \cdot b \cdot k_0$ , onde $\gamma_{solo}$ é o peso específico, $k_0$ é o coeficiente de empuxo do solo, H a altura do muro e b sua largura. Sobre a viga BC age uma carga constantemente distribuída devido a uma ação permanente de 40 kN/m. **Determinar os diagramas de esforço normal, cortante e momento fletor apenas no trecho BC,** indicando os diagramas, seus valores e posições de extremos nos desenhos da resposta. Considere: $\gamma_{solo}$ = 22 kN/m$^3$, H = 6 m, b = 1 m, $k_0$ = 0,33.

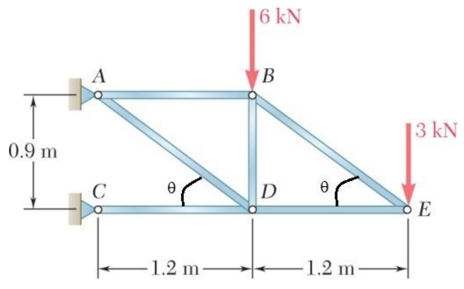



E46) Para a treliça a seguir, determinar seus esforços em cada barra. Indique as barras que estão tracionadas ou comprimidas.




Resposta:

$N_{BE}$ = 5,0 kN (T); $N_{DE}$ = 4,0 kN (C); $N_{AB}$ = 4,0 kN (T); $N_{BD}$ = 9,0 kN (C);
$N_{AD}$ = 15,0 kN (T); $N_{CD}$ = 16,0 kN (C)

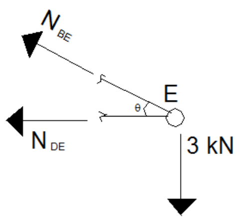



$sen\theta = 0{,}6; \quad cos\,\theta = 0{,}8$

$nó \quad E:$

$$\sum F_y = 0: \rightarrow 3 = N_{BE}.0{,}6 \rightarrow N_{BE} = 5 \quad kN \quad (T)$$

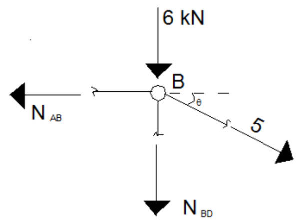
$$\sum F_x = 0: \rightarrow N_{DE} + 5.0{,}8 = 0 \rightarrow N_{DE} = -4 \quad kN \quad (C)$$




$$nó \quad B:$$

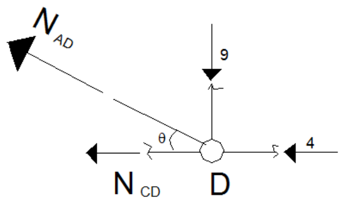
$$\sum F_x = 0: \rightarrow 5.\cos\theta = N_{AB} \rightarrow N_{AB} = 4 \quad kN \quad (T)$$

$$\sum F_y = 0: \rightarrow 6 + 5.sen\theta + N_{BD} = 0 \rightarrow N_{BD} = -9 \quad kN \quad (C)$$




*nó D:*

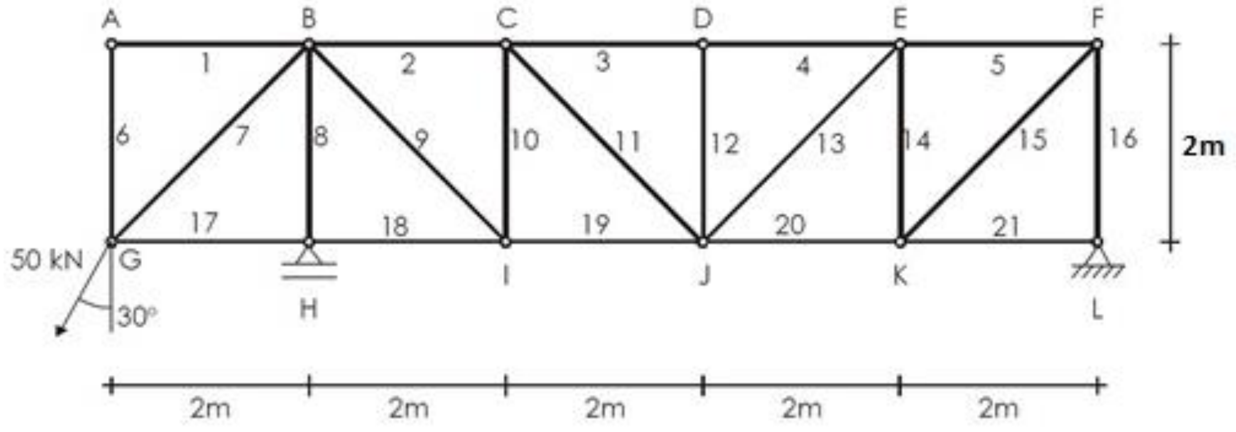
$\sum F_y = 0 : \rightarrow N_{AD}.sen\theta = 9 \rightarrow N_{AD} = 15 \ kN \ (T) \sum F_x = 0: \rightarrow N_{AD}.\cos\theta + N_{CD} + 4 = 0 \rightarrow N_{CD} = -16 \quad kN \quad (C)$



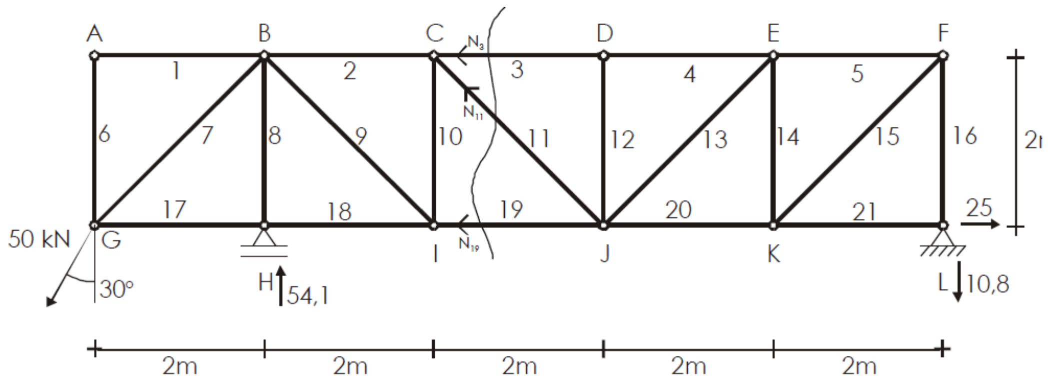

E47) Para a treliça seguir, onde atua somente uma força de 50 kN no nó G, na direção indicada, pedem-se:

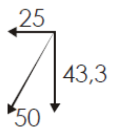
a) as reações de apoio;

b) esforços normais nas barras 1,6, 7 e 17.




Resposta:




1. (1,0) $\Sigma M_L = 0 \Rightarrow 43{,}3.\ 10 - V_H.\ 8 = 0 \Rightarrow V_H = 54{,}1$ kN

$\Sigma V = 0 \Rightarrow 54{,}1 - 43{,}3 + V_L = 0 \Rightarrow V_L =- -10{,}8$ kN

$\Sigma H = 0 \Rightarrow -25 + H_l = 0 \Rightarrow H_L = 25$ KN

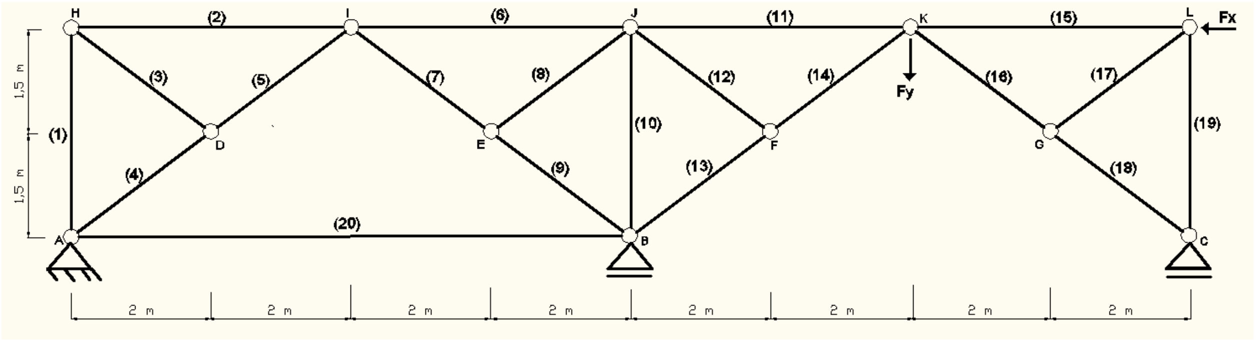
Equilíbrio Nó A: $\Sigma \ F_x = \ 0: N_1 = 0$

$$\Sigma \ F_y = \ 0: N_6 = 0$$

Equilíbrio Nó G: $\Sigma \ F_y = \ 0: N_7.sen45^{\circ} = 50.\cos 30^{\circ} \rightarrow N_7 = 61{,}2 \quad kN \quad (T)$

$$\Sigma \ F_x = \ 0: 61{,}2.\cos 45^{\circ} - 50.sen30^{\circ} + N_{17} = 0 \rightarrow N_{17} = -18{,}3 \quad kN \quad (C)$$

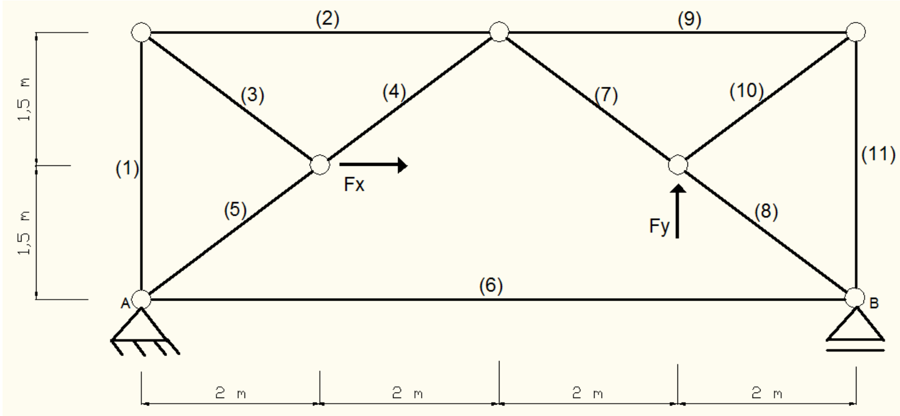
E48) Para a treliça a seguir, determine os esforços normais nas barras (3), (6), (9), (15) e (17). *Dados: $F_x$ = 10 kN; $F_y$ = 18 kN*. Indicar cada valor com seu respectivo sinal no quadro de respostas.



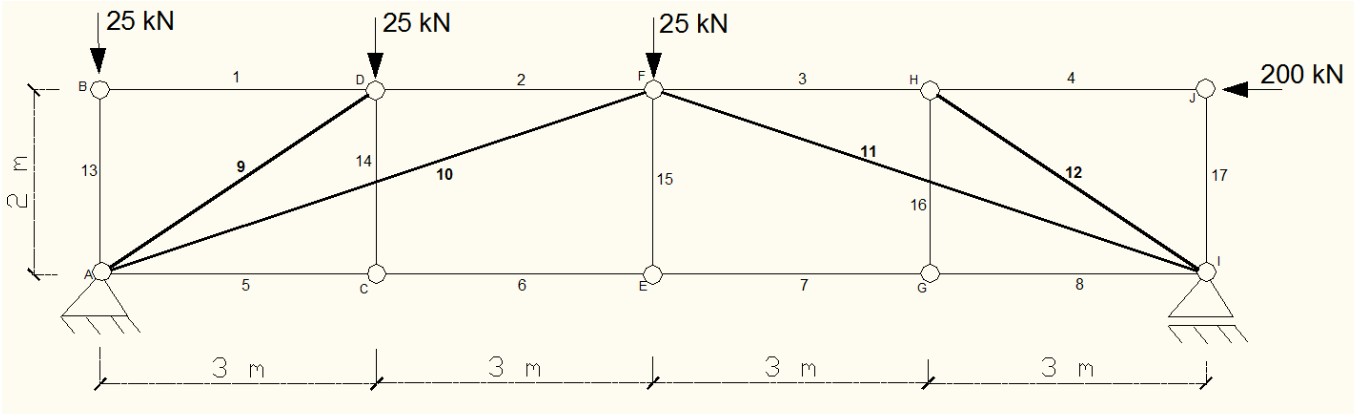

Respostas:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $N_3 =$ 0 | $N_6 =$14 kN | $N_9 =$ -8,75 kN | $N_{15} =$ -10 kN | $N_{17} =$ 0 |

E49) Determinar os esforços normais nas barras (3), (6) e (11). Dados: $F_x$ = 160 kN; $F_y$ = 0.




E50) Empregando necessariamente o processo do equilíbrio dos nós e/ou o processo de Ritter (ou das seções), determinar as forças normais nas barras 9, 10, 11 e 12 da treliça da figura, indicando claramente se essas forças são de tração ou de compressão. No final, escreva essas normais obtidas no espaço indicado.




***Respostas:***

***$N_9$ =-45,1 kN (C)*** ***$N_{11}$ = + 46,1 kN (T)***

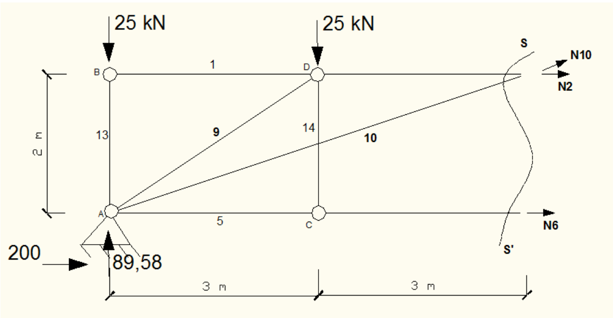
***$N_{10}$ = - 125,17 kN (C)*** ***$N_{12}$ = 0***

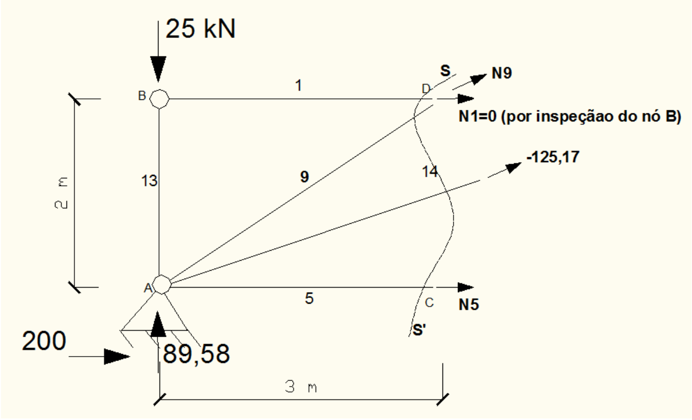
$$\sum M_A = 0:: \quad 12.R_b + 2*200 = 3.25 + 6*25 \rightarrow R_b = -14{,}58kN \quad \downarrow$$

$$\sum F_y = 0:: \quad R_a - 14{,}58 = 75 \rightarrow R_a = 89{,}58kN \quad \uparrow$$

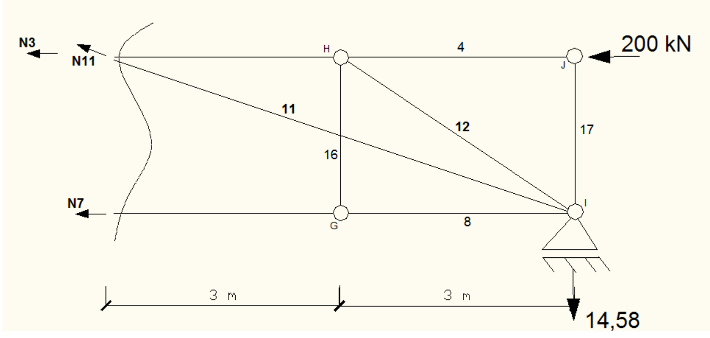
$$\sum F_x = 0: \quad R_{Ax} = 200kN \quad \rightarrow$$

$$\sum F_y = 0:: \quad N_{10}.sen\theta + 89{,}58 = 50 \rightarrow N_{10} = -125{,}17kN \quad (C)$$

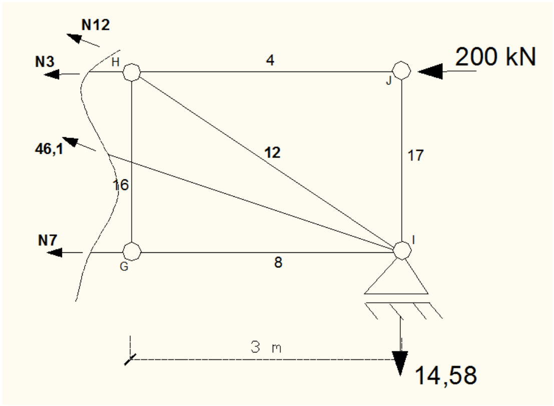



$$\sum M_c = 0:: \quad N_9.cos\,\alpha\,.2 + 89{,}58*3 = 125{,}17*cos\,\theta\,.1 + 25.3 \rightarrow N_9 = -45{,}1kN \quad (C)$$

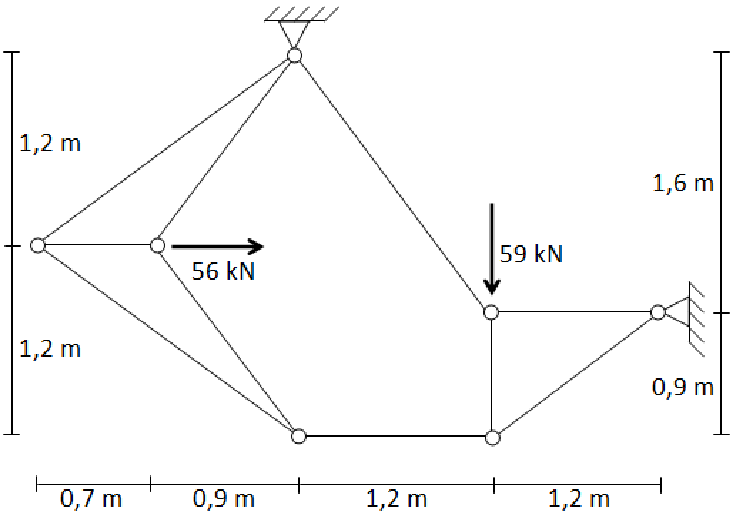



$$\sum F_y = 0:: \quad N_{11}.sen\theta = 14{,}58 \rightarrow N_{11} = 46{,}1 \quad kN \quad (T)$$

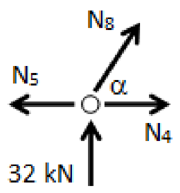



$$\sum F_y = 0::\quad N_{11}.sen\theta + N_{12}sen\alpha = 14{,}58 \rightarrow N_{12} = 0$$

E51) (Dimas, 2012) Considere a treliça isostática da figura abaixo. Calcule o valor do esforço normal de todas as barras, indicando-o junto à barra correspondente em kN. Deve ser obedecido o critério de sinal apresentado em sala de aula.



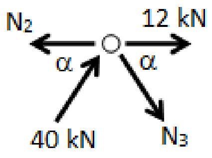

Resposta:




$sen\ \alpha = 0{,}8\ ; \cos\alpha = 0{,}6$

$\sum F_V = 0 \rightarrow N_8 sen\ \alpha = -32 \rightarrow N_8 = -40\ kN$

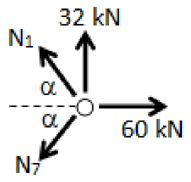
$\sum F_H = 0 \rightarrow N_4 - N_5 - 40\cos\alpha = 0 \rightarrow N_4 = N_5 + 24$




$sen\ \alpha = 0{,}8\ ; \cos\alpha = 0{,}6$

$\sum F_V = 0 \rightarrow N_3 sen\ \alpha - 40 sen\ \alpha = 0 \rightarrow N_3 = 40\ kN$

$\sum F_H = 0 \rightarrow N_2 - 12 - 2(40\cos\ \alpha) = 0 \rightarrow N_2 = 60\ kN$

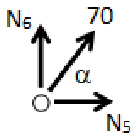



$sen\ \alpha = 0{,}8\ ; \cos\alpha = 0{,}6$

$\sum F_V = 0 \rightarrow -32 + (N_7 - N_1)sen\ \alpha = 0 \rightarrow N_7 = N_1 + 40$

$\sum F_H = 0 \rightarrow (N_7 + N_1)\cos\ \alpha - 60 = 0 \rightarrow N_1 = 100 - N_7$

$N_1 = 100 - N_1 - 40 \rightarrow N_1 = 30\ kN\ ;\ N_7 = 70\ kN$



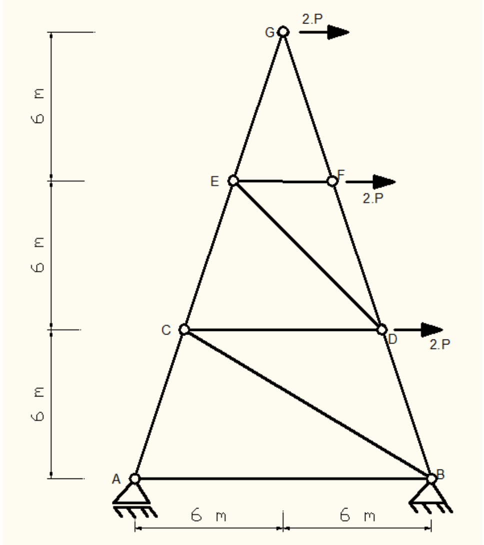

$sen\ \alpha = 0{,}8\ ; \cos\alpha = 0{,}6$

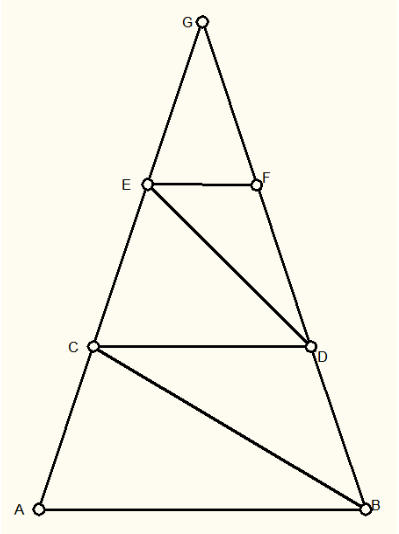
$\sum F_V = 0 \rightarrow N_6 = -70 sen\ \alpha = -56\ kN$

$\sum F_H = 0 \rightarrow N_5 = -70\cos\ \alpha = -42\ kN$

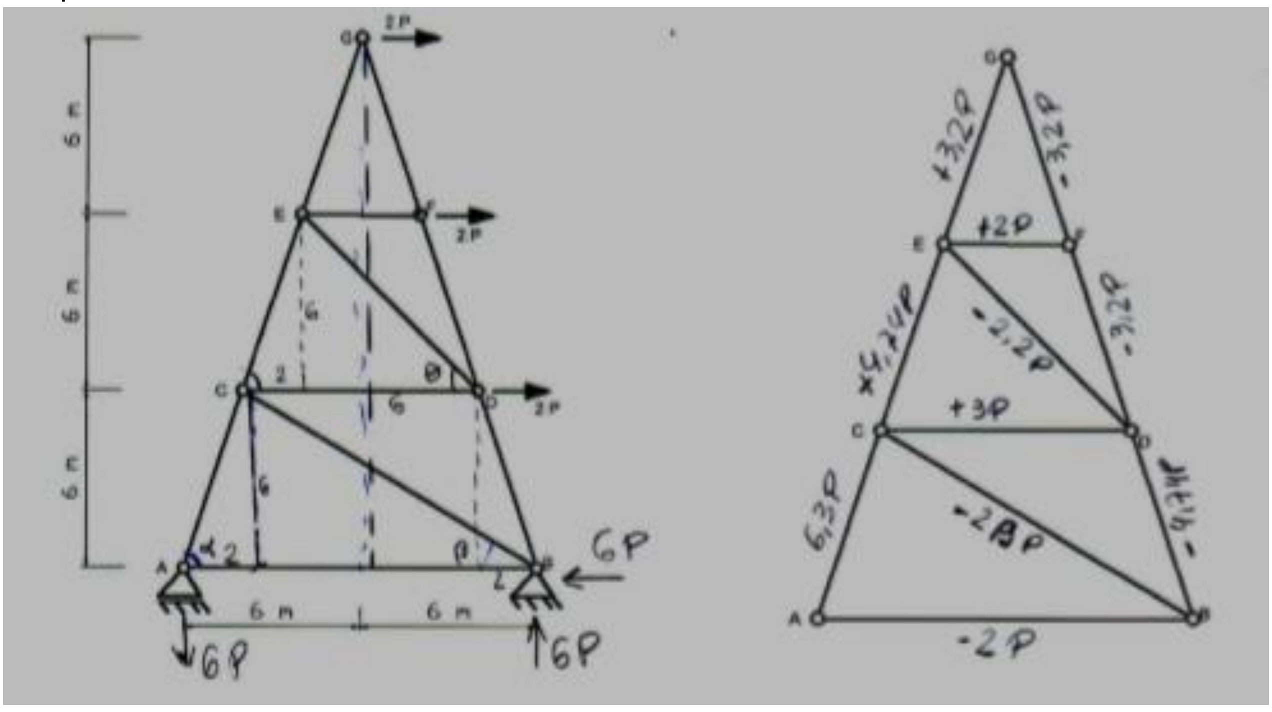
$N_4 = N_5 + 24 = -18\ kN$

E52) a) Determinar os esforços em todas as barras da treliça a seguir, em função de *P*. Indicar seus valores no desenho à direita.
b) Com base nos valores do item a) e sabendo-se que as barras são de mesmo material e área, e que resistem, no máximo, a forças normais de 96 kN à tração e 60 kN à compressão, obtenha o máximo valor de P que possa ser aplicado ($P_{max}$), para que nenhuma barra tenha valores maiores que os limites indicados.

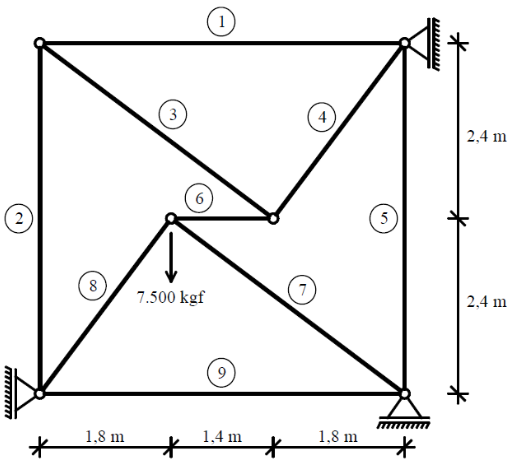



Resposta:

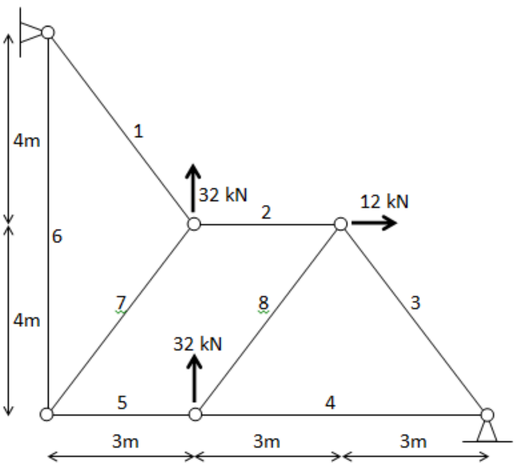



E53) (Brito) Para a treliça a seguir, determine os esforços normais de todas as barras.




| Barra | N (kgf) |
|---|---|
| 1 | 3.200 |
| 2 | 2.400 |
| 3 | -4.000 |
| 4 | 3.000 |
| 5 | -2.400 |
| 6 | 5.000 |
| 7 | -8.500 |
| 8 | -3.000 |
| 9 | 6.800 |

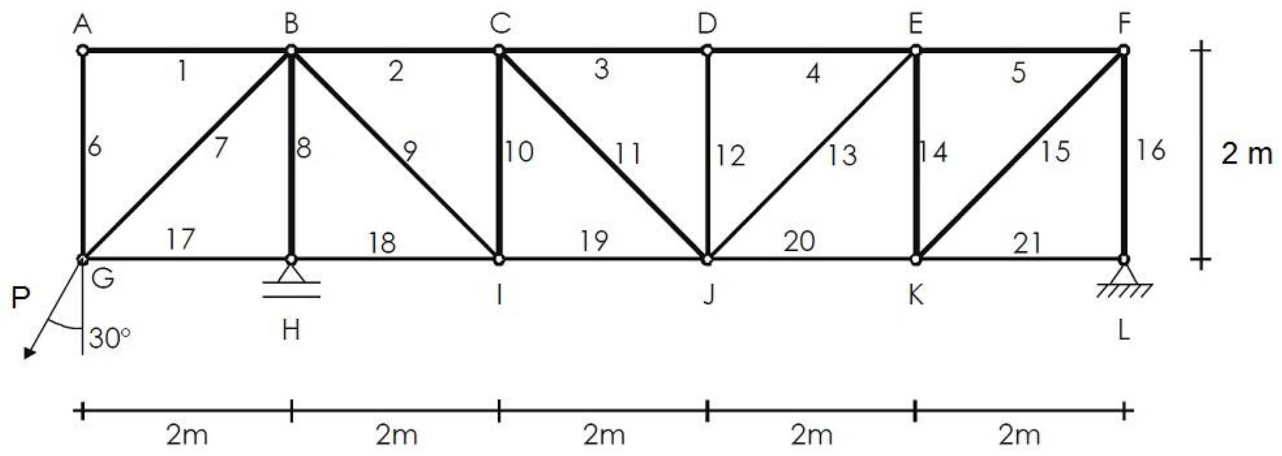
E54) (Dimas, 2012) Considere a treliça isostática da figura abaixo. Calcule o valor do esforço normal de todas as barras, indicando-o junto à barra correspondente em kN.




| Barra | N(kN) |
|---|---|
| 1 | 30 |
| 2 | 60 |
| 3 | 40 |
| 4 | -18 |
| 5 | -42 |
| 6 | -56 |
| 7 | 70 |
| 8 | -40 |

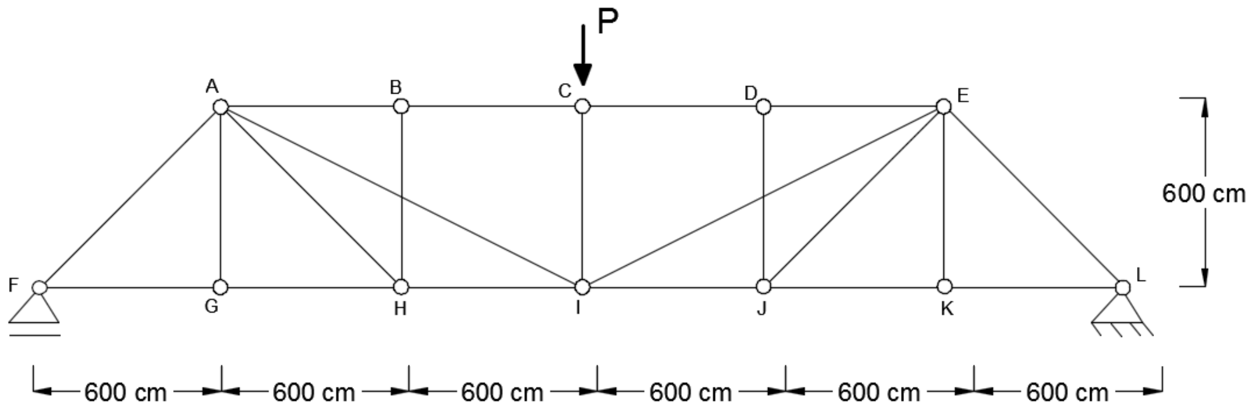
E55) Um engenheiro estrutural foi contratado para avaliar a treliça que é usada numa ponte em atividade no norte de Minas Gerais. Ele tem que apresentar um relatório sobre as restrições de uso da ponte com base na análise **apenas das barras 3, 11 e 19.** Isto**,** pois elas estão em processo adiantado de deterioração, conforme observado numa avaliação técnica realizada *a priori*. Todavia, por questões de logística, essas barras não podem ser substituídas, tendo-se que limitar seu uso nas ações. Assim:

a) Determine seus esforços normais em função de P;
b) Após um ensaio destrutivo realizado em outras barras com o mesmo grau de deterioração, estabeleceu-se um valor máximo de esforço normal de tração e compressão para essas barras. Esses valores limites são de 10 kN para tração e 6 kN para compressão. **Obtenha o maior valor de P** que pode ser aplicado para que os valores solicitantes nessas barras não ultrapassem esses limites de projeto.
*Escreva os valores obtidos nos espaços indicados na resposta.*

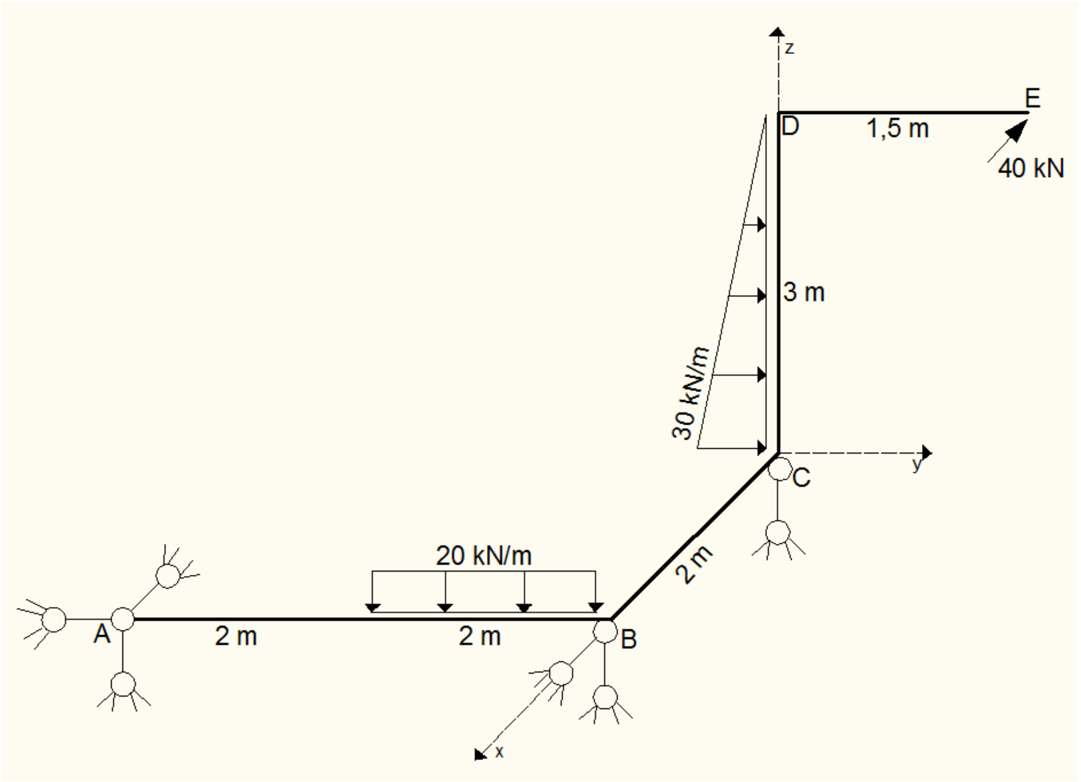



E56) Para a treliça a seguir:

a) **Obtenha os esforços normais de todas** as barras em termos de P;
b) Sabendo-se que todas as barras são de aço e aferiu-se que, por análise experimental, o máximo valor admissível de força a tração delas é de 1100 kN e 900 kN a compressão, **determine o máximo valor de P** que não leve a que esses limites sejam ultrapassados, por segurança estrutural.




E57) Determine as reações de apoio da estrutura a seguir. O trecho AB é paralelo ao eixo *y*, com a força distribuída constante atuando na metade dessa barra e linha de ação da sua resultante é paralela ao eixo *z*. O trecho BC está contido no eixo x. O trecho CDE está no plano *yz*, com o carregamento distribuído linearmente atuando em toda a barra CD e resultante paralela ao eixo *y*. A força concentrada no ponto E possui direção paralela ao eixo *x*.




Resposta

$$\sum F_x = 0:: \quad A_x + B_x = 40\,0 \qquad (1)$$

$\sum F_y = 0: \quad A_y = 45\ kN \quad (\leftarrow)$

$\sum F_z = 0: \quad A_z + B_z + C_z = 40 \qquad (2)$

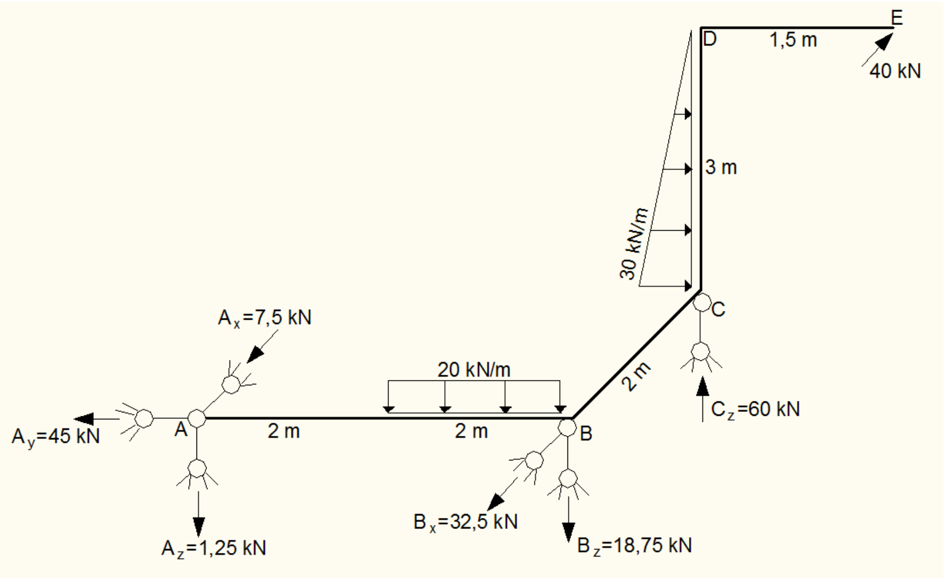
$$M_x = d_y \cdot F_z - d_z \cdot F_y$$
$$M_y = d_z \cdot F_x - d_x \cdot F_z$$
$$M_z = d_x \cdot F_y - d_y \cdot F_x$$

$\sum M_{Cx} = 0: -40 \cdot (-1) + A_z \cdot (-4) - (45) \cdot (1) = 0 \rightarrow A_z = -1{,}25 \quad kN$

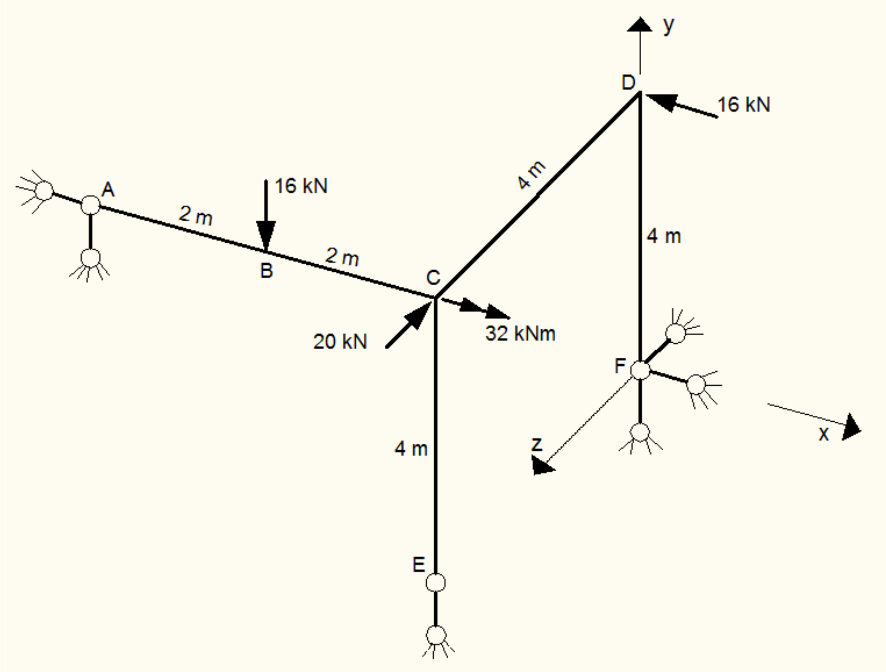
$\sum M_{Cy} = 0: -40 \cdot (3) - [(-40) \cdot (2) + B_z \cdot (2) + A_z \cdot (2)] = 0 \rightarrow B_z = -18{,}75 \quad kN$

$\sum M_{Cz} = 0: -45 \cdot (2) - [(-40) \cdot (1{,}5) + A_x(-4)] = 0 \rightarrow A_x = 7{,}5 \quad kN$

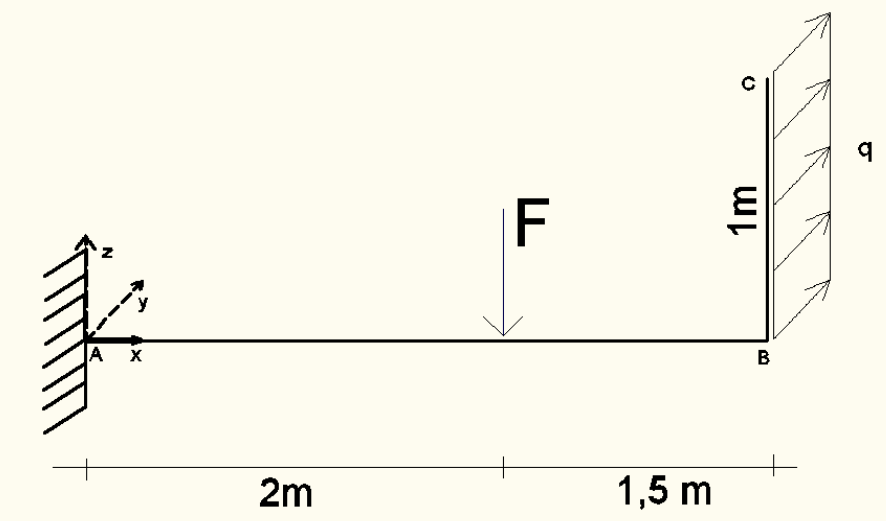
Portanto: $B_x = 40 - 7{,}5 = 32{,}5 \quad kN$



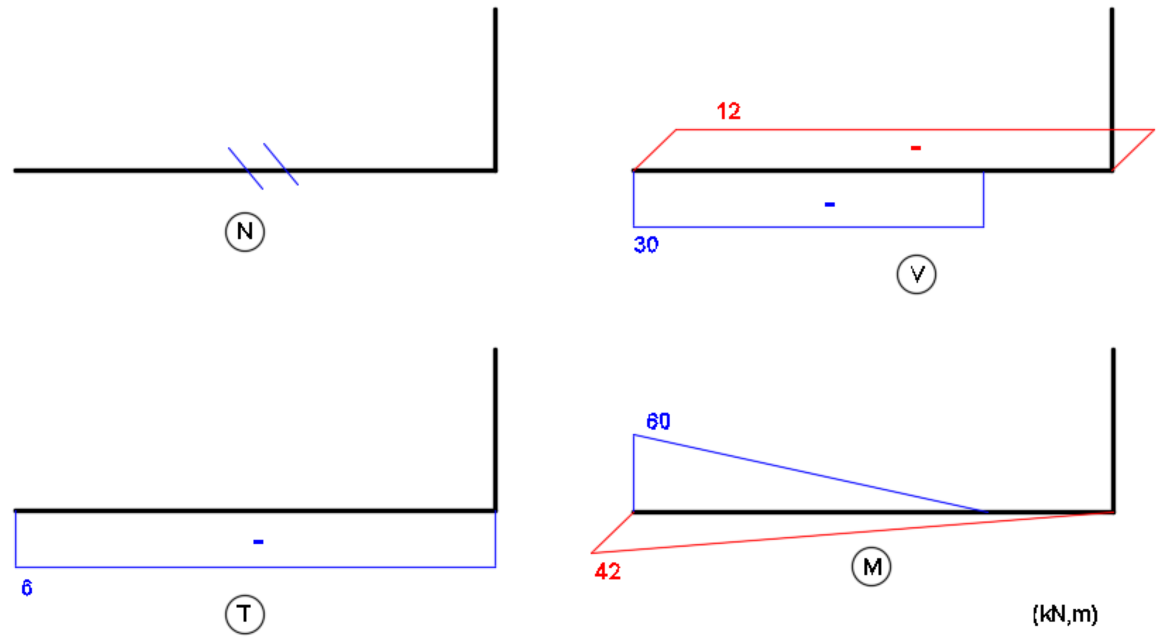

E58) Traçar os esforços solicitantes (N, T, V e M) do pórtico tridimensional nos eixos indicados. As forças concentradas estão aplicadas no ponto B, C e D, bem como o momento concentrado no ponto C e todas estão paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme desenho.



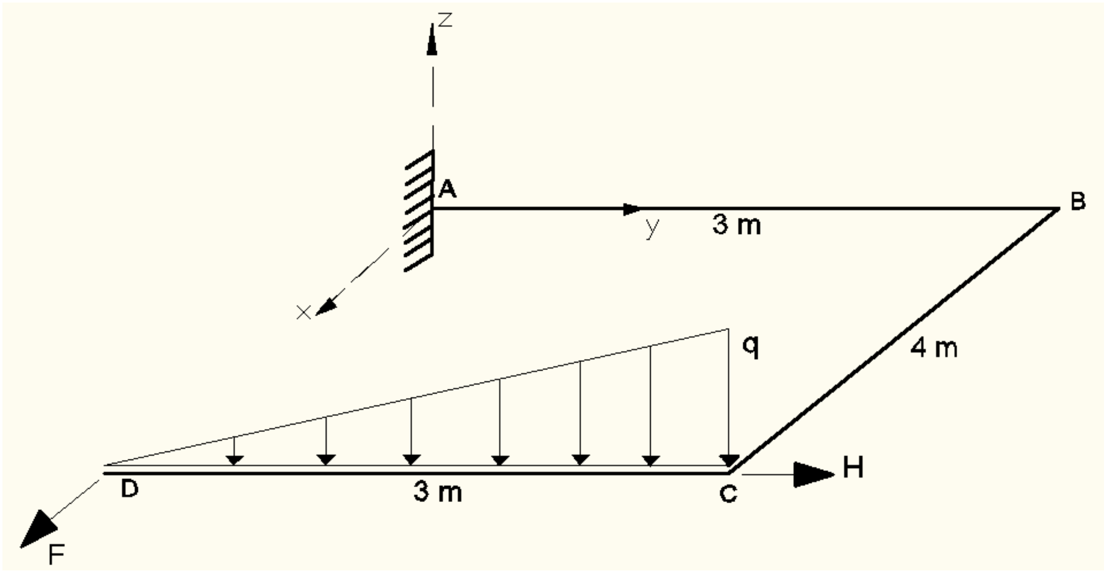

E59) Determine os diagramas de esforços solicitantes da estrutura apenas no trecho AB. Os trechos AB e BC são paralelos, respectivamente, aos eixos x e z. Adote a força F= 30 kN que atua na direção z e q = 12kN/m, paralelo ao eixo y. Indicar os diagramas nos desenhos em destaque.



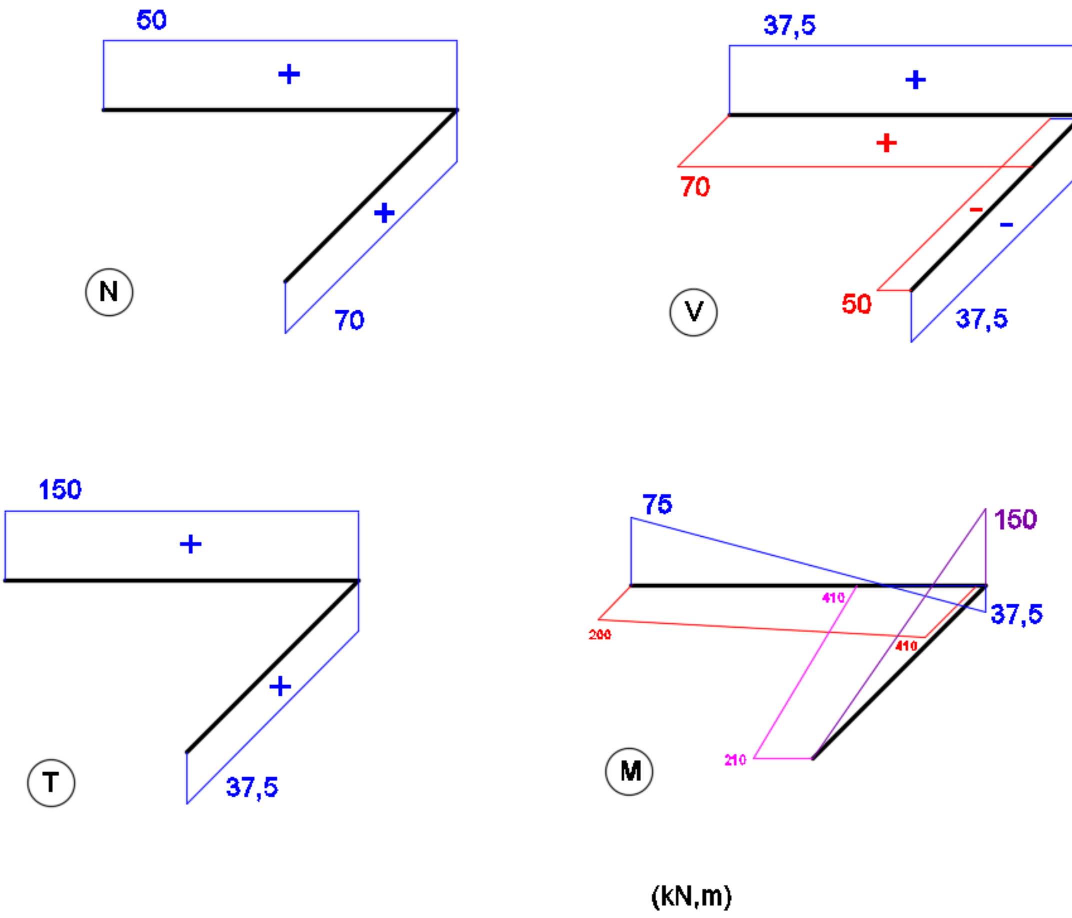

Resposta:



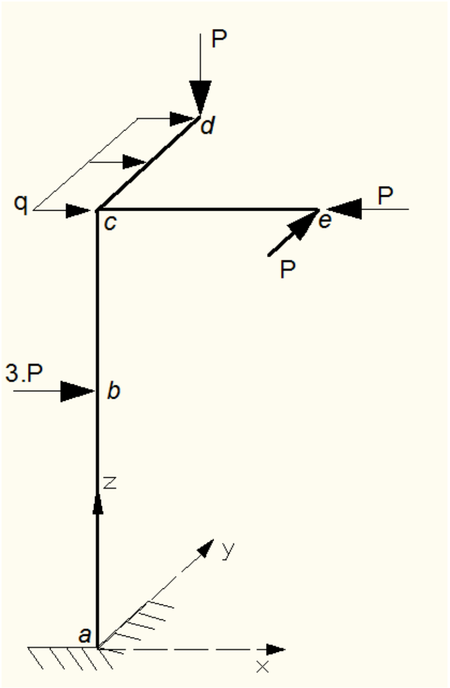

E60) Determine os diagramas de esforços solicitantes da estrutura apenas nos trechos AB e BC. Os trechos AB e DC são paralelos ao eixo y, bem como a força H = 50 kN. A barra BC e a força F = 70 kN são paralelas ao eixo x. Na barra DC atua uma carga distribuída linearmente contida num plano paralelo ao plano yz de valor q = 25 kN/m, conforme indicado.



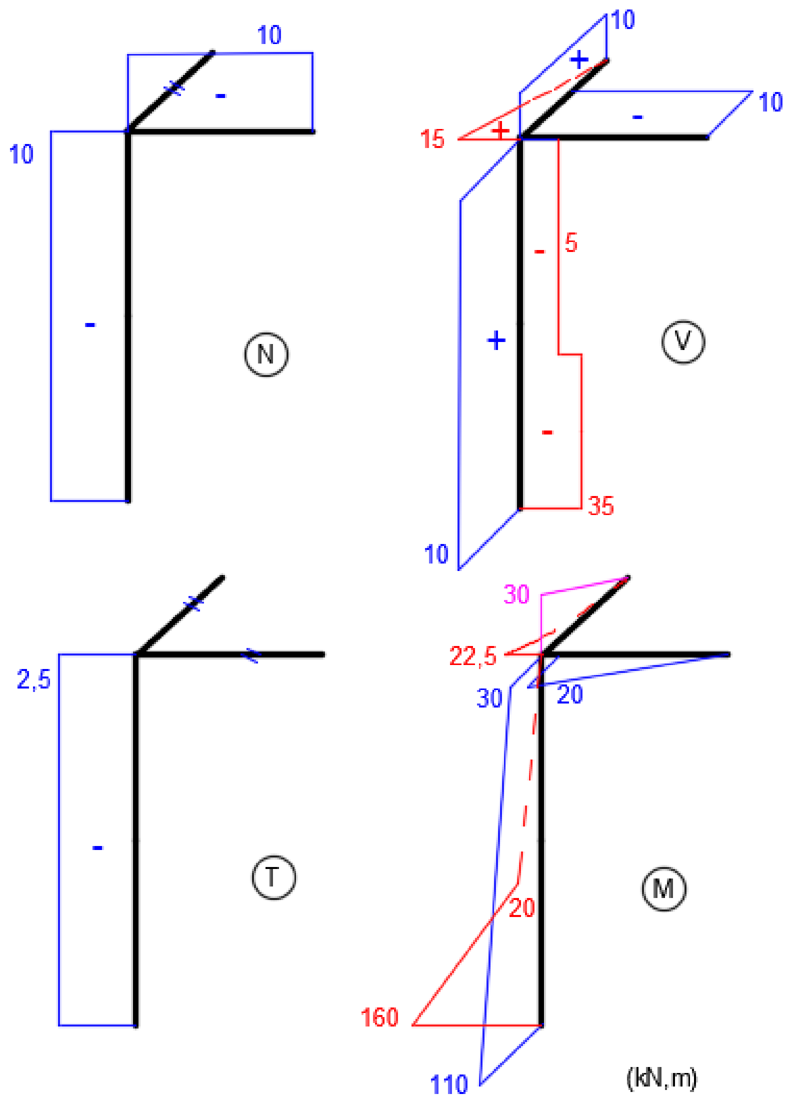

Resposta:



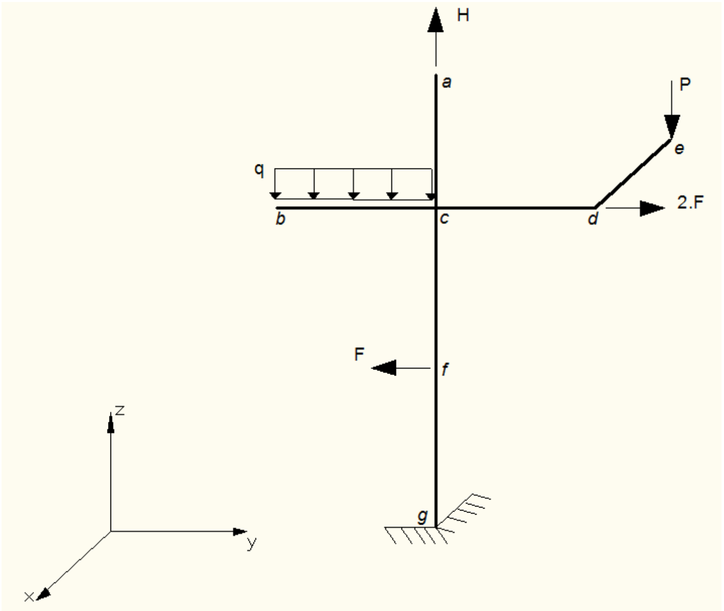

E61) Determinar os esforços solicitantes (M,V, T e N) no pórtico tridimensional. As forças são paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme indicado. Dados: As coordenadas dos pontos são, em metros: a(0;0;0), b(0;0;4), c(0;0;8), d(0;3;8), e(2;0;8). P = 10 kN; q = 5 kN/m.



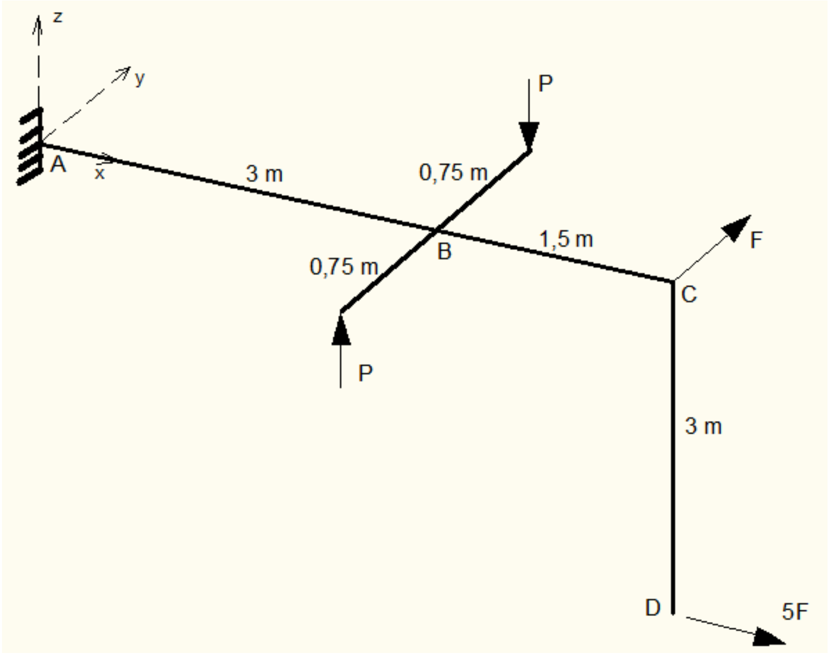

Resposta:



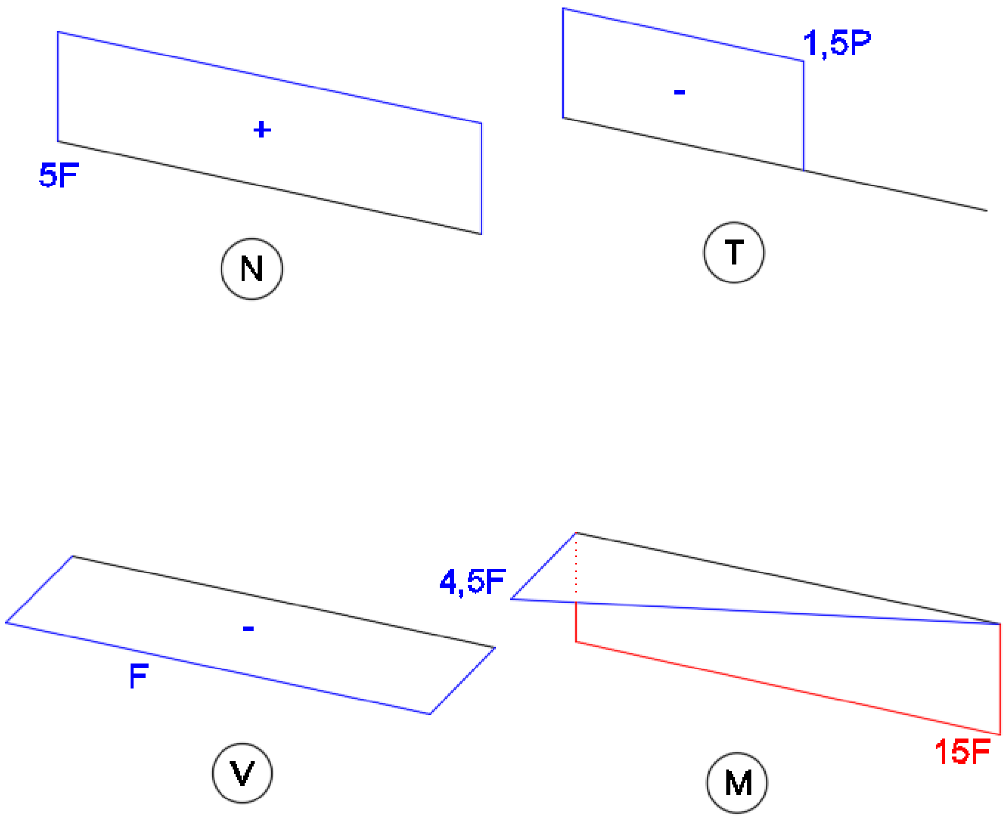

E62) Determinar os esforços solicitantes (M,V, T  e N) no pórtico tridimensional. As forças são paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme indicado. Dados: As coordenadas dos pontos são, em metros: a(0;0;30), b(0;-12;24), c(0;0;24), d(0;12;24), e (-10;12;24), f(0;0;12) e g(0;0;0). H = P = 180 kN; F = 120 kN; q = 12 kN/m.



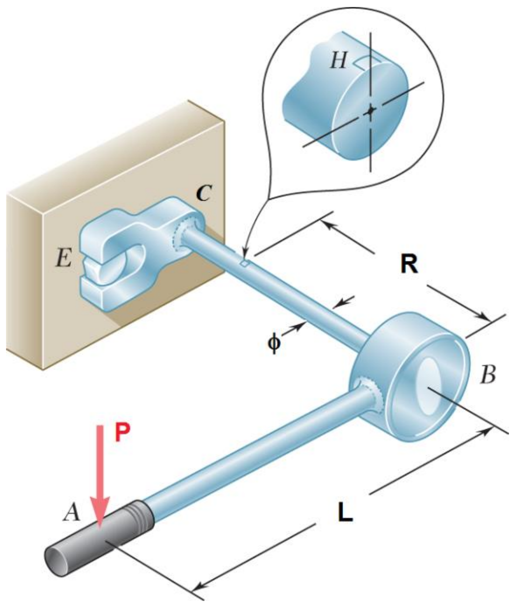

E63) Para o pórtico tridimensional, **determine os diagramas de esforços apenas na barra ABC**. Todas as forças estão paralelas aos eixos indicados. Os comprimentos das barras estão descritos no desenho. Apresentar os diagramas nos desenhos da resposta, seguindo a convenção de aula.



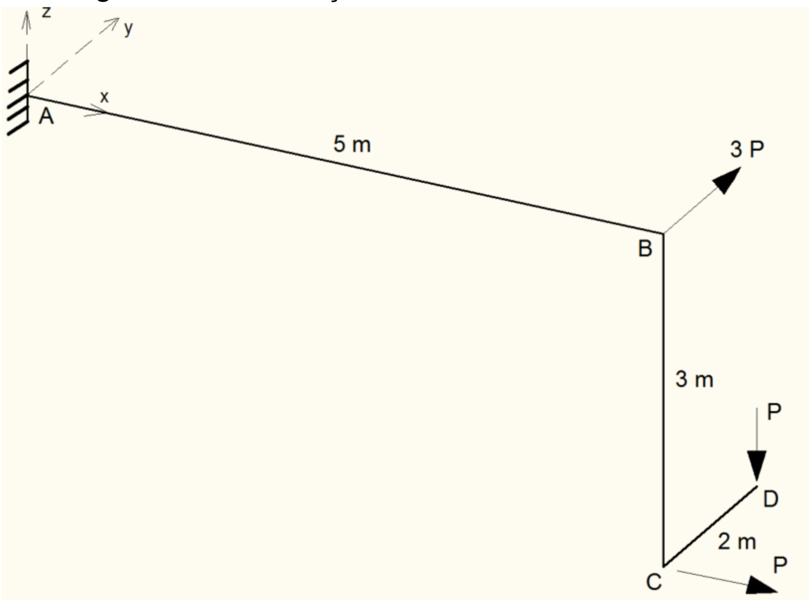

Resposta:



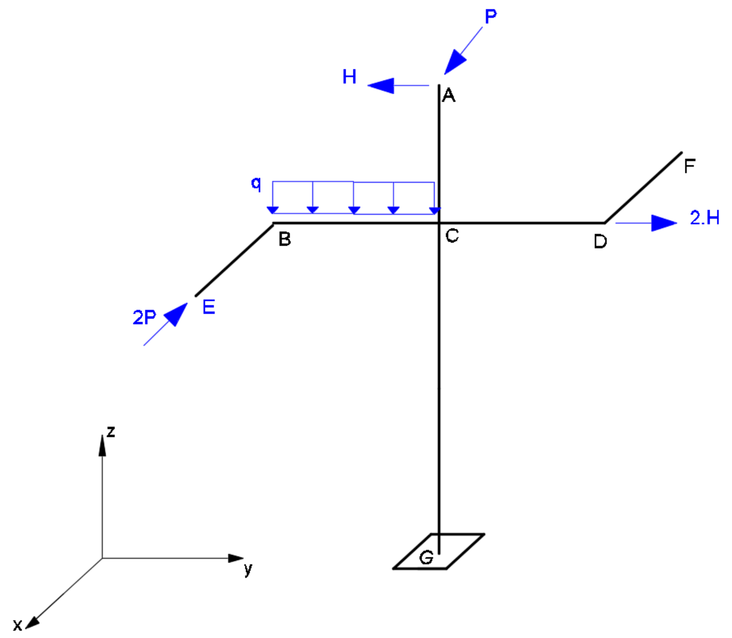

E64) Uma chave de aranha é usada para desapertar um parafuso que representa um engaste, conforme figura. Sabendo que a força P exercida é de 1 kN, e suas dimensões sejam de L = 30 cm, R = 20 cm, distância BC de 25 cm e seu eixo maciço BC tem diâmetro $\phi$ = 2 cm. Determine todos os diagramas de esforços nos trechos ABC.



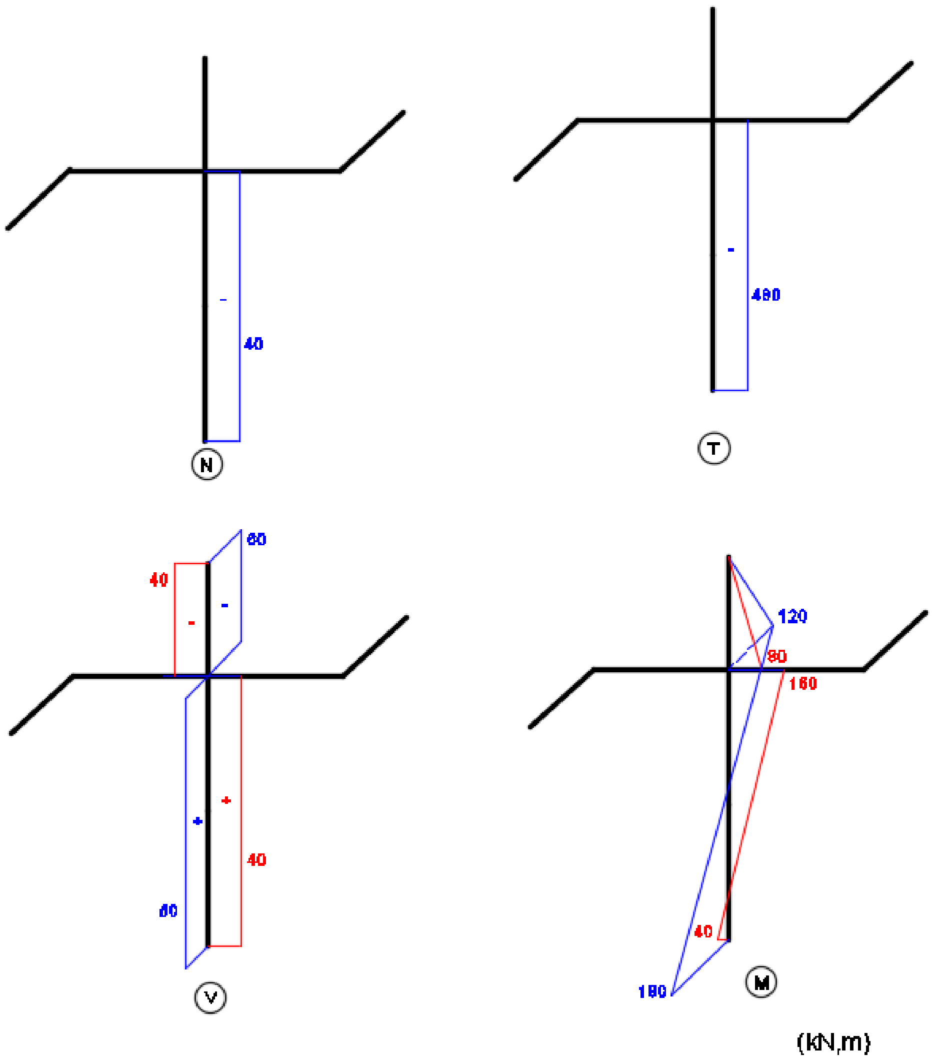

E65) Seja a estrutura formada pelas barras AB, BC e CD, engastada em A. Considere que as barras e as ações atuem paralelos aos respectivos eixos indicados no desenho e admita P = 500 kN. Determine os diagramas de esforços de toda a estrutura.



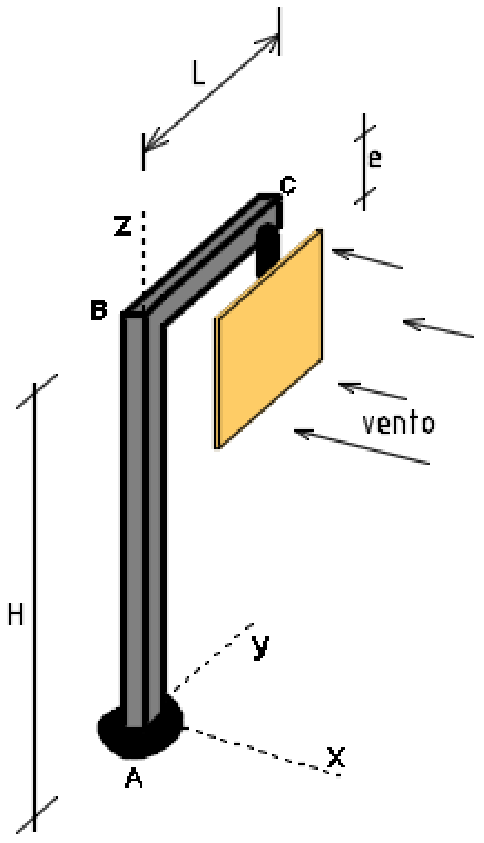

E66) Determine para a estrutura a seguir suas reações no engaste G, e os diagramas de esforços nas barras AC e CG. Admita que as barras e forças são paralelas aos eixos do sistema xyz, conforme indicado. Sabe-se que as medidas das barras são: AC = 2m; CG = 5m; EB = DF = 3m; BC = CD = 4m. Adote: H = 40 kN; P = 60 kN e q = 10 kN/m.




Resposta:

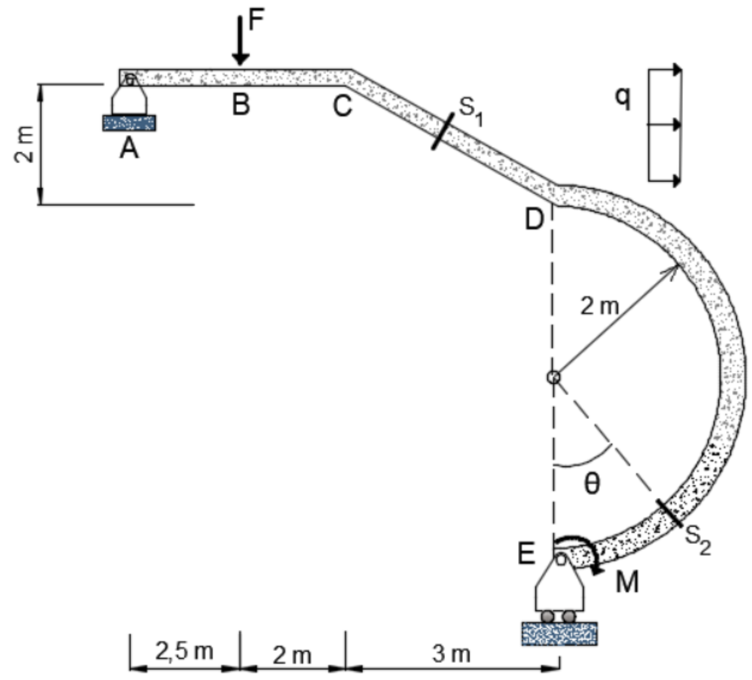



E67) O poste *ABC* e a placa quadrada estão contidos no plano *yz*. O ponto *A* está engastado e na extremidade C está ligado no meio da dimensão da borda superior de uma placa quadrada de dimensão 800 mm por uma barra rígida. Considere como ações apenas o peso da placa de 1.000 N e uma carga de vento de 700 N/m$^2$ que atua perpendicularmente distribuída uniformemente constante sobre toda a placa, na direção de x, conforme desenho. As medidas *H* e *L* são indicadas de eixo a eixo e a medida "*e*" é a distância entre o eixo do ponto C e a borda superior da placa. Obtenha os diagramas de normal, momentos fletores e torçor apenas no trecho *AB* do poste, em medidas de N e m. Adote *H* = 5,0 m, *L* = 2 m e "*e*" = 30 cm.

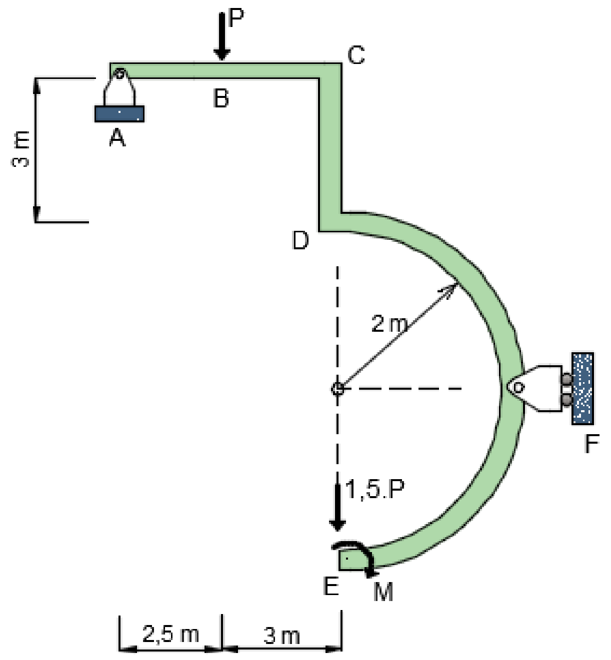



E68) Para a estrutura indicada na figura a seguir, o apoio em *A* é fixo e em *E* é móvel. Uma força concentrada de F = 20 kN atua em *B*, um momento concentrado de M = 60 kN.m atua em

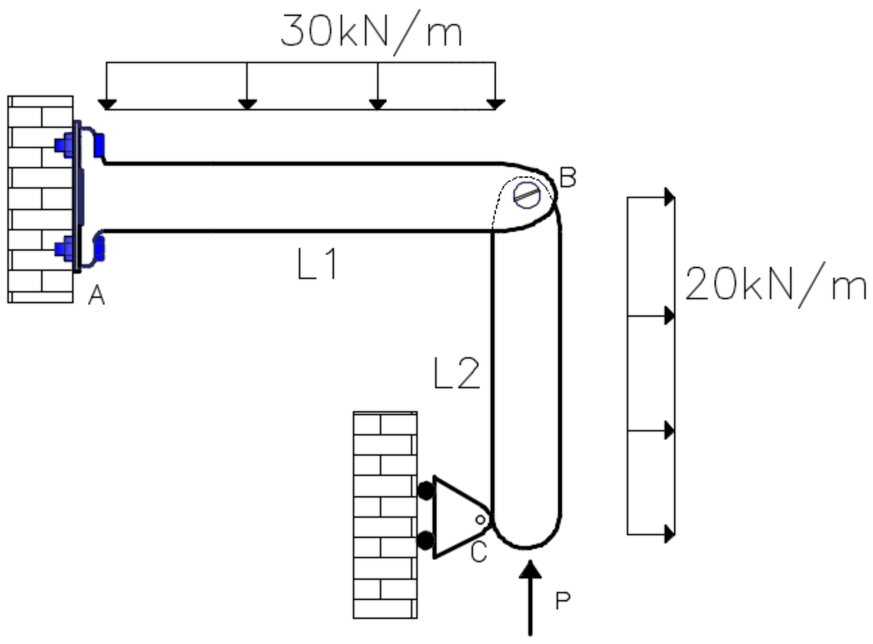
*E* e um carregamento distribuído constantemente na direção horizontal atua no trecho *CD*, de valor q = 30 kN/m. Nessas condições, obtenha:
a) os diagramas de esforços apenas no trecho *ABC*; b) os esforços normal, cortante e momento fletor na seção $S_1$, posicionada no meio do trecho *CD*; c) o esforço de momento fletor na seção $S_2$, localizada no trecho circular a $\theta$ = 30°, conforme figura.



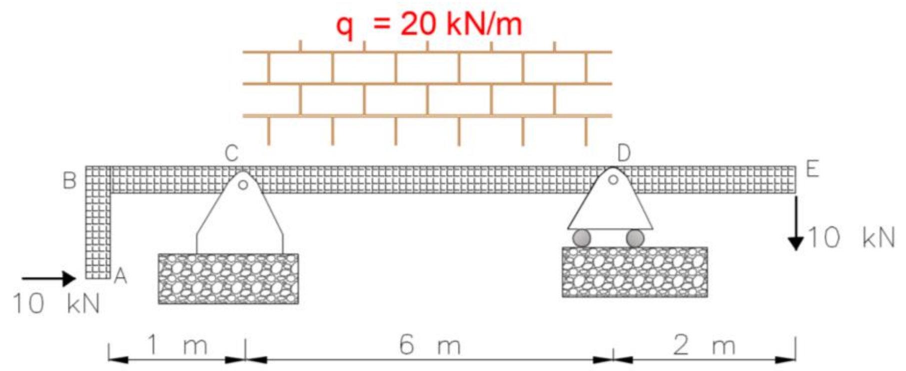

E69) Para a estrutura a seguir, obtenha os diagramas de esforços apenas nos trechos *ABC* e *CD*. No ponto *B* está aplicado uma forca P, e no ponto *E* uma força 1,5.P e um momento concentrado M. Considere: P = 20 kN e M = 60 kN.m. No ponto *A* há um apoio fixo e no ponto *F* um apoio móvel.



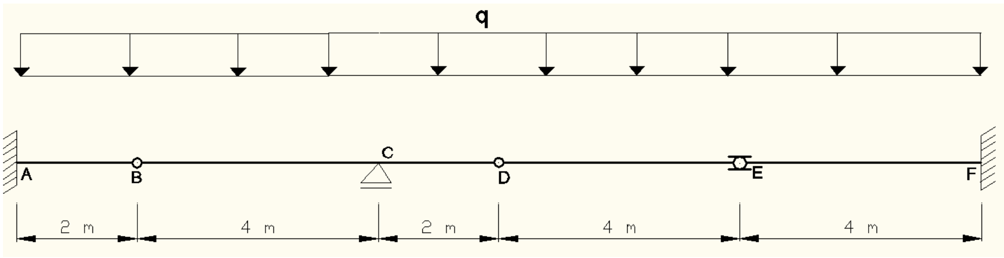

E70) Para a estrutura a seguir, obtenha todos os diagramas de esforços solicitantes. A seção junto de A está engastada na parede. Em B há uma rótula que conecta a barra AB a BC e em C existe um apoio móvel, conforme figura. Considere: P = 95 kN, L1 = 5 m e L2 = 4 m.



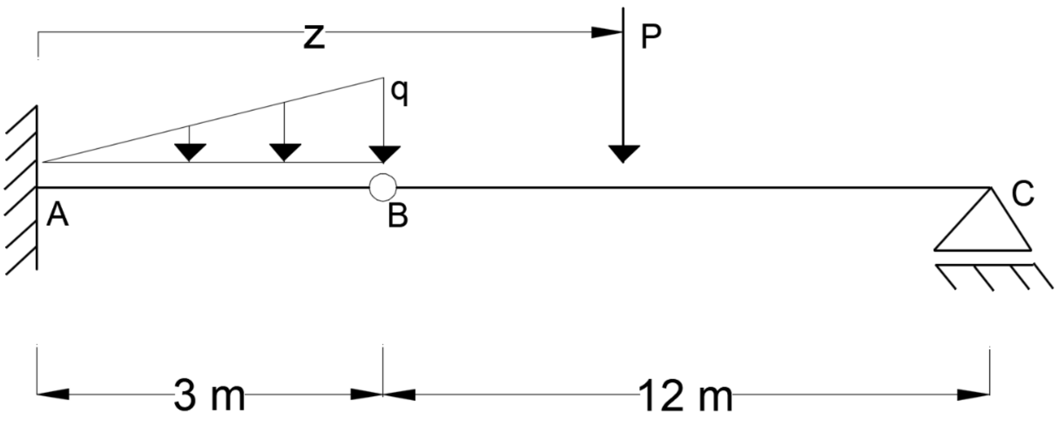

E71) Na viga a seguir, sabe-se que o trecho AB tem dimensão de 0,5m, e que a parede aplica um carregamento distribuído constantemente de cima para baixo em todo o trecho CD. Obtenha os diagramas de esforços solicitantes para toda a estrutura.




E72) Para a viga Gerber a seguir, sabendo-se que a carga distribuída é igual a 2 kN/m, determine as reações de apoio e os diagramas de esforços cortante e momento fletor de toda a viga. Indique os valores de extremos dos momentos. Esquematize os valores no desenho da resposta.



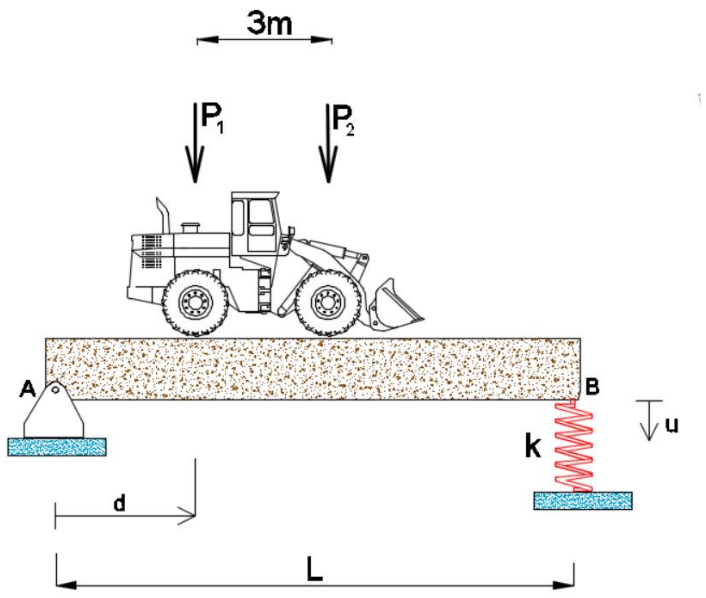

E73) Na viga Gerber a seguir, obtenha a posição "z" de atuação da força P de modo que o máximo momento fletor no trecho AB seja, em módulo, igual ao máximo momento fletor no trecho BC e que esses sejam os menores valores possíveis. Com esse valor adotado de "z", esboce o diagrama de momento fletor de toda a viga, indicando os valores principais. Adote: q = 6 kN/m e P = 12 kN.



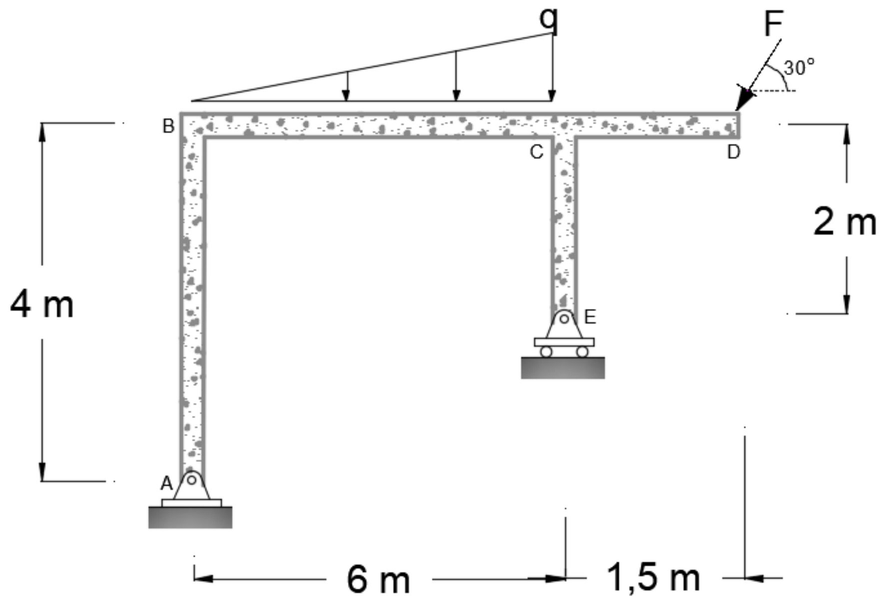

E74) Na ponte de extensão (L) de 20 metros a seguir, um trator se movimenta no sentido da esquerda para a direita apenas. Seu peso é concentrado sobre os eixos de suas rodas - distantes de 3 m. Adote $P_1$ = 45 kN e $P_2$ = 60 kN. No ponto *A* há um apoio fixo e em *B* uma mola de rigidez k que restringe parcialmente o deslocamento vertical (*u*), determine:

a) o diagrama de momento fletor da ponte. Considere k =Q, ou seja, um apoio móvel e d = 4 m (distância de *A* ao eixo traseiro do trator);

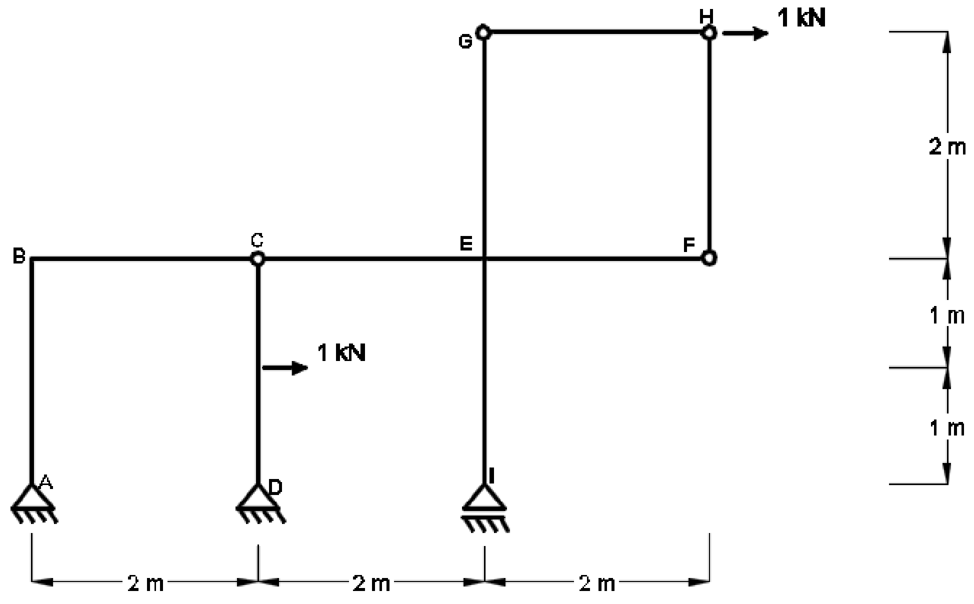
b) a maior distância d, de modo que o deslocamento vertical de *B* não seja maior que 5 cm, adote k = 1.000 kN/m. Com esse valor máximo de d obtido, apresente o diagrama de momento fletor para a ponte. (Obs: Lembre que *F* = *k.u* é a relação entre força e deslocamento para uma mola).




E75) Para a estrutura a seguir, sabendo que F = 10 kN e q = 10 kN/m, obtenha os diagramas de esforços solicitantes em todos os trechos, indicando os valores e posições dos extremos dos esforços em cada trecho.




E76) Para a estrutura associada, com forças concentradas na horizontal aplicadas em H e no ponto médio da barra CD no sentido indicado, conforme desenho, obtenha os diagramas de esforços normal e de momento fletor para toda a estrutura.



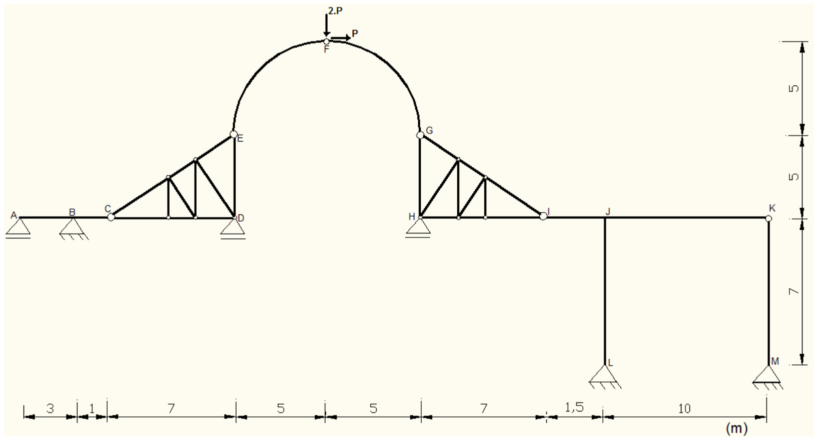

E77) Para a estrutura associada a seguir, pedem-se:

a) Decompor a estrutura associada nas subestruturas que a compõem;

b) Obtenha os carregamentos que atuam em cada subestrutura;

c) Diagramas de forças normais e de momentos fletores nos pilares LJ e MK e na viga IK.

*Dado: P = 10 kN.*

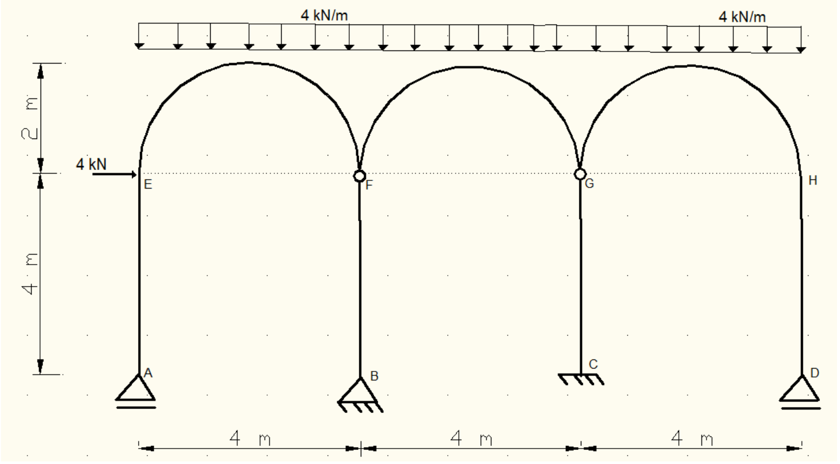



E78) Para a estrutura associada abaixo, determinar:

a) As subestruturas que a compõem com seus respectivos nomes;

b) As reações em A, B, C e D;

c) Diagramas de esforços normais e de momentos fletores dos pilares AE, BF, CG e DH.

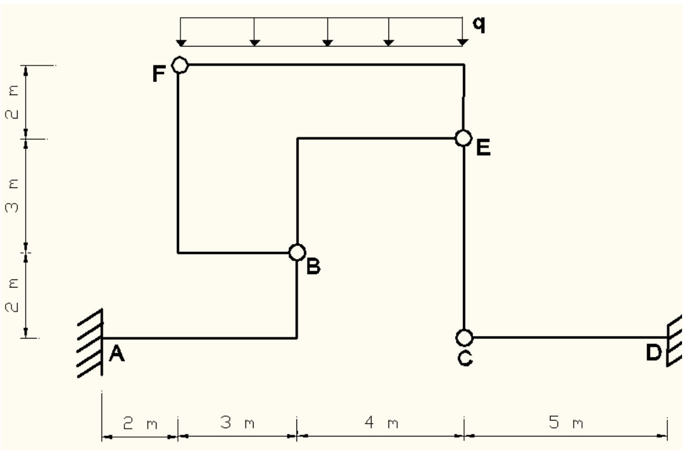



E79) Na estrutura associada da figura, com a força uniformemente distribuída de 10 kN/m aplicada conforme indicado, determine:

a) as subestruturas e as suas denominações;

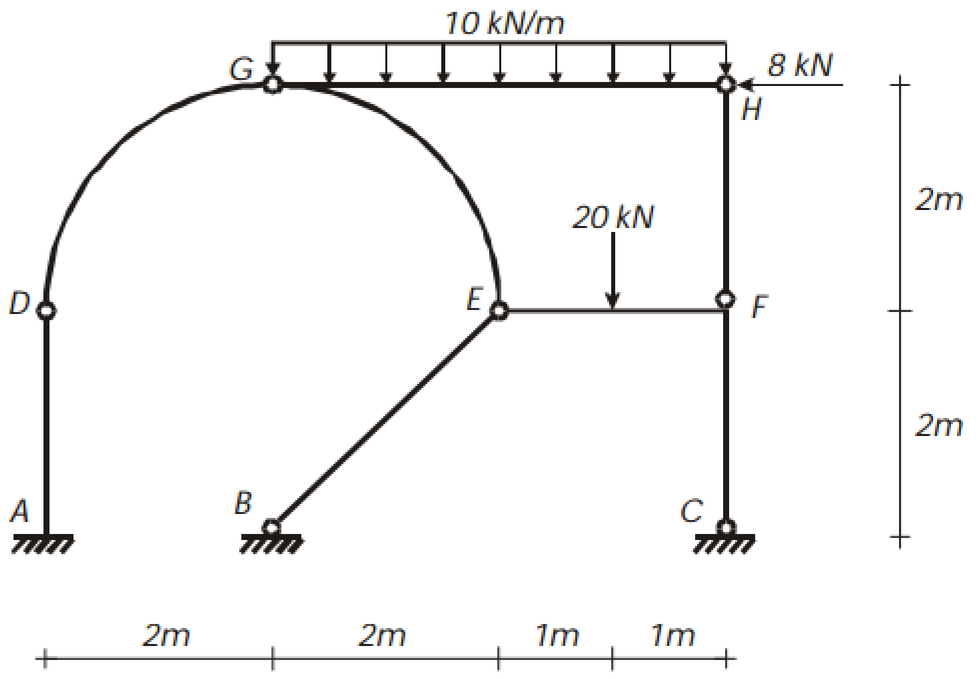
b) o diagrama de esforço normal e de momento fletor nos trechos AB e CD.

c)

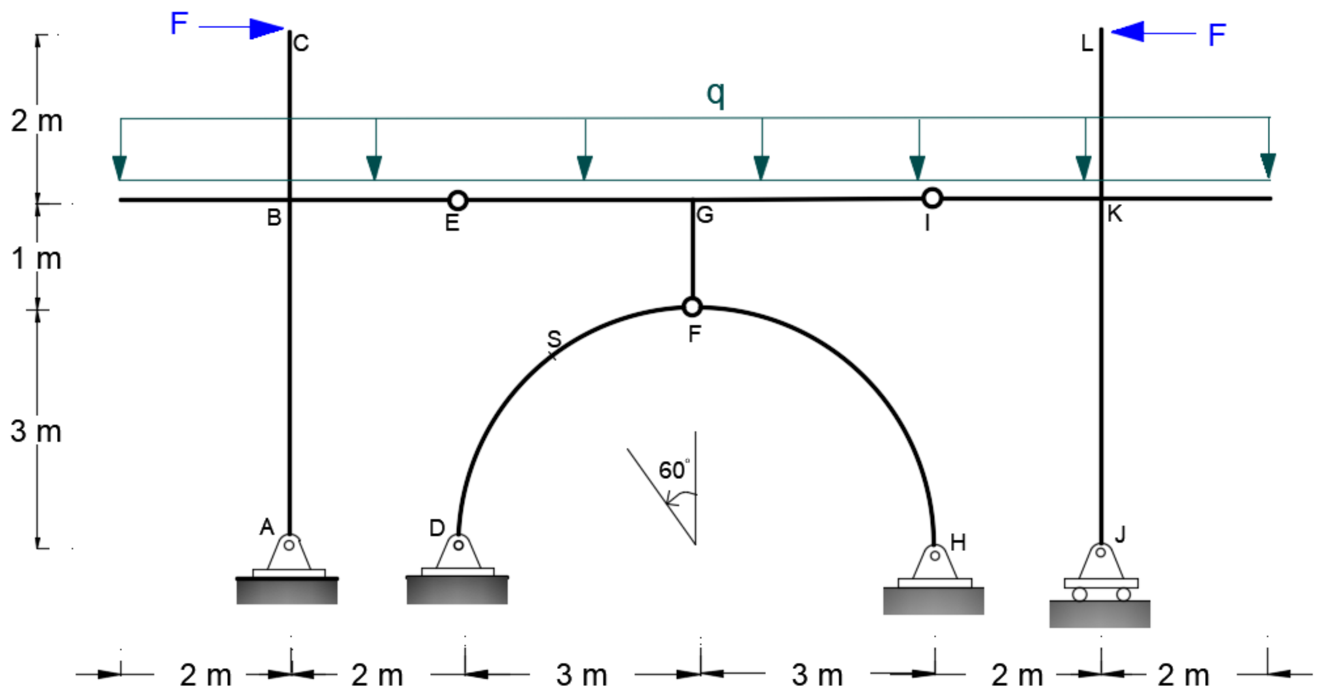



E80) Para a estrutura associada a seguir, com os carregamentos indicados, determine:

a) Reações em A, B e C;
b) Esforços apenas no trecho EFC.



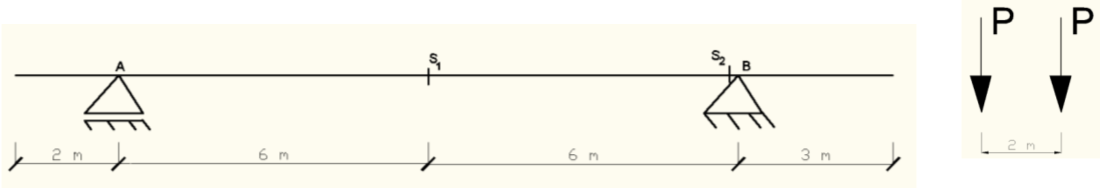

E81) Apresente, para a estrutura associada a seguir, o diagrama de momento fletor para todos os trechos de barras retas e na seção S do trecho circular. Explicite todos os valores relevantes dos diagramas e deixe indicado no texto do exercício resolvido as passagens importantes do desenvolvimento da questão. Adote F = 10 kN e q = 5 kN/m.




E82) A viga de uma ponte possui peso próprio de g = 25 kN/m, carga móvel de p = 15 kN/m e um veículo-tipo indicado a seguir. Ela deve ser dimensionada para a passagem do veículo-tipo com segurança. Sabe-se que a ponte deve resistir a um cortante máximo em módulo de 350 kN, e que o momento máximo e mínimo não devem exceder a 1000 kN.m e 450 kN.m, respectivamente, ambos indicados em módulo. Obtenha o máximo valor da carga por eixo – $P_{max}$ - para que ela trabalhe com segurança.

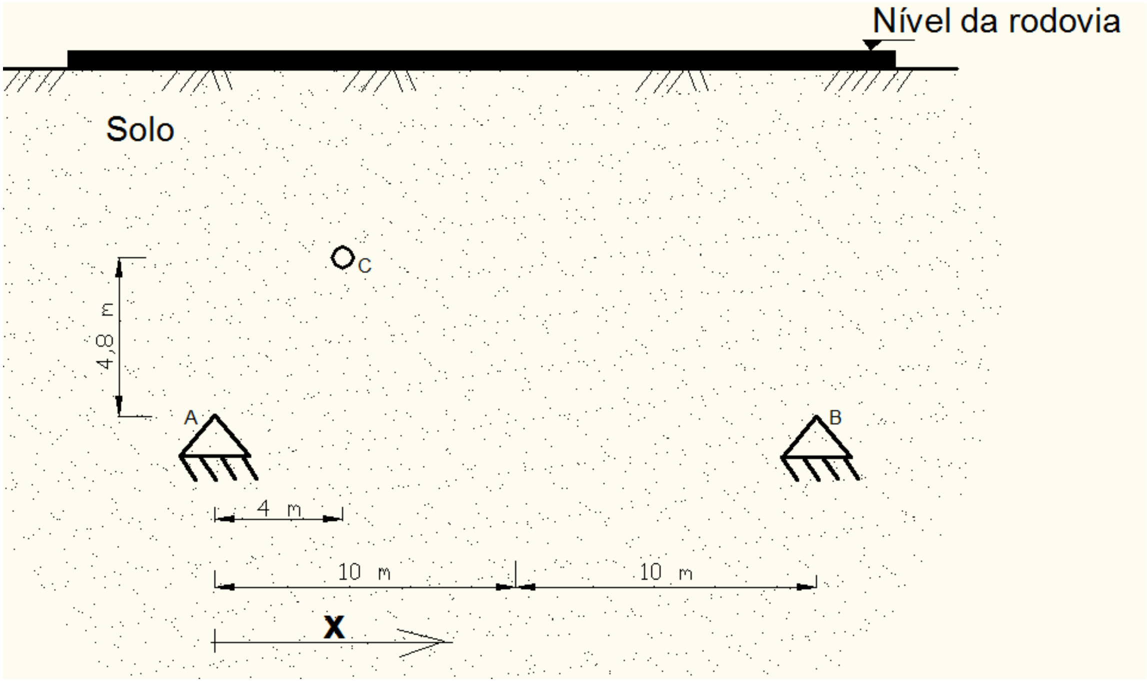
Avalie apenas o cortante máximo em módulo e o momento mínimo na seção $S_2$ e o momento máximo em $S_1$.

Indicar explicitamente todas as passagens de cálculo e o valor de $P_{max}$ no espaço indicado na resposta.

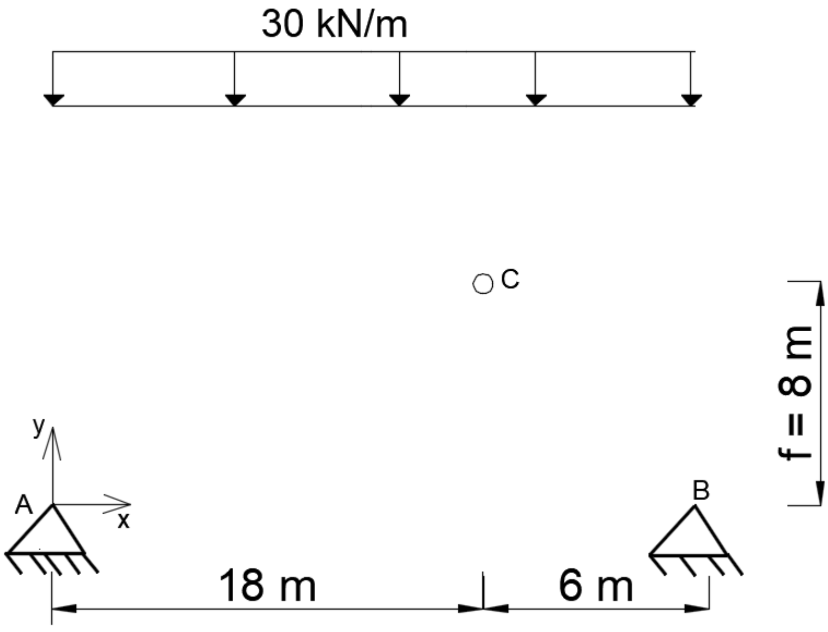



E83) Um arco deve ser construído sob uma rodovia que está apoiado no maciço de solo, conforme indicado na figura. Ele deve estar submetido apenas a esforços de compressão, mediante a forma de linha de pressões. Por simplicidade, considere apenas a carga sobre o arco advinda do conjunto rodovia-lâmina de solo e que seja um carregamento vertical de cima para baixo distribuído constantemente de valor 50 kN/m. A rótula em C deve ser posicionada a 4 metros do seu apoio A, e a uma altura de 4,8 m. As fundações dos apoios do arco - pontos A e B - devem ser posicionadas no mesmo nível. Para essa situação:

c) Esquematize no desenho abaixo a (*i*) **geometria desse arco;** (*ii*) indique a **cota da maior altura do arco**, bem como (*iii*) **explicite a(s) função (ões) que rege sua linha de pressões**;
d) Determine os **esforços normais** do arco em x = 4 m; x = 10 m e x = 15 m.

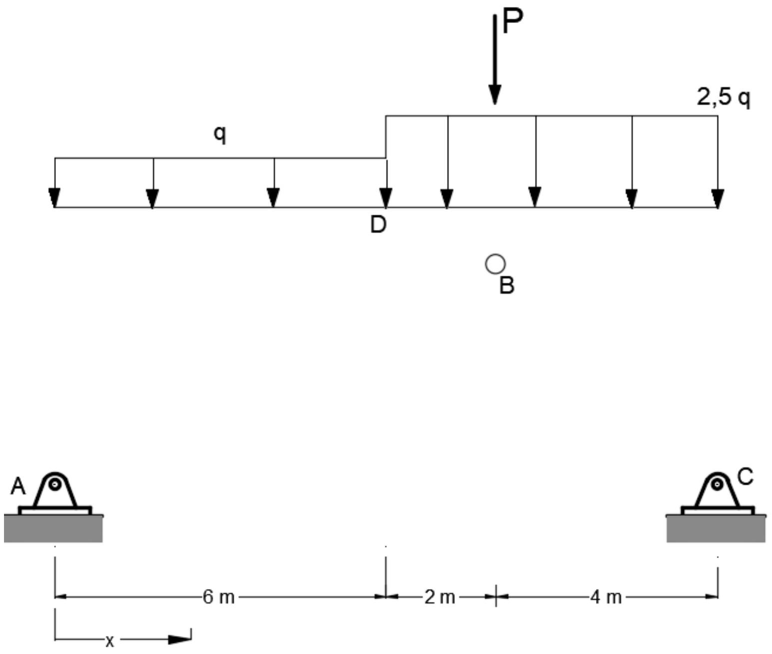



E84) Na estrutura tri-articulada a seguir, com o carregamento distribuído uniformemente, os apoios fixos e a articulação indicados na figura, obtenha e esboce – explicitando a sua equação - a sua forma para que ela atue mediante o conceito de linha de pressões. Esboce o diagrama de esforços normais, indicando os valores nas seções em x = 0, x = 4 m; x = 8 m e x =12 m.



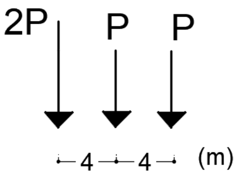

E85) Uma estrutura triarticulada sujeita a cargas verticais deve ser construída sobre uma rodovia conforme indicado na figura. Ela está submetida apenas a esforços mediante a geometria de linha de pressões. As cargas sobre a estrutura estão indicadas no desenho. Adote q = 2 kN/m e P = 10 kN, essa concentrada que atua em B. A articulação deve ser considerada no ponto B, que está a 8m na horizontal do ponto A e a 4 metros na vertical dos níveis dos apoios fixos A e C. Para essa situação:

a) Esquematize no desenho abaixo a **geometria dessa estrutura** explicitando todas as equações da linha de pressões que regem sua forma indicando a sua altura máxima e sua respectiva posição x;
b) Determine as equações dos esforços normais em termos de x e seus valores nas seções em x = 3m, x = 7m, x = 10 m, $B_-$ e $B_+$.
*Obs.: Todas as passagens dos cálculos empregados devem ser indicadas no texto de resolução a ser entregue.*




E86) Para a viga a seguir, com sua seção transversal quadrada de lado *h*:

a) Determine as linhas de influência de esforço cortante nas seções $S_2$, $S_3$ e $S_4$;
b) Determine as linhas de influência de momento fletor nas seções $S_1$, $S_3$ e $S_4$;
c) Obtenha os máximos valores positivos e negativos de momento fletor nas seções $S_3$ e $S_4$, em kN.m, adotando;
    Peso próprio: g = 20 kN/m
    Carga de multidão: p = 30 kN/m
    Veículo-tipo com P = 60 kN ( ver figura ao lado)

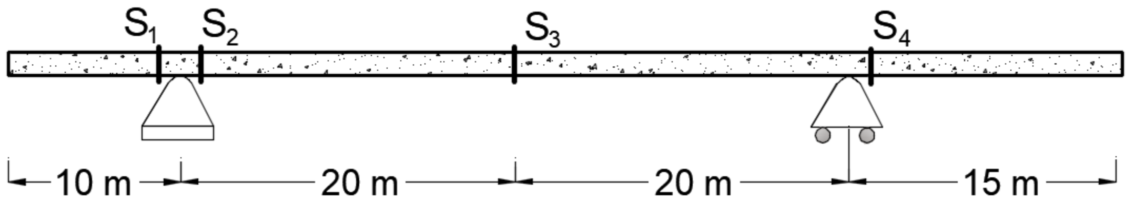



d) Com os extremos obtidos no item (c), obtenha a menor dimensão admissível de *h*, usando as seguintes condições de dimensionamento a tração e compressão:

$$h^3 \geq \frac{6 \cdot |M|}{20.000} \qquad (para \quad momentos \quad fletores \quad positivos)$$

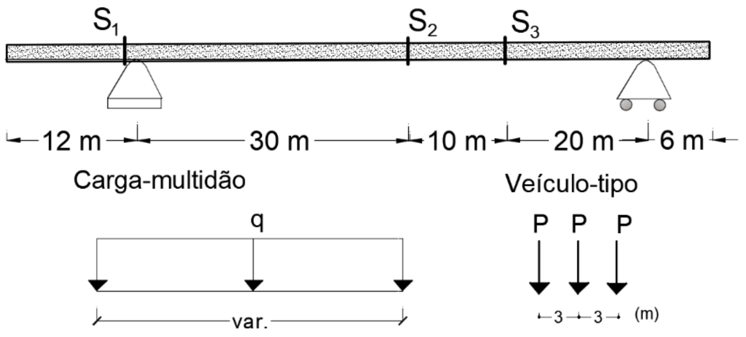
$$h^3 \geq \frac{6 \cdot |M|}{30.000} \qquad (para \quad momentos \quad fletores \quad negativos)$$

Onde M é o momento extremo, o qual deve ser empregado em (kN.m) e *h* resulta em metros.




Para a viga a seguir:

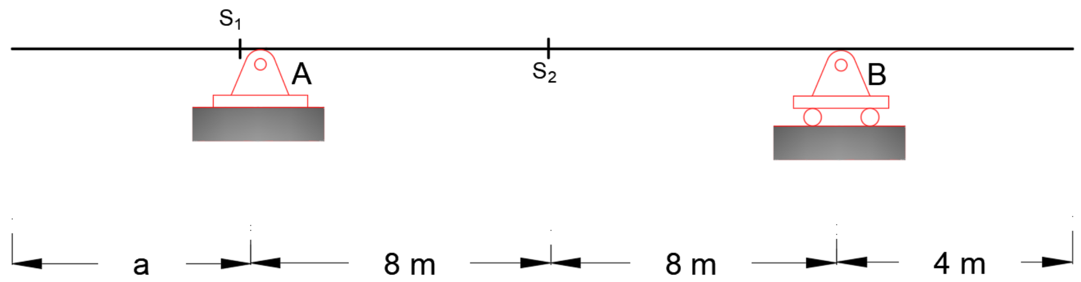
a) Obtenha o máximo e o mínimo valor de momento fletor na seção $S_3$, em kN.m, adotando: carga permanente g = 5 kN/m, carga de multidão q = 50 kN/m e veículo-tipo de P = 50 kN.
b) Avaliando apenas as LI nas seções $S_1$ e $S_2$, com g = 5 kN/m, q = 30 kN/m, determine agora o máximo valor possível de P, de modo que o máximo valor do momento fletor positivo (tracionando as fibras inferiores) não seja superior a 28.000 kN.m e que o máximo valor de momento negativo (tracionando as fibras superiores) não seja superior, em módulo, a 5.000 kN.m.

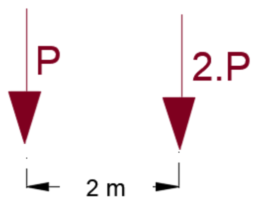



E87) Para a viga a seguir, considere as ações de carga permanente (g) de 20 kN/m, carga de multidão (p) de 30 kN/m e o trem-tipo indicado com P = 8 kN.

**Obtenha o intervalo possível do comprimento do balanço "a" em metros**, de modo que a reação positiva de A não seja superior a 600 kN, o momento mínimo, em módulo, de $S_1$ não seja superior a 300 kN.m e que o momento máximo de $S_2$ não seja superior a 1600 kN.m. Considere $S_1$ imediatamente a esquerda do apoio A.

Obs.: Todas as passagens dos cálculos empregados devem ser indicadas no texto de resolução a ser entregue.


S1
A
S2
B
a
8 m
8 m
4 m


P
2.P
2 m