# 5- Comportamento dinâmico de processos com controle feedback

## 5.1-Diagrama de blocos e a resposta em malha fechada

Considere o sistema em malha fechada mostrado na Figura 4.1 b. Para cada um dos seus quatro componentes (processo, equipamentos de medida, controlador e elemento final de controle) podemos escrever a função de transferência correspondente, relacionando a saída com a entrada. Em particular, se desprezarmos a dinâmica das linhas de transmissão, temos:

- Processo:

$$y(s) = Gp(s)m(s) + Gd(s)d(s) \tag{5.1}$$

- Equipamento de medida:

$$ym(s) = Gm(s)y(s) \tag{5.2}$$

- Controlador:

$$\varepsilon(s) = ysp(s) - ym(s) \qquad \text{comparador} \tag{5.3}$$

$$c(s) = Gc(s)\varepsilon(s) \qquad \text{ação de controle} \tag{5.4}$$

- Elemento final de controle:

$$m(s) = Gf(s)c(s) \tag{5.5}$$

em que Gp, Gd, Gm, Gc e Gf são as funções de transferência entre as saídas e entradas correspondentes.

A Figura 5.1 mostra o diagrama de blocos para o sistema de controle em malha fechada.

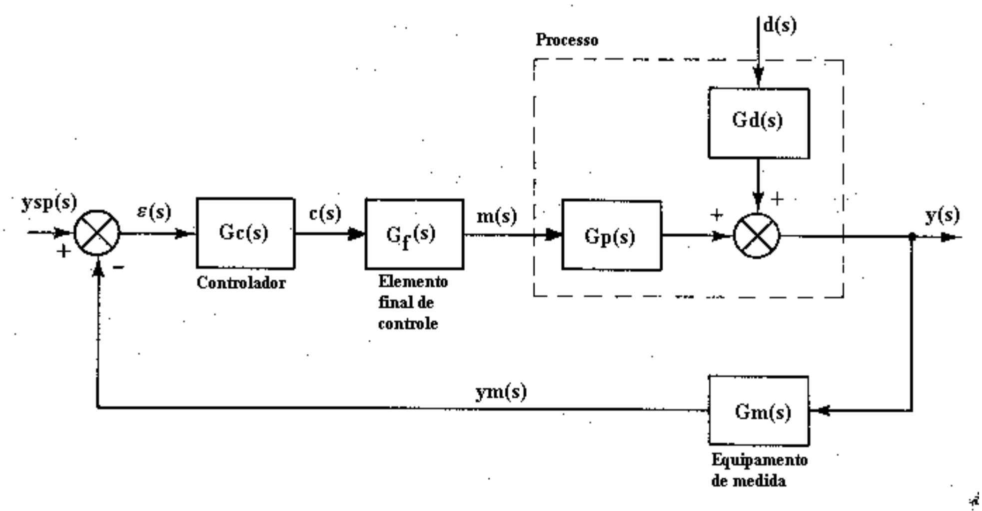


Figura 5.1- Diagrama de blocos de um sistema em malha fechada.

A série de blocos entre o comparador e a saída controlada (Gc, Gf e Gp) constituem o caminho "para frente" (forward) e o bloco Gm está no caminho da realimentação (feedback) entre a saída controlada e o comparador.

Substituindo-se a equação 5.2 na 5.3, a equação resultante na 5.4, a equação resultante na 5.5 obtém-se:

$$m(s) = Gf(s)Gc(s)(ysp(s) - y(s)Gm(s)) \tag{5.6}$$

E substituindo-se a equação 5.6 na 5.1, chega-se a:

$$y(s) = \frac{Gp(s)Gf(s)Gc(s)}{1 + Gp(s)Gf(s)Gc(s)Gm(s)} ysp(s) + \frac{Gd(s)}{1 + Gp(s)Gf(s)Gc(s)Gm(s)} d(s) \tag{5.7}$$

A equação 5.7 descreve a resposta do sistema em **malha fechada**. Pode-se notar que ela é composta de dois termos. O primeiro mostra o efeito de uma mudança no set point na saída, enquanto o segundo mostra o efeito de uma mudança na carga (perturbação). As funções de transferência são conhecidas como funções de transferência da malha fechada. Assim:

$$\frac{GpGfGc}{1 + GpGfGcGm} = Gsp \tag{5.8}$$

é a função de transferência da malha fechada para uma mudança no set point e

$$\frac{Gd}{1 + GpGfGcGm} = Gcarga \tag{5.9}$$

é a função de transferência da malha fechada para mudanças na carga.

Das equações 5.8 e 5.9 pode-se notar que as funções globais da malha fechada Gsp e Gcarga dependem não somente da dinâmica do processo, mas também das dinâmicas do equipamento de medida, do controlador e do elemento final de controle.

**Exemplo 5.1**: Considere o tanque de aquecimento abaixo. Assuma que Fi=F, logo o volume do tanque, V, é constante. A variável a ser controlada é a temperatura no tanque, Ti é a variável que pode vir a sofrer perturbações e a variável manipulada é a temperatura do vapor, Tv. Clacule as funções de transferência m malha fechada.

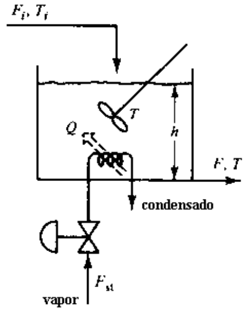


Figura 5.2

- Processo:

Escrevendo o modelo do processo (vide exemplo 2.2):

$$V\frac{dT}{dt} = F_i(T_i - T) + \frac{Q}{\rho Cp}$$

Mas $Q = UA_t(T_V - T)$

Então:

$$V\frac{dT}{dt} = F_i(T_i - T) + \frac{UA_t(T_V - T)}{\rho Cp}$$

$$V\frac{dT}{dt} + (F_i + \frac{UA_t}{\rho Cp})T = F_i T_i + \frac{UA_t}{\rho Cp}T_v$$

E escrevendo na forma padrão para sistemas de primeira ordem:

$$\tau_p\frac{dT}{dt} + T = K_d T_i + K_p T_v \quad (5.10)$$

em que $\tau_p = \frac{V}{(F_i + \frac{UA_t}{\rho Cp})}$, $K_d = \frac{F_i}{(F_i + \frac{UA_t}{\rho Cp})}$ e $K_p = \frac{\frac{UA_t}{\rho Cp}}{(F_i + \frac{UA_t}{\rho Cp})}$

No estado estacionário:

$$0 + Ts = K_d Tis + K_p Tvs \quad (5.11)$$

Subtraindo 5.11 de 5.12:

$$\tau_p\frac{d(T - Ts)}{dt} + (T - Ts) = K_d(T_i - Tis) + K_p(T_v - T_{vs})$$

Logo, em variáveis desvio:

$$\tau_p\frac{dT'}{dt} + T' = K_d T_i' + K_p T_v'$$

E em funções de transferência:

$$T(s) = \frac{K_d}{\tau_p s + 1}T_i(s) + \frac{K_p}{\tau_p s + 1}T_v(s) \quad (5.12)$$

- Equipamento de medida (sensor de temperatura):

Assuma que a resposta do termopar é muito rápida e a sua dinâmica pode ser desprezada. Logo

$$Tm(s) = KmT(s) \quad (5.13)$$

- Controlador: Se Tsp é o set point , o erro é dado por

$$\varepsilon(s) = Tsp(s) - Tm(s) \qquad (5.14)$$

e considerando um controlador proporcional a saída é dada por:

$$c(s) = Kc\varepsilon(s) \qquad (5.15)$$

- Válvula de controle:

Assumindo dinâmica de primeira ordem:

$$T_V(s) = \frac{K_V}{\tau_V s + 1} c(s) \qquad (5.16)$$

A Figura 5.3 mostra o diagrama de blocos para o sistema em malha fechada com as funções de transferência para cada componente da malha. A resposta em malha fechada é facilmente encontrada:

$$T(s) = Gsp(s)Tsp(s) + Gcarga Ti(s) \qquad (5.17)$$

em que:

$$Gsp = \frac{\left[\frac{K_p}{\tau_p s + 1}\right][kc]\left[\frac{K_V}{\tau_V s + 1}\right]}{1 + \left[\frac{K_p}{\tau_p s + 1}\right][Km][Kc]\left[\frac{K_V}{\tau_V s + 1}\right]} \qquad (5.18)$$

$$Gcarga = \frac{\left[\frac{K_d}{\tau_p s + 1}\right]}{1 + \left[\frac{K_p}{\tau_p s + 1}\right][Km][Kc]\left[\frac{K_V}{\tau_V s + 1}\right]} \qquad (5.19)$$

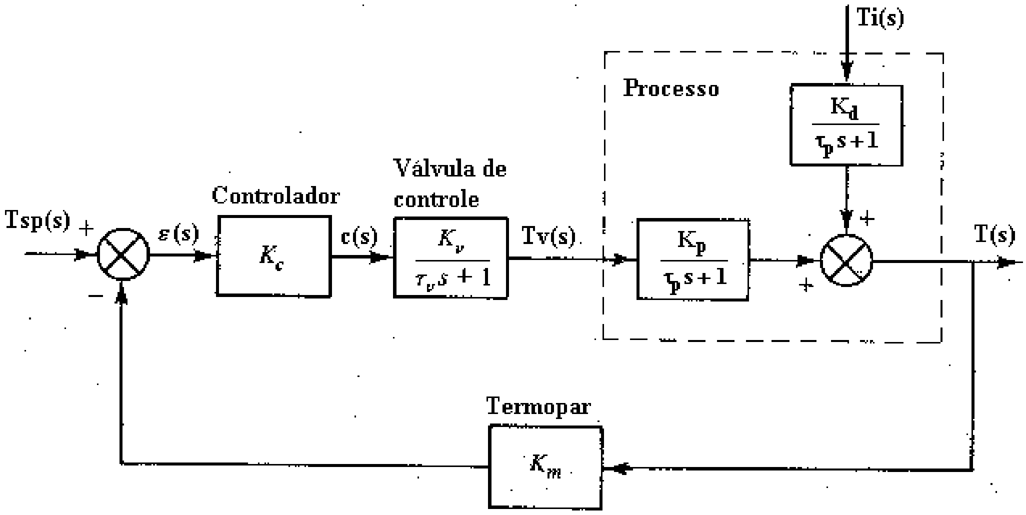


Figura 5.3- Diagrama de blocos da malha de controle de temperatura.

Observação: Para montar a função de transferência global em malha fechada use as seguintes regras:

1-O denominador das funções de transferência globais para mudanças na carga ou no set point é o mesmo e é dado por:

1+produto das funções de transferência na malha

ou

$1 + GpGfGcGm$

2-O numerador da função global de transferência é o produto das funções de transferência no caminho *forward* entre o set point ou carga e a saída controlada. Então:

(a) As funções de transferência no caminho *forward* entre o set point Tsp e a saída T são: Gc, Gf e Gp. Logo, o numerador é GcGfGp.

(b) As funções de transferência no caminho *forward* entre a carga Ti e a saída é somente Gd. Assim, o numerador correspondente é Gd.

Estas regras podem ser usadas para calcular a função de transferência global entre uma entrada em qualquer ponto da malha e uma saída.