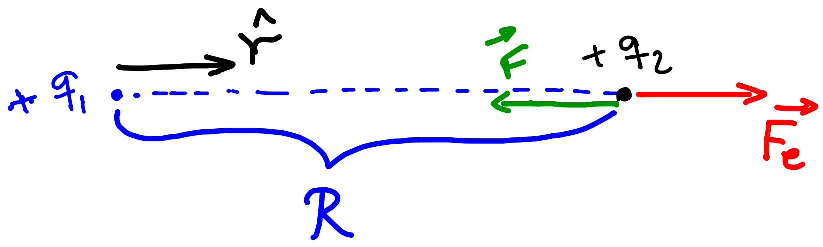
Aula 9 & 10

Objetivos:
- Energia Potencial elétrica
- Potencial elétrico

1) Energia Potencial de 2 Cargas puntiformes



$$\vec{E} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}}{r^2}$$

trabalho realizado p/ trazer q_2: $W_{\infty \to R} = \int_{\infty}^{R} \vec{F}\cdot d\vec{\ell}$

$$W = -\int_{R}^{\infty} \vec{F_e}\cdot d\ell = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}\underbrace{\int_{R}^{\infty}\frac{dr}{r^2}}_{\left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_R^{\infty}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R}$$

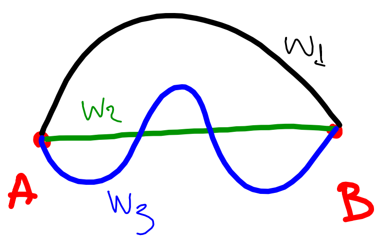
Energia potencial da distribuição de Cargas q_1 e q_2, ~~em função~~ da distância $\underline{\underline{r}}$ $\rightarrow$ $\boxed{W(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}}$

$[W] = [\text{Joule}] \Rightarrow$ $W > 0 \rightarrow$ realiz. trabalho

$W < 0 \rightarrow$ (Sinais diferentes)

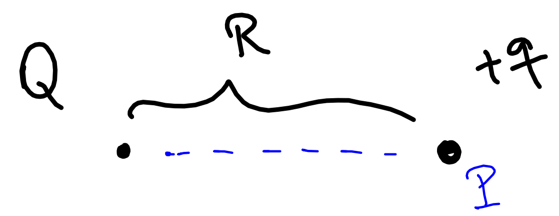
Forças Conservativas $\rightarrow W_1 = W_2 = W_3 = W_{A \to B}$

(independe do Caminho!!)



Forças elétricas São Conservativas!

2) Potencial elétrico : { Energia por Unid. de Carga



$$U = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{R}$$ trabalho p/ trazer q do infinito até R

$$\boxed{V_P = \frac{U}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}}$$

$[J/C] = [Volt]$

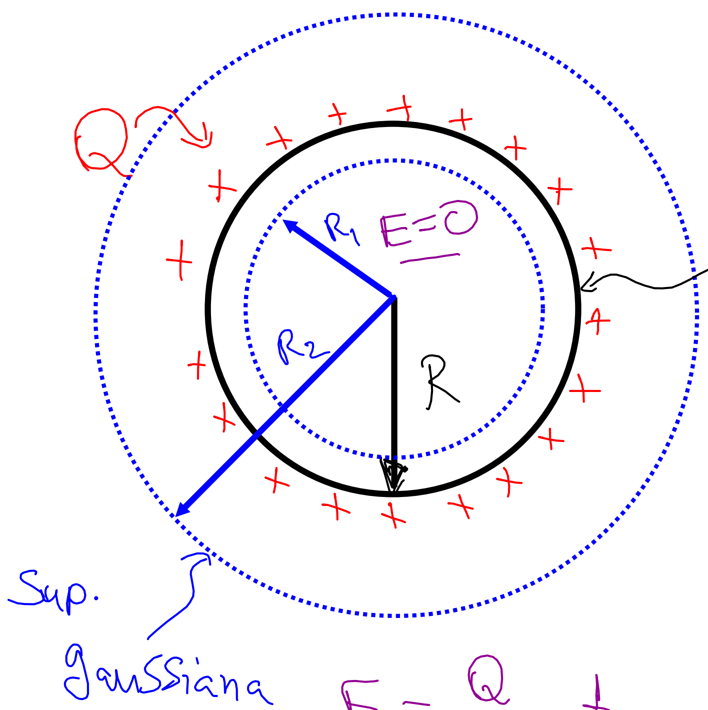
$$\begin{cases} V > 0 & \text{p/ } Q > 0 \quad \text{(cargas positivas)} \\ V < 0 & \text{p/ } Q < 0 \quad \text{(cargas negativas)} \end{cases}$$

↳ Só depende do sinal da carga fonte!!

Exemplo: gerador de Van de Graaff

$Q = 2\,\mu C$

$R = 10\text{ cm}$



$$\varphi(r=R) = \frac{(9\times10^9) \cdot 2\times10^{-6}}{0,1}$$

Superf. metálica

$$= 180.000 \text{ Volts}$$

$$180 \text{ kV}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(R_2)^2}$$

$\varphi(r=1\text{m}) = 18\text{ kV}$

$\varphi(1\text{km}) = 18\text{ V}$

$\varphi(6\text{km}) = 3\text{ V}$ (Campus 2)

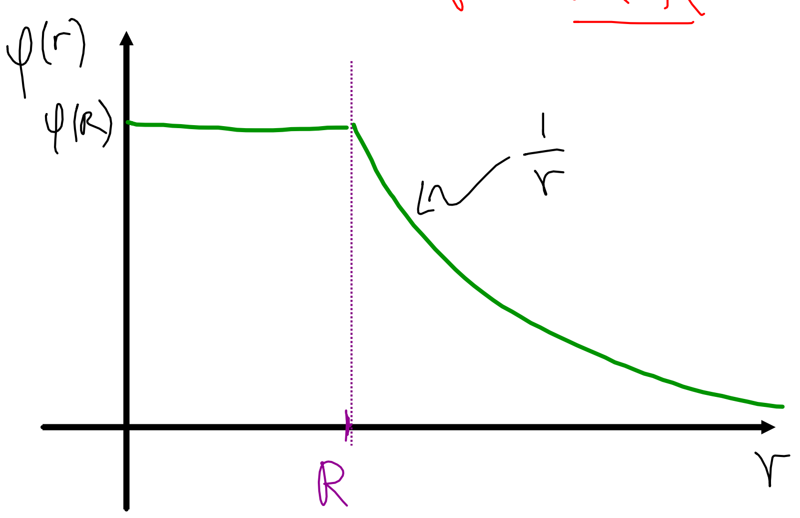
Energia p/ aproximar uma carga q até distância r

$$W(r) = q\,\varphi(r) \Rightarrow W(R) = 180\text{ kJ}$$

p/ $q = 1$ Coulomb

$r = R = 10$ cm

(*) Porém: p/ $r<R$ $\Delta W = 0$ (dentro do "domo" esfera metálica)

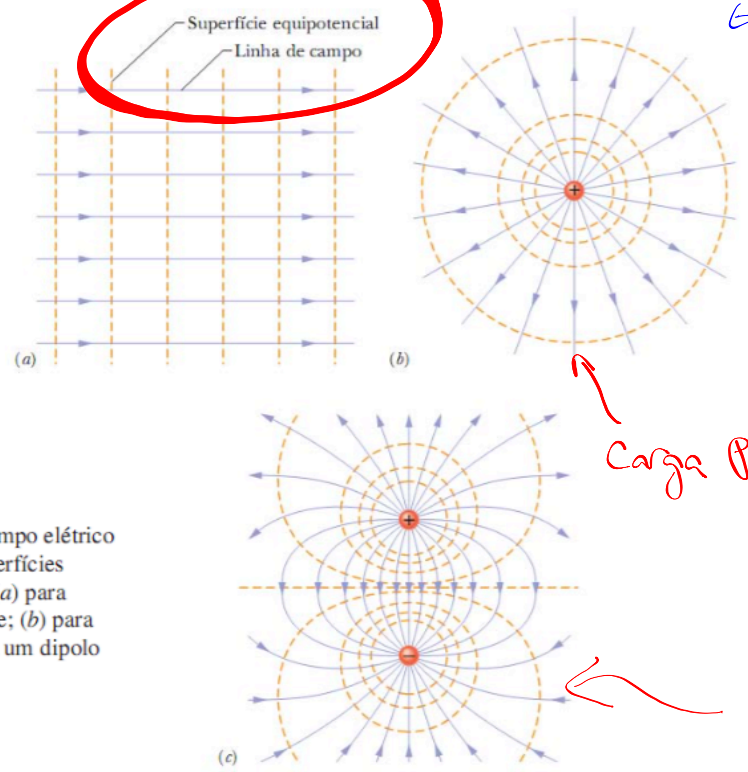


Resumo das aulas 9 - 12

Aula 11

24.4 Superfícies Equipotenciais

placas paralelas



Superfícies de mesmo valor do potencial elétrico

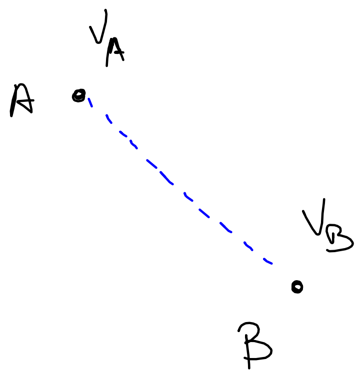
carga puntiforme

Figura 24-3 Linhas de campo elétrico (azul) e seções retas de superfícies equipotenciais (vermelho) (*a*) para um campo elétrico uniforme; (*b*) para uma carga pontual; (*c*) para um dipolo elétrico.

dipolo elétrico

Aula 11

3) Diferença de potencial elétrico



$$V_A = \int_A^\infty \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

$$V_B = \int_B^\infty \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

$$\boxed{V_A - V_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}}$$

$$\underbrace{V_B - V_A}_{} = (-)\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}$$

$$\boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{\ell}}$$

Resumo das aulas 9 - 12

Resumo dos principais resultados (*Bloco 1: Eletrostática*)...

1) Coulomb:

Lei de Coulomb (2 cargas)

$$\vec{F}_e = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \longrightarrow$$

Lei de Gauss:

Fluxo do campo

$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

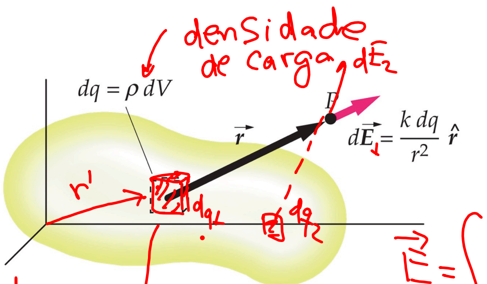
Forma Integral

$$\boxed{\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum Q_{in}}{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{\vec{\nabla} \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\varepsilon_0}}$$

Forma Diferencial

- Campo de distribuições continuas



$$Q = \int dq \qquad dq = \rho \cdot dV \qquad \vec{E} = \int d\vec{E}$$

2) Energia Potencial

$$U = W_{A \to B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

(definição geral de trabalho mecânico)

... p/ produzir uma distribuição de cargas...

$$\boxed{\oint_C \vec{F}_e \cdot d\vec{l} = 0 \longrightarrow \text{Conservativo} \qquad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0}$$

Forma Diferencial

$$\boxed{\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}) = 0}$$

Resumo das aulas 9 - 12

3) Potencial Elétrico: Energia por unid. de carga

$$\varphi(r) = \frac{U(u)}{q} \rightarrow \boxed{U(r) = q\,V(r)}$$

Para uma distribuição de cargas (geral)...

$$U = \frac{1}{2}\sum_i q_i V_i \rightarrow U = \frac{1}{2}\int_V \rho(r)\,V(r)\,dV$$

(discretas) (continuas)

4) Relação entre $\varphi(r)$ e $\vec{E}(r)$

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = \int_A^B \vec{E}\cdot d\vec{l} = -\int_B^A \vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{l} = 0$$

$$\boxed{\vec{E}(\vec{r}) = -\vec{\nabla}\varphi(r)}$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \vec{\nabla}\cdot(-\vec{\nabla}\varphi) = -\nabla^2\varphi = \frac{\rho(r)}{\epsilon_0}$$

Laplaciano

Resumo dos operadores do calculo vetorial

$$\vec{\nabla}(\square) = \hat{i}\frac{\partial \square}{\partial x} + \hat{j}\frac{\partial \square}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial \square}{\partial z}$$ (gradiente)

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$ (divergente)

$$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \partial_x & \partial_y & \partial_z \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$ (rotacional)

$$\nabla^2(\ ) = \vec{\nabla}\cdot(\vec{\nabla}\varphi) = \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$ (laplaciano)