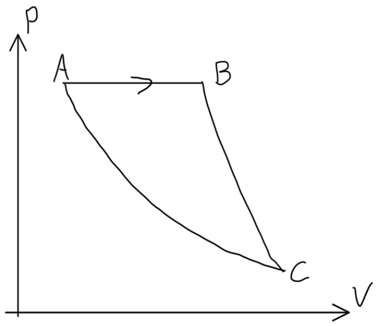
Prova 3 Substitutiva - 4302112 - Física II - 15/12/2023

1) [4,0] Uma máquina térmica, usando um mol de gás ideal monoatômico como fluido, realiza uma expansão isobárica AB, uma expansão adiabática BC, e uma compressão isotérmica no trecho CA.



a) Calcule o calor trocado em cada etapa do processo, em função da temperatura T_A e da razão $r = V_B/V_A$.

b) Calcule o trabalho total realizado no ciclo.

c) Qual o rendimento da máquina?

d) Qual o rendimento de uma máquina de Carnot, operando entre os extremos de temperatura do ciclo?

---

2) [3,0] Um mol de um gás diatômico, em uma condição inicial de pressão P e volume V, sofre uma expansão isobárica, dobrando o volume, seguida de um resfriamento isocórico, onde sua pressão cai a 1/3 da pressão original.

a) Faça a representação do processo em um diagrama PV.

b) Calcule a energia do sistema nos pontos extremos do processo isobárico e nos pontos extremos do processo isocórico, em função de P e V. Qual a variação de energia em cada uma das etapas?

c) Calcule a entropia do sistema nos pontos extremos do processo, e a variação de entropia no gás em cada etapa do processo, em termos de P e V.

3) [3,0] Um bloco de massa m, a uma temperatura T, é posto em contato térmico com outro bloco de mesmo material, massa $3m$ e temperatura $5T$. Dado o calor específico do material, responda o que se pede.

a) Calcule a variação de temperatura de cada bloco.

b) Calcule a variação da energia de cada bloco.

c) Calcule a variação de entropia de cada bloco.

d) Qual a variação global de entropia? Discuta se o processo é conservativo baseado neste resultado.

Equação de um gás ideal: $PV = nRT$.

Troca de calor em um processo isobárico $\Delta Q = nC_P\Delta(T)$.

Troca de calor em um processo isocórico $\Delta Q = nC_V\Delta(T)$.

Energia interna de um gás ideal: $U(T) = nC_VT + U_0$.

Em um processo adiabático: $PV^\gamma = constante$, com $\gamma = C_P/C_V$.

Constante dos gases ideais: $R = C_P - C_V$.

Portanto: $C_V = R/(\gamma - 1)$, $C_P = R \cdot \gamma/(\gamma - 1)$.

Gás monoatômico: $\gamma = 5/3$. Gás diatômico: $\gamma = 7/5$.

Conservação de energia em um gás: $dU = d'Q - PdV$.

Entropia: $dS = d'Q_r/T$.

Entropia em um mol de gás ideal: $s(V,T) = C_V \ln T + R \ln V + cte$,

$s(P,T) = C_P \ln T - R \ln P + cte$,

$s(P,V) = C_V \ln(PV^\gamma) + cte$.

Rendimento de uma máquina de Carnot: $\eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$.

P3 Sub

1) Trecho AB: $W_{AB} = P_A (V_B - V_A) = P_A (r V_A - V_A)$

$$W_{AB} = P_A V_A (r-1) = R T_A (r-1)$$

$$Q_{AB} = C_p (T_B - T_A) = \qquad \frac{T_B}{T_A} = \frac{\cancel{P_B} V_B}{\cancel{P_A} V_A} = r$$

$$= C_p T_A (r-1)$$

Gás monoatômico: $\gamma = 5/3$, $C_p = R \cdot \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{\frac{5}{3}-1} = R \cdot \frac{5}{3} \frac{3}{2}$

$$C_p = \frac{5}{2} R$$

$$\boxed{Q_{AB} = \frac{5}{2} R T_A (r-1)}$$

$$\boxed{Q_{BC} = 0}$$

$$Q_{CA} = \int P \, dV \quad (\Delta U = 0)$$

$$Q_{CA} = \int_{V_C}^{V_A} \frac{R T_A}{V} dV = R T_A \ln\left(V_A / V_C\right)$$

$V_C = ?$ $\quad P_B V_B^{\gamma} = P_C V_C^{\gamma}$

$$(P_B V_B) V_B^{\gamma-1} = (P_C V_C) V_C^{\gamma-1}$$

$$R T_B V_B^{\gamma-1} = R T_C V_C^{\gamma-1} = R T_A V_C^{\gamma-1}$$

$$V_B = V_A \cdot r; \; T_B = T_A \cdot r$$

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_A V_C^{\gamma-1}$$

$$r \cdot T_A \cdot V_A^{\gamma-1} \cdot r^{\gamma-1} = V_C^{\gamma-1} \cdot T_A \Rightarrow \left(\frac{V_A}{V_C}\right)^{\gamma-1} = r^{-\gamma}$$

$$V_A / V_C = r^{-\gamma/\gamma-1}$$

$$\boxed{Q_{CA} = R T_A \ln r^{-\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \frac{\gamma}{1-\gamma} R T_A \ln r} = W_{CA}$$

b) $W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA}$ $\qquad$ $W_{if} = \int_i^f p\, dV$

$$W_{AB} = R T_A (r-1) > 0$$

$$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = C_V (T_B - T_C) \qquad T_B = r T_A, \quad T_C = T_A$$

$$= C_V T_A (r-1) > 0$$

$$W_{CA} = \frac{\gamma}{1-\gamma} R T_A \ln r < 0 \qquad C_V = \frac{R}{\gamma-1} = \frac{R}{\frac{5}{3}-1} = \frac{3}{2} R$$

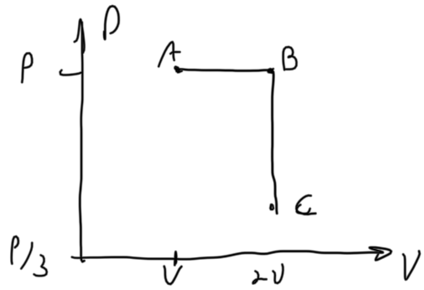
$$W = R T_A \left[r-1 + \frac{1}{\gamma-1}(r-1) - \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln r \right]$$

$$\boxed{W = R T_A \left[\frac{(r-1)\gamma - \gamma \ln r}{\gamma-1} \right]} \qquad \frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{5}{3} \cdot \frac{1}{\frac{5}{3}-1} = \frac{5}{2}$$

c) $\eta = \frac{W}{Q_{AB}} = \boxed{\frac{2\gamma}{5(\gamma-1)} \left[1 - \frac{\ln r}{r-1} \right]} = \boxed{1 - \frac{\ln r}{r-1}}$

d) $\eta_C = \boxed{1 - \frac{T_A}{T_B} = 1 - \frac{1}{r}}$

2) a)



$$C_V = \frac{R}{\gamma - 1} = \frac{R}{\frac{7}{5} - 1}$$

$$C_V = \frac{5}{2} R$$

$$R T_A = PV \ , \quad R T_B = 2PV \ , \quad R T_C = \frac{2}{3} PV$$

b) $U_A = U_0 + C_V \cdot T_A = U_0 + \frac{5}{2} PV$

$U_B = U_0 + C_V \cdot T_B = U_0 + 5PV$

$U_C = U_0 + C_V \cdot T_C = U_0 + \frac{5}{3} PV$

$\Delta U_{AB} = \frac{5}{2} PV$

$\Delta U_{BC} = PV\left(\frac{5}{3} - 5\right) = -PV \cdot \frac{10}{3}$

c) $S_A = C_V \ln(PV^\gamma) = \frac{5}{2} R \ln\left(PV^{7/5}\right) + S_0$

$S_B = C_V \ln\left[P(2V)^\gamma\right] = \frac{5}{2} R \ln\left(2^{7/5} \cdot PV^{7/5}\right) + S_0$

$S_C = C_V \ln\left[\frac{P}{3} (2V)^\gamma\right] = \frac{5}{2} R \ln\left(\frac{2^{7/5}}{3} PV^{7/5}\right)$

$$\Delta S_{AB} = S_B - S_A = \frac{5}{2} R \ln\left(\frac{2^{7/5} PV^{7/5}}{PV^{7/5}}\right) = \frac{5}{2} R \ln 2^{7/5}$$

$$\Delta S_{AB} = \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{5} R \ln 2 = \frac{7}{2} R \ln 2$$

$$\Delta S_{BC} = S_C - S_B = \frac{5}{2} R \ln\left(\frac{2^{7/5}}{3} \frac{PV^{7/5}}{2^{7/5} PV^{7/5}}\right) = -\frac{5}{2} R \ln 3$$

3) a) $m \cdot T + 3m \cdot 5T = 4mT_f$

$16T = 4T_f \qquad T_f = 4T$

$\Delta T_1 = +3T \qquad \Delta T_2 = -T$

b) $\Delta Q_1 = mc \cdot 3T \qquad \Delta Q_2 = -3m \cdot cT$

c) $\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \int mc \frac{dT}{T} = mc \ln\left(T_f / T_i\right)$

$\Delta S_1 = mc \ln\left(4T / T\right) = mc \ln 4 > 0$

$\Delta S_2 = 3mc \ln\left(4T / 5T\right) = 3mc \ln 4/5 = mc \ln\left(4/5\right)^3 < 0$

d) $\Delta S_1 + \Delta S_2 = mc \ln 4 + mc \ln\left(4/5\right)^3 = mc \ln\left(\frac{4^4}{5^3}\right) = mc \ln\left(\frac{256}{125}\right) > 0$