

CAPÍTULO 7: CAPILARIDADE

Ao colocarmos uma das extremidades de um tubo capilar de vidro dentro de um recipiente com água, observa-se que a água sobe no tubo e entra em repouso a uma determinada altura **acima** da superfície da água no recipiente. Se ao invés de água utilizarmos mercúrio, observa-se que o nível de mercúrio dentro do tubo capilar se estabiliza a uma distância **abaixo** do seu nível no recipiente. No primeiro caso, diz-se ter ocorrido uma **ascensão capilar** e no segundo uma **depressão capilar**. A explicação destes fenômenos capilares é feita com base numa propriedade associada com a superfície livre de qualquer líquido, denominada **tensão superficial**.

7.1 TENSÃO SUPERFICIAL

Imaginemos um determinado líquido (água, por exemplo) em repouso dentro de um recipiente. Cada molécula do líquido é atraída pelas moléculas que a rodeiam por forças de coesão. Esta atração diminui rapidamente com a distância e se torna nula a uma distância r , que recebe o nome de raio da esfera de ação molecular. Este raio, portanto, é a distância limite para a qual a molécula consegue exercer forças de atração sobre as outras. Este raio é aproximadamente igual para todos os líquidos, em torno de $0,05 \mu\text{m}$.

Nestas condições, moléculas como M_1 ou M_2 (figura 7.1), cujas esferas de ação molecular ou de influência se encontram totalmente dentro do líquido, atraem e são atraídas simetricamente por todas as moléculas vizinhas, isto é, as forças de coesão são equilibradas e sua resultante é nula.

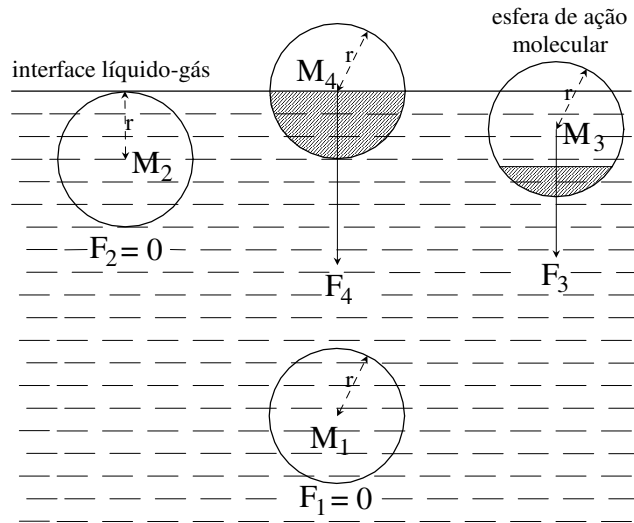


Figura 7.1 - Forças nas moléculas de um líquido.

Entretanto, para qualquer molécula, cuja esfera de ação não esteja inteiramente no interior do líquido, como M_3 e M_4 , por exemplo (figura 7.1), as forças sobre ela não se equilibram porque a calota inferior da sua esfera de ação (área hachurada na figura) está cheia de moléculas que a atraem, mas a calota correspondente superior cai fora do líquido e não está cheia de moléculas como a inferior. Devido a isso, a força de coesão resultante do hemisfério superior da esfera de ação molecular se torna menor do que a resultante do hemisfério inferior. Como consequência, tal molécula é atraída para o interior do líquido pela resultante dessas forças de coesão não equilibradas. Evidentemente esta resultante é nula quando a distância entre a molécula e a superfície do líquido for maior ou igual a r (molécula M_2) e vai aumentando à medida que a molécula se aproxima da superfície do líquido até um máximo, quando se encontra na interface (molécula M_4).

Portanto, em todas as moléculas situadas na camada superficial de espessura r ou “camada ativa” de um líquido, atuam forças que tendem a puxá-las para o interior do líquido causando no interior do líquido uma pressão chamada **pressão interna** P' . Assim, todo o líquido, além da pressão atmosférica que atua externamente sobre sua superfície, está sujeito também à pressão interna P' oriunda das forças moleculares de coesão não equilibradas da camada ativa. Para a água, $P' \approx 1700$ MPa. Pela ação dessas forças, a superfície do líquido se contrai minimizando sua área, e adquire uma energia potencial extra que se opõe a qualquer tentativa de distendê-la, ou seja, ocorrendo uma distensão, a tendência da superfície é sempre voltar a posição original. Em outras palavras, devido a essas forças, a superfície do líquido se torna **contrátil**. A essa energia potencial extra adquirida pela superfície do líquido dá-se o nome de **energia potencial superficial**. Dessa forma, para aumentar a área de um líquido, isto é, aumentar a quantidade de moléculas na camada ativa, haverá gasto de energia. A quantidade de energia que se gasta para aumentar a área superficial de um líquido é chamada de *tensão*

Capítulo 7: Capilaridade

superficial, e ela é representada pela letra grega sigma (σ). A unidade de tensão superficial, conseqüentemente, é a de energia por área: J m^{-2} . Como um Joule equivale a Newton multiplicado por metro, o J m^{-2} equivale ao N m^{-1} , que é a unidade de σ mais comumente encontrada. Como vimos para viscosidade, a tensão superficial de um líquido também depende de sua natureza e da temperatura. A tabela a seguir mostra alguns valores de tensão superficial para líquidos comuns à temperatura de 293 K.

Líquido	Tensão superficial ($\text{N m}^{-1} = \text{J m}^{-2}$)
água	0,073
álcool etílico	0,022
mercúrio	0,500
azeite de oliva	0,033
glicerina	0,062

Uma conseqüência importante da tensão superficial dos líquidos e que é básica para o entendimento dos fenômenos capilares, é o fato de que se a superfície de um líquido deixar de ser plana, surge uma nova pressão p que pode atuar no mesmo sentido que a pressão P' que é o que ocorre numa superfície convexa, ou opostamente a P' como numa superfície côncava (Figura 7.2). Para uma superfície esférica com raio de curvatura R , essa pressão é dada pela fórmula de Laplace:

$$p = \frac{2\sigma}{R} \quad (7.1)$$

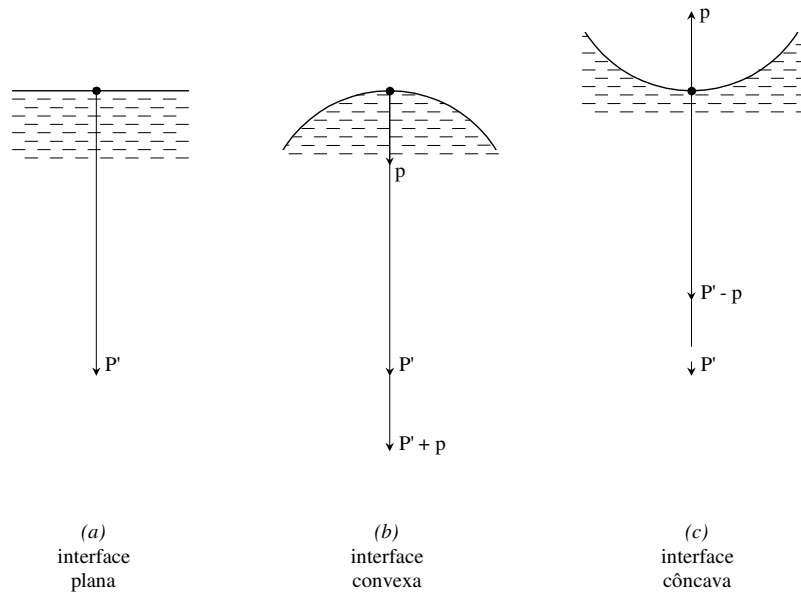


Figura 7.2 - Pressão interna sob uma superfície plana (a), convexa (b) e côncava (c)

7.2 ÂNGULO DE CONTATO

Quando colocamos água pura num copo de vidro limpo, notamos que, próximo da sua parede, a superfície da água se encurva para cima. Se, ao invés de água, colocarmos mercúrio no copo, observa-se que a curvatura da superfície é voltada para baixo (figura 7.3). Observa-se também que, no caso da água, a superfície se adere ao vidro, ao passo que no caso do mercúrio, existe uma tendência para a superfície se afastar do vidro.

Capítulo 7: Capilaridade

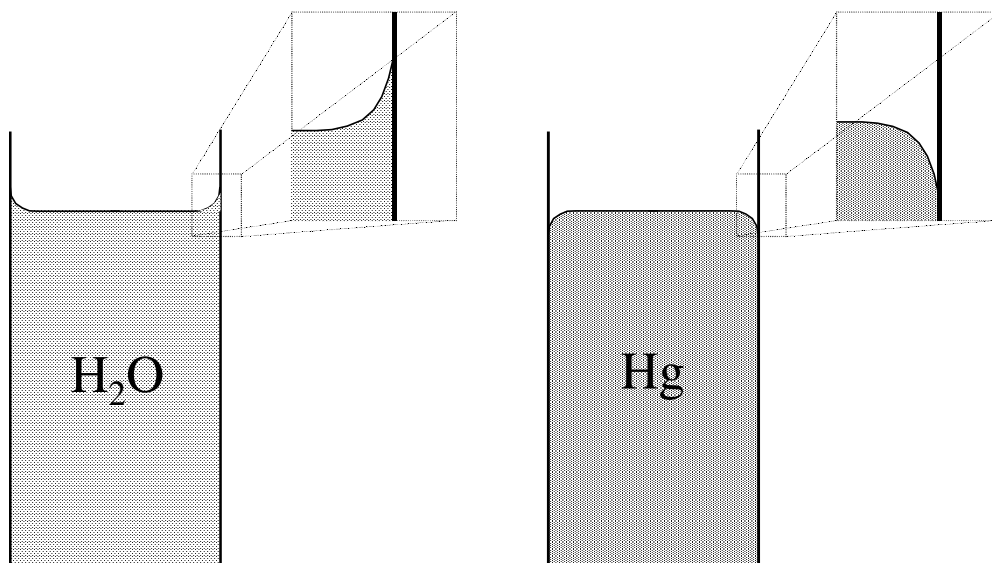


Figura 7.3- curvatura da superfície de um líquido próximo a uma parede sólida.

Esses fenômenos se devem às forças de coesão entre as moléculas do líquido e as de adesão entre as moléculas do líquido e as da parede (vidro, plástico, metal etc.). No caso da água num copo de vidro, as forças de adesão entre as moléculas da água e a parede são maiores que as de coesão na própria água. Daí a tendência da água aderir no copo, curvando-se para cima na proximidade da parede, formando um menisco côncavo. No caso de mercúrio, as forças de coesão entre suas moléculas são maiores que as de adesão entre mercúrio e vidro. Assim, a tendência do mercúrio é se afastar da parede, formando um menisco convexo.

Podemos quantificar essa tendência de um líquido aderir ou não numa parede sólida pelo *ângulo de contato* (α), como mostra a figura 7.4. Esse ângulo é medido entre a parede e a tangente à superfície do líquido no ponto de contato com a parede. Para meniscos côncavos, α se encontra entre 0° e 90° (figura 7.4a). Para meniscos convexos, α fica entre 90° e 180° (figura 7.4b). Conseqüentemente, quanto maiores as forças de adesão entre parede e líquido em relação às de coesão do próprio líquido, menor será α . No caso de água e vidro considera-se, normalmente, $\alpha = 0^\circ$. No caso de mercúrio e vidro, α é da ordem de 140° .

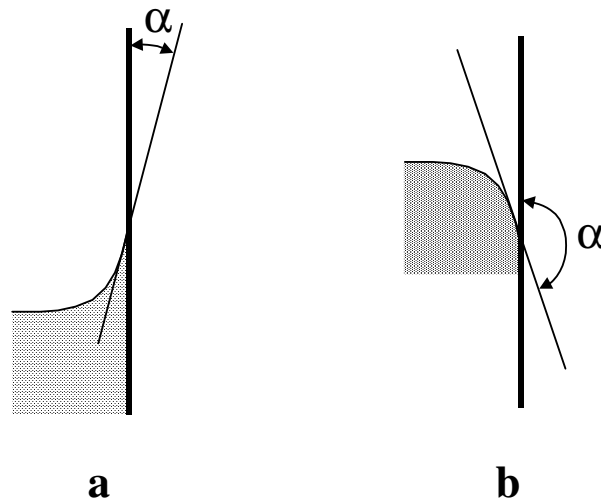


Figura 7.4 – Ângulo de contato α para um menisco côncavo (a) e um convexo (b)

7.3 CAPILARIDADE

Sabemos da hidrostática que, quando se preenchem vários vasos comunicantes com um determinado líquido, este sempre atinge a mesma altura em todos os ramos. Entretanto, para tubos de pequeno diâmetro (= *tubos capilares*) esta afirmação não é verdadeira, devido aos fenômenos relacionados com a tensão superficial do líquido em contato com uma parede sólida.

Assim, se tomarmos um tubo em U , no qual um dos ramos é capilar (diâmetro interno de, por exemplo, 0,2 mm) e outro não (diâmetro interno de, por exemplo, 20 mm) e o preenchermos com água, verifica-se um desnível h entre as duas superfícies livres, sendo o nível mais alto no tubo capilar (figura 7.5a). Preenchendo o tubo com mercúrio, observamos que o nível no tubo capilar é mais baixo (figura 7.5b).

Capítulo 7: Capilaridade

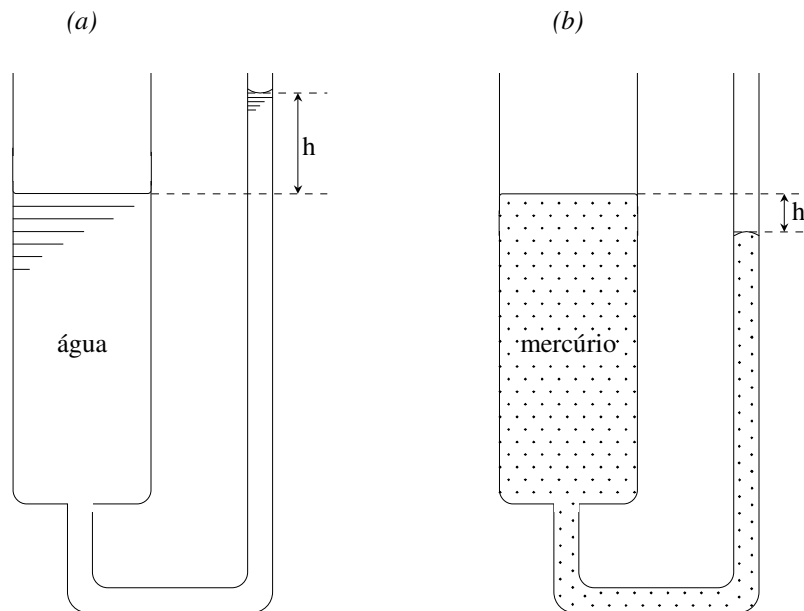


Figura 7.5 - Ascensão capilar (a) e depressão capilar (b).

Esse fenômeno se deve à presença da Pressão de Laplace que atua na superfície curva do líquido no capilar. Geometricamente verifica-se a seguinte relação entre o ângulo de contato, o raio do capilar (r) e o raio de curvatura do menisco (R) (Figura 7.6a):

$$R = \frac{r}{\cos \alpha} \quad (7.2)$$

Substituindo a equação 7.2 na 7.1 obtém-se

$$p = \frac{2\sigma \cos \alpha}{r} \quad (7.3)$$

Portanto, temos na superfície de um líquido num capilar uma força f que atua para cima, devido à pressão de Laplace, e outra, gravitacional (F_g), para baixo, devido ao peso da coluna do líquido no capilar (Figura 7.6b). Como força é pressão multiplicada por área, a força f equivale à pressão de Laplace multiplicada pela área transversal do capilar:

$$f = p \cdot \pi r^2 = 2\sigma \pi r \cos \alpha \quad (7.4)$$

e a força gravitacional equivale a

$$F_g = mg = \rho Vg = \rho \pi r^2 hg \quad (7.5)$$

Em equilíbrio as duas forças serão iguais, portanto:

$$2\sigma\pi r \cos \alpha = \rho\pi r^2 hg \Rightarrow h = \frac{2\sigma \cos \alpha}{\rho gr} \quad (6)$$

onde σ é a tensão superficial do líquido, α é o ângulo de contato, ρ é a densidade do líquido, g é a aceleração da gravidade e r é o raio do tubo

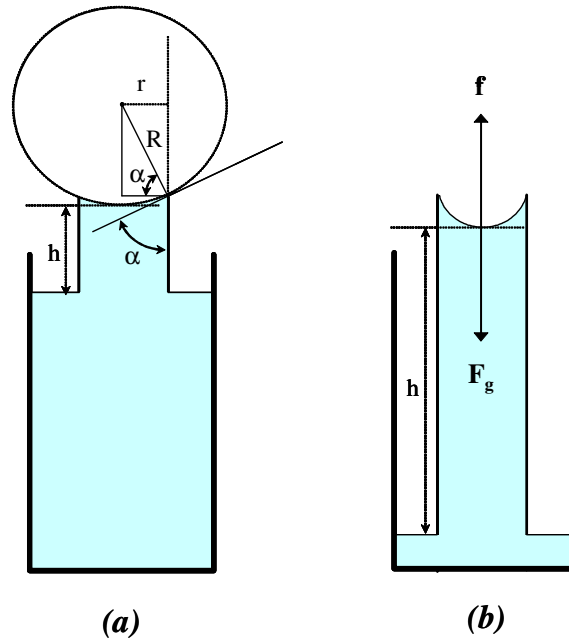


Figura 7.6 - Relação entre ângulo de contato, raio do capilar e raio de curvatura do menisco (a) e forças que atuam na superfície de um líquido num capilar (b).

A equação 7.6, que relaciona a altura h com o raio do tubo capilar é chamada a *equação da capilaridade* ou *equação de Jurin*. Por essa equação verifica-se que quando $\alpha < 90^\circ$, $\cos \alpha > 0$ e $h > 0$, ou seja, ascensão capilar. Quando $\alpha > 90^\circ$, $\cos \alpha < 0$ e $h < 0$ (depressão capilar). No caso de água em capilares de vidro podemos usar $\sigma = 0,073 \text{ N.m}^{-1}$, $\alpha = 0^\circ$, $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ e $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$, e a equação 7.1 se torna

$$h = \frac{1,5 \cdot 10^{-5}}{r} \quad (7.7)$$

Capítulo 7: Capilaridade

Exemplo 1:

Num experimento de ascensão capilar, a que altura h água pura subirá num tubo capilar de vidro de 0,1 mm de diâmetro? Dados: $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\alpha = 0^\circ$; $\sigma = 0,073 \text{ N/m}$.

Solução: Aplicando-se a equação 7.6:

$$h = \frac{2 \cdot 0,073 \cos 0^\circ}{1000 \cdot 9,81 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = 0,15 \text{ m ou } 15 \text{ cm}$$

Note que nesse exemplo, onde se trata de água e vidro, poderíamos ter aplicado a equação 7.7 para achar o resultado diretamente.

Exemplo 2:

Se, ao invés de um tubo capilar de vidro, utilizássemos um tubo de plástico de 0,1 mm de diâmetro com o qual a água forma um ângulo de contato de 30° , qual seria a ascensão capilar?

Solução: Aplicando-se a equação 7.6:

$$h = \frac{2 \cdot 0,073 \cos 30^\circ}{1000 \cdot 9,81 \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} = 0,13 \text{ m ou } 13 \text{ cm}$$

Note que nesse exemplo não poderíamos ter aplicado a equação 7.7 porque o ângulo de contato difere de 0° .

Exemplo 3:

Podemos usar o conhecimento da equação 7.6 para determinar a tensão superficial de um líquido. Por exemplo, se um tubo capilar com 0,88 mm de diâmetro interno é mergulhado numa cuba com glicerina, e a glicerina subir 23,3 mm no tubo, qual é seu coeficiente de tensão superficial? A densidade de glicerina é 1260 kg m^{-3} . Considere $\alpha = 0^\circ$.

Solução: Rescrevendo a equação 7.6 temos:

$$\sigma = \frac{h \rho g r}{2 \cos \alpha}$$

Substituindo os valores obtemos:

$$\sigma = \frac{23,3 \cdot 10^{-3} \cdot 1260 \cdot 9,81 \cdot 0,44 \cdot 10^{-3}}{2 \cos 0^\circ} = 0,063 \text{ N m}^{-1}$$

EXERCÍCIOS

- 7.1 Calcular a ascensão capilar de água em tubos de vidro com diâmetro de:
- 1 cm
 - 1 mm
 - 1 μm
- 7.2 Calcular a depressão capilar de mercúrio ($\sigma = 0,5 \text{ N m}^{-1}$, $\rho = 13600 \text{ kg m}^{-3}$ e $\alpha = 140^\circ$) num tubo capilar de diâmetro de 0,05 mm.
- 7.3 Se ao se colocar um tubo capilar de vidro verticalmente dentro de uma vasilha com determinado líquido formar-se um menisco com ângulo de contato de 90° , o líquido subirá ou descera no tubo capilar? Qual será a forma da superfície líquida no capilar?
- 7.4 A que altura h água pura ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\alpha = 0$, $\sigma = 71,97 \cdot 10^{-3}$; N/m) subirá num tubo capilar de vidro de 0,1 mm de diâmetro?
- 7.5 Se o tubo capilar do problema anterior for quebrado, de tal modo que seu comprimento acima da superfície livre da água se tornar $h/2$, haverá fluxo de água através do capilar? Por que?
- 7.6 Se, ao invés de água, utilizássemos mercúrio ($\rho = 13600 \text{ kg.m}^{-3}$, $\alpha = 140^\circ$, $\sigma = 513 \cdot 10^{-3} \text{ N/m}$) no exercício 4, de quanto seria a depressão capilar?
- 7.7 Um tubo capilar com 0,88 mm de diâmetro interno é mergulhado numa cuba com glicerina. A glicerina sobe $2,33 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ no tubo. Sendo sua densidade igual a 1260 kg/m^3 , qual é seu coeficiente de tensão superficial? Assuma $\alpha = 0^\circ$.
- 7.8 No mesmo experimento de demonstração da ascensão capilar, o que aconteceria, depois de a água ter estabilizado a uma altura h , se uma parte dela fosse retirada do capilar? A altura h diminuiria? Explique. E se o processo fosse o inverso, isto é, depois do equilíbrio ainda existisse capilar acima do menisco e fosse possível colocar água (sem aprisionar ar) através do capilar, a altura h aumentaria? Por que?

Respostas: 1.a) 3 mm b) 30 mm c) 30 m 2. 0,23 m

CAPÍTULO 8: POTENCIAIS DA ÁGUA NO SOLO

8.1 ENERGIA POTENCIAL

A grandeza **Energia** (unidade Joule no SI) pode ser classificada de diversas formas. Uma subdivisão comum para os diferentes tipos de energia é a classificação como **energia potencial** ou **energia cinética**. A energia cinética de um corpo deve-se à sua velocidade instantânea, enquanto a energia potencial de um corpo é devida à sua posição instantânea em relação a um campo de forças. Em relação à água no solo, ela se move através do sistema poroso do solo a velocidades baixas e sua energia cinética é quase sempre desprezível se comparada com suas energias potenciais.

Para a descrição do estado energético da água no solo é conveniente expressá-lo por unidade de quantidade de matéria, por exemplo por volume, mol, massa, peso. A grandeza resultante é chamada **energia específica**, e possui as unidades J m^{-3} (por volume), J mol^{-1} (por mol), J kg^{-1} (por massa), J N^{-1} (por peso), ou outra.

Verifica-se facilmente que a unidade da energia específica por volume equivale à unidade de pressão (Pascal), ao mesmo tempo em que a unidade da energia específica por peso equivale a um comprimento (metro):

$$\text{Energia por volume: } \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \frac{\text{N.m}}{\text{m}^3} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \text{Pa (pressão)}$$

$$\text{Energia por peso: } \frac{\text{J}}{\text{N}} = \frac{\text{N.m}}{\text{N}} = \text{m (distância, altura)}$$

Por essa razão é muito comum expressar a energia específica em unidades de pressão (Pa, atm, bar) ou de comprimento (m, cm). É importante lembrar que elas, de fato, significam respectivamente J m^{-3} ou J N^{-1} .

8.2 POTENCIAL TOTAL DA ÁGUA NO SOLO

A forma de energia de interesse para nossos propósitos é a **energia potencial** a qual pode ser definida como uma **energia latente** que um objeto possui, devido à sua posição em relação a campos de força no Universo. Dependendo do objeto que está sendo estudado e dos campos de força presente, poderão estar

atuando concomitantemente um ou mais tipos de energia potencial, daí a utilização do termo **energia potencial total**, para indicar a soma dos diversos tipos ou componentes atuantes, ser mais adequada. O conhecimento dessa energia é de extrema importância porque com ela se pode determinar o potencial de movimento de um corpo num determinado meio. *A água ou solução no solo, como qualquer corpo no Universo, tende a se mover de onde sua energia potencial total é maior para onde ela é menor.* No entanto, não é necessário, para estabelecer a direção do processo, conhecer os valores individuais da energia potencial total, senão a diferença entre eles. Para facilitar o cálculo dessa diferença, é que se introduziu o conceito de potencial total o qual, no caso da água no solo, é definido com base no conhecimento de uma água com um valor conhecido de energia potencial total denominada **água padrão**. Assim, sendo E a energia potencial total da água no ponto considerado no solo e E_o a energia potencial total da água padrão, a diferença $E - E_o$, expressa por unidade de volume, massa, peso ou outra é, por definição, a **energia específica potencial total da água no solo** ϕ_t , chamado normalmente de **potencial total da água no solo**. Expressando-o por unidade de volume teremos:

$$\phi_t = \frac{E - E_o}{V_a} \rightarrow [\text{energia / volume de água} = \text{pressão (Pa)}] \quad (8.1a)$$

e por unidade de peso obtemos

$$\phi_t = \frac{E - E_o}{m_a g} \rightarrow [\text{energia / peso de água} = \text{comprimento (m)}] \quad (8.1b)$$

Na nossa abordagem a seguir utilizaremos a energia por unidade de volume. Considerando dois pontos A e B no perfil do solo, nos quais, evidentemente,

$$\phi_t(A) = \frac{E_A - E_o}{V_a}$$

e

$$\phi_t(B) = \frac{E_B - E_o}{V_a}$$

então,

$$\phi_t(A) - \phi_t(B) = \left(\frac{E_A - E_o}{V_a} \right) - \left(\frac{E_B - E_o}{V_a} \right) = \frac{E_A - E_B}{V_a}. \quad (8.2)$$

Ou seja, como a energia potencial total da água padrão deve ser a mesma para os dois pontos, medindo-se o potencial total nesses dois pontos obtém-se o valor da diferença $E_A - E_B$ por meio da diferença $\phi_t(A) - \phi_t(B)$, sem a

Capítulo 8: Potenciais da água no solo

necessidade de se conhecer individualmente E_A e E_B . Desse modo, se num determinado momento $\phi_l(A) > \phi_l(B)$, o movimento da água (se o meio permitir) é de A para B porque $E_A > E_B$ e se $\phi_l(B) > \phi_l(A)$, de B para A porque $E_B > E_A$. Quando $\phi_l(A) = \phi_l(B)$, tem-se, evidentemente, uma condição de equilíbrio, porque $E_A = E_B$.

Evidentemente, cada tipo (ou componente) de energia potencial que estiver atuando na água existente no solo, dá origem a um potencial componente do potencial total da água no solo.

Como a diferença de energia por unidade de volume possui unidade é idêntica à unidade de pressão, todos os potenciais da água no solo, tanto o total como qualquer um dos seus componentes, podem ser considerados como equivalentes a uma “**diferença de pressão**”, isto é, diferença entre a “pressão” da água no ponto considerado do solo, equivalente a E/V_a e a “pressão” da água padrão, equivalente a E_0/V_a .

8.3 A ÁGUA PADRÃO

Para a resolução de nossos problemas, nos quais estaremos estudando a solução no solo, sob condição isotérmica, a **água padrão** pode ser definida como uma solução livre, de mesma concentração e temperatura que a solução no solo e cuja superfície plana é considerada como referência gravitacional e sujeita à pressão atmosférica do local onde a medida é feita.

Esta definição será mais bem entendida, à medida que formos estudando os componentes do potencial total da água no solo que para nós, por estarmos considerando solos de estrutura rígida, os que interessam são o potencial gravitacional, o potencial de pressão e o potencial mátrico.

8.4 POTENCIAL GRAVITACIONAL

Qualquer corpo num campo gravitacional possui uma **energia potencial gravitacional** (E_g). A água no solo, estando dentro do campo gravitacional terrestre possui, evidentemente, esta energia, cuja equação, dado a necessidade de incluir neste contexto a água padrão anteriormente definida, pode ser escrita como:

$$\Delta E_g = m_a g (r_l - r_o) \quad (8.3)$$

sendo m_a = massa da água no solo; g = aceleração da gravidade; r_l = distância do centro da Terra ao ponto considerado no perfil do solo e r_o = distância do centro da Terra a um ponto **arbitrário** onde se deve imaginar localizada a superfície plana da água padrão e que denominaremos simplesmente de **referência gravitacional**. ΔE_g , evidentemente, é o incremento de energia potencial gravitacional que a água adquire

quando de seu deslocamento da posição r_1 para a posição r_0 contra ou a favor a força da gravidade.

Pela definição de potencial (equações 8.1a e 8.1b), expressando por unidade de volume, o potencial gravitacional ϕ_g seria dado, a partir da equação acima, por

$$\phi_g = \frac{\Delta E_g}{V_a} = \rho_a g (r_1 - r_0) \quad (8.4a)$$

ou, expressando por unidade de peso, por

$$\phi_g = \frac{\Delta E_g}{m_a g} = r_1 - r_0 \quad (8.4b)$$

em que $\rho_a = m_a/V_a$ = densidade da água do solo, considerada constante.

Chamando, então, o valor da distância vertical do ponto considerado à posição da referência gravitacional, de Z , isto é,

$$Z = r_1 - r_0 \quad (8.5)$$

reescrevemos as equações 8.4a e 8.4b como:

$$\phi_g = \rho_a g Z \rightarrow [\text{energia} / \text{volume}] \quad \text{ou} \quad \phi_g = Z \rightarrow [\text{energia} / \text{peso}] \quad (8.6)$$

sendo que o sinal de Z e, portanto, de ϕ_g dependerá da posição do ponto considerado em relação à referência gravitacional, isto é, o sinal será positivo se o ponto estiver acima da referência gravitacional ($r_1 > r_0$), negativo se estiver abaixo ($r_1 < r_0$) e nulo se for coincidente com ela ($r_1 = r_0$).

Observando as expressões 8.6, se dividirmos o valor de ϕ_g , expresso na unidade energia/volume pela quantidade $\rho_a \cdot g$, obtemos o valor de ϕ_g na unidade **altura de água** ou **carga hidráulica**.

Portanto, para obtermos o valor de ϕ_g num determinado ponto, precisamos apenas de uma régua para medirmos a distância vertical deste ponto à posição tomada como referência gravitacional, que a unidade do resultado obtido será em altura de água, ou seja, se a distância medida for, por exemplo, 1 m, o valor de ϕ_g será *1 m de água* se o ponto estiver acima da referência gravitacional e *-1 m de água*, se o ponto estiver abaixo da referência gravitacional. Como entendemos agora, o significado de “1 metro de água” nada mais é do que “1 Joule de energia por Newton de peso de água”.

8.5 POTENCIAL DE PRESSÃO

Num solo com estrutura rígida, este componente do potencial total só se manifesta sob uma condição de saturação. Para defini-lo, consideremos o esquema da Figura 8.1.

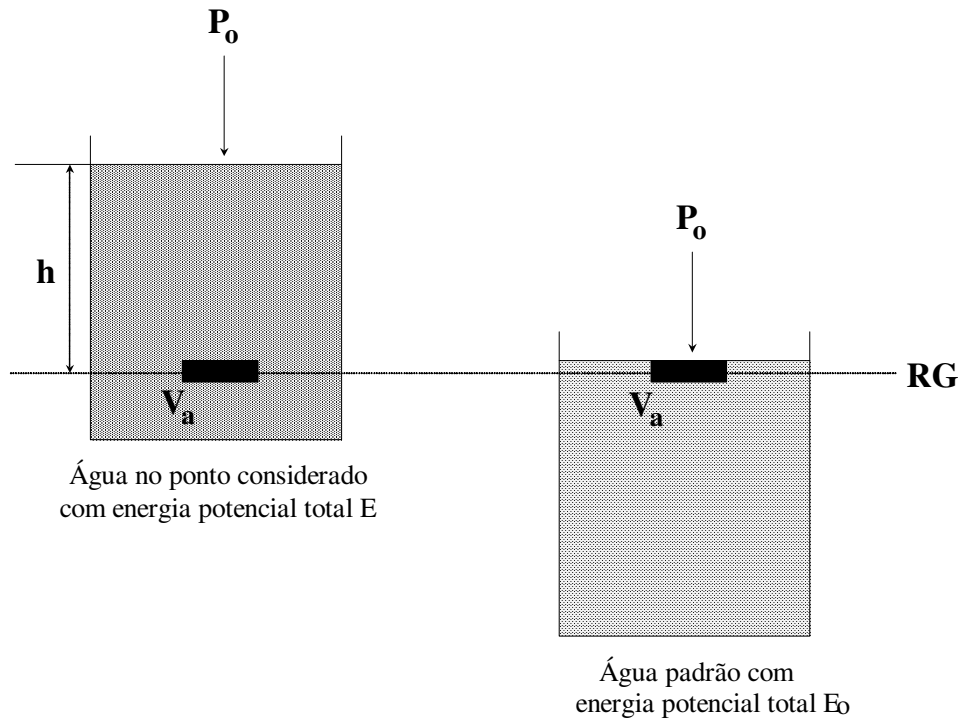


Figura 8.1 - Definição do potencial de pressão

O pequeno volume de água V_a em equilíbrio no recipiente do lado direito desta figura é a água padrão (com energia potencial total E_0) porque sobre sua interface plana está atuando a pressão atmosférica (P_0) e seu centro de massa é coincidente com a referência gravitacional (RG). Por outro lado, igual volume de água V_a , em equilíbrio, no recipiente do lado esquerdo da figura, é diferente do primeiro apenas por nele atuar também a pressão da altura de água h . Note, então, que a única diferença entre os dois volumes é a pressão de água $P = \rho_a gh$ que atua no volume da esquerda. Conseqüentemente, é esta pressão P que torna a energia potencial total E do volume de água V_a à esquerda (no ponto considerado) maior do que a energia potencial total E_0 do volume de água V_a à direita (água padrão): se for permitida uma comunicação entre os dois volumes, a água, por ação desta pressão, flui em direção à água padrão indicando que $E > E_0$.

Pela definição de potencial (equação 8.1a) e pelo fato de a única diferença entre a água padrão e a água no ponto considerado ser a pressão de líquido no ponto considerado, tem-se, com base no último parágrafo do item 1, que:

$$\phi_p = \frac{E - E_0}{V_a} = \rho_a gh \rightarrow [\text{energia / volume}] \quad (8.7)$$

sendo ϕ_p = potencial de pressão

De modo idêntico ao que vimos no caso do potencial gravitacional, em termos de carga hidráulica,

$$\phi_p = h \quad [\text{energia / peso} = \text{altura de água}] \quad (8.8)$$

Note, no entanto, que, no caso deste potencial de pressão, h é uma carga hidráulica real que atua no ponto considerado.

Como se pode ver pela equação 8.8, ϕ_p pode ser determinado medindo o comprimento h da coluna de líquido que atua acima do ponto de medida. No campo, isto é feito inserindo um piezômetro no solo, adjacente ao ponto onde se deseja conhecer ϕ_p e mede-se a profundidade h do ponto abaixo da superfície livre de água no piezômetro (Figura 8.2). Portanto, o valor do potencial de pressão é sempre positivo ou no mínimo igual a zero. Esta última situação ($\phi_p = 0$) ocorre quando o ponto se localiza na superfície livre de água.

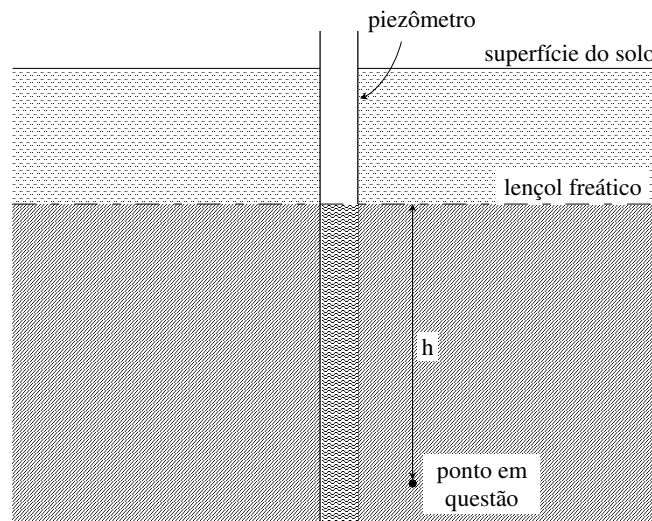


Figura 8.2 - Ilustração da medição de ϕ_p num determinado ponto no solo abaixo de um lençol de água, por meio de um piezômetro.

8.6 POTENCIAL MÁTRICO

Consideremos um determinado volume de solo não saturado. É fácil verificar que para retirar a quantidade de água em equilíbrio nele existente é necessário um dispêndio de energia, o qual é tanto maior quanto mais seco estiver o solo. Isso nos leva a concluir que o solo retém a água no seu espaço poroso com forças cujas intensidades aumentam conforme a quantidade de água nele diminui. Essas forças, por se manifestarem devido à presença da matriz do solo, são denominadas de **forças mátricas**

Distinguem-se dois tipos de força mátrica: a) as **forças capilares**, responsáveis pela retenção da água nos microporos dos agregados e b) as **forças de adsorção**, responsáveis pela retenção da água nas superfícies das partículas do solo. Quantificar a contribuição de cada um desses tipos de força no potencial mátrico é praticamente impossível na faixa do conteúdo de água no solo que as plantas normalmente se desenvolvem. O que se pode dizer, em termos qualitativos, é que logo após a drenagem livre de um solo saturado no campo, as forças capilares são dominantes e que, à medida que o solo seca a partir daí, a adsorção vai adquirindo maior importância.

Estes dois mecanismos de retenção da água no solo pelas forças capilares e de adsorção reduzem a energia potencial total da água livre. A veracidade desta afirmação pode ser demonstrada tanto pelo fato de se ter que realizar trabalho para retirar a água de um solo não-saturado, como também pelo fato de que ao se colocar água livre em contato com um solo não saturado, num mesmo plano horizontal, ela flui espontaneamente para ele, comprovando, como em todas as situações, a tendência da água em mover-se de onde sua energia potencial total é maior para onde ela é menor. Portanto, ao se realizar um trabalho para liberar a água da influência das forças mátricas tornando-a livre, o que se faz é, nada mais nada menos, do que elevar o valor da energia potencial total da água no solo ao valor daquela da água livre.

Como **potencial**, por definição, é a diferença entre a energia potencial total da água num determinado solo e a energia potencial total da água padrão (=água livre) por unidade de volume de água, quando a única causa da diferença de energia potencial total da água padrão e a da água no solo considerado forem as forças mátricas que atuam na água retida no solo, o potencial recebe o nome de **potencial mátrico** ϕ_m .

Chamando, então, de E_o a energia potencial total da água padrão e de E a energia potencial total da água no solo considerado, de tal maneira que a única diferença entre elas seja a existência das forças mátricas que retêm a água no solo considerado, tem-se, para um volume V_a de água (Figura 8.3):

$$\phi_m = \frac{E - E_o}{V_a} \rightarrow [\text{energia/volume de água}] \quad (8.9)$$

Portanto, como E nesta situação (solo não-saturado), é sempre menor do que E_o (a não ser no caso particular de uma interface ar-água como num lençol freático na qual $E = E_o$ e então $\phi_m = 0$), o valor do potencial mátrico é sempre negativo. Daí dizer-se também que o potencial mátrico é igual ao trabalho, por unidade de volume de água, **gasto** para liberar a água da influência das forças mátricas, isto é, $\phi_m = -W/V_a$ (Figura 8.3). Este trabalho pode ser conseguido aplicando-se, por exemplo, uma pressão de ar P^* à água no solo: toda água retida nos poros com uma energia/volume menor do que a pressão P^* , é liberada da influência das forças mátricas e torna-se livre. Portanto, a pressão P^* eleva o valor da energia/volume da água no solo àquele da água padrão, pelo que $\phi_m = -P^*$ e $P^* = (E_o - E)/V_a$.

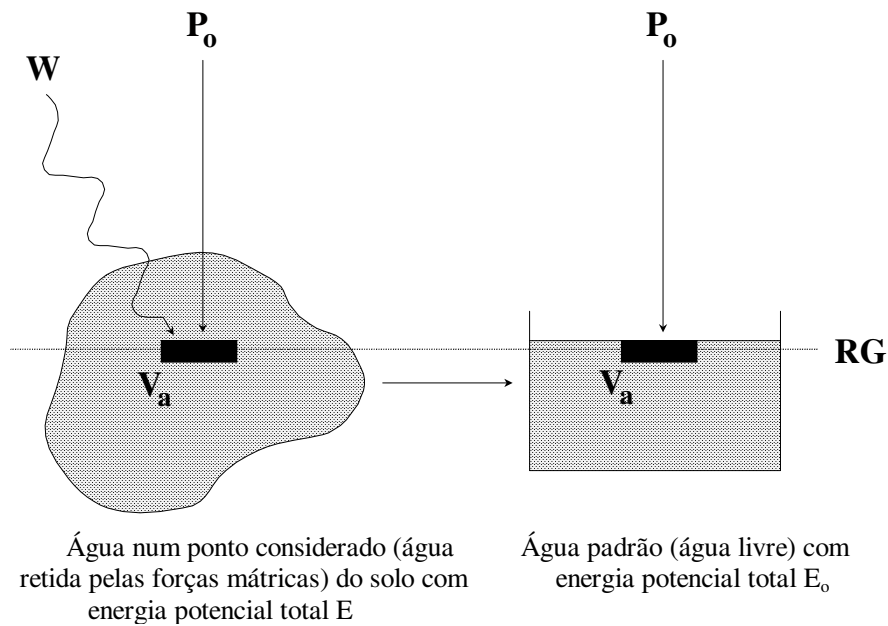


Figura 8.3 - Definição do potencial mátrico.

CAPÍTULO 9: MOVIMENTO DA ÁGUA NO SOLO

9.1 EQUAÇÃO DE DARCY

O esquema da Figura 9.1 representa uma coluna de solo saturada através da qual está havendo um fluxo de água no sentido descendente. Como se pode verificar, por esta figura, há dois piezômetros nela instalados: um no ponto C (ponto de cima) e um no ponto B (ponto de baixo). Além disso, está-se mantendo, durante o movimento, uma carga hidráulica constante (representada pelo pequeno triângulo com um de seus vértices tocando a superfície livre de água) nas duas extremidades da coluna. Com esse arranjo experimental, depois de um certo tempo, atinge-se uma condição de equilíbrio dinâmico, isto é, uma situação em que os valores da vazão Q e dos potenciais total ϕ e de pressão ϕ_p não variam mais com o tempo. Observe que o potencial total é lido diretamente no manômetro como sendo a distância da referência gravitacional (RG) à superfície de água no tubo manométrico.

Se desenvolvermos um experimento com o arranjo experimental da Figura 9.1 para diferentes valores de L (comprimento de solo entre os pontos C e B), de A (área da seção transversal da coluna), de ϕ (C) e de ϕ (B) chegaremos às seguintes conclusões:

1ª. A vazão Q , isto é, o volume de água que atravessa a coluna por unidade de tempo é proporcional a A , isto é, em símbolos:

$$Q \propto A \quad (9.1)$$

2ª. A vazão Q é proporcional à diferença de potencial total ϕ (C) - ϕ (B) através do solo:

$$Q \propto [\phi_t(C) - \phi_t(B)] \quad (9.2)$$

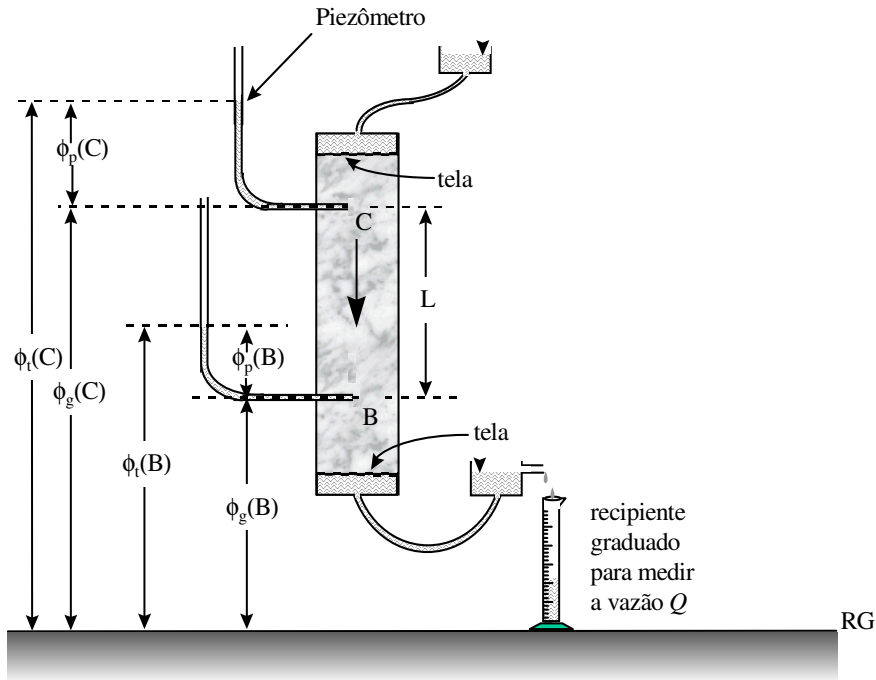


Figura 9.1 - Fluxo da água em solo saturado: diagrama do arranjo experimental para a comprovação da lei de Darcy.

3ª. A vazão Q é inversamente proporcional ao comprimento L de solo:

$$Q \propto \frac{1}{L} \quad (9.3)$$

Quando uma grandeza é simultaneamente proporcional a várias outras, é também proporcional ao produto delas. Assim, a combinação destas três conclusões resulta em:

$$Q \propto A \frac{\phi_t(C) - \phi_t(B)}{L} \quad (9.4)$$

Substituindo, então, o símbolo de proporcionalidade por uma constante de proporcionalidade K_o obtém-se:

$$Q = K_o A \frac{\phi_t(C) - \phi_t(B)}{L} \quad (9.5)$$

Este tipo de experimento que levou à obtenção da equação 9.5 foi desenvolvido pela primeira vez em 1856 pelo engenheiro hidráulico Henry Darcy, daí a equação 9.5 ser conhecida pelo nome de **Lei de Darcy**. Na época, o que hoje estamos chamando de potencial total (ϕ), Darcy chamava de carga piezométrica.

Depreende da equação 9.5 que a constante de proporcionalidade K_o é uma constante que diz respeito à transmissão da água através do solo numa condição de saturação. Portanto, ela é uma propriedade que traduz a rapidez com que a água atravessa o solo quando saturado. Por esse motivo, K_o é denominada de **condutividade hidráulica do solo saturado**.

Se dividirmos ambos os membros da equação 9.5 por A , transformamos seu membro da esquerda numa vazão por unidade de área, isto é, num volume de água que passa verticalmente para baixo [se $\phi(C) > \phi(B)$] ou para cima [se $\phi(C) < \phi(B)$] através da unidade de área da secção transversal da coluna, por unidade de tempo. Assim:

$$q_o = \frac{Q}{A} = K_o \frac{\phi_i(C) - \phi_i(B)}{L} \quad (9.6)$$

sendo q_o de valor igual a Q/A , denominado de **densidade de fluxo de água no solo saturado**.

Expressando o potencial da água do solo em metros e o comprimento L também em metros, verifica-se na equação 9.6 que a unidade de K_o é a mesma que a de q_o , normalmente $m\ h^{-1}$, $cm\ dia^{-1}$ ou outras.

Na utilização da equação 9.6 se mantivermos sempre a diferença $\phi(C) - \phi(B)$, isto é, sempre o valor do potencial total de cima menos o valor do potencial total de baixo e convencionarmos que quando o movimento é para baixo o valor de q_o é negativo e que quando o movimento é para cima o valor de q_o é positivo, tem-se que reescrever esta equação 9.6 com o sinal negativo, isto é,

$$q_o = -K_o \frac{\phi_i(C) - \phi_i(B)}{L} = -K_o \frac{\Delta\phi_i}{L} \quad (9.7)$$

para atender à convenção estipulada. Com isto, percebe-se, facilmente, que o sinal da quantidade $[\phi(C) - \phi(B)]/L$, denominada **gradiente de potencial total**, é sempre o inverso do sinal de q_o , ou seja, quando o valor do gradiente de ϕ é positivo, o valor da densidade de fluxo q_o é negativo e vice-versa.

A mesma equação 9.7, evidentemente, se aplica se tivermos uma situação de movimento horizontal. Neste caso, para atender a convenção de que quando $q_o > 0$ o movimento é para direita e de que quando $q_o < 0$ o movimento é para esquerda, tem-se que considerar sempre a diferença $\phi(D) - \phi(E)$, isto é, o valor do potencial total da direita menos o valor do potencial total da esquerda, ou seja, na equação (7) no lugar de $\phi(C)$ coloca-se $\phi(D)$ e no lugar de $\phi(B)$ coloca-se $\phi(E)$.

Note, também, que no movimento horizontal pelo fato de o potencial gravitacional ser o mesmo em D e em E, então $[\phi(D) - \phi(E)] = [\phi_p(D) - \phi_p(E)]$.

A mesma coluna de solo que na Figura 9.1 está em pé (na vertical) a qual, como discutimos no parágrafo anterior pode ser colocada deitada (na horizontal), pode também se encontrar inclinada. Também para esta coluna inclinada a mesma equação (equação 9.7) evidentemente se aplica. O importante é notar que, em qualquer caso (vertical, horizontal ou inclinada), L representa sempre o comprimento de solo ao longo da direção do movimento de água. Sugerimos ao leitor, como exercício, refazer a Figura 9.1 colocando a coluna na horizontal e inclinada.

9.2 RESISTÊNCIA HIDRÁULICA

A equação 9.7 pode ser utilizada para o cálculo da densidade de fluxo da água no solo saturado, desde que o valor da condutividade hidráulica possua um valor único em todo o percurso da água. Dessa forma, a equação 9.7 se aplica para solos homogêneos, não estratificados. No entanto, geralmente os solos naturais possuem uma certa estratificação, resultado dos próprios processos de formação do solo e/ou do manejo agrícola. No caso de movimento da água no solo, é obvio que a condutividade hidráulica pode assim variar ao longo do percurso no solo e nesses casos a equação de Darcy não pode ser utilizada na forma apresentada (equação 9.7). Define-se para esses casos a resistência hidráulica (R_H) do solo como sua espessura dividida pela sua condutividade hidráulica:

$$R_H = \frac{L}{K} \quad (9.8)$$

Fazendo análise dimensional de equação 9.8, verifica-se que a unidade da resistência hidráulica é a unidade de tempo, s no SI. Pela substituição da equação 9.8 na equação 9.7 obtemos uma segunda versão da Lei de Darcy:

$$q = -\frac{\Delta\phi_t}{R_H} \quad (9.9)$$

A vantagem de se trabalhar com a resistência hidráulica ao invés da condutividade hidráulica é que, no caso do movimento da água por um solo estratificado, as resistências das camadas podem ser somadas para se encontrar a resistência total.

9.3 MOVIMENTO DA ÁGUA NO SOLO NÃO SATURADO

A equação 9.7 que, como vimos, se aplica para o fluxo da água em solo saturado foi generalizada mais tarde, principalmente, por Buckingham, em 1907, para a condição de fluxo em solo não saturado, como:

$$q = -K(\theta) \frac{\phi_t(C) - \phi_t(B)}{L} = -K(\theta) \frac{\Delta\phi_t}{L} \quad (9.10)$$

Nesta equação 9.10, hoje denominada de **equação de Darcy-Buckingham**, $K(\theta)$ é a função condutividade hidráulica e $\phi = \phi_m(\theta) + \phi_g$ sendo $\phi_m(\theta)$ a função potencial mátrico; θ é a umidade volumétrica do solo. Foi Buckingham quem introduziu na Ciência do Solo as funções $\phi_m = \phi_m(\theta)$ e $K = K(\theta)$.

À semelhança da equação 9.7, verifica-se facilmente que a interpretação física dos parâmetros e do sinal negativo da equação 9.10 é idêntica a dos parâmetros e do sinal negativo da equação 9.7, com a diferença de que, agora, o solo é não saturado (Figura 9.2). A propósito, observe a semelhança entre as equações 9.7 e 9.10. Na realidade a equação 9.7 é um caso particular da equação 9.10, visto que, quando a movimento da água é sob condição saturada, $\theta = \theta_s$ (conteúdo de água de saturação), $K(\theta) = K_o$ (condutividade hidráulica do solo saturado), $\phi = \phi_p + \phi_g$ e a equação 9.10 se torna idêntica à equação 9.7. Sugerimos também, neste caso de fluxo em solo não saturado, que o leitor refaça a Figura 9.2 com a coluna de solo na horizontal e inclinada. A placa porosa nos extremos da coluna da Figura 9.2 é necessária para que se possa aplicar a tensão desejada ao longo do seu comprimento, a fim de provocar a dessaturação do solo. A coluna deve também ser perfurada para que o ar possa nela entrar e substituir a água quando deste processo de dessaturação.

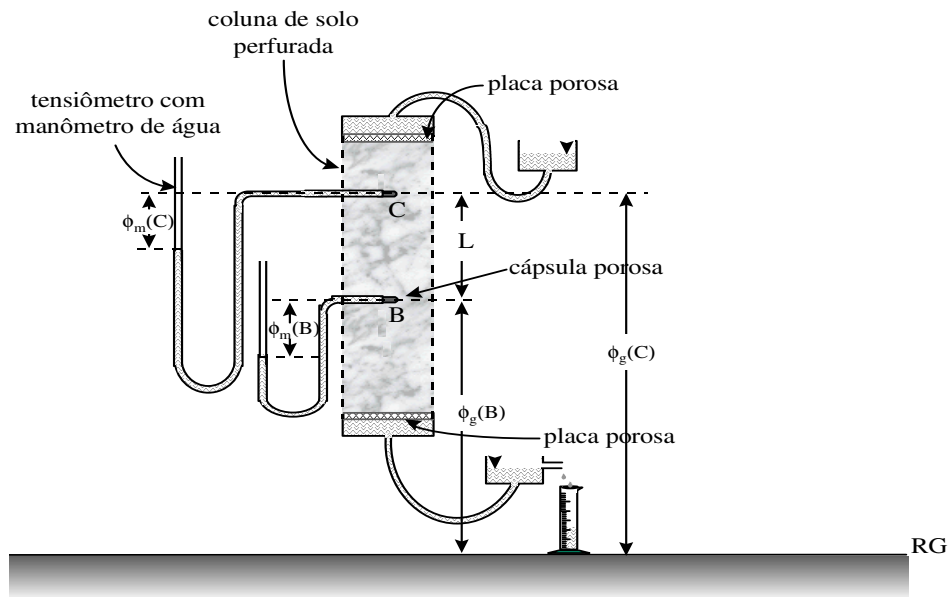
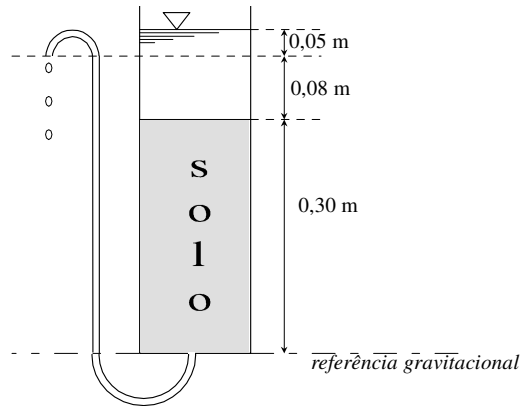


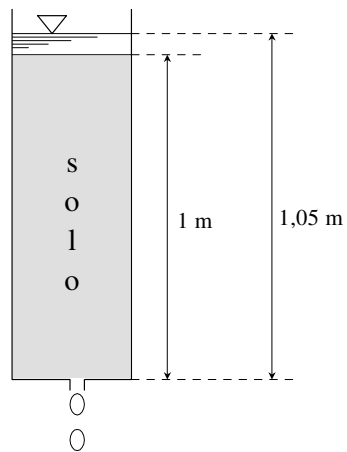
Figura 9.2 - Fluxo da água em solo não saturado: diagrama do arranjo experimental para comprovação da equação de Darcy-Buckingham.

EXERCÍCIOS

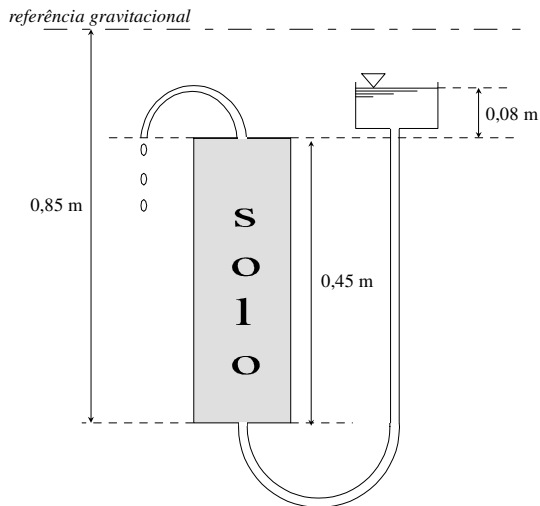
- 9.1 Faça os diagramas de potencial para as configurações experimentais das questões 9.2 a 9.4.
- 9.2 No arranjo a seguir, quanto vale a densidade de fluxo de água se o valor da condutividade hidráulica é $0,014 \text{ mm/s}$? (R: $0,0023 \text{ mm/s}$)



- 9.3 Sendo $K=100 \text{ mm/h}$ e $A=0,01 \text{ m}^2$, pergunta-se: quanto tempo é necessário para se ter 200 ml de solução passando através da coluna abaixo ? (R: $0,19 \text{ h}$)



- 9.4 Quanto tempo é necessário para que $15 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$ de solução flua através da coluna com solo abaixo? (dado: $A=0,01 \text{ m}^2$; $K=12 \text{ } \mu\text{m/s}$). (R: 703 s)



- 9.5 Uma coluna contém 50 cm de areia com uma condutividade hidráulica de 100 cm/dia. A coluna é colocada em posição vertical. Água é aplicada na superfície da areia, mantendo-se uma lâmina constante de 10 cm acima da sua superfície. No lado inferior encontra-se uma abertura.
- Determinar o valor dos potenciais no lado superior e inferior da areia com a abertura fechada e com a abertura aberta;
 - Calcular a densidade de fluxo de água através da coluna. (R: 120 cm/dia)
- 9.6 A mesma coluna da questão anterior é colocada em posição horizontal. Mantém-se a pressão de 10 cm de água no lado da entrada de água. Calcular as mesmas grandezas da questão anterior. (R: 20 cm/dia)
- 9.7 A mesma coluna da questão 5 é preenchida com 15 cm de silte ($K = 10 \text{ cm/dia}$) e, acima do silte, 35 cm de areia com $K = 100 \text{ cm/dia}$. A coluna é colocada em posição vertical. Água é aplicada na superfície da areia, mantendo-se uma lâmina constante de 10 cm acima da sua superfície.
- Calcular a resistência hídrica da coluna; (R: 1,85 dia)
 - Calcular a densidade de fluxo de água através da coluna; (R: 32,43 cm/dia)
 - Calcular o potencial total na interface areia-silte; (R: 48,65 cm, com RG na base)

Capítulo 9: Movimento da água no solo

- d) Desenhar um gráfico representando os potenciais gravitacional, de pressão e total em função da profundidade na coluna.