

GABARITO

P2

Prova - 2

Introdução a Física Nuclear - 14 de dezembro de 2023

Prof. Valdir Guimarães

Formulário

$$m_H = 1.007825 \text{ u} \quad m_p = 1.007276 \text{ u} \quad m_n = 1.008665 \text{ u} \quad 1u = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$m_{4\text{He}} = 4.002603 \text{ u} \quad m_{15\text{O}} = 15.003065 \text{ u} \quad m_{12\text{C}} = 12.00000 \text{ u}$$

$$m_e = 0.511 \text{ MeV} \quad \hbar c = 197.3 \text{ MeV fm} \quad \text{seção de choque} = \frac{d\sigma}{d\Omega} R_d$$

$$\alpha_{SI} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$\alpha_{CGS} = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$$

$$1\text{mbar} = 10^{-27} \text{ cm}^2$$

$$\text{Rutherford: } \frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{4 T_p^{CM}} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$$

$$\text{Potencial Coulombiano: } V_c = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{R} \quad \text{com } e^2 = 1.44 \text{ MeV}\cdot\text{fm} \quad R = r_0 A^{1/3} \text{ fm} \quad e r_0 = 1.25 \text{ fm}$$

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N \quad N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad \frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2 \quad N_2 \approx \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_1^0 (1 - e^{-\lambda_2 t})$$

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda}$$

Q-1. O núcleo ^{15}O é importante para aplicações em medicina. A reação utilizada para produzi-lo é a reação $^{12}\text{C}(\alpha, n)^{15}\text{O}$.

- (1.0) Utilizando as massas dos núcleos envolvidos. Determine o Q-da-reação.
- (1.0) Considerando que o alvo é o ^{12}C , qual deve ser a menor energia que as partículas alfas (saindo da fonte) devem ter para que a reação ocorra?
- (2.0) Para produzir o núcleo ^{15}O podemos usar um feixe de partículas alfa com uma intensidade de 100 nA incidindo sobre um filme fino de ^{12}C de 100 mg/cm² de espessura. Se um detector de abertura circular de 5 mm de raio é posicionado a uma distância de 20 cm do alvo, quantas partículas de neutrons seriam detectados por segundo quando esse detector estiver a 10 graus em relação a direção do feixe. (Dados: $d\sigma/d\Omega (10^\circ) = 10 \text{ mb/sr}$).

Q-2 (1.5) O núcleo ^{20}Na decai para um estado excitado do ^{20}Ne ($J^\pi=2^+$) através da emissão de um pósitron com a máxima energia cinética de 5.55 MeV. Por sua vez o ^{20}Ne nesse estado excitado decai por emissão de partículas alfa para o estado fundamental do ^{16}O ($J^\pi=0^+$). O estado fundamental do ^{20}Ne tem $J^\pi=0^+$.

a) (0.5) Desenhe um esquema (gráfico) desses decaimentos, indicando os Q-de-reação.

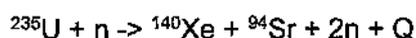
b) (1.0) Calcule os Q-de-reações para cada etapa e determine a energia cinética da partícula alfa emitida.

$$M(^{20}\text{Na})=20.007344 \text{ u}, \quad M(^{20}\text{Ne})=19.992436 \text{ u} \quad M(^{16}\text{O})=15.994915 \text{ u}$$

$$M(^4\text{He})=4.002603$$

Q3) (2.0) O isótopo radioativo de ^{90}Sr (Estrôncio) é produzido pela fissão do urânio e plutônio não apenas em reatores nucleares, mas também em testes de armas nucleares. Ele decai por beta para o ^{90}Y com uma meia-vida de 29 anos. Devido sua natureza química esse elemento é um muito perigoso para o meio ambiente. O ^{90}Y (Ítrio) também é radioativo com uma vida média de 64 horas. Suponha que tenhamos um pedaço de 1g de ^{90}Sr . Qual seria a atividade desse material após 3 dias e após 1 mês? Após quanto tempo teríamos a maior quantidade de ^{90}Y (Ítrio)?

Q5) (2.5) Considere a seguinte reação de fissão:



Sabendo-se que $Z(\text{U})=92$, $Z(\text{Xe})=54$ e $Z(\text{Sr})=38$ e que os excessos de massa dos núcleos envolvidos são:

$$M(n) = 8.071 \text{ MeV ou } 1,008664 \text{ u}$$

$$\text{m.e. } ^{235}\text{U} = +40,918 \text{ MeV ou } M(^{235}\text{U}) = 235,043928 \text{ u}$$

$$\text{m.e. } ^{140}\text{Xe} = -72,984 \text{ MeV ou } M(^{140}\text{Xe}) = 139,921656 \text{ u}$$

$$\text{m.e. } ^{94}\text{Sr} = -78,845 \text{ MeV } M(^{94}\text{Sr}) = 93,915355 \text{ u}$$

a) (0.5) Determine o Q da reação.

b) (1.0) Determine quanto de energia é gerada em cada reação em Joules

c) (0.5) Se 50g de Urânio foram consumidos, qual a energia gerada

d) (0.5) Quantas fissões por segundo devem ocorrer para gerarmos uma energia de 300 MW (energia média gerada por um reator).

P2

Q-1



$$Q = [m(^{12}\text{C}) + m(\alpha) - m(\text{M}) - m(^{15}\text{O})] \times 931.5$$

0.5
$$= [12.0000 + 4.002602 - 1.008665 - 15.003065] \times 931.5$$

$$= -8.502 \text{ MeV}$$

b) $V_c = \frac{1.44 Z_1 Z_2}{R}$

$$R = 1.25 (4^{1/3} + 12^{1/3})$$

$$R = 3.87 \text{ fm}$$

0.5
$$= \frac{1.44 \text{ MeV fm} \cdot 2 \times 6}{3.87 \text{ fm}} = 4.47 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{cm alpha}} > V_c > Q$$

$$E_{\text{cm alpha}} > Q$$

0.5
$$E_{\text{max}} = \left(\frac{12+4}{12}\right) E_{\text{cm}}$$

$$E_{\text{cm}} > 8.502 \text{ MeV}$$

$E_{\text{max}} = 11.3 \text{ MeV}$ → max. me. energie α

c) $N_F = 100 \frac{\text{mC}}{\Delta} = \frac{100 \times 10^{-9}}{2 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 31.25 \times 10^{10} \frac{\text{part}}{\Delta}$ 0.5

$N_A = \frac{100 \times 10^{-3}}{12.8} \frac{\text{g}}{\text{cm}^2} \times 6.02 \times 10^{23} = 50 \times 10^{20} \text{ parti/cm}^2$ 0.5

$\Omega = \frac{\pi S^2}{200^2} = 2 \times 10^{-3} \text{ sr}$ 0.5 $\frac{d\Omega}{d\Omega} = \frac{Y}{N_A N_F \Omega}$

$$10 \text{ mb cm} = 10 \times 10^{-27} \text{ cm}^2$$

$$10 \times 10^{-27} \text{ cm}^2 = \frac{Y}{31.25 \times 10^{10} \frac{1}{\Delta} \cdot 50 \times 10^{20} \times 2 \times 10^{-3}}$$

$\frac{Y}{\Delta} = 31,250 \times 10^3 \frac{\text{part}}{\Delta}$

0.5 ~~⊗~~

Q-2

$$m(^{20}\text{Na}) = 20.007344 \text{ u}$$

$$Z = 11$$

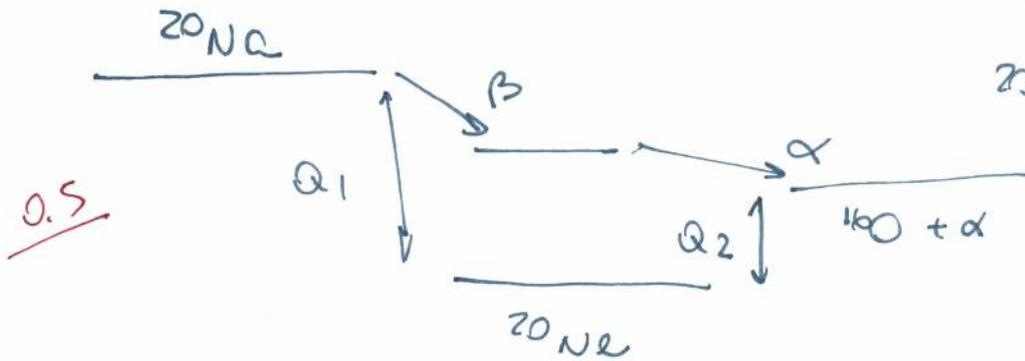
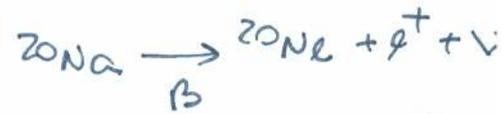
$$m(^{20}\text{Ne}) = 19.992436 \text{ u}$$

$$Z = 10$$

$$m(^{16}\text{O}) = 15.994915 \text{ u}$$

$$Z = 8$$

$$m(^4\text{He}) = 4.002603 \text{ u} \quad \left. \vphantom{m(^4\text{He})} \right\} = 20.00175$$



$$Q_1 = [m(^{20}\text{Na}) - m(^{20}\text{Ne}) - 2m_e] c^2$$

$$= [20.007344 - 19.992436] \times 931.5 - 2 \times 0.511$$

0.5

$$= 12.86 \text{ MeV}$$

$$Q_2 = [m(^{20}\text{Ne}) - m(^{16}\text{O}) - m(^4\text{He})] \times 931.5$$

0.5

$$= -4.73$$

$$Q_1 - E_\beta = Q_2 + E_\alpha$$

$$12.86 - 5.55 = 4.73 + E_\alpha$$

$$\Rightarrow E_\alpha \text{ max} = 2.58 \text{ MeV}$$

extre 0.5 part
 mem ~~100~~ calou o
 uabr cometo.

Q-3

$^{90}\text{Sr} \rightarrow ^{90}\text{Y} \rightarrow \text{C}$
29 anos 64 horas

$A \rightarrow B \rightarrow C$

$t_{1/2A} \gg t_{1/2B}$

$\lambda_A \ll \lambda_B$

Atividade inicial $A_0 = N_{0A} \times \lambda_A$

$$N_{0A} = \frac{6.02 \times 10^{23}}{90} \times 18 = 6.69 \times 10^{21} \text{ part.}$$

$$\lambda_A = \frac{0.693}{t_{1/2A}} = \frac{0.693}{(29 \text{ y})(3.156 \times 10^7 \frac{\Delta}{\text{y}})} = 7.57 \times 10^{-10} \frac{1}{\Delta}$$

$$A_{0A} = \lambda_A \cdot N_{0A} = (7.57 \times 10^{-10} \frac{1}{\Delta}) \times (6.69 \times 10^{21})$$

0.5 $= 5.07 \times 10^{12} \text{ dec.}/\Delta$

Quantidade de B $N_B = \frac{\lambda_A N_{0A}}{\lambda_B} (1 - e^{-\lambda_B t})$

$$A_B = \lambda_B N_B = \lambda_A N_{0A} (1 - e^{-\lambda_B t})$$

$$A_B = A_{0A} (1 - e^{-\lambda_B t}) = \text{0.5 } \lambda_B = \frac{0.693}{(64 \times 3600)} = 3 \times 10^{-6} \frac{1}{\Delta}$$

após 3 dias $3 \times 24 \times 3600 \Delta = 2.59 \times 10^5$ ~~$A_B = 5.07 \times 10^{12}$~~

$$A_B = 5.07 \times 10^{12} (1 - e^{-2.59 \times 10^5 \times 3 \times 10^{-6}})$$

0.5 $(1 - 0.46) = 2.73 \times 10^{12}$

$$A_{\text{total}} = A_{0A} + A_B = (5.07 + 2.73) \times 10^{12} = 7.80 \times 10^{12} \text{ Bq}$$

após 1 ms

0.5 $A_B = 5.07 \times 10^{12} (1 - e^{-2.59 \times 10^5 \times 91 \times 10^{10}})$
 $= 5.07 \times 10^{12}$

$$A_{\text{total}} = (5.07 + 5.07) = 10.14 \times 10^{12} \text{ Bq}$$

Q-4



$$a) Q = [235.043928 - 139.921656 - 93.915355 - 1.008664] \times 931.5$$

$$Q = +184.7 \text{ MeV} \quad \underline{1.0}$$

$$b) E = 185 \times 10^6 \text{ eV} \times 1.6 \times 10^{-19} \frac{\text{J}}{\text{eV}} \\ E = 3 \times 10^{-11} \text{ J} \quad \underline{0.5}$$

c) número de ${}^{235}\text{U}$ em 50g

$$n = \frac{50}{235} \times 6.02 \times 10^{23} = 1.28 \times 10^{23} \text{ part.}$$

cada ${}^{235}\text{U}$ gera ~~E = 184.7 MeV~~ $\bar{E} = 3 \times 10^{-11} \text{ J}$

$$1.28 \times 10^{23} \quad - \quad \times$$

$$x = 3.84 \times 10^{12} \text{ J} \quad \underline{0.5}$$

$$d) P = 300 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

1 dissol
x

$$3 \times 10^{-11} \text{ J} \\ 300 \times 10^6 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$\Rightarrow x = 10^{19} \text{ dissol}$$