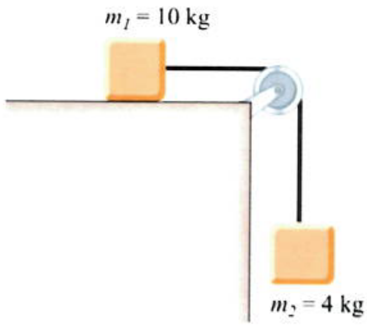
Mecânica – 2023 – Diurno – Prof. Daniel R. Cornejo
Prova Substitutiva – 21/12/2023

Nome: **Nº USP:**

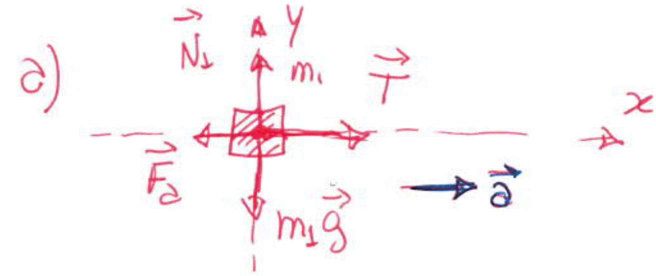
Q1. Considere o sistema da figura, o qual está em movimento com aceleração de intensidade a. O coeficiente de atrito dinâmico entre o bloco m_1 e a mesa é $\mu_d = 0{,}22$, de maneira que o bloco m_1 desliza para o lado direito (e, correspondentemente, m_2 está descendo). A polia tem massa desprezível. Considere $g = 10$ m/s^2.

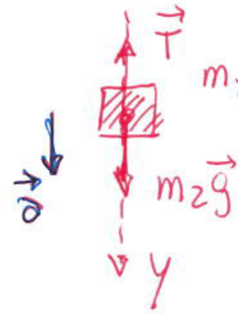


a) (1,0) Faça o diagrama de corpo isolado de cada bloco mostrando as correspondentes forças atuantes.

b) (2,0) Usando sistemas de coordenadas apropriados e a segunda lei de Newton, determine o valor da tensão T na corda, e o valor da aceleração a.

a)





b) $N_1 = m_1 g$

$F_a = \mu_d N_1 = \mu_d m_1 g$

$T - F_a = m_1 a$

$T - \mu_d m_1 g = m_1 a \quad (\mathrm{I})$

$m_2 g - T = m_2 a \quad (\mathrm{II})$

De (I) e (II) temos que:

$(\mathrm{I}) + (\mathrm{II}) \Rightarrow$

$m_2 g - \mu_d m_1 g = (m_1 + m_2) a$

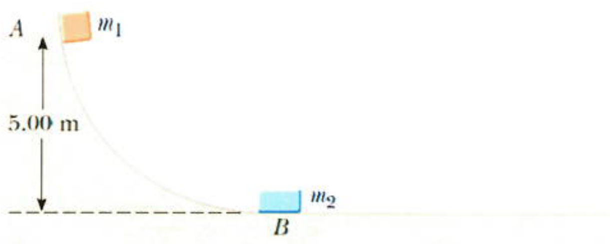
$$\Rightarrow \quad a = g\left(\frac{m_2 - \mu_d m_1}{m_1 + m_2}\right) = 10 \times \frac{4 - 2{,}2}{14} = \frac{9}{7} \frac{m}{s^2} \simeq 1{,}3 \frac{m}{s^2}$$

$$\boxed{a \simeq 1{,}3 \ m/s^2}$$

Usando (II) $\Rightarrow$ $T = m_2 g - m_2 a = m_2(g - a) \simeq 35 \ N$

$$\boxed{T \simeq 35 N}$$

Q2. Uma massa m_1 = 10,0 kg, inicialmente em repouso, é solta desde o ponto A de uma rampa, como mostrado na figura. A massa m_1 desliza pela rampa sem atrito, e colide no ponto B com uma segunda massa m_2 = 5,0 kg que se encontrava em repouso. Considere que a colisão é perfeitamente elástica.



a) (1,0) Calcule a velocidade com a qual a massa m_1 chega ao ponto B, um instante antes da colisão.

b) (2,0) Calcule as velocidades finais das massas m_1 e m_2 depois da colisão.

a) Para a massa m_1 temos $E_{M1} = E_{c1} + E_{p1}$

$$E_{M1} = \frac{1}{2} m_1 v^2 + m_1 g y$$

$E_{M1\,i} = m_1 g y_0$ sendo $y_0 = 5\,m$

$E_{M1\,f} = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ sendo v_1 a velocidade da massa m_1, um instante antes da colisão.

$$\Rightarrow m_1 g y_0 = \frac{1}{2} m_1 v_1^2 \Longrightarrow v_1 = \sqrt{2 g y_0}$$

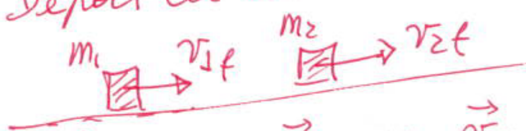
$$v_1 = \sqrt{2 \times 10 \times 5} = 10\ m/s \qquad \boxed{v_1 = 10\ m/s}$$

b) Antes da colisão

$\vec{P}_{sist} = m_1 \vec{v}_1$

$P_{sist} = m_1 v_1$

Depois da colisão



$\vec{P}_{sist} = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f}$

$P_{sist} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$

$$\Rightarrow m_1 v_1 = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \quad (I)$$

e $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2 \quad (II)$ → porque o choque é perfeitamente elástico.

$\Longrightarrow$

$\Rightarrow$ usando os valores de $m_1 = 10\ kg$, $m_2 = 5\ kg$ e $v_I = 10\ m/s$ temos para (I) e (II):

$$\text{(I)} \quad 100 = 10\, v_{1f} + 5\, v_{2f} \;\rightarrow\; 20 = 2\, v_{1f} + v_{2f}$$
$$\text{(II)} \quad 500 = 5\, v_{1f}^2 + 2{,}5\, v_{2f}^2 \;\rightarrow\; 200 = 2\, v_{1f}^2 + v_{2f}^2$$

De (I) $v_{2f} = 20 - 2\, v_{1f}$ $\quad *$

$$\Rightarrow \text{(I)} \quad 200 = 2\, v_{1f}^2 + (20 - 2\, v_{1f})^2$$
$$200 = 2\, v_{1f}^2 + 400 - 80\, v_{1f} + 4\, v_{1f}^2$$

reordenando: $6\, v_{1f}^2 - 80\, v_{1f} + 200 = 0$

$$v_{1f} = \frac{80 \pm \sqrt{80^2 - 4800}}{12} = \frac{80 \pm \sqrt{1600}}{12}$$

$$v_{1f} = \frac{80 \pm 40}{12} \begin{cases} 10\ m/s \\ 3{,}3\hat{3}\ m/s \end{cases}$$

qual é o valor correto?

se $v_{1f} = 10\ m/s \overset{*}{\Longrightarrow} v_{2f} = 20 - 2\, v_{1f} = 0$

$v_{2f} = 0$ significa que m_2 após a colisão fica em repouso! Fisicamente isso não é possível.

Então $\boxed{v_{1f} = 3{,}3\hat{3}\ m/s}$

e $v_{2f} = 20 - 2\, v_{1f} = 13{,}3\hat{3}\ m/s$

$$\boxed{v_{2f} = 13{,}3\hat{3}\ m/s}$$

Q3. Uma partícula de massa $m = 1$ kg se move ao longo da direção x sob o efeito da força $F(x) = 3x^2 - 12x + 9$ sendo que x é medido em metros e F em Newtons.

a) (1,0) Considerando $U(x = 1) = 0$ J, determine a expressão da energia potencial da partícula.

b) (1,0) Faça um gráfico de $U(x)$ em função de x para o intervalo de posições $-0{,}5$ m < x < 4,5 m. Mostre no gráfico os possíveis pontos de equilíbrio estáveis e instáveis, explicando o significado desses pontos.

c) (1,0) Considere que a partícula tem velocidade nula quando ela se encontra na posição $x = 0$. Explique como será o subsequente movimento da partícula. Qual será a velocidade máxima e em que ponto isso ocorrerá? Explique o seu raciocínio.

d) (1,0) Para que valores da energia mecânica total a partícula poderá apresentar um comportamento oscilatório? Explique o seu raciocínio.

a) Dado que $F(x) = -\frac{dU}{dx} \Rightarrow \int dU = -\int F(x)\,dx$

$$\Rightarrow U(x) = -\int (3x^2 - 12x + 9)\,dx = -[x^3 - 6x^2 + 9x] + U_0$$

$U(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + U_0$ e $U(1) = 0 \Rightarrow$

$U(1) = -1 + 6 - 9 + U_0 = 0 \Rightarrow U_0 = +4$ J

$$\Rightarrow \boxed{U(x) = -x^3 + 6x^2 - 9x + 4}$$

b) $U(x) \xrightarrow[x \to +\infty]{} -\infty$

$U(x) \xrightarrow[x \to -\infty]{} +\infty$

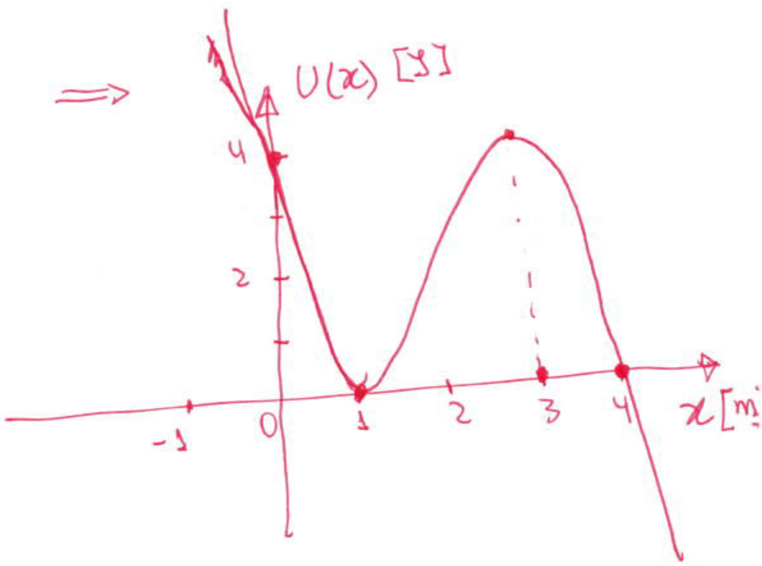
$\frac{dU}{dx} = -3x^2 + 12x - 9 = 0$

$\Rightarrow x^* = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 108}}{-6}$

$\Rightarrow x^* = \frac{-12 \pm 6}{-6} \nearrow 3, \searrow 1$

$\left.\frac{d^2U}{dx^2}\right|_{x^*} = -6x + 12$ $\begin{matrix} 3 \nearrow -6 \text{ Max} \\ 1 \searrow +6 \text{ Min} \end{matrix}$

$\Rightarrow$



$U(3) = 4$ e $U(4) = 0$

$U(1) = 0$ $\quad U(0) = 4$

$\Rightarrow$

$x=1$ é um ponto de equilíbrio estável: é um mínimo da energia potencial.

$x=3$ é um máximo da energia potencial, logo é um ponto de equilíbrio instável.

c) Se $v=0$ em $x=0$ (onde $U=4\,J$) então a E_M da partícula é $E_M = \frac{1}{2}mv^2 + U(x=0) = 4\,J$.
No ponto $x=0$ a partícula tem velocidade nula, mas há aplicada uma força no sentido positivo do eixo x, então a partícula se desloca à direita, aumentando a velocidade (e a E_c) e diminuindo a sua $U(x)$. No ponto $x=1\,m$ ela tem máxima E_c ($=4\,J$) e mínima U ($0\,J$); depois ela continua avançando mas agora encontra uma força negativa. Então ela perde velocidade (diminui a E_c) e aumenta a energia potencial. Ao chegar no ponto $x=3$, a partícula tem $E_c=0$ (então $v=0$) e $U=4\,J$, mas nesse ponto $F=0$, então a partícula fica em repouso, no ponto de equilíbrio instável.
Em $x=1$ terá $v_{MAX} = \sqrt{8}\ m/s$

d) Se a energia mecânica estiver na faixa de valores $0 < E_M < 4\,J$ e a partícula se encontrar inicialmente na região $0 < x < 3\,m$, então ela oscilará entre dois pontos de retorno, em torno do ponto de equilíbrio estável $x = 1\ m$.