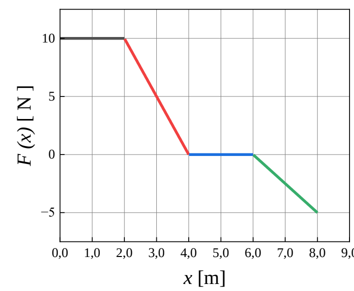
Mecânica – 2023 – Diurno – Prof. Daniel R. Cornejo
Prova 2 – 18/12/2023

Nome: **N^0 USP:**

Q1. Um bloco de massa m = 4,0 kg move-se em uma linha reta (eixo x) sobre uma superfície horizontal (sem atrito) sob a influência de uma força conservativa que varia com a posição, conforme mostrado na Figura ao lado. Quando a partícula se encontra na posição x = 0, a sua velocidade é v = + 3 m/s.

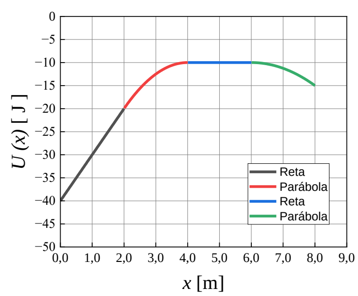


a) (1,0) Calcule o trabalho realizado pela força quando o bloco se move entre os pontos x_i = 2,0 m e x_f = 8,0 m.

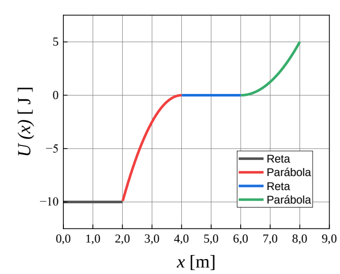
b) (1,0) Determine os valores da velocidade e da aceleração da partícula quando ela passa pelo ponto x = 2,0 m.

c) (2,0) Um dos quatro gráficos mostrados abaixo corresponde à energia potencial $U(x)$ (medida em J) associada à força da figura acima. Determine qual é o gráfico correto, JUSTIFICANDO a sua resposta.

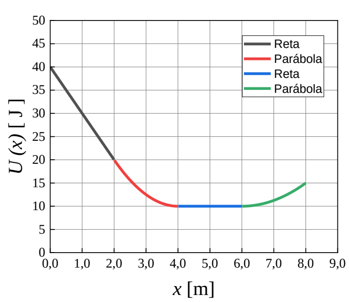
Opção I



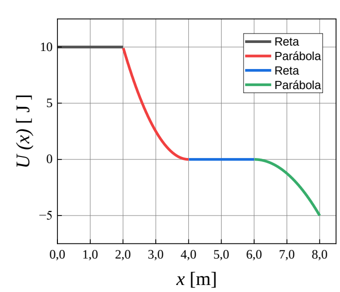
Opção II



Opção III



Opção IV



a) $W_F = \int_2^8 \vec{F} \cdot d\vec{r} = área\ sob\ a\ curva = \int_2^4 \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_4^6 \vec{F} \cdot d\vec{r} + \int_6^8 \vec{F} \cdot d\vec{r} =$

Resposta:
$W_F = 10\,J + 0\,J + (-5\,J) = +5\,J$

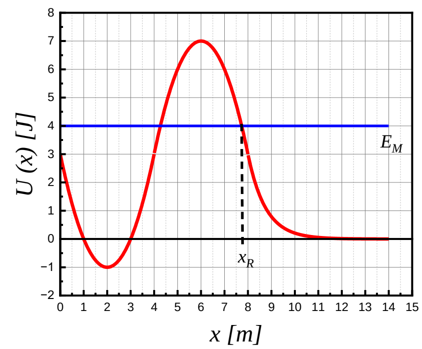
b) $W_F = \int_0^2 \vec{F} \cdot d\vec{r} = 20\,J = Ec\ (2m) - Ec\ (0m) = \frac{1}{2} m[v^2(2m) - v^2(0m)]$
$20 = \frac{1}{2} 4[v^2(2m) - 3^2] = 2[v^2(2m) - 9]$
$10 = [v^2(2m) - 9]$
$19 = v^2(2m)$

Resposta:
$v(2m) = \sqrt{19}\ m/s$

$a(2m) = \frac{F}{m} = \frac{10\ N}{4\ kg}$ = 2,5 m/s^2

c) Opção III: dado que a força deve ser igual à derivada de *U(x)* com sinal trocado, devemos verificar a derivada de cada gráfico, trocar de sinal e ver si isso é compatível com a *F(x)*. Dado que entre x = 0 e x = 2m temos uma força constante, F = + 10 N, então *U(x)* nessa região deve ser uma linha reta com inclinação negativa. O único gráfico que mostra isso é o III.

Q2 Uma partícula de massa m = 2 kg move-se ao longo do eixo x sob a ação de uma força conservativa $F(x)$ em uma região onde a energia potencial $U(x)$ varia conforme o gráfico apresentado na figura. No instante inicial, a partícula se encontra na posição x = 12,0 m, e a sua velocidade é v = -2,0 m/s.



a) (1,0) Calcule o valor da energia mecânica E_M da partícula. Mostre essa E_M no gráfico ao lado.

b) (2,0) Descreva como será o movimento da partícula a partir do instante inicial, especificando se ela encontra ou não algum ou alguns pontos de retorno.

c) (1,0) Determine qual deveria ser o valor da velocidade da partícula no ponto x = 12 m para que ela atinja o ponto de equilíbrio instável.

a) Dado que a força é conservativa, escrevemos $E_M = E_C + U(x) = constante$.
Em x = 12 m o gráfico mostra que U = 0 J, e dado que v = -2,0 m/s, a energia cinética nesse ponto é $E_C = \frac{1}{2}m(-2)^2 = 4\,J$
Então $E_M = 4\,J + 0\,J = 4\,J$

Resposta $E_M = 4\,J$ e uma linha constante em 4 J deve ser feita no gráfico.

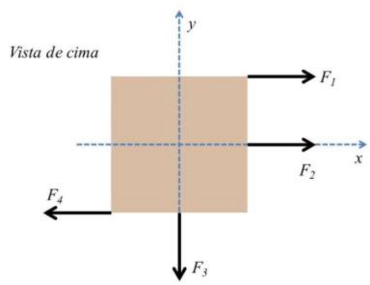
b) Dado que em t = 0 a partícula se encontra no ponto x = 12 m com velocidade negativa (v = -2,0 m/s), ela se movimenta no sentido contrario ao eixo x, até chegar no ponto $x_R \cong 7{,}7$ m (valor aproximado) que é um ponto de retorno (ou seja, um ponto onde a E_C = 0 e a força sobre a partícula não é nula). Por causa dessa força (observe que a inclinação de U no ponto de retorno é negativa, logo a força é positiva) a partícula inverte seu movimento, começando a ganhar velocidade no sentido positivo do eixo x. Como não encontra nenhum outro ponto de retorno, a partícula continua seu movimento para $+\infty$.

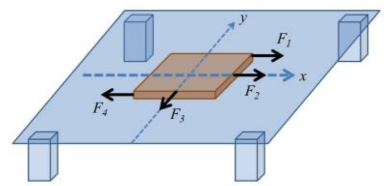
c) Para a partícula atingir o ponto de equilíbrio instável, que é x = 6,0 m, ou seja, o ponto onde $U(x)$ é máximo, a energia mecânica da partícula deveria ser E_M = 7 J. Assim, a sua velocidade no ponto x = 12 m, onde a energia potencial é nula, deve ser tal que a energia cinética seja 7 J. Então $E_C = \frac{1}{2}m(v)^2 = 7\,J$, o que leva a $v = \pm\sqrt{7}\ m/s$.

Resposta: dado que a partícula no ponto x = 12 m precisa ir para o ponto x = 6 m, então a velocidade necessária correta é $v = -\sqrt{7}\ m/s$.

Q3. Um bloco maciço e de forma quadrada inicialmente em repouso está sobre uma mesa lisa e horizontal. O bloco tem massa M = 3,0 kg, momento de inércia I = 0,02 kg m^2 (em relação ao eixo perpendicular que passa pelo seu centro) e os lados do quadrado medem 0,2 m. No instante inicial, sobre o bloco são aplicadas quatro forças, todas da mesma intensidade, 20 N, mas em pontos diferentes, como se mostra nas figuras. Não há forças de atrito entre o bloco e a mesa.

a) (0,5) Determine o vetor força resultante $\overrightarrow{F_R}$ atuante sobre o bloco.
b) (0,5) Determine o vetor aceleração do centro de massa do bloco, $\vec{a}_{CM}$.
c) (0,5) Calcule o torque resultante $\overrightarrow{\tau_R}$ sobre o bloco, em relação ao eixo de rotação. Indique a direção e o sentido desse torque.
d) (0,5) Calcule a aceleração angular $\vec{\gamma}$ produzida pelo torque, indicando direção e sentido do vetor.





a) $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{F_2} = 20\,\hat{\imath}$ N, $\quad \overrightarrow{F_3} = 20\,\hat{\jmath}$ N, $\quad \overrightarrow{F_4} = -20\,\hat{\imath}$ N

$$\overrightarrow{F_R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} + \overrightarrow{F_4} = 20\,\hat{\imath} + 20\,\hat{\imath} + 20\,\hat{\jmath} - 20\,\hat{\imath} = 20\,\hat{\imath} - 20\,\hat{\jmath}$$

Resposta $\overrightarrow{F_R} = (20\,\hat{\imath}$ - $20\,\hat{\jmath}$) N

b) $\vec{a}_{CM} = \frac{\overrightarrow{F_R}}{M} = (20/3\ \hat{\imath} - 20/3\ \hat{\jmath}\ )\ m/s^2$

c) $\tau_{F2} = \tau_{F3} = 0$ (porque $\alpha = 0$)

$\tau_{F1} = \tau_{F4} = r\,F$ sen(45^0) sendo que $r = \sqrt{0{,}02}$ m, então:

$\tau_{F1} = \tau_{F4} = \sqrt{0{,}02}$ x 20 x $\frac{\sqrt{2}}{2}$ = 2 Nm

Os torques de F_1 e F_4 são entrantes no plano da folha (pela regra da mão direita), então o torque resultante é τ_{FR} = 4 Nm (entrante no plano da folha).

d) $\gamma = \frac{\tau_{FR}}{I} = \frac{4}{0{,}02} = 200\ rad/s$ (vetor entrante no plano da folha).