Física IV (IF 2023)
Aula 40

- Objetivos de aprendizagem

  - Definir o quadrivetor densidade de corrente

  - Expressar a equação de continuidade em “forma covariante”

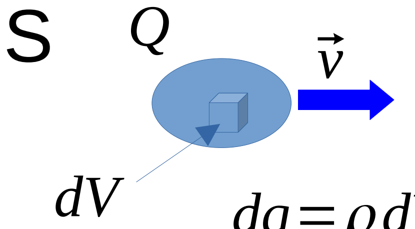
  - Escrever as Equações de Maxwell em “forma covariante”

  - Obter as Equações de Maxwell na forma tradicional a partir da forma relativística (covariante)

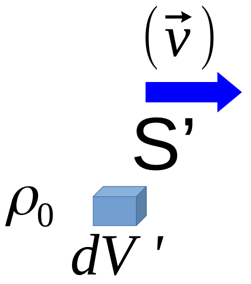
  - Obter a Força de Lorentz a partir da Força de Minkowski

  - Obter a equação de continuidade a partir das Equações de Maxwell expressas em termos dos tensores de campo

Densidade de carga “em movimento”



$$dq = \rho\, dV \qquad \vec{J} = \rho \vec{v}$$



$$\rho = \rho_0\, \gamma(v)$$

$$\vec{J} = \rho_0\, \gamma(v) \vec{v}$$

Quadrivetor densidade de corrente

$$J^{\mu} = \rho_0\, \eta^{\mu} = \begin{bmatrix} \rho c \\ \vec{J} \end{bmatrix}$$

Equação da continuidade

$$\vec{\nabla}.\vec{J}=-\frac{\partial\rho}{\partial t}$$

$$J^{\mu}=\rho_0\,\eta^{\mu}=\begin{bmatrix}\rho c\\ \vec{J}\end{bmatrix}\qquad x^{\mu}=\begin{bmatrix}ct\\ x\\ y\\ x\end{bmatrix}$$

$$\frac{\partial J^{\mu}}{\partial x^{\mu}}=\frac{c\,\partial\rho}{c\,\partial t}+\frac{\partial J_x}{\partial x}+\frac{\partial J_y}{\partial y}+\frac{\partial J_z}{\partial z}=0$$

(divergente em 4 D)

$$\frac{\partial J^{\mu}}{\partial x^{\mu}}=0$$

Ou: $\partial_{\mu}J^{\mu}=0$ (forma covariante)

Equações de Maxwell

$$\partial_\nu F^{\mu\nu} = \mu_0 J^\mu , \;\; \partial_\nu G^{\mu\nu} = 0$$

$\mu = 0$ Lei de Gauss, Inexistência de monopolos magnéticos

$\mu = 1,2,3$ Lei de Ampére-Maxwell, Lei de Faraday

$$F^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & E_x/c & E_y/c & E_z/c \\ -E_x/c & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y/c & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z/c & B_y & -B_x & 0 \end{bmatrix}$$

$$G^{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 0 & B_x & B_y & B_z \\ -B_x & 0 & -E_z/c & E_y/c \\ -B_y & E_z/c & 0 & -E_x/c \\ -B_z & -E_y/c & E_x/c & 0 \end{bmatrix}$$

Força de Minkowski

$$K^{\mu}=q\,\eta_{\nu}F^{\mu\nu}$$

→ Força de Lorentz

Problemas Griffiths

Problema 12.52 Obtenha a equação de continuidade (12.125) diretamente das equações de Maxwell (12.126).

Problema 12.53 Mostre que a segunda equação em (12.126) pode ser expressa em termos de tensor de campo $F^{\mu\nu}$ como se segue:

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x^{\lambda}} + \frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x^{\mu}} + \frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x^{\nu}} = 0. \tag{12.129}$$

Problema 12.54 Calcule e interprete fisicamente o componente $\mu = 0$ da lei de força eletromagnética, Equação 12.127.

$$\boxed{K^{\mu} = q\eta_{\nu}F^{\mu\nu}.} \tag{12.127}$$