

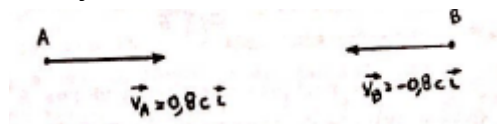
Lista de Relatividade - Física IV

Simultaneidade

- 1) Qual deve ser a velocidade de uma pessoa A relativamente a uma pessoa B para que B observe que o relógio de A anda 10 vezes mais devagar que seu próprio? $v = 0,99c$
- 2) Uma pessoa A possui um relógio de luz em que esta se move verticalmente. A pessoa se desloca para a direita em direção a uma pessoa B, com uma velocidade de $v = 3c/5$. Qual o valor da componente vertical da velocidade da luz em relação à pessoa B? $4c/5$
- 3) Um trem se move com velocidade v , para a direita, relativamente à plataforma de uma estação. Um sinal luminoso, emitido no centro do trem, ilumina simultaneamente as duas extremidades. O que observam os funcionários da estação? **A extremidade traseira do trem é iluminada antes da extremidade dianteira.**

Transformação de Lorentz/contração do espaço/ dilatação do tempo

- 4) Um méson π^+ é criado em uma colisão de alta energia de uma partícula primária dos raios cósmicos, na atmosfera da Terra, a 20Km acima do nível do mar. Ele desce verticalmente a uma velocidade de $0,9999c$ e se desintegra, no seu sistema próprio, $2,6 \times 10^{-8}s$ após a sua criação. A que altitude acima do nível do mar ele é observado na Terra, no momento da desintegração? $h = 19,448km$
- 5) Duas naves espaciais, A e B, viajam em sentidos contrários, com velocidade



de $0,8c$ em relação à Terra.

Cada nave

tem o mesmo comprimento, $L_0 = 100m$, no referencial inercial.

- a) Qual o comprimento de cada nave medido por um observador na Terra? $L_A = L_B = 60m$
- b) Qual o comprimento e a velocidade da nave B medidos por um observador na nave A? $L_B' = 21,78m$ $v_B = -0,976c$
- c) Qual o comprimento e a velocidade da nave A medidos por um observador na nave B? $L_A' = 21,78m$ $v_A = 0,976c$

6) Uma régua de 1 m está se movendo paralelamente a sua maior dimensão com velocidade $0,6c$ em relação a um observador.

- Determine o tamanho da régua medido pelo observador.
- Quanto tempo a régua leva para passar pelo observador?
- Desenha o diagrama espaço-tempo, do ponto de vista do observador, supondo que a parte dianteira da régua passa pelo ponto $x=0$ no instante $t=0$

"6,5") O tempo médio de vida de múons estacionários é de $2,2 \mu\text{s}$. O tempo médio de vida dos múons de alta velocidade produzidos pelos raios cósmicos é de $16 \mu\text{s}$ no referencial da Terra. Determine a velocidade em relação à Terra dos múons produzidos pelos raios cósmicos (em função de c). ~~$0,97c$~~ $0,99c$

Composição de velocidades

7) Dois nêutrons 1 e 2 aproximam-se um do outro ao longo da mesma reta, com velocidades opostas v e $-v$, respectivamente, vistos do referencial do laboratório. a) Calcule a velocidade V de 1 em relação a 2, e verifique que ela é sempre $< c$. b) Calcule a energia total do nêutron 2 vista do referencial de 1, em função da massa

$$v_{rel} = \frac{2v}{1 + \frac{v^2}{c^2}}, \quad E = m_0 c^2 \frac{c^2 + v^2}{c^2 - v^2}$$

de repouso do nêutron m_0 .

8) Um trem T1 viaja (no sentido negativo de x) a $0,75c$ em relação à estação enquanto que um segundo trem T2 viaja (no sentido positivo de x) a $0,9c$. Calcule:

- A velocidade de T1 $v_{21}=0,985c$ (em magnitude, com relação a T2)
- a velocidade da estação de trem em relação a T2 $v = -0,9c$

9) Duas galáxias se afastam de um observador em sentidos opostos, com uma velocidade escalar v comum, mas desconhecida. Sendo a velocidade escalar relativa das galáxias de $0,6c$, ache v . $v/c=1/3$

Efeito Doppler

10) Qual deve ser a velocidade de um motorista para que a luz vermelha pareça verde? (vermelho= 650 nm e verde= 550 nm). Ao fazer o cálculo, use a fórmula

relativística do deslocamento Doppler: $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$, onde v é a velocidade de aproximação e λ é o comprimento de onda da fonte.

11) Determinar a velocidade de recessão do quasar 3C9, sabendo que seu deslocamento para o vermelho é $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 2$. Utilize $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} + 1 = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}}$, onde v é a velocidade de recessão.

12) Um físico está sendo julgado por ter avançado um sinal vermelho e alega para o juiz de trânsito que o sinal lhe pareceu verde, devido ao efeito Doppler. O juiz condena-o a pagar uma multa de 1 real para cada km/h de excesso de velocidade ultrapassando os 50km/h regulamentares. Qual é o valor da multa? (

$$\lambda_{\text{vermelho}} = 6500 \text{ \AA}, \lambda_{\text{verde}} = 5300 \text{ \AA}) \text{ 216 milhões de reais}$$

13) Uma galáxia distante está se afastando da Terra com uma velocidade $1,85 \times 10^7$ m/s. Calcule o desvio para o vermelho $(\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$ da galáxia

14) A luz de uma estrela próxima apresenta um desvio para o azul de 2%. A estrela está se aproximando ou se afastando da Terra? Calcule sua velocidade (supondo que a direção do movimento seja a da reta que liga a estrela a Terra).

Momento Relativístico/Energia Relativística

15) Um corpo de massa de repouso m_0 se desintegra em duas partes, de massas de repouso m_{01} e m_{02} , e velocidades v_1 e v_2 respectivamente. Mostre que a) $m_0 > m_{01} + m_{02}$, e que b) a relação entre as velocidades é dada por:

$$v_1 = -\frac{m_{02}v_2}{m_0\sqrt{1 - v_2^2/c^2} - m_{02}}$$

16) A vida média de mésons μ em repouso é $2,2 \times 10^{-6}$ s. Uma medida no laboratório forneceu uma vida média de $6,9 \times 10^{-6}$ s.

- Qual a velocidade dos mésons nessa medida? $v/c = 0,948$
- A massa de repouso de uma méson μ é $1,89 \times 10^{-28}$ kg. Qual a massa relativística dos mésons nessa medida? $m = 5,914 \times 10^{-28}$ kg
- Qual a sua energia cinética? $T = 3,63 \times 10^{-11}$ J
- Qual é o seu momento? $p = 1,682 \times 10^{-19}$ kg m/s

17) Uma partícula A com massa de repouso m_0 se choca numa colisão elástica com uma partícula B com massa de repouso $2m_0$. Antes da colisão a partícula A se move na direção +x com velocidade $0,6c$, e a partícula B está em repouso. Depois da colisão, a partícula A se move na direção +y e a partícula B se move segundo um ângulo θ em relação à direção +x. Escreva as equações das quais poderíamos determinar o ângulo θ e as velocidades de A e B depois da colisão.

18) Um méson π carregado (massa de repouso = $237 m_e$) em repouso se desintegra em um neutrino (massa de repouso zero) e um méson μ (massa de repouso $207 m_e$). Calcule as energias cinéticas do neutrino e do méson μ . $E_n = 2,3E-12J$, $E_u = 1,55E-13J$

Equivalência massa - energia

19) O núcleo C12 consiste em 6 prótons (H1) e 6 nêutrons (n), mantidos em estreita associação por forças nucleares intensas. As massas de repouso são:

C12 = 12u, H1 = 1,007825u, n = 1,008665u

Qual a energia necessária para separar um núcleo de C12 em seus prótons e nêutrons constituintes? $E = 1,49 \times 10^{-11} J$

Transformação dos campos eletromagnéticos

20) (12.42 Griffiths) Um capacitor de placas paralelas, em repouso no referencial S_0 e inclinado num ângulo de 45° com o eixo x_0 , tem densidades de carga $\pm \sigma_0$ em cada uma das placas. O referencial S se move para a direita com velocidade v relativa a S_0 . Responda:

- Ache \mathbf{E}_0 no referencial S_0 .
- Ache \mathbf{E} no referencial S .
- Qual o ângulo que as placas fazem com o eixo x ?
- O campo elétrico é perpendicular às placas em S ?

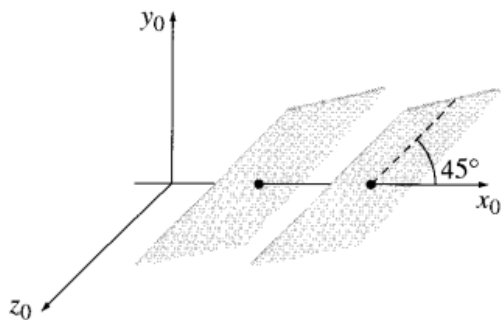


Figure 12.41

21) (12.44 Griffiths) a) a carga q_A está em repouso na origem do sistema S ; a carga q_B se move com velocidade v numa trajetória paralela ao eixo x , mas em $y = d$. Qual é a força eletromagnética sobre q_B quando ela cruza o eixo y ?

b) Agora vamos estudar o mesmo problema mas de um referencial \bar{S} , que se move para a direita com velocidade v . Qual é a força sobre q_B quando q_A para pelo eixo \bar{y} ?

Quadrivetores

22) (12.19 Griffiths) O paralelo entre rotações e Transformações de Lorentz é ainda mais impressionante quando introduzimos a rapidez:

$$\theta \equiv \tanh^{-1}(v/c).$$

- (a) Expresse a matriz de transformação de Lorentz Λ (Eq. 12.24) em termos de θ e compare com a matriz de rotação (Eq. 1.29).
(b) Expresse a lei de adição de velocidades de Einstein em termos de rapidez.

23) (12.20 Griffiths) a) O evento A acontece no ponto ($x_A = 5$, $Y_A = 3$, $Z_A = 0$) e num tempo t_A dado por $ct_A = 15$; o evento B ocorre em (10, 8, 0) e $ct_B = 5$, ambos no sistema S.

- (i) Qual é o intervalo invariante entre A e B?
(ii) Existe um sistema inercial em que eles acontecem simultaneamente? Se sim, ache a velocidade (magnitude e direção) relativa a S.
(iii) Existe um sistema em que eles ocorrem no mesmo ponto? Se sim, ache a velocidade relativa a S.
(b) Repita a parte (a) para $A = (2, 0, 0)$, $ct = 1$; e $B = (5, 0, 0)$, $ct = 3$.

24) (12.21 Griffiths) As coordenadas para o evento A são ($x_A, 0, 0$), t_A , e as coordenadas para o evento B são ($x_B, 0, 0$), t_B . Assumindo que o deslocamento entre eles é do tipo espaço, ache a velocidade do sistema em que eles são simultâneos.

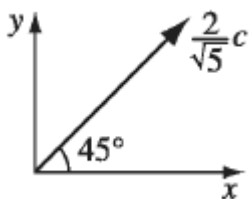
Quadrivelocidade

25) (12.25 Griffiths) Um carro está viajando ao longo da linha que forma 45° com o eixo x no sistema S, com velocidade $(2/\sqrt{5})c$.

- (a) Ache as componentes u_x e u_y da velocidade.
(b) Ache as componentes η_x e η_y da velocidade própria.
(c) Ache a componente zero do quadrivetor, η^0 .

O sistema \bar{S} se move na direção x com velocidade $\sqrt{2/5}c$ relativa a S. Usando as leis de transformação:

- (d) Ache as componentes da velocidade \bar{u}_x e \bar{u}_y em \bar{S} .



Quadrivetor momento-energia

26) (12.29 Griffiths) Se a energia cinética da uma partícula é n vezes a energia de repouso, qual é a sua velocidade?

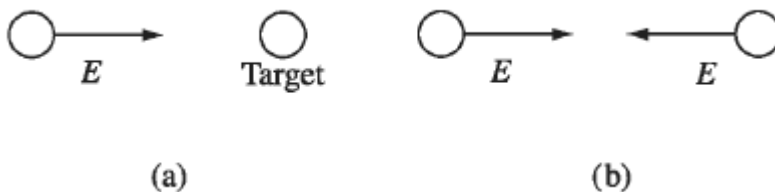
Efeito Compton/Efeito fotoelétrico

27) (12.32 Griffiths) Uma partícula de massa m e energia total duas vezes a energia de repouso se choca com uma partícula idêntica em repouso. Se elas “grudam”, qual é a massa resultante da partícula composta? Qual sua velocidade?

28) (12.33 Griffiths) Um pión neutro de massa de repouso m e momento relativístico $p=3mc/4$, decai em dois fótons. Um dos fótons é emitido na mesma direção que o pión original, e o outro na direção oposta. Ache a energia relativística de cada fóton.

29) (12.34 Griffiths) No passado, a maior parte dos experimentos em física de partículas envolvia alvos estacionários: uma partícula (um próton ou elétron) era acelerado até uma alta energia E , e colidia com uma partícula alvo em repouso. Energias relativas muito maiores são obtidas (com o mesmo acelerador) quando ambas as partículas são aceleradas a uma energia E , e lançadas uma contra a outra. Classicamente, a energia E de uma partícula, relativa a outra, é apenas $4E$... não é uma vantagem muito grande. Mas relativisticamente o ganho pode ser enorme. Assumindo que as duas partículas têm a mesma massa, m , mostre que:

$$\bar{E} = \frac{2E^2}{mc^2} - mc^2.$$



Suponha que se usam prótons ($mc^2 = 1 \text{ GeV}$) com $E= 30 \text{ GeV}$. Qual \bar{E} se obtém? Qual o múltiplo de E isso equivale? ($1 \text{ GeV}=10^9$ electron volts.) [Por causa desse melhoramento relativístico, a maioria dos experimentos de partículas elementares modernas envolve feixes colidindo, ao invés de alvos fixos.]

Força de Minkowski

30) (12.38 Griffiths) Defina a aceleração própria da maneira óbvia:

$$\alpha^\mu \equiv \frac{d\eta^\mu}{d\tau} = \frac{d^2x^\mu}{d\tau^2}.$$

(a) Encontre α^0 e α vetor em termos de \mathbf{u} e \mathbf{a} .

(b) Expresse $\alpha_\mu \alpha^\mu$ em termos de \mathbf{u} e \mathbf{a} .

(c) Mostre que $\eta^\mu \alpha_\mu = 0$.

(d) Escreva a versão de Minkowski para a segunda lei de Newton em termos de α^μ . Calcule o produto invariante $K^\mu \eta_\mu$.

31) (12.39 Griffiths) Mostre que:

$$K_\mu K^\mu = \frac{1 - (u^2/c^2) \cos^2 \theta}{1 - u^2/c^2} F^2,$$

onde θ é o ângulo entre \mathbf{u} e \mathbf{F} .

Tensor do campo eletromagnético

32) (12.48 Griffiths) Calcule as outras partes da equação:

$$\left. \begin{aligned} \bar{t}^{01} &= t^{01}, & \bar{t}^{02} &= \gamma(t^{02} - \beta t^{12}), & \bar{t}^{03} &= \gamma(t^{03} + \beta t^{31}), \\ \bar{t}^{23} &= t^{23}, & \bar{t}^{31} &= \gamma(t^{31} + \beta t^{03}), & \bar{t}^{12} &= \gamma(t^{12} - \beta t^{02}). \end{aligned} \right\}$$

(releia o cap. 12.3.3 para completar)

33)(12.50 Griffiths) Relembre que um quadri vetor covariante é obtido através de uma contravariante apenas alterando o sinal da componente zero. O mesmo ocorre com os tensores: quando você “abaixa o índice” para fazer ele covariante, você troca o sinal se esse índice for zero. Compute as invariantes de tensores:

$$F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}, \quad G^{\mu\nu} G_{\mu\nu}, \quad \text{and} \quad F^{\mu\nu} G_{\mu\nu},$$

em termos de \mathbf{E} e \mathbf{B} .

Eletrodinâmica em notação vetorial

34) (12.52 Griffiths) Obtenha a equação de continuidade

$$\frac{\partial J^\mu}{\partial x^\mu} = 0,$$

diretamente das equações de Maxwell:

$$\frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = \mu_0 J^\mu, \quad \frac{\partial G^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0,$$

35) (12.53 Griffiths) Mostre que a equação $\frac{\partial G^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0$, pode ser expressa em termos do tensor de campo $F^{\mu\nu}$ como segue:

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} + \frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x^\nu} = 0.$$