

MAP 2220 - PROVA 1 - 2023

1. (2.5 pontos) Em um experimento foram resgistrados os seguintes valores de um observável  $y$  em função da variável  $x$ ,

$k$	0	1	2	3
$x_k$	0	1	2	3
$y_k$	-2	2	16	52

a. Obtenha o polinômio que interpola o conjunto de pontos definidos pelos pares  $(x, y)$ .

b. Assumindo que  $y = f(x)$ , com

$$\max_{\xi \in [0,3]} \left| \frac{d^4 f}{dx^4}(\xi) \right| \leq 2$$

utilize o polinômio obtido para estimar  $f(2.5)$  e a precisão do valor obtido.

2. (2.5 pontos) Considerando os dados da questão 1. determine polinômios mônicos ortogonais em respeito ao produto interno:

$$\langle f, g \rangle = \sum_{k=0}^3 f(x_k)g(x_k)$$

Utilize o Método dos mínimos quadrados com o produto acima para obter o polinômio de grau  $\leq 3$  que melhor aproxima os pontos  $\{(x_i, y_i); i = 0, 1, 2, 3\}$

3. (2.5 pontos) Obtenha a solução do seguinte sistema:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 16 \\ 52 \end{pmatrix}$$

4. (2.5 pontos) Utilize o método dos Trapézios para obter uma aproximação de

$$\int_0^1 \frac{1}{1+x^2} dx$$

com precisão  $\epsilon = 10^{-2}$ .