

## Lista 2 - Monitores

### 1 Questão 1

Considere um cone girando sobre uma superfície horizontal, cuja frequência angular  $\omega$  varia apenas de direção (e não em magnitude). A origem do referencial do cone está situada na sua ponta. Além disso, esse ponto permanece em repouso durante o movimento do cone. A frequência angular  $\omega$  instantânea aponta na direção da linha de contato do cone com a mesa (pois são os pontos que estão instantaneamente em repouso).

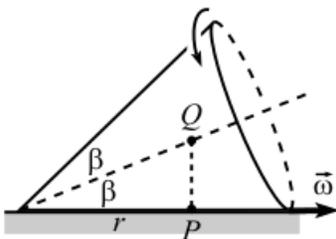


Figura 1: Cone precessionando em uma superfície horizontal

Essa linha realiza um movimento de precessão em torno da origem com frequência  $\Omega$ . Na descrição desse sistema, precisaremos da expressão geral que relaciona as acelerações nos referenciais inercial e girante quando  $\frac{d\omega}{dt} \neq \mathbf{0}$ :

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \mathbf{a} + [\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r})] + [2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}] + \left[ \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} \times \mathbf{r} \right], \quad (1)$$

onde  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{a}$  são, respectivamente, os vetores posição, velocidade e aceleração no referencial girante. Nesse problema, basta analisar a força azimutal (último termo da expressão acima) no movimento de um ponto  $P$  na superfície do cone, em especial no momento em que  $P$  está na mesma linha que  $\boldsymbol{\omega}$ .

- Encontre a aceleração do ponto  $P$ .
- Use a equação (1) para calcular a força azimutal em uma massa  $m$  localizada no ponto  $P$ . Mostre que esse resultado é consistente com o encontrado no item anterior.

### 2 Questão 2

Considere uma esfera pontual dentro de um semicírculo. Ela é largada numa posição inicial  $(x_0, y_0) = (R, \theta_0)$  e realiza um movimento periódico após isso.

- Ache as equações de movimento desse sistema usando coordenadas polares
- Faça o mesmo em coordenadas cartesianas, levando em conta o vínculo existente.
- Qual a interpretação física do multiplicador de Lagrange da solução? **Dica:** Ache a expressão dele em função de  $\ddot{x}$  e  $\ddot{y}$  e/ou pense em voltar para as coordenadas polares após achar as expressões de interesse.

d) Ache os momenta conjugado de cada uma das coordenadas utilizadas nos item a) e b).