Teste V

1. Seja (X, Y) um vetor aleatório bidimensional com função de distribuição conjunta,

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 1 - e^{-x} - e^{-y} + e^{-(x+y+\delta xy)}, & x > 0, y > 0 \\ 0, & c.c \end{cases}$$

onde $\delta > 0$

- (a) Verifique se as v.a's X e Y são independentes.
(b) Determine $P[1 < X \leq 2; Y < 2]$.
(c) Determine a curva de regressão de Y sob X
2. Suponha que a demanda diária X e Y de duas peças (A e B), pode ser considerado como uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} k(3x + 2y - 4), & \text{se } x, y = 1, 2, 3 \\ 0, & c.c \end{cases}$$

- (a) Determine o valor de k , para que $f(x, y)$ seja f.p conjunta de X e Y .
(b) Se um dia a demanda da peça A foi de duas peças, qual é a probabilidade que a demanda da peça B nesse dia seja no mínimo de duas peças.
(c) Determine o coeficiente de correlação de X e Y .
3. Baseados no número de vazios, uma placa de ferrita é classificada como alta, média ou baixa. Historicamente, 5% das placas são classificadas como altas, 80% como médias e 15% como baixas. Uma amostra de 20 placas é selecionada para teste. Faça X_1 , X_2 e X_3 denotarem o número de placas que são classificadas, independentemente, como altas, médias e baixas, respectivamente.
- (a) Quais são os nomes e os valores da distribuição de probabilidades conjuntas de X_1 , X_2 e X_3 ?
(b) Determine o vetor de médias e matriz de correlação de $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)$.
(c) Determine $P(X_1 = 1, X_2 = 17, X_3 = 2)$ e $P(X \leq 1)$
4. Um professor da disciplina de Estatística e Probabilidade, notou que as notas de duas provas têm distribuição normal bivariada, com parâmetros $\mu_1 = 7,5$, $\mu_2 = 8,3$, $\sigma_1^2 = 0,25$, $\sigma_2^2 = 0,16$ e $\rho = 0,8$.
- (a) Se um aluno da sala recebe uma nota de 6, qual é a probabilidade de que ele se saia melhor na segunda prova?
(b) Suponha que a disciplina teve somente duas provas, qual é a probabilidade que nota média de um aluno na disciplina seja superior a 7?
5. Suponha que a v.a $X \sim \text{Gama}(1/\gamma, 1/\gamma)$ com $\gamma > 0$ e $Y|X = x \sim \text{Poisson}(x\theta)$ onde $\theta > 0$. Determine a distribuição de probabilidade Y .