

Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

José Fernando de Jesus

**Energia Escura e Aceleração do Universo:
Aspectos Conceituais e Testes
Observacionais**

São Paulo

2010

José Fernando de Jesus

Energia Escura e Aceleração do Universo: Aspectos Conceituais e Testes Observacionais

Tese apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como parte dos requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Astronomia

Orientador(a): Prof. Dr. José Ademir Sales de Lima

São Paulo

2010

Dedico esta tese à minha tia, Luzia, e a minha avó, Benedicta.

Agradecimentos

A Deus, que esteve comigo mesmo antes de eu ter me dado conta disso;

À minha família, principalmente minha avó, Benedicta, que já não está mais entre nós, mas que me criou e me deu um verdadeiro amor de mãe e minha tia, Luzia, sempre presente nos bons momentos e nos momentos difíceis da minha vida, dando sempre palavras de apoio e suporte para que eu pudesse priorizar meus estudos;

Ao meu orientador e amigo Prof. José Ademir Sales de Lima, que me introduziu na área da Cosmologia, sempre com boas idéias e discussões frutíferas no campo dessa magnífica Ciência, além de me fornecer apoio e incentivo nesta carreira onde tal suporte se faz tão necessário;

Ao Prof. Laerte Sodré Jr., o qual me introduziu no campo da Pesquisa Científica, sempre me incentivando e disponibilizando-se para a discussão de idéias;

Aos Professores Ronaldo Eustáquio de Souza, Eduardo Cypriano, Enrique Gaztañaga, os quais me incentivaram nas áreas de Ensino e Pesquisa;

Aos Professores Raul Abramo, Gary Steigman e Beatriz Barbuy, aos quais eu devo grande parte do meu conhecimento em Cosmologia;

A todos os Professores que contribuíram ao meu conhecimento e me incentivaram na busca pelo saber;

Aos colegas: Rodrigo Holanda, Saulo Pereira, João Vital da Cunha Jr., João Maria da Silva, Rose Clívia dos Santos, Lúcio Marassi, Francisco Edson da Silva, Vinicius Busti, Felipe Andrade Oliveira, Antonio Guimarães, Carlos Bessa e Marc Manera, pelas grandes discussões científicas e amizade;

Aos amigos Éfeso Grigio, Reginaldo Oliveira, e os amigos do IAG, que fizeram minha jornada mais fácil e interessante;

Ao CNPq, pelo apoio financeiro, sem o qual a maior parte do trabalho desenvolvido nesta Tese não seria possível;

Ao Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da USP, pelas instalações, equipamentos e ótima atmosfera de trabalho;

À Universidade de São Paulo, pela oportunidade de adquirir conhecimento e por sua infra-estrutura como um todo, em especial seus projetos de Bolsa Alimentação, estágios e Bolsa Moradia.

*“Porque eu sou do tamanho do que vejo
E não do tamanho da minha altura...”*

Fernando Pessoa

*“A mente que se abre a uma nova idéia
jamais voltará ao seu tamanho original. ”*

Albert Einstein

Resumo

Na última década, o extraordinário progresso nas observações astronômicas (distâncias com supernovas (SNe Ia), espectros de potência da matéria e da radiação cósmica de fundo (RCF), determinação do brilho de aglomerados de galáxias, etc.) aliado com importantes desenvolvimentos teóricos, transformaram a Cosmologia numa das fronteiras mais excitantes da ciência contemporânea.

Nesta tese, diferentes testes observacionais são utilizados para vincular alguns cenários cosmológicos acelerados (com e sem energia escura), todos eles definidos no contexto teórico da Relatividade Geral.

Inicialmente, para uma grande classe de modelos com decaimento do vácuo, investigamos os vínculos provenientes da existência de objetos velhos em altos *redshifts*. No modelo de Chen e Wu generalizado, encontramos que o limite para o parâmetro livre descrevendo a taxa do decaimento do vácuo é $n \geq 0,21$. Este resultado descarta o modelo de Chen e Wu original ($n = 2$) e também o modelo de concordância cósmica, Λ CDM ($n = 0$). Além disso, quando incluímos o fluido bariônico em nossa análise do modelo de Wang e Meng, obtemos para seu parâmetro livre um limite inferior, $\epsilon \geq 0,231$, um valor em desacordo com estimativas independentes baseadas em SNe Ia, RCF e o brilho de Raios-X de aglomerados.

Propusemos também um teste estatístico com base nas idades estimadas para uma amostra de 13 galáxias velhas em altos *redshifts*. Através de uma análise conjunta envolvendo as idades das galáxias e as oscilações acústicas dos bárions (BAO), vinculamos o valor da constante de Hubble no contexto do modelo Λ CDM plano. Considerando um tempo de incubação adotado por diferentes autores, obtemos $h = 0,71 \pm 0,04 (1\sigma)$, um resultado de acordo com observações independentes baseadas em Cefeidas (obtidas com o

Hubble Space Telescope) e outras estimativas mais recentes.

Outro resultado interessante foi obtido através de uma análise termodinâmica para uma classe de modelos com interação no setor escuro (matéria escura-energia escura). Contrariamente ao que se pensava até então, encontramos que a termodinâmica permite que a matéria escura decaia em energia escura, contanto que ao menos uma das componentes possua um potencial químico não-nulo. Como complemento, mostramos que, para um termo de interação específico, dados de SNe Ia, BAO e RCF favorecem o decaimento da matéria escura com $\sim 93\%$ de confiança estatística. Investigamos também o comportamento do *redshift* de transição em diferentes cosmologias, com e sem energia escura, e mostramos que essa quantidade pode ter uma variação extrema dependendo do modelo cosmológico subjacente.

Finalmente, discutimos também um novo modelo cosmológico cuja aceleração em baixos *redshifts* é determinada pela criação de partículas da matéria escura fria. O modelo representa uma redução do setor escuro, isto é, não tem energia escura, contém apenas um parâmetro livre e satisfaz os vínculos de Supernovas do tipo Ia tão bem quanto o modelo Λ CDM padrão.

Abstract

In the last decade, the extraordinary progress of the astronomical observations (distances with supernovas, matter and cosmic background radiation (CMB) power spectrum, X-ray surface brightness of galaxy clusters, etc) associated with important theoretical developments turned Cosmology one of the most exciting frontiers of contemporary science.

In this thesis, different observational tests are used to constrain several cosmological accelerating scenarios (with and without dark energy), all of them defined in the theoretical framework of General Relativity.

Initially, for a large class of decaying vacuum models, we investigate the constraints provided by the existence of old high redshift objects. In the model proposed by Chen and Wu, we find that the limit for the free parameter describing the decay rate of the vacuum fluid is $n \geq 0.21$. This result ruled out the original Chen and Wu model ($n = 2$) and also the cosmic concordance model, Λ CDM ($n = 0$). Further, when we include the baryonic fluid in our analysis of the Wang and Meng model, we find for its free parameter a lower bound, $\epsilon \geq 0.231$, a value in disagreement with independent estimates based on SNe Ia, CMB (shift parameter) and the X-ray surface brightness of galaxy clusters.

We also propose a new cosmological statistical test based on the estimated ages of 13 old high redshift galaxies. By performing a joint analysis involving the ages of the galaxies and the baryon acoustic oscillations (BAO) probe, we constrain the value of the Hubble parameter in the context of the flat Λ CDM model. For an incubation time adopted by different authors, we find $h = 0.71 \pm 0.04$ (1σ), a result in agreement with independent observations based on Cepheids (obtained with the Hubble Space Telescope) and other recent estimations.

Another interesting result has been derived from a thermodynamic analysis for a class

of models endowed with interaction in the dark sector (dark matter and dark energy). In contrast with some results appearing in the literature, we show that the decaying of cold dark matter into dark energy is not forbidden by thermodynamics, provided that the chemical potential of one component is different from zero. As a complement, we also show (for a specific term describing the interaction) that this kind of decaying is favored by SNe Ia, BAO and CMB data with $\sim 93\%$ of statistical confidence. We also investigate in detail the behavior of the transition redshift for different cosmologies (with and without dark energy). It is found that such a quantity may have an extreme variation that depends on the underlying cosmological model.

Finally, we also discuss a new cosmological model whose acceleration at low redshifts is determined by the creation of cold dark matter particles. The model represents a reduction of the dark sector, that is, it has no dark energy, contains only one free parameter and satisfies the Supernovae type Ia constraints with the same precision of the standard Λ CDM model.

Lista de Figuras

2.1	Evidência da energia escura (Perlmutter et al. (1998)).	44
2.2	Evidência da energia escura, encontrada em 1998 pelo High- z Supernova Search Team (Riess et al. (1998)).	46
3.1	t_z versus $redshift$ para 2 idades estimadas do quasar. Painel esquerdo: 2 Ganos. Painel direito: 3 Ganos. As curvas correspondem a cada valor de n como indicado. O retângulo corresponde à idade do quasar.	62
3.2	O parâmetro ϵ_{min} versus Ω_{m0} para o modelo WM sem bárions. Conforme indicado no painel, foram consideradas 3 estimativas diferentes da idade do quasar.	63
4.1	Plano Idade- $Redshift$ e amostra total das galáxias. Pontos verdes correspondem à amostra de McCarthy et al. (2004), enquanto pontos pretos e vermelhos representam as amostras de Roche et al. (2006) e Longhetti et al. (2007), respectivamente.	68
4.2	Diagrama idade- $redshift$ (a influência de h). Os pontos de dados correspondem às 13 galáxias da nossa subamostra selecionada (vide texto principal). Os círculos verdes e vermelhos denotam a idade observada e a idade mais tempo de incubação ($t_{inc} = 0.8Ganos$) para cada objeto. As curvas pontilhadas são as previsões do modelo de concordância cósmica ($\Omega_{m0} = 0,3, \Omega_{\Lambda0} = 0,7$) para alguns valores diferentes do parâmetro h . Como esperado, para valores pequenos de h é mais fácil para os modelos explicarem a existência de objetos velhos.	69

4.3	Diagrama idade- <i>redshift</i> (a influência de Ω_{m0}). Assim como antes, os pontos de dados correspondem às 13 galáxias da nossa subamostra selecionada com círculos verdes e vermelhos denotando a idade observada e a idade mais tempo de incubação ($t_{inc} = 0,8$ Ganos). Diferentemente da figura anterior, agora plotamos modelos com $h = 0,72$, como favorecido pelo HST Key Project, para valores selecionados do parâmetro de densidade. Para valores menores de Ω_{m0} , as idades aumentam, de modo a acomodar os objetos mais velhos selecionados.	70
4.4	Regiões de confiança (68,3%, 95,4% e 99,7% c.l.) no plano (Ω_{m0}, h) obtidas a partir das Idades das 13 Galáxias em Alto <i>Redshift</i> . Os valores de melhor ajuste são $h = 1,11$ e $\Omega_{m0} = 0,09$	71
4.5	Contornos no plano $\Omega_{m0}-h$ usando a análise conjunta BAO- t_z . Os contornos correspondem aos níveis de confiança de probabilidade de 68,3%, 95,4% e 99,7%. O melhor ajuste do modelo converge para $h = 0,70$ e $\Omega_{m0} = 0,28$. .	72
4.6	Função de probabilidade para o parâmetro h em Universo de Λ CDM plano, a partir da idade de galáxias velhas a altos <i>redshifts</i> em combinação com a assinatura do BAO. As linhas tracejadas são cortes na regiões de 68,3% e 95,4% de probabilidade. Vemos que a região permitida é bem vinculada e em acordo com outros estudos (Freedman et al. (2001); Spergel et al. (2007)).	73
4.7	Painel a) Isócronas no plano Ω_{m0} <i>versus</i> α , para o GCS como Quintessência, os quais denotam o intervalo estimado de idades do quasar. Painel b) Razão T_z/T_q no <i>redshift</i> do quasar em função do parâmetro α , mostrando o intervalo permitido pela existência do quasar. Para $t_q = 2$ Ganos, temos $\alpha > 0.965$ e para $t_q = 3$ Ganos, $\alpha > 0.997$	76
4.8	Contornos no espaço de parâmetros usando a análise conjunta de t_z +BAO. Os contornos correspondem aos níveis de confiança de 68,3%, 95,4% e 99,7%. Painel a) GCS como Quintessência. Os melhores ajustes dos parâmetros são $h = 0,42_{-0,060}^{+0,25}$ e $\Omega_{m0} = 0,38_{-0,13}^{+0,092}$, a 95,4% c.l. Painel b) GCS como Quartessência. Os melhores ajustes dos parâmetros são $\alpha = 0,743_{-0,062}^{+0,073}$ e $h = 0,552_{-0,057}^{+0,070}$, a 95,4% c.l.	78

5.1	Plano $\Omega_{m0} - \varepsilon$ mostrando os contornos de probabilidade de 68,3%, 95,4% e 99,7%, assim como a linha $\varepsilon = 0$ (linha tracejada).	88
5.2	Verossimilhança marginalizada, normalizada no pico (linha sólida) e CDF (linha com traços longos) para o parâmetro ε , assim como a linha $\varepsilon = 0$ (linha com traços curtos) e a linha $P(\varepsilon > 0)$ (linha pontilhada). Vide texto para os detalhes.	88
6.1	Distância de luminosidade em função do <i>redshift</i> . A faixa vertical mostra os limites de Riess et al. (2007) no <i>redshift</i> de transição, $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$ (a 95% c.l.).	96
6.2	<i>Redshift</i> de transição em função de Ω_{m0} para um modelo Λ CDM. Os contornos são limites no <i>redshift</i> de transição, a 68%, 95% e 99% c.l.	97
6.3	<i>Redshift</i> de transição em função da razão de densidades $r = \Omega_{m0}/\Omega_{\Lambda0}$. Também mostramos os limites de Riess et al. (2007) a 95% c.l. no <i>redshift</i> de transição, $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$ e a razão derivada do WMAP5, a 68% c.l., $r = 0,387 \pm 0,020$	98
6.4	<i>Redshift</i> de transição em função do parâmetro de densidade da matéria para um Universo espacialmente plano. Também são mostrados os limites no <i>redshift</i> de transição de Riess et al. (2007), a 95% c.l., $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$ e o parâmetro de densidade da matéria derivado do WMAP5, a 68% c.l., $\Omega_{m0} = 0,279 \pm 0,013$	99
6.5	<i>Redshift</i> de transição como função da razão das densidades $r = \Omega_{m0}/\Omega_{X0}$ para um modelo XCDM de curvatura espacial arbitrária. Mostramos também os limites de Riess et al. (2007), a 95% c.l., no <i>redshift</i> de transição, $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$	101
6.6	<i>Redshift</i> de transição em função do parâmetro de densidade da matéria e vários valores da equação de estado da energia escura para um Universo espacialmente plano. Mostramos também os limites de Riess et al. (2007), a 95% c.l., no <i>redshift</i> de transição, $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$	101
6.7	<i>Redshift</i> de transição em função do parâmetro ω da energia escura. Também mostramos os limites de Riess et al. (2007) a 95% c.l. no <i>redshift</i> de transição, $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$	102

6.8	<i>Redshift</i> de transição em função do parâmetro ω da energia escura, para um Universo espacialmente plano. Também mostramos os limites de Riess et al. (2007) a 95% c.l. no <i>redshift</i> de transição, $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$	104
6.9	<i>Redshift</i> de transição em função do parâmetro ω_0 de modelo CPL, para um Universo espacialmente plano com $\Omega_M = 0,279$, como favorecido por WMAP5+BAO+SN. Mostramos também os limites no <i>redshift</i> de transição de Riess et al. (2007), a 95% c.l.	105
6.10	<i>Redshift</i> de transição em função do parâmetro ω_a do modelo de CPL, para um Universo espacialmente plano com $\Omega_{m0} = 0,279$, conforme favorecido por WMAP5+BAO+SN. Também mostramos os limites a 95% c.l. de Riess et al. (2007) no <i>redshift</i> de transição, $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$	106
6.11	Plano $\omega_0 - \omega_a$ do modelo CPL, mostrando os níveis do <i>redshift</i> de transição, para um Universo espacialmente plano com $\Omega_{m0} = 0,279$, conforme favorecido por WMAP5+BAO+SN. As linhas sólidas correspondem aos limites a 95% c.l. de Riess et al. (2007) no <i>redshift</i> de transição, $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$. . .	106
6.12	<i>Redshift</i> de transição como função de Ω_{m0} no modelo de Chen e Wu generalizado, para um Universo espacialmente plano. Também mostramos os limites do <i>redshift</i> de transição de Riess et al. (2007), a 95% c.l. (linhas horizontais).	111
6.13	<i>Redshift</i> de transição como função de n no modelo de Chen e Wu generalizado, para um Universo espacialmente plano. Também mostramos os limites do <i>redshift</i> de transição de Riess et al. (2007), a 95% c.l. (linhas horizontais).	111
6.14	Plano $\Omega_{m0} - n$ no modelo de Chen e Wu generalizado, para um Universo espacialmente plano. Também mostramos os limites do <i>redshift</i> de transição de Riess et al. (2007), a 95% c.l. (linhas sólidas).	112
B.1	a) Plano $\alpha - \Omega_{m,eff}$ predito pelo modelo CCDM baseado em dados de 307 supernovas (Union) de Kowalski et al. (2008). Assim como no modelo Λ CDM, esses dados também favorecem um Universo de curvatura positiva com criação de partículas de matéria escura fria ($\Omega_{m0} = 1.34_{-0.68}^{+0.54}(2\sigma)$). b) A verossimilhança para α no cenário CCDM plano.	164

Lista de Tabelas

3.1	Valores de n_{min} para as 3 idades estimadas do quasar	61
3.2	Valores de ϵ_{min} para as 3 idades estimadas do quasar (com e sem bárions) .	61
4.1	Limites em H_0	74
A.1	$\Delta\chi^2$ como função do nível de confiança e graus de liberdade	159
B.1	Λ CDM vs. CCDM	165

Sumário

1. <i>Introdução</i>	23
2. <i>Fundamentos da Cosmologia Moderna</i>	29
2.1 <i>Introdução</i>	29
2.2 <i>Cosmologia relativística</i>	30
2.2.1 <i>Geometria do espaço-tempo</i>	30
2.2.2 <i>Dinâmica da expansão</i>	34
2.3 <i>Aspectos observacionais</i>	38
2.3.1 <i>O <i>redshift</i> cosmológico</i>	38
2.3.2 <i>Distâncias cosmológicas</i>	40
2.3.3 <i>Idade</i>	42
2.3.4 <i>Supernovas Ia, H_0 e a expansão acelerada</i>	42
2.4 <i>Como acelerar o Universo</i>	46
2.4.1 Λ CDM, PCC e alternativas	46
3. <i>Idade do Universo a altos <i>redshifts</i></i>	53
3.1 <i>Introdução</i>	53
3.2 <i>A idade total</i>	54
3.2.1 <i>Aglomerados Globulares</i>	54
3.2.2 <i>Nucleocosmocronologia</i>	55
3.2.3 <i>Curvas de resfriamento de anãs brancas</i>	56
3.3 <i>A idade no <i>redshift</i> z</i>	56
3.3.1 <i>Modelo de Chen e Wu generalizado</i>	58

3.3.2	O modelo de Wang e Meng (WM)	59
3.3.3	Vínculos	60
4.	<i>Teste estatístico da idade do Universo a altos redshifts</i>	65
4.1	Introdução	65
4.2	Limitando H_0 com Galáxias Velhas em Altos <i>Redshifts</i> e o BAO	65
4.3	Análise estatística da idade	67
4.3.1	Limites Obtidos das Galáxias Velhas	68
4.3.2	Galáxias Velhas e o BAO: Análise Conjunta	70
4.4	Dependência com o modelo: o Gás de Chaplygin Simplificado	74
4.4.1	Gás de Chaplygin Simplificado	75
4.4.2	Vínculos Observacionais	76
5.	<i>Interação Entre Matéria e Energia Escura - Termodinâmica e Testes Observacionais</i>	79
5.1	Introdução	79
5.2	Termodinâmica de dois fluidos em interação	80
5.3	Interação entre Matéria e Energia Escura	82
5.4	Princípio de Le Châtelier-Braun	85
5.5	Aplicação: $Q \propto H\rho_x$	86
6.	<i>Quando se iniciou o regime acelerado do Universo?</i>	91
6.1	Introdução	91
6.2	<i>Redshift</i> de transição em Geometrias FRW	94
6.3	Λ CDM	95
6.4	XCDM	100
6.5	$\omega(z)$ CDM	103
6.5.1	Parametrização de Chevallier-Polarski-Linder	103
6.5.2	Parametrização do WMAP5	105
6.6	Cosmologias com $\Lambda(t)$	108
6.6.1	Modelo de Chen e Wu Generalizado	109
6.6.2	Modelo de Wang e Meng Sem Bárions	110
6.6.3	Modelo de Wang e Meng Com Bárions	113
6.6.4	$\Lambda \propto H$ Com Bárions	113

6.7	XCDM Com Interação	116
6.7.1	$Q \propto H\rho$	116
6.7.2	Interação do Tipo Wang e Meng	118
6.8	Criação de Matéria Escura Fria	118
6.9	Gás de Chaplygin	121
7.	<i>Conclusões e Perspectivas</i>	123
7.1	Conclusões	123
7.2	Algumas Perspectivas	125
	<i>Referências</i>	127
	<i>Apêndice</i>	155
A.	<i>Ajustes de χ^2 e Inferência Bayesiana</i>	157
B.	<i>Modelos com Criação de Matéria</i>	161
B.1	Dinâmica Cósmica com Criação de Partículas de CDM	161
B.2	Cosmologia com Criação de Matéria Escura Fria	162
B.3	Limites de Supernovas	165

Introdução

A Cosmologia é a ciência que estuda a origem, evolução e estrutura do Universo. Modernamente, os estudos cosmológicos iniciaram com o modelo proposto por Einstein, em 1917, baseado na Relatividade Geral (RG) e no Princípio Cosmológico. Tal modelo, obtido como uma solução das equações de campo da RG, tentava descrever um Universo estático, baseado na crença vigente na época de que o Universo era imutável (Einstein (1917)). Porém, para chegar a esse resultado, Einstein precisou introduzir um termo adicional nas equações de campo para contrabalançar o efeito atrativo da gravitação. Esse termo, embora introduzisse uma nova constante fundamental nas equações de campo (constante cosmológica), era justificado pelos mesmos princípios que levaram Einstein a chegar nas equações da RG. Tal termo foi introduzido para impedir que o Universo colapsasse sobre si mesmo, devido à atração gravitacional de toda a matéria que ele contém.

Porém, na década de vinte, o matemático e meteorologista russo Alexander Friedmann, encontrou duas soluções expansionistas das Equações de Campo de Einstein (ECE) sem o termo cosmológico (Friedmann (1922, 1924)). Por outro lado, o matemático belga G. Lemaître mostrou que a competição entre a atração gravitacional e a repulsão cosmológica levava a uma instabilidade nas ECE (Lemaître (1927)). A menor diferença entre o termo atrativo e o repulsivo faria com que o Universo entrasse em colapso ou expandisse descontroladamente, dependendo de qual termo dominasse.

Com isso, a idéia do Universo estático previsto pelo modelo de Einstein foi perdendo credibilidade, fazendo com que Einstein abandonasse esse modelo e, conseqüentemente, também a constante cosmológica. Finalmente, Edwin Hubble observou que a radiação proveniente das galáxias apresentava um desvio sistemático para o vermelho (*redshift*)

proporcional à distância em que tais galáxias se encontravam (Hubble (1929)). Essa relação de proporcionalidade era bem explicada pelos modelos expansionistas de Friedmann, sendo tal *redshift* interpretado como um efeito da expansão do Universo.

Posteriormente, Einstein e de Sitter (1932) também descobriram uma solução expansionista, o modelo plano com matéria sem pressão. Todo esse conjunto de modelos expansionistas tornou-se a base matemática de boa parte da cosmologia moderna. Tais soluções foram posteriormente classificadas do ponto de vista das simetrias da seção espacial por Robertson (1936) e Walker (1944), sendo atualmente denominadas na literatura como modelos de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW).

Na década de 40, percebeu-se que a expansão do Universo resultava, termodinamicamente, em um resfriamento da matéria, levando os cosmólogos a considerarem um passado quente para o Universo. Com as temperaturas previstas para o início do Universo, começou a se considerar que prótons e nêutrons poderiam ter se fundido para formar os elementos químicos leves, como uma fornalha termonuclear cósmica. Tal cenário foi denominado de *Hot Big Bang* (Gamow (1946); Gamow (1948); Alpher et al. (1948); Alpher e Herman (1949)), e também foi a primeira vez que se sugeriu a existência de uma radiação térmica de origem primordial. Peebles (1966) e Wagoner et al. (1967) demonstraram que tal nucleossíntese primordial ocorreu nos primeiros minutos da história cósmica ($t \simeq 10^{-2} - 200s$), tempo suficiente para que uma fração significativa de elementos leves fosse sintetizada, tais como o deutério (2D), hélio (3He e 4He) e lítio (7Li).

Penzias e Wilson (1965) descobriram casualmente uma radiação cósmica de fundo que ratificou a previsão do modelo de *Hot Big Bang*. Ainda que o espectro da RCF não tenha sido bem determinado a princípio, o satélite COBE (Smoot et al. (1992)) revelou que se tratava de um espectro de corpo negro com uma fantástica acurácia e temperatura em torno de 2,73 K. A homogeneidade e isotropia quase perfeitas da RCF também corroborava o Princípio Cosmológico, inicialmente proposto por Einstein. Problemas desse modelo, como o problema do horizonte, a questão da ausência dos monopolos magnéticos e a questão da entropia dos fótons foram resolvidos pelos modelos inflacionários originalmente propostos por Guth (1981) e posteriormente desenvolvidos por outros autores (Albrecht e Steinhardt (1982); Linde (1982)).

Juntamente com o advento da teoria da inflação, a década de 80 observou um admirável

progresso na interface unindo física das partículas, cosmologia e astrofísica (Kolb e Turner (1990)). Nesta época, o problema da idade levou alguns autores a considerarem modelos alternativos com $\Lambda \neq 0$ (Peebles (1984); Turner et al. (1984)). Até então, não havia nenhuma evidência direta para se considerar um espaço plano ou a constante cosmológica mas, mesmo assim, bem antes disso, já havia um crescente interesse por modelos alternativos (Ozer e Taha (1986); Freese et al. (1987); Ozer e Taha (1987); Peebles e Ratra (1988); Ratra e Peebles (1988); Weinberg (1989)).

Finalmente, observações no início dos anos 90 referentes à idade do Universo (Vandenberg (1991)), juntamente com medidas do parâmetro de Hubble (deVaucoulers (1986); Freedman et al. (1994)), e as estimativas dinâmicas do parâmetro de densidade da matéria (Ω_M) se mostraram inconsistentes com o modelo de Einstein-de Sitter (modelo de poeira com $\Omega_M = 1$), indicando que tal modelo estaria com problemas. Esse modelo fornecia uma idade de $6,5h^{-1}$ Ganos, requerendo $h = 0,5$ para ser compatível com as idades dos objetos mais velhos do Universo. Além disso, problemas teóricos como o da Constante Cosmológica levaram inúmeros autores a considerarem cosmologias alternativas (Chen e Wu (1990); Ratra e Quillen (1992); Carvalho et al. (1992); Carroll et al. (1992); Abdel-Rahman (1992); Waga (1993); Lima e Maia (1994); Lima e Trodden (1996); John e Babu Joseph (1996); Dolgov (1997); Dolgov (1997); Silveira e Waga (1997)).

Na década de 90 descobriu-se uma correlação empírica entre o pico da curva de luz para uma supernova do tipo Ia e a evolução temporal da sua queda subsequente. Tal descoberta possibilitou o uso das SNs Ia como velas-padrões e, grandes programas, como o Supernova Cosmology Project, e o High-z Supernova Search Team vasculharam o céu em busca de tais supernovas, o que possibilitou um mapeamento da evolução recente do Universo. Em 1998, os dois grupos concluíram que supernovas em altos z pareciam sistematicamente menos brilhantes do que seria esperado em modelos desacelerados (Riess et al. (1998); Perlmutter et al. (1999)). Tal resultado, excluindo a possibilidade absurda de matéria com densidade negativa, levou à consideração de modelos acelerados com constante cosmológica (Riess et al. (1998); Perlmutter et al. (1998); Perlmutter et al. (1999)), ou algum tipo de *energia escura*, com pressão negativa, que possibilita a aceleração da expansão.

A consideração de uma energia escura genérica, em contraste ao modelo mais simples da constante cosmológica, se deve ao Problema da Constante Cosmológica (PCC), segundo

o qual Λ pode ser visto como a energia do vácuo dos campos quânticos e, portanto, deveria ser bem maior do que observado.

Assim, formou-se o cenário da energia escura, baseado nas observações das SNs Ia (Riess et al. (2004)), anisotropias no espectro de potência da RCF (de Bernardis et al. (2000)), observações das estruturas em grande escala (Bahcall et al. (1999); Bahcall (2000)) e estimativas de idade de objetos velhos a altos *redshifts* (Dunlop et al. (1996); Yoshii et al. (1998); Alcaniz e Lima (1999b)). Os dados da RCF fornecidos pelo WMAP, combinados com dados de SNs Ia ou o valor da constante de Hubble, limitam bem a densidade total do Universo, indicando um universo aproximadamente plano (de Bernardis et al. (2000); Hanany et al. (2000)), o que está de acordo com as previsões da inflação. Por outro lado, o parâmetro de densidade associado com a matéria escura fria é $\Omega_{m0} \sim 0,3$, um valor requerido independentemente pelo espectro de potência da Estrutura em Grande Escala e dados de raios-X de aglomerados de galáxias. A diferença $\Omega_{x0} = \Omega_{T0} - \Omega_{m0} \sim 0,7$ é o parâmetro de densidade da componente de energia escura. Esse cenário tem sido confirmado com cada vez mais precisão pelo experimento do WMAP (Komatsu et al. (2009, 2010)), e todos esses ingredientes reforçam o que é frequentemente referido como modelo de concordância da cosmologia (Ostriker e Steinhardt (2003)).

Contudo, o Problema da Constante Cosmológica (PCC) dá origem a um intenso debate e muitas especulações na literatura sobre qual o melhor candidato para representar a energia escura. Na literatura recente tem havido novas possibilidades para explicar a aceleração do Universo, incluindo uma possível redução do chamado setor escuro (matéria escura + energia escura). Atualmente não sabemos se devemos modificar a Relatividade Geral (por ex., teorias $F(R)$), ou se consideramos o efeito das inomogeneidades na geometria do Universo, ou ainda, dentro do contexto da Relatividade, qual o melhor candidato de energia escura. É nesse contexto ainda bastante indefinido e em constante evolução que desenvolvemos esta tese.

No capítulo 2, vamos comentar em maior detalhe os fundamentos da Cosmologia Moderna, mostrando como as equações da Relatividade Geral, aliadas a uma escolha da geometria do espaço-tempo, levam às equações de FLRW, que governam a expansão. Nesse mesmo capítulo, estudaremos alguns aspectos observacionais da Cosmologia, ou seja, como as equações de FLRW e a geometria do espaço-tempo podem ser usadas para relacionar

seus parâmetros livres aos dados observacionais, e discutiremos em maior detalhe o PCC e alternativas ao Λ CDM.

No capítulo 3, será discutida a questão da idade do Universo, e como estimativas de idades de objetos podem ser usadas para vincular os parâmetros cosmológicos.

No capítulo 4, mostraremos um teste estatístico de idade a altos *redshifts* que desenvolvemos e o usaremos para limitar a constante de Hubble no contexto do modelo Λ CDM plano.

No capítulo 5, discutiremos a possibilidade de interação entre matéria e energia escuras e como a termodinâmica possibilita a interação nos dois sentidos, contrariamente ao que se pensava até então.

No capítulo 6, a questão de quando se iniciou o regime acelerado do Universo será discutida, e mostraremos como essa época pode depender do modelo cosmológico escolhido, indicando que essa questão ainda se encontra bastante em aberto.

No capítulo 7, apresentaremos os principais resultados da presente tese e discutiremos também algumas perspectivas para o desenvolvimento futuro da Cosmologia, sugeridos pelo nosso trabalho.

Nosso contato com a literatura indica que os resultados originais apresentados nesta Tese se encontram nos capítulos 3 a 5 e apêndice B, e podem ser encontrados nos seguintes artigos já publicados e/ou submetidos: **Jesus** (2008); Lima, **Jesus** e Cunha (2009); **Jesus**, Santos, Alcaniz e Lima (2008); Santos e **Jesus** (2008); Pereira e **Jesus** (2009); Lima, **Jesus** e Oliveira (2009). Outros resultados, apresentados no capítulo 6, estão em fase de conclusão, o respectivo artigo está sendo escrito e deverá ser brevemente submetido (**Jesus**, Santos, Gill e Lima (2010)).

Fundamentos da Cosmologia Moderna

2.1 Introdução

O Universo visível parece o mesmo em todas direções ao nosso redor, pelo menos se olharmos para distâncias maiores que cerca de 100 milhões de megaparsecs. A isotropia é muito mais precisa (em cerca de uma parte em 10^5) na radiação cósmica de fundo. Esta radiação vem viajando até nós por cerca de 14 bilhões de anos, dando suporte ao Princípio Cosmológico que diz que o Universo a distâncias suficientemente grandes é aproximadamente o mesmo em todas as direções¹.

É difícil imaginar que estamos em alguma posição especial no Universo, portanto somos levados a concluir que o Universo deve parecer isotrópico para observadores espalhados por ele. Mas não para todos observadores. O universo não parece isotrópico para observadores em uma espaçonave deslizando através da nossa Galáxia à metade da velocidade da luz. Tais observadores verão a luz das estrelas e a radiação cósmica de fundo em microondas vindo na direção na qual eles estão se movimentando com muito mais intensidade do que na direção contrária. Ao formular a suposição de isotropia, deve-se especificar que o universo parece o mesmo em todas direções para uma família de observadores “típicos” em queda livre: aqueles que se movem com a velocidade média de galáxias típicas nas suas respectivas vizinhanças. Isto é, as condições devem ser as mesmas e no mesmo tempo (com uma definição adequada de tempo) em quaisquer pontos que podem ser carregados de um para o outro por uma rotação em torno de qualquer galáxia típica. Mas qualquer ponto pode ser carregado em qualquer outro por uma sequência de tais rotações em torno

¹ Grande parte deste capítulo de revisão se encontra nos livros-texto Weinberg (2008, 1972); Peebles (1993)

de várias galáxias, portanto o universo também é homogêneo - observadores em todas galáxias típicas ao mesmo tempo vêem condições que são praticamente as mesmas.

A suposição de que o universo é homogêneo e isotrópico nos levará, na seção 2.2, a escolher um sistema de coordenadas do espaço-tempo de tal forma que a métrica assume uma forma simples, o que foi primeiramente delineado por Friedmann como uma solução das equações de campo de Einstein, e então derivada com base somente na homogeneidade e isotropia por Robertson e Walker. Quase toda cosmologia moderna é baseada na métrica de Friedmann-Robertson-Walker (FRW), ao menos como uma primeira aproximação. As implicações observacionais dessas suposições são discutidas na seção 2.3.

2.2 Cosmologia relativística

2.2.1 Geometria do espaço-tempo

Antes de chegarmos na métrica do espaço-tempo, vamos primeiramente considerar a geometria de um espaço homogêneo e isotrópico. A geometria é transcrita numa métrica $g_{ij}(\mathbf{x})$ (com i e j variando entre as 3 direções coordenadas), ou equivalentemente em um elemento de linha $ds^2 \equiv g_{ij}dx^i dx^j$, onde soma-se sobre os índices repetidos. (Dizemos que ds é a *distância própria* entre \mathbf{x} e $\mathbf{x} + d\mathbf{x}$, significando que essa é a distância medida por um observador que usa um sistema de coordenadas que é cartesiano em uma pequena vizinhança em torno do ponto \mathbf{x} .) Um espaço tri-dimensional homogêneo e isotrópico óbvio com comprimentos positivo-definidos é o espaço plano, com elemento de linha

$$ds^2 = d\mathbf{x}^2 \tag{2.1}$$

As transformações de coordenadas que deixam este elemento de linha invariante são simplesmente rotações e translações tri-dimensionais. Outra possibilidade bastante óbvia é uma superfície esférica no espaço Euclidiano quadridimensional com raio a , com elemento de linha

$$ds^2 = d\mathbf{x}^2 + dz^2, \quad z^2 + \mathbf{x}^2 = a^2. \tag{2.2}$$

Aqui, as transformações que deixam o elemento de linha invariante são rotações quadridimensionais; a direção de \mathbf{x} pode ser trocada para qualquer outra direção por uma rotação quadridimensional que mantém z imutável (isto é, uma rotação tridimensional ordinária),

ao passo que \mathbf{x} pode ser levado a qualquer outro ponto por uma rotação quadridimensional que não modifica z . Pode ser provado que a única possibilidade restante (a menos de uma transformação de coordenadas) é uma superfície hiperesférica no espaço pseudo-euclidiano quadridimensional, com elemento de linha

$$ds^2 = d\mathbf{x}^2 - dz^2, \quad z^2 - \mathbf{x}^2 = a^2, \quad (2.3)$$

onde a^2 é, até então, uma constante positiva arbitrária. As transformações de coordenadas que mantêm este elemento de linha invariante são pseudo-rotações quadridimensionais, assim como as transformações de Lorentz, mas com z no lugar do tempo.

Podemos reescalar as coordenadas

$$\mathbf{x}' \equiv a\mathbf{x}, \quad z' \equiv az. \quad (2.4)$$

Retirando os apóstrofes, os elementos de linha nos casos esférico e hiperesférico são

$$ds^2 = a^2 [d\mathbf{x}^2 \pm dz^2], \quad z^2 \pm \mathbf{x}^2 = 1. \quad (2.5)$$

O diferencial da equação $z^2 \pm \mathbf{x}^2 = 1$ fornece $zdz = \mp \mathbf{x} \cdot d\mathbf{x}$, portanto

$$ds^2 = a^2 \left[d\mathbf{x}^2 + k \frac{(\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x})^2}{1 - k\mathbf{x}^2} \right], \quad (2.6)$$

onde

$$k = \begin{cases} +1 & \text{esférico} \\ -1 & \text{hiperesférico} \\ 0 & \text{Euclidiano} \end{cases} \quad (2.7)$$

Dessa forma, devemos tomar $a^2 > 0$ de modo a ter ds^2 positivo em $\mathbf{x} = 0$, e portanto, também em qualquer lugar.

Há uma forma óbvia de estender este resultado para a geometria do espaço-tempo: simplesmente incluir um termo (2.6) no elemento de linha do espaço-tempo, com a agora sendo uma função arbitrária do tempo (conhecido como o *fator de escala de FRW*):

$$d\tau^2 \equiv g_{\mu\nu}(x)dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2 \left[d\mathbf{x}^2 + k \frac{(\mathbf{x} \cdot d\mathbf{x})^2}{1 - k\mathbf{x}^2} \right]. \quad (2.8)$$

Outra teorema nos mostra que esta métrica é única (a menos de uma transformação de coordenadas) se o universo aparece como esfericamente simétrico e isotrópico para um

grupo de observadores em queda livre, tais como astrônomos em galáxias típicas. Os componentes da métrica nessas coordenadas são:

$$g_{ij} = -a^2(t) \left(\delta_{ij} + k \frac{x^i x^j}{1 - k\mathbf{x}^2} \right), \quad g_{i0} = 0, \quad g_{00} = 1, \quad (2.9)$$

com i e j assumindo os valores de 1 a 3, e com $x^0 \equiv t$ a coordenada temporal em nossas unidades, nas quais $c = 1$. Ao invés de usarmos as coordenadas quasi-cartesianas x^i , podemos usar coordenadas esféricas polares, nas quais

$$d\mathbf{x}^2 = dr^2 + r^2 d\Omega, \quad d\Omega \equiv d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2, \quad (2.10)$$

portanto

$$d\tau^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\Omega \right], \quad (2.11)$$

caso em que a métrica torna-se diagonal, com

$$g_{rr} = \frac{a^2(t)}{1 - kr^2}, \quad g_{\theta\theta} = a^2(t)r^2, \quad g_{\phi\phi} = a^2(t)r^2\sin^2\theta, \quad g_{00} = -1. \quad (2.12)$$

Veremos que as equações dinâmicas da cosmologia dependem da normalização da função $a(t)$ apenas através do termo $k/a^2(t)$, portanto para $k = 0$ esta normalização não possui significado; tudo o que importa são as razões dos valores de $a(t)$ a diferentes épocas.

Antes disso, devemos salientar que outros objetos importantes para caracterizar a geometria do espaço-tempo são as conexões, o tensor de Riemann e derivados.

As conexões provém da equação de movimento para uma partícula em queda livre num campo gravitacional. A generalização da equação de movimento para uma partícula com ausência da gravidade, $d^2\xi^\alpha/du^2 = 0$, onde ξ^α são as coordenadas cartesianas da partícula e u é um parâmetro afim, é dada pela equação covariante

$$\frac{d^2x^\lambda}{du^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \frac{dx^\mu}{du} \frac{dx^\nu}{du} = 0. \quad (2.13)$$

O campo $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ é conhecido por conexão afim, e não se trata de um tensor, por possuir diferentes propriedades de transformação. Há uma fórmula simples para as conexões em termos da métrica

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\rho} \left[\frac{\partial g_{\rho\mu}}{\partial x^\nu} + \frac{\partial g_{\rho\nu}}{\partial x^\mu} - \frac{\partial g_{\mu\nu}}{\partial x^\rho} \right] \quad (2.14)$$

O tensor de Riemann descreve a curvatura do espaço-tempo, sendo identicamente nulo no caso de curvatura nula. Ele é o único tensor que pode ser construído a partir da métrica

e suas primeiras e segundas derivadas, sendo linear nas segundas derivadas. Ele é dado por:

$$R_{\mu\nu\kappa}^{\lambda} \equiv \frac{\partial \Gamma_{\mu\nu}^{\lambda}}{\partial x^{\kappa}} - \frac{\partial \Gamma_{\mu\kappa}^{\lambda}}{\partial x^{\nu}} + \Gamma_{\mu\nu}^{\eta} \Gamma_{\kappa\eta}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\kappa}^{\eta} \Gamma_{\nu\eta}^{\lambda} \quad (2.15)$$

Apesar de sua unicidade como dependente da métrica e suas primeiras e segundas derivadas, outros tensores podem ser construídos usando-se a própria métrica para formar combinações lineares de $R_{\mu\nu\kappa}^{\lambda}$. Os mais importantes são as formas contraídas, o *tensor de Ricci*,

$$R_{\mu\kappa} \equiv R_{\mu\lambda\kappa}^{\lambda} \quad (2.16)$$

e o *escalar de curvatura*,

$$R \equiv g^{\mu\kappa} R_{\mu\kappa}. \quad (2.17)$$

O tensor de energia-momento de um conjunto de partículas é um tensor simétrico que codifica sua densidade de energia e momento. Para um fluido perfeito, ele é dado por:

$$T^{\mu\nu} = pg^{\mu\nu} + (p + \rho)u^{\mu}u^{\nu}, \quad g_{\mu\nu}u^{\mu}u^{\nu} = 1, \quad (2.18)$$

onde p e ρ são a pressão e densidade de energia do fluido, respectivamente e u^{μ} é a quadrivelocidade do mesmo.

As equações que governam o campo gravitacional podem ser encontradas, exigindo-se dois requerimentos: que elas sejam geralmente covariantes, e para campos gravitacionais fracos e que variam lentamente elas devem se reduzir à equação de Poisson para o potencial newtoniano ϕ :

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G\rho = 4\pi GT^{00} \quad (2.19)$$

onde G é a constante de Newton. Se nos limitarmos a equações diferenciais parciais que, assim como a equação de Poisson, possuem apenas duas derivadas espaço-temporais da métrica, então as equações de campo são únicas, e conhecidas como as equações de campo de Einstein:

$$G_{\mu\nu} \equiv R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (2.20)$$

onde $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein. Com isso, dada a métrica, e o tensor de energia-momento, podemos obter as equações que descreverão a dinâmica de um espaço-tempo arbitrário.

2.2.2 Dinâmica da expansão

Para podermos avançar agora, precisamos aplicar as equações de campo de Einstein, fazendo algumas suposições sobre a densidade de energia e pressão cósmicas. A expansão do Universo é governada pelas Eq. (2.20), que podem ser colocadas na forma conveniente

$$R_{\mu\nu} = 8\pi G S_{\mu\nu}, \quad (2.21)$$

onde $S_{\mu\nu}$, tensor fonte, é dado em termos do tensor de energia-momento $T_{\mu\nu}$ por

$$S_{\mu\nu} \equiv T_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}T^\lambda{}_\lambda. \quad (2.22)$$

E o tensor de Ricci, dado pela Eq. (2.16), pode ser escrito como:

$$R_{\mu\nu} = \frac{\partial\Gamma^\lambda{}_{\lambda\mu}}{\partial x^\nu} - \frac{\partial\Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} + \Gamma^\lambda{}_{\mu\sigma}\Gamma^\sigma{}_{\nu\lambda} - \Gamma^\lambda{}_{\mu\nu}\Gamma^\sigma{}_{\lambda\sigma} \quad (2.23)$$

Assim, utilizando as componentes da métrica de FRW (2.12), podemos calcular o tensor de Ricci, o que já é todo o lado esquerdo das equações de campo de Einstein (2.21), restando apenas calcular o lado direito. Para isso, é necessário calcular o tensor de energia-momento no espaço-tempo homogêneo e isotrópico.

Para tal fim, vamos observar que a isotropia requer que o valor médio de qualquer tri-tensor t^{ij} em $\mathbf{x} = 0$ seja proporcional a δ_{ij} e portanto a g^{ij} , que é igual a $a^{-2}\delta_{ij}$ em $\mathbf{x} = 0$. A homogeneidade requer que o coeficiente de proporcionalidade seja uma função do tempo apenas. Já que esse coeficiente é uma proporcionalidade entre dois tri-tensores t^{ij} e g^{ij} , ele não deve ser afetado por uma transformação arbitrária de coordenadas espaciais, incluindo aquelas transformações que preservam a forma de g^{ij} ao levar a origem para qualquer outro ponto. Portanto, homogeneidade e isotropia requerem que as componentes do tensor de energia-momento tomem, em qualquer ponto, a forma

$$T^{00} = \rho(t), \quad T^{0i} = 0, \quad T^{ij} = \tilde{g}_{ij}(\mathbf{x})a^{-2}(t)\rho(t). \quad (2.24)$$

Onde \tilde{g}_{ij} é a parte puramente espacial da métrica. Estas são as definições convencionais da densidade de energia própria ρ e pressão p , no caso de uma quadrivelocidade com $u^i = 0$, $u^0 = 1$. A lei de conservação de momento $T^i{}_{;\mu} = 0$ é automaticamente satisfeita para a métrica de FRW com o tensor de energia-momento (2.24), mas a lei de conservação de

energia fornece

$$\begin{aligned} 0 &= T_{;\mu}^{0\mu} = \frac{\partial T^{0\mu}}{\partial x^\mu} + \Gamma_{\mu\nu}^0 T^{\nu\mu} + \Gamma_{\mu\nu}^\mu T^{0\nu} \\ &= \frac{\partial T^{00}}{\partial t} + \Gamma_{ij}^0 T^{ij} + \Gamma_{i0}^i T^{00} = \frac{d\rho}{dt} + \frac{3\dot{a}}{a}(\rho + p), \end{aligned} \quad (2.25)$$

de tal forma que

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{3\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (2.26)$$

Isso pode ser facilmente resolvido para uma equação de estado na forma

$$p = w\rho \quad (2.27)$$

com w constante. Neste caso, a Eq. (2.26) fornece

$$\rho \propto a^{-3-3w} \quad (2.28)$$

Isso se aplica, inclusive, a três casos importantes:

- **Matéria fria** (poeira, p. ex.): $p = 0$

$$\rho \propto a^{-3} \quad (2.29)$$

- **Matéria quente** (radiação, p. ex.): $p = \rho/3$

$$\rho \propto a^{-4} \quad (2.30)$$

- **Energia do vácuo quântico:** $p = -\rho$

$$\rho = \text{cte.} \quad (2.31)$$

Esses resultados também se aplicam para misturas de matéria fria, matéria quente e energia do vácuo, contanto que não haja troca de energia entre as diferentes componentes.

Com isso, agora é possível inserir os tensores de Ricci e de energia-momento nas equações de Einstein e chegar nas equações que governam a dinâmica dos universos de FRW

$$-\frac{2k}{a^2} - \frac{2\dot{a}^2}{a^2} - \frac{\ddot{a}}{a} = -4\pi G(\rho - p), \quad (2.32)$$

$$\frac{3\ddot{a}}{a} = -4\pi G(3p + \rho). \quad (2.33)$$

Podemos eliminar os termos de derivada segunda adicionando 3 vezes a primeira equação à segunda, e encontrando

$$\dot{a}^2 + k = \frac{8\pi G \rho a^2}{3}. \quad (2.34)$$

Esta é a equação fundamental de Friedmann (Friedmann (1922, 1924)) que governa a expansão do Universo.

A informação restante nas equações de FRW (2.32)-(2.33) simplesmente reproduz a conservação de energia (2.26):

$$\dot{\rho} = -\frac{3\dot{a}}{a}(\rho + p) \quad (2.35)$$

Dado p como função de ρ , podemos resolver a Eq. (2.35) para encontrar ρ em função de a , e então usar isso na Eq. (2.34) para encontrar a em função de t . Mesmo sem sabermos a dependência de ρ em a , podemos usar a equação de Friedmann (2.34) para tirarmos importantes conclusões sobre características gerais da expansão. Primeiro, contanto que ρ permaneça positivo, é possível que a expansão pare apenas se $k = +1$, o caso da geometria esférica. Podemos, para qualquer valor da constante de Hubble $H_0 \equiv \dot{a}(t_0)/a(t_0)$, definir uma densidade crítica atual:

$$\rho_{\text{crit},0} \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 1,878 \times 10^{-29} h^2 \text{g/cm}^3, \quad (2.36)$$

onde h é a constante de Hubble em unidades de $100 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. De acordo com a equação de Friedmann (2.34), independentemente do que supormos sobre os constituintes do universo, a constante de curvatura k será $+1$, 0 ou -1 conforme a atual densidade seja maior, igual ou menor que $\rho_{\text{crit},0}$. Se a quantidade $3p + \rho$ é positiva (que é o caso de qualquer mistura de matéria e radiação, na ausência da densidade da energia do vácuo) então a Eq. (2.33) mostra que $\ddot{a}/a \leq 0$, portanto a expansão deve ter se iniciado com $a = 0$ em algum momento do passado.

Podemos usar a Eq. (2.33) para escrever uma fórmula geral para o parâmetro de desaceleração $q_0 \equiv -\ddot{a}(t_0)a(t_0)/\dot{a}^2(t_0)$:

$$q_0 = \frac{4\pi G(\rho_0 + 3p_0)}{3H_0^2} = \frac{\rho_0 + 3p_0}{2\rho_{\text{crit},0}}, \quad (2.37)$$

onde o subscrito 0 denota um valor atual. Se a densidade atual do universo fosse dominada por matéria não-relativística $p_0 \ll \rho_0$, e a constante de curvatura k seria $+1$, 0 ou -1 de acordo se $q_0 > \frac{1}{2}$, $q_0 = \frac{1}{2}$ ou $q_0 < \frac{1}{2}$. Por outro lado, se a densidade atual do universo fosse

dominada por matéria relativística, teríamos $p_0 = \rho_0/3$ e $q_0 = 1$, para $k = 0$. Se o universo fosse dominado pelo vácuo, teríamos $p_0 = -\rho_0$ e $q_0 = -1$, para $k = 0$.

Para $k = 0$, conseguimos soluções muito simples para a Eq. (2.34) nos três casos especiais já citados:

- **Matéria não-relativística:** Nesse caso, $\rho = \rho_0(a/a_0)^{-3}$, e a solução para a Eq. (2.34) com $k = 0$ fica:

$$a(t) \propto t^{2/3} \quad (2.38)$$

Isso resulta em $q_0 \equiv -a\ddot{a}/\dot{a}^2 = 1/2$, e uma relação simples entre a idade do universo e a constante de Hubble

$$t_0 = \frac{2}{3H_0} = 6,52 \times 10^9 h^{-1} \text{anos.} \quad (2.39)$$

Este modelo é conhecido como modelo de Einstein-de Sitter. Por muitos anos, esse foi o modelo cosmológico mais popular, mas conforme veremos, a idade (2.39) é desconfortavelmente curta comparada com idades de algumas estrelas.

- **Matéria relativística:** Nesse caso, $\rho = \rho_0(a/a_0)^{-4}$, e a solução da equação de Friedmann com $k = 0$ é:

$$a(t) \propto \sqrt{t}. \quad (2.40)$$

Isso resulta em $q_0 = 1$, ao passo que a idade do universo relaciona-se com a constante de Hubble por

$$t_0 = \frac{1}{2H_0}. \quad (2.41)$$

- **Energia do vácuo:** A invariância de Lorentz requer que em sistemas de coordenadas localmente inerciais o tensor de energia-momento $T_V^{\mu\nu}$ do vácuo seja proporcional à métrica de Minkowski $\eta^{\mu\nu}$ (para a qual $\eta^{ij} = \eta_{ij} = \delta_{ij}$, $\eta^{i0} = \eta_{i0} = \eta^{0i} = \eta_{i0} = 0$, $\eta^{00} = \eta_{00} = -1$), e portanto em sistemas de coordenadas gerais, ele deve ser proporcional a $g^{\mu\nu}$. Comparando com a Eq. (2.18), temos que o vácuo possui $p_V = -\rho_V$, de tal forma que $T^{\mu\nu} = -\rho_V g^{\mu\nu}$. Na ausência de qualquer outra forma de energia, isso satisfaz a lei de conservação $0 = T_{V;\mu}^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} \partial \rho_V / \partial x^\mu$, de tal forma que ρ_V deve ser constante, independentemente da posição no espaço-tempo. A equação de Friedmann (2.34) com $k = 0$ requer que $\rho_V > 0$, e tem como solução:

$$a(t) \propto \exp(Ht) \quad (2.42)$$

onde H é a constante de Hubble, que nesse caso é sempre uma constante, dada por:

$$H = \sqrt{\frac{8\pi G\rho_V}{3}}. \quad (2.43)$$

Nesse caso, $q_0 = -1$, e a idade do universo é infinita. Esse é conhecido como o modelo de de Sitter (de Sitter (1917)). Mas, naturalmente, existe alguma matéria no universo, portanto mesmo se a densidade de energia do universo é dominada agora por uma energia do vácuo constante, houve um tempo no passado quando a matéria e/ou a radiação foram mais importantes, e portanto a expansão possui uma idade finita, ainda que maior do que seria se não houvesse a energia do vácuo.

De uma forma mais geral, para uma curvatura espacial arbitrária e uma mistura de energia do vácuo, matéria relativística e não-relativística, constituindo frações $\Omega_{\Lambda 0}$, Ω_{m0} e Ω_{r0} da densidade de energia crítica, temos:

$$\rho = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \left[\Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{m0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_{r0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 \right] \quad (2.44)$$

onde os parâmetros de densidade Ω_i são definidos como a razão entre as densidades das componentes e a densidade crítica:

$$\Omega_i \equiv \frac{\rho_{0,i}}{\rho_{0,crit}}, \quad (2.45)$$

e, de acordo com a Eq. (2.34),

$$\Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{m0} + \Omega_{r0} + \Omega_{k0} = 1, \quad \Omega_{k0} \equiv -\frac{k}{a_0^2 H_0^2}. \quad (2.46)$$

Segundo a equação de Friedmann (2.34) e as Eq. (2.44) e (2.46), temos, para esse modelo:

$$H^2 = H_0^2 \left[\Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{m0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^3 + \Omega_{r0} \left(\frac{a_0}{a}\right)^4 + (1 - \Omega_{m0} - \Omega_{\Lambda 0} - \Omega_{r0}) \left(\frac{a_0}{a}\right)^2 \right] \quad (2.47)$$

onde $H \equiv \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble. Esse é o chamado modelo Λ CDM, que é considerado o modelo padrão da cosmologia atual, conforme veremos adiante.

Com isso, podemos partir para a questão de o que as observações podem nos dizer sobre a evolução do Universo.

2.3 Aspectos observacionais

2.3.1 O redshift cosmológico

Para discutirmos os aspectos observacionais que indicam a evolução do Universo, precisamos definir o *redshift* cosmológico. Até então não foi indicada alguma maneira de se

medir o fator de escala ou sua evolução, de forma a indicar se o universo está se expandindo, contraindo ou estacionário. Esta informação chega até nós, nos laboratórios terrestres, a partir das observações de desvios nas frequências de linhas espectrais.

Para calcularmos esses desvios de frequência, vamos adotar um sistema de coordenadas de FRW no qual nos encontramos na origem das coordenadas, e considerar um raio de luz vindo até nós na direção radial. Um raio de luz obedece a equação $d\tau^2 = 0$, de tal forma que a Eq. (2.8) fornece

$$dt = \pm a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.48)$$

Para um raio de luz vindo em direção à origem a partir de uma fonte distante, r diminui conforme t aumenta, portanto devemos escolher o sinal menos na Eq. (2.48). Portanto, se a luz parte de uma fonte a uma coordenada comóvel r_1 no tempo t_1 , ela chega na origem $r = 0$ a um tempo posterior t_0 , dado por

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.49)$$

Tomando a diferencial desta relação, e lembrando que a coordenada radial r_1 de fontes comóveis é independente do tempo, vemos que o intervalo δt_1 entre as partidas de sinais de luz subsequentes é relacionado ao intervalo δt_0 entre chegadas desses sinais de luz por

$$\frac{\delta t_1}{a(t_1)} = \frac{\delta t_0}{a(t_0)} \quad (2.50)$$

Se os “sinais” são cristas de onda subsequentes, a frequência é $\nu_1 = 1/\delta t_1$, e a frequência observada é $\nu_0 = 1/\delta t_0$, portanto

$$\nu_0/\nu_1 = a(t_1)/a(t_0) \quad (2.51)$$

Se $a(t)$ está aumentando, isso é um *redshift*, uma diminuição na frequência por um fator $a(t_1)/a(t_0)$, equivalente a um aumento no comprimento de onda por um fator convencionalmente denotado por $1 + z$:

$$1 + z = a(t_0)/a(t_1). \quad (2.52)$$

Alternativamente, se $a(t)$ está diminuindo, então nós teremos um *blueshift*, uma diminuição no comprimento de onda dado pelo fator (2.52), com z negativo. Esses resultados são frequentemente interpretados em termos do familiar efeito Doppler. A distância própria

no tempo t da origem para qualquer fonte de luz comóvel na coordenada radial r é dada por:

$$d(r, t) = a(t) \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = a(t) \times \begin{cases} \sin^{-1}r & k = +1 \\ \sinh^{-1}r & k = -1 \\ r & k = 0 \end{cases} \quad (2.53)$$

Assim, vemos que para um $a(t)$ que está aumentando ou diminuindo, a distância própria de uma fonte de luz como uma galáxia típica aumenta ou diminui com o tempo, de tal forma que tais fontes estão recedendo ou se aproximando, o que naturalmente produz um *redshift* ou *blueshift*. Por esta razão, galáxias com *redshift* (ou *blueshift*) z são comumente mencionadas como tendo uma velocidade radial cosmológica cz . (O significado da velocidade relativa apenas é claro para $z \ll 1$, portanto a existência de fontes distantes com $z > 1$ não implicam qualquer violação da relatividade especial.)

2.3.2 Distâncias cosmológicas

Distância de luminosidade

A fórmula para luminosidade aparente de uma fonte na coordenada radial r_1 com *redshift* z , de qualquer tamanho, é dada por:

$$\ell = \frac{L}{4\pi r_1^2 a^2(t_0)(1+z)^2}. \quad (2.54)$$

A partir disso, podemos introduzir uma *distância de luminosidade* d_L , a qual é definida de modo a manter a mesma relação entre luminosidades absolutas e aparentes:

$$\ell = \frac{L}{4\pi d_L^2}. \quad (2.55)$$

Portanto, temos:

$$d_L = a(t_0)r_1(1+z). \quad (2.56)$$

A coordenada radial $r(z)$ de uma fonte que é observada hoje com *redshift* z pode ser calculada por:

$$r(z) = S \left[\int_{t(z)}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \right] \quad (2.57)$$

onde:

$$S[y] \equiv \begin{cases} \sin y & k = +1 \\ y & k = 0 \\ \sinh y & k = -1 \end{cases} \quad (2.58)$$

Podemos colocar $r(z)$ em termos de uma integral no *redshift*:

$$r(z) = S \left[\int_0^z \frac{dz'}{a_0 H(z')} \right], \quad (2.59)$$

ou, ainda, usar a Eq. (2.46) para expressar $a_0 H_0$ em termos de Ω_{k0} , assim obtemos:

$$a_0 r(z) = \frac{1}{H_0 \Omega_{k0}^{1/2}} \sinh \left[\Omega_{k0}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right] \quad (2.60)$$

onde $E(z) \equiv H(z)/H_0$. Com isso, podemos escrever para a distância de luminosidade, de uma fonte observada hoje, no *redshift* z :

$$d_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0 \Omega_{k0}^{1/2}} \sinh \left[\Omega_{k0}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right] \quad (2.61)$$

Para o modelo Λ CDM, temos, a partir de (2.47):

$$E(z) = \sqrt{\Omega_{\Lambda 0} + \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{r0}(1+z)^4 + (1 - \Omega_{m0} - \Omega_{\Lambda 0} - \Omega_{r0})(1+z)^2} \quad (2.62)$$

Distância de diâmetro angular

A partir da métrica de FRW (2.12), podemos ver que uma fonte na coordenada radial comóvel r_1 que emite luz no tempo t_1 e é observada atualmente subtendendo um pequeno ângulo θ se estende por uma distância própria s (normal à linha de visada) igual a $a(t_1)r_1\theta$. A *distância de diâmetro angular* d_A é definida de tal forma que θ é dado pela relação usual da geometria euclidiana:

$$\theta = s/d_A \quad (2.63)$$

e podemos ver que

$$d_A = a(t_1)r_1. \quad (2.64)$$

Comparando-se este resultado com a Eq. (2.56), podemos ver que a razão das distâncias de luminosidade e de diâmetro angular é simplesmente uma função do *redshift*:

$$d_A/d_L = (1+z)^{-2}. \quad (2.65)$$

E, portanto, com base em (2.61), podemos escrever:

$$d_A(z) = \frac{1}{H_0 \Omega_{k0}^{1/2} (1+z)} \sinh \left[\Omega_{k0}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right] \quad (2.66)$$

2.3.3 Idade

Definindo o tempo zero como aquele que corresponde ao fator de escala zero (*redshift* infinito), o tempo em que a luz foi emitida por uma fonte que está no *redshift* z pode ser encontrado a partir de:

$$dt = \frac{da}{\dot{a}} = \frac{da}{aH} = -\frac{dz}{(1+z)H(z)}. \quad (2.67)$$

Integrando entre 0 e $t(z)$:

$$t(z) = \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')H(z')}. \quad (2.68)$$

Ou, em termos de $x \equiv a/a_0 = 1/(1+z)$:

$$t(z) = \int_0^{1/(1+z)} \frac{dx}{xH(x)}. \quad (2.69)$$

Essa é a idade do universo no *redshift* z . A idade total é dada por $t(0)$:

$$t(0) = t_0 = \int_0^1 \frac{dx}{xH(x)}. \quad (2.70)$$

2.3.4 Supernovas Ia, H_0 e a expansão acelerada

Atualmente, acredita-se que Supernovas do tipo Ia ocorrem quando uma estrela anã branca em um sistema binário acreta matéria suficiente da sua companheira de modo a empurrar sua massa próxima ao limite de Chandrasekhar, a massa máxima possível que pode ser suportada pela pressão de degenerescência dos elétrons (Hoyle e Fowler (1960)). Quando isso acontece a anã branca torna-se instável, e o aumento em temperatura e densidade favorece a conversão de carbono e oxigênio em ^{56}Ni , resultando em uma explosão termonuclear que pode ser vista a distâncias de milhares de megaparsecs. A estrela em explosão sempre possui uma massa próxima ao limite de Chandrasekhar, de tal forma que há pouca variação na luminosidade absoluta dessas explosões, fazendo delas indicadores de distância praticamente ideais (Sandage e Tammann (1982), ou Branch (1998), Hofflich et al. (2003), para revisões). A variação que existe parece estar bem correlacionada com o tempo de crescimento e de declínio da luz da supernova: quanto mais lento o declínio, maior a luminosidade absoluta (Phillips (1993); Hamuy et al. (1995); Riess et al. (1996); Jha et al. (2007)).

Esta relação foi calibrada por medidas de supernovas Ia em várias galáxias com distâncias conhecidas. Entre 1937 e 1999 haviam 10 supernovas em galáxias cujas distâncias foram

medidas por observações de cefeidas que elas continham (Tripp e Branch (1999)). Dessas, 6 supernovas Ia foram usadas pelo *HST Key H_0 Group* (Gibson et al. (2000)) para calibrar a relação entre luminosidade absoluta e tempo de declínio. Essa relação foi então usada para calcular distâncias de uma amostra de 29 supernovas Ia em galáxias com *redshifts* estendendo-se de 0,01 a 0,1, observadas no Cerro Tololo Inter-American Observatory (Hamuy et al. (1996)). Plotando-se essas distâncias em função dos *redshifts* medidos forneceram uma constante de Hubble de 71 ± 2 (estatístico) ± 6 (sistemático) $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ (Ferrarese et al. (1999); Freedman et al. (2001)). Isso está de bom acordo com uma determinação anterior usando supernovas Ia por um grupo de Harvard (Riess et al. (1995)), que encontraram $H_0 = 67 \pm 7 \text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. Membros desse grupo substituíram esse valor (Riess et al. (2005)), fornecendo uma constante de Hubble $H_0 = 73 \pm 4$ (est.) ± 5 (sist.) $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. Por outro lado, um grupo encabeçado por Sandage que usa supernovas Ia e a relação de Tully-Fisher consistentemente encontrou valores mais baixos de H_0 . Essa diferença parece estar diminuindo; em 2006, este grupo citou um valor $H_0 = 62,3 \pm 1,3$ (est.) $\pm 5,0$ (sist.) $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ (Sandage et al. (2006)). De acordo com Sandage *et al.*, a diferença entre esses resultados é devida à diferença na relação período-luminosidade das cefeidas usadas para medir distâncias das galáxias que hospedam as supernovas que são usadas para calibrar a relação entre luminosidade absoluta das supernovas e tempo de declínio. Sandage *et al.* usam uma relação período-luminosidade que é dependente da metalicidade. Contudo, Macri et al. (2006) subsequentemente relataram que não havia diferença na relação período-luminosidade para cefeidas numa região rica em metais e uma pobre em metais em NGC 4258.

Supernovas Ia são excelentes velas-padrão (Perlmutter e Schmidt (2003); Ruiz-Lapuente (2004); Filippenko (2003, 2004); Panagia (2005)). Elas são muito brilhantes; a magnitude absoluta do pico está em média em torno de -19,2, o que se compara bem com a magnitude absoluta -20,3 estimada para nossa própria galáxia. Além disso, como a supernova Ia tipicamente ocorre quando a anã branca ultrapassa o limite de Chandrasekhar, a natureza da explosão não depende muito de quando na história do universo ela ocorreu, ou da massa com qual a anã branca iniciou ou da natureza da estrela companheira. Mas pode depender um pouco da metalicidade (a proporção de elementos mais pesados que o hélio) da anã branca, a qual pode depender da época da explosão. Já foi observado que a luminosidade

das supernovas Ia varia com as condições do ambiente, mas felizmente no caso do uso das supernovas como indicadores de distância, a maior parte dessa variação é corrigível empiricamente.

Observações de supernovas Ia foram comparadas com previsões teóricas (equivalentes à Eq. (2.61)) para a distância luminosidade como função do *redshift* quase ao mesmo tempo por dois grupos: The Supernova Cosmology Project (SCP) (Perlmutter et al. (1998)) e o High-*z* Supernova Search Team (HZSN) (Riess et al. (1998)).

O SCP analisou a relação entre luminosidade aparente e *redshift* para 42 supernovas Ia, com *redshifts* z variando de 0,18 a 0,83, juntamente com um conjunto de supernovas mais próximas de outro mapa de supernovas, com *redshifts* abaixo de 0,1. O resultado original deles é mostrado na Figura 2.1.

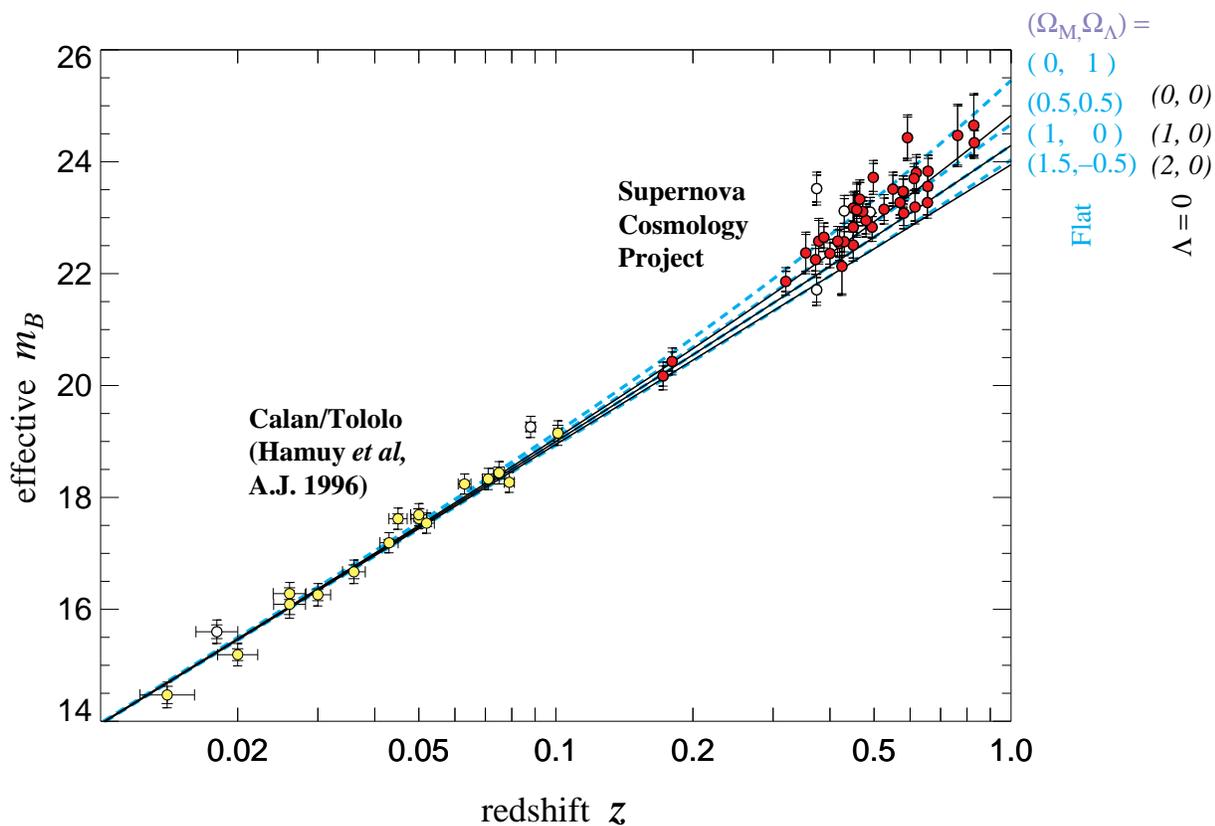


Figura 2.1: Evidência da energia escura (Perlmutter et al. (1998)).

Usando o modelo Λ CDM discutido acima como modelo fiducial, os dados descartam

com um nível de confiança de 99% o caso $\Omega_{\Lambda 0} = 0$ (ou $\Omega_{\Lambda 0} < 0$). Para uma cosmologia plana com $\Omega_{k0} = \Omega_{r0} = 0$, de tal forma que $\Omega_{\Lambda} + \Omega_m = 1$, os dados indicam um valor

$$\Omega_{m0} = 0,28_{-0,08}^{+0,09} \text{ (1 } \sigma \text{ estatístico)}_{-0,04}^{+0,05} \text{ (sistemática identificada)}$$

Esses resultados são independentes da constante de Hubble ou da calibração absoluta da relação entre luminosidade absoluta da supernova e a escala de tempo, ainda que dependam da forma dessa relação. Isso resulta na idade (2.70):

$$t_0 = 13,4_{-1,0}^{+1,3} \times 10^9 \left(\frac{70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}}{H_0} \right) \text{ anos.}$$

O parâmetro de desaceleração para o modelo Λ CDM é dado por:

$$q_0 = \frac{4\pi G(3p_0 + \rho_0)}{3H_0^2} = \frac{1}{2}(\Omega_{m0} - 2\Omega_{\Lambda 0} + 2\Omega_{r0}) \quad (2.71)$$

Para $\Omega_{m0} = 0,28$ e $\Omega_{\Lambda 0} = 1 - \Omega_{m0}$, a Eq. (2.71) fornece um parâmetro de desaceleração negativo, $q_0 = -0,58$, indicando que **a expansão do universo está acelerando**.

O High- z Supernova Search Team originalmente estudou 16 supernovas Ia de altos *redshifts* ($0,16 < z < 0,97$), incluindo 2 do SCP, juntamente com 34 supernovas próximas, e concluíram que $\Omega_{\Lambda 0} > 0$ a 99,7% de confiança, sem suposições sobre a curvatura espacial. Seus resultados originais são mostrados na Figura 2.2.

Eles encontraram um melhor ajuste para uma cosmologia plana de $\Omega_{m0} = 0,28 \pm 0,10$ e $\Omega_{\Lambda 0} = 1 - \Omega_{m0}$, resultando em uma idade de cerca de $(14,2 \pm 1,5) \times 10^9$ anos, e com um método de ajuste conservador, com 99,5% de confiança eles concluem que $q_0 < 0$, novamente indicando fortemente uma expansão acelerada. Incluindo 8 novas supernovas em uma amostra de 230 supernovas Ia (Tonry et al. (2003)) resultou em $1,4\Omega_{m0} - \Omega_{\Lambda 0} = -0,35 \pm 0,14$, fornecendo mais evidência de que $\Omega_{\Lambda 0} > 0$. A hipótese da energia do vácuo foi então fortalecida quando o SCP, incluindo uma nova amostra de supernovas, encontrou para um universo plano que $\Omega_{\Lambda 0} = 0,75_{-0,07}^{+0,06}$ (estat.) $\pm 0,032$ (sist.) (Knop et al. (2003)).

Mais recentemente, o SCP reuniu uma grande compilação de amostras de SNs, que ficou conhecida como Union, perfazendo um conjunto de 307 dados. Eles encontraram, para um Universo espacialmente plano, $\Omega_{\Lambda 0} = 0,713_{-0,029}^{+0,027}$ (estat.) $_{-0,039}^{+0,036}$ (sist.) (Kowalski et al. (2008)). Durante a escrita desta tese, foi lançado o Union2, contando com 557 SNs, onde eles encontraram, em um Universo plano, para a equação de estado da energia escura $\omega = p_x/\rho_x = -0,997_{-0,054}^{+0,050}$ (estat.) $_{-0,097}^{+0,093}$ (estat.+sist.) (Amanullah et al. (2010)).

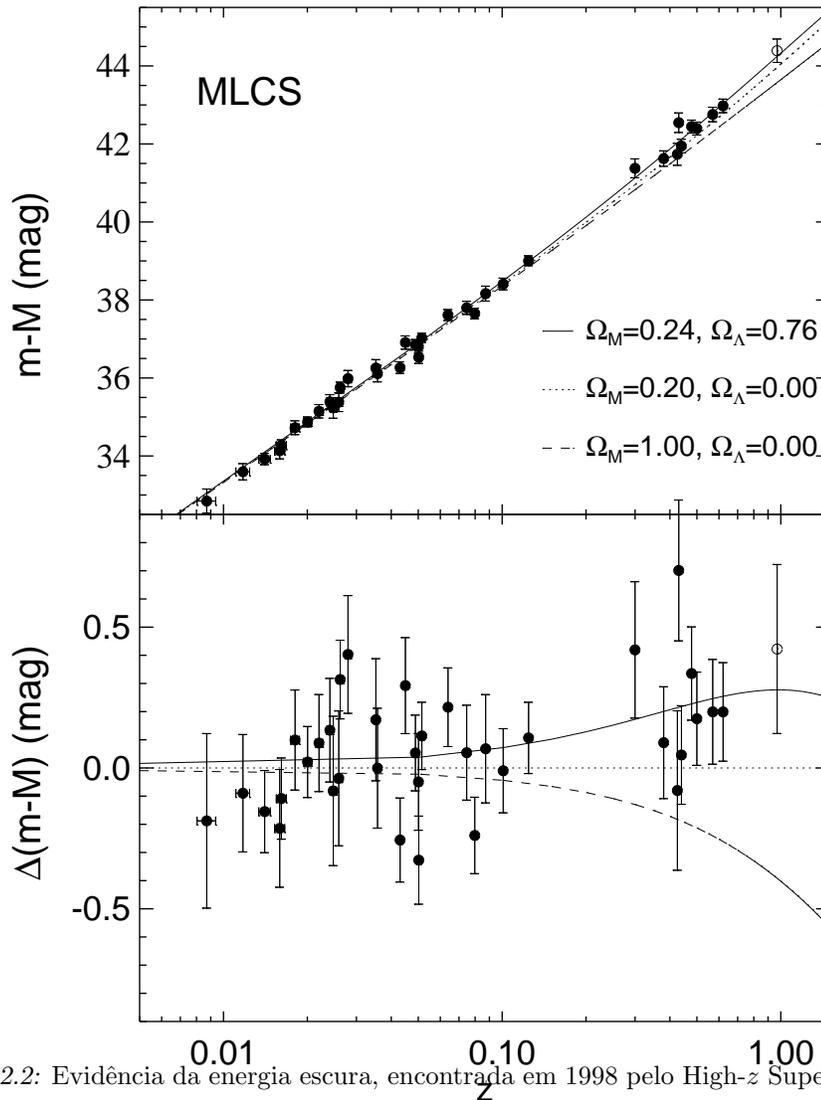


Figura 2.2: Evidência da energia escura, encontrada em 1998 pelo High- z Supernova Search Team (Riess et al. (1998)).

2.4 Como acelerar o Universo

2.4.1 Λ CDM, PCC e alternativas

A história da constante cosmológica (Λ) começou com a própria história da Cosmologia Moderna. Logo após completar sua formulação da Relatividade Geral em 1915-1916, Einstein (1917) tentou aplicar sua nova teoria ao Universo como um todo. Seu princípio básico era que o Universo era estático, já que se observava na época que as velocidades relativas das estrelas eram muito menores que a velocidade da luz. Porém, não era possível se encontrar tal solução estática de suas equações originais, de tal forma que ele as modificou adicionando um parâmetro livre Λ , a constante cosmológica:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (2.72)$$

Tal modificação foi feita de tal forma a não alterar seu princípio básico de que o lado esquerdo da equação possui divergência nula, satisfazendo a conservação de energia-momento. Agora, para $\Lambda > 0$, havia uma solução estática para um universo preenchido com poeira de pressão nula e densidade

$$\rho = \frac{\Lambda}{8\pi G}. \quad (2.73)$$

Porém, pouco depois, o *redshift* de objetos distantes estava sendo descoberto por Slipher. Durante o período de 1910 até os meados de 1920, Slipher (1924) observou que as galáxias (ou, como então conhecidas, nebulosas espirais) tinham *redshifts* $z \equiv \Delta\lambda/\lambda$ variando até 6% e apenas algumas tinham *blueshifts*. Weyl apontou em 1923 que o modelo de de Sitter exibiria tal *redshift*, aumentando com a distância, pois ainda que a métrica no sistema de coordenadas de de Sitter seja independente do tempo, partículas-teste não estão em repouso; existe uma componente não-nula da conexão afim:

$$\Gamma_{tt}^r = -H \sinh Hr \tanh Hr, \quad (2.74)$$

resultando em um *redshift* proporcional à distância:

$$z \simeq Hr \quad \text{para} \quad Hr \ll 1. \quad (2.75)$$

Em seu influente livro, Eddington (1924) interpretou os *redshifts* de Slipher em termos do universo “estático” de de Sitter. Mas, naturalmente, ainda que a constante cosmológica fosse necessária para um universo estático, ela não era necessária em um universo em expansão. Já em 1922, Friedmann (1924) descreveu uma classe de modelos cosmológicos, com elemento de linha (em notação moderna)

$$d\tau^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (2.76)$$

Estas são as coordenadas comóveis; o Universo expande ou contrai conforme $a(t)$ aumenta ou diminui, mas as galáxias mantêm coordenadas fixas (r, θ, ϕ) . O movimento do fator de escala cósmico é governado pela equação de Friedmann (agora incluindo Λ)

$$\left(\frac{da}{dt} \right)^2 = -k + \frac{a^2}{3}(8\pi G\rho + \Lambda). \quad (2.77)$$

O modelo de de Sitter é apenas o caso especial com $k = 0$ e $\rho = 0$. Contudo, podemos também facilmente encontrar soluções com expansão com $\Lambda = 0$ e $\rho > 0$. Pais (1982) cita uma carta de 1923 de Einstein a Weyl, mostrando sua reação à descoberta da expansão do Universo: “Se não há um mundo quase-estático, então fora com o termo cosmológico!”

Infelizmente, não era tão fácil simplesmente retirar a constante cosmológica, porque qualquer coisa que contribui com a densidade de energia do vácuo age como uma constante cosmológica. A invariância de Lorentz nos diz que no vácuo o tensor de energia-momento deve ter a forma

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle = \langle \rho \rangle g_{\mu\nu}. \quad (2.78)$$

Inspeção da Eq. (2.72) mostra que isso possui o mesmo efeito que adicionar um termo $8\pi G \langle \rho \rangle$ na constante cosmológica efetiva

$$\Lambda_{eff} = \Lambda + 8\pi G \langle \rho \rangle. \quad (2.79)$$

Equivalentemente, podemos dizer que a constante cosmológica de Einstein contribui com um termo $\Lambda/8\pi G$ à energia do vácuo efetiva total

$$\rho_V = \langle \rho \rangle + \Lambda/8\pi G = \Lambda_{eff}/8\pi G. \quad (2.80)$$

Um limite superior experimental bruto em Λ_{eff} ou ρ_V é fornecido por medidas das distância em função dos *redshifts* cosmológicos, o programa iniciado por Hubble no final da década de 1920. A taxa de expansão atual é estimada hoje como

$$\left(\frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)_{hoje} \equiv H_0 \simeq 70 \text{ km/s/Mpc} \simeq 7 \times 10^{-11} / \text{ano}. \quad (2.81)$$

Além disso, não experimentamos efeitos da curvatura do Universo, portanto, grosseiramente

$$|k|/a_0^2 \lesssim H_0^2. \quad (2.82)$$

Finalmente, a densidade de energia ordinária do Universo não é muito maior do que seu valor crítico

$$|\rho - \langle \rho \rangle| \lesssim 3H_0^2/8\pi G. \quad (2.83)$$

Portanto a Eq. (2.77) mostra que

$$|\Lambda_{eff}| \lesssim H_0^2 \quad (2.84)$$

ou, em unidades físicas,

$$|\rho_V| \lesssim 10^{-29} g/cm^3 \sim 10^{-47} GeV^4. \quad (2.85)$$

Um limite observacional mais preciso foi fornecido a partir das medidas de SNs Ia em 1998, mas esta estimativa já foi suficiente para que Weinberg (1989) discutisse o Problema da Constante Cosmológica, antes mesmo da descoberta da aceleração da expansão!

Como se sabe, o problema com isso é que a densidade de energia $\langle \rho \rangle$ do espaço vazio provavelmente é imensamente maior do que $10^{-47} GeV^4$. Somando-se as energias de ponto zero de todos modos normais de algum campo escalar de massa m até um número de onda de corte $\lambda \gg m$ fornece uma densidade de energia do vácuo (com $\hbar = c = 1$)

$$\langle \rho \rangle = \int_0^\lambda \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi)^3} \frac{1}{2} \sqrt{k^2 + m^2} \simeq \frac{\lambda^4}{16\pi^2}. \quad (2.86)$$

Se nós acreditamos na relatividade geral até a escala de Planck, então podemos tomar $\lambda \simeq (8\pi G)^{-1/2}$, o que resulta

$$\langle \rho \rangle \sim 2^{-10} \pi^{-4} G^{-2} = 2 \times 10^{71} GeV^4. \quad (2.87)$$

Mas nós vimos que $|\langle \rho \rangle + \Lambda/8\pi G|$ é menor que cerca de $10^{-47} GeV^4$, portanto os termos devem cancelar aqui para mais do que 118 casas decimais. Mesmo se nós apenas nos preocuparmos com energias de ponto-zero na cromodinâmica quântica, nós esperaríamos que $\langle \rho \rangle$ fosse da ordem de $\lambda_{QCD}^4/16\pi^2$, ou $10^{-6} GeV^4$, requerendo que $\Lambda/8\pi G$ cancele esse termo em cerca de 41 casas decimais.

Assim, ainda que o modelo com o termo Λ (modernamente conhecido como modelo Λ CDM) obtenha sucesso como explicação empírica de estimativas de medidas de distância de luminosidade de Supernovas Ia (Riess et al. (1998); Perlmutter et al. (1999)), espectro de raios-X de aglomerados (Allen et al. (2003); Lima et al. (2003); Allen et al. (2004)), Oscilações Acústicas dos Bárions (Eisenstein et al. (2005); Percival et al. (2010)) e dados de idades de galáxias (Jimenez et al. (2003)), sendo até por isso apelidado de Modelo de Concordância Cósmica, a discrepância acima, e a falta de uma justificção teórica para um valor tão baixo de Λ , levou os cientistas a considerarem outros modelos de Universo.

Basicamente, uma explicação para a aceleração da expansão determinada pelas Supernovas pode ser atingida teoricamente, de três maneiras:

- mantendo-se a teoria de gravitação, dada pela Relatividade Geral (RG) e os princípios de isotropia e homogeneidade, que levam à métrica de Friedmann. Nesse caso, pode-se mudar a componente escura de Λ para uma outra componente com pressão negativa para se obter aceleração ou, como proposto mais recentemente, criação de matéria a partir das flutuações quânticas do campo gravitacional também pode gerar tal pressão negativa;
- mantendo-se a RG e isotropia, mas quebrando a homogeneidade (a isotropia é confirmada pelas observações da RCF), nos chamados modelos inomogêneos, que levam a métricas distintas de Friedmann;
- mudando a teoria de gravitação, o que leva a modelos com $F(R)$ ou modelos de branas. Uma possível gravitação quântica também pertenceria a essa categoria.

Em princípio, seria possível também mudar a gravitação e quebrar a homogeneidade para se obter a aceleração, mas o princípio de simplicidade de Ockham nos leva a evitar essa possibilidade, ao menos em princípio.

Entre as alternativas a Λ CDM, na primeira categoria, podemos destacar:

- XCDM: O modelo mais simples de energia escura, supõe que a energia escura possui uma equação de estado $\omega = p_X/\rho_X$ negativa, podendo ser constante (Turner e White (1997); Chiba et al. (1997, 1998); Caldwell et al. (2003); Lima et al. (2003)) ou variável (Chevallier e Polarski (2001); Linder (2003));
- $\Lambda(t)$ CDM: Tais modelos representam uma tentativa de resolver o PCC, impondo uma interação entre a constante cosmológica e a matéria escura fria, resultando em um Λ variável (Ozer e Taha (1986); Freese et al. (1987); Chen e Wu (1990); Carvalho et al. (1992); Overduin e Cooperstock (1998); Lima e Trodden (1996); Lima (1996); **Jesus** (2008)). Nesse caso, Λ seria pequeno porque o Universo é velho (Peebles e Ratra (1988); Lima e Maia (1994));
- XCDM interagente: Consideram a interação entre energia escura e matéria escura (Zimdahl et al. (2001); Wang et al. (2005, 2006); Das et al. (2006); Feng et al. (2007); Bertolami et al. (2009); Boehmer et al. (2008); Wang et al. (2007); Abdalla et al. (2009); Wang et al. (2008); Pavon e Wang (2009); **Jesus** et al. (2008); Pereira e

- Jesus** (2009)). Um modelo um pouco mais complexo, porém uma possibilidade de contornar o PCC e o problema da coincidência. Recentemente, analisamos a termodinâmica de tais modelos, mostrando, pela primeira vez, que a interação pode ocorrer nos dois sentidos, do ponto de vista termodinâmico, contanto que uma das componentes tenha potencial químico não-nulo (Pereira e **Jesus** (2009));
- Campos escalares: Tais modelos consideram que a energia escura se comporta como um campo escalar (Caldwell et al. (1998); Carroll (1998); Wang et al. (2000); Balaji e Brandenberger (2005); Ratra e Peebles (1988); Peebles e Ratra (1988); Dodelson et al. (2000));
 - Gás de Chaplygin: Supõe a existência de uma componente que se comporta inicialmente com pressão nula e posteriormente com pressão negativa, fazendo o papel tanto de energia escura quanto de matéria escura, dando origem aos chamados modelos de Quartessência (Kamenshchik et al. (2001); Bilic et al. (2002); Bento et al. (2002); Lima et al. (2008, 2009a); Santos e **Jesus** (2008));
 - CCDM: Neste cenário é suposto que matéria escura fria é criada a partir de flutuações quânticas do campo gravitacional, devido à sua variação, gerando pressão negativa que leva à aceleração (Lima et al. (2008); Steigman et al. (2009), Lima et al. (2009)).

Na segunda categoria, os modelos inomogêneos, de Lemaître-Tolman-Bondi (Lemaître (1997); Tolman (1934); Celerier (2000); Célérier (2007) ver também Buchert (2008)), Szekeres (Szekeres (1975); Ishak et al. (2008)) e Stephani (Stephani (1967b,a)).

Na terceira categoria, destacam-se:

- modelos $F(R)$: Nestes modelos supõe-se que a lagrangiana da gravitação é uma função genérica do escalar de Ricci, e minimiza-se a lagrangiana conforme os métodos de Palatini ou da métrica (Kerner (1982); Barrow e Ottewill (1983); Vollick (2003, 2004); Allemandi et al. (2004, 2005));
- modelos de brana: Tais modelos supõem que o Universo possui uma dimensão espacial a mais, que é percebida apenas pelos grávitons e provoca uma diluição da gravitação (Dvali et al. (2000); Dvali e Gabadadze (2001)).

Paralelamente a essas alternativas, existem os chamados modelos cinemáticos, que procuram determinar os parâmetros cinemáticos do Universo, como a constante de Hubble, o parâmetro de desaceleração, o *jerk* e o *snap*, da forma mais independente de modelos possível (Riess et al. (2004); Cunha (2009); Guimarães et al. (2009)). Assim, modelos cinemáticos podem ser vistos como medidas independentes dos parâmetros da expansão, e podem estabelecer indicativos do modelo cosmológico subjacente.

Idade do Universo a altos *redshifts*

3.1 Introdução

Uma questão fundamental em Cosmologia envolve o conhecimento da idade do Universo. Nos últimos anos, avanços consideráveis e desenvolvimentos crescentes no campo da Cosmologia observacional têm tornado possível estimar os valores dos principais parâmetros cosmológicos com razoável precisão. Como já foi visto, uma vez que os valores de Ω_{m0} e H_0 tenham sido estabelecidos por uma variedade de testes, a idade do universo, no contexto do modelo cosmológico padrão (Λ CDM plano), pode ser univocamente determinada¹. Por exemplo, no Universo de Einstein-de Sitter, onde a constante cosmológica é nula e $\Omega_m = \Omega_{m0} = 1$ (antigo modelo cosmológico padrão), a Eq. (2.69) fornece:

$$t_0 = \frac{2}{3H_0} \quad (3.1)$$

o que, para valores de $H_0 = 60 - 80 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, implica numa idade em torno do intervalo $t_0 = 8,1 - 11$ Ganos. Mas atualmente o modelo cosmológico mais favorecido observacionalmente é o modelo Λ CDM plano, com 30% da densidade crítica na forma de matéria sem pressão (bárions e matéria escura) e 70% na forma de constante cosmológica. Essas duas densidades, juntamente com o parâmetro de Hubble em torno de $72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (Freedman et al. (2001)), implicam numa idade do Universo em torno de $t_0 \simeq 13$ Ganos. Por outro lado, percebe-se facilmente que estimando a idade do universo por meio de métodos distintos (e.g., datando os sistemas estelares mais antigos) é possível estabelecer limites sobre os diversos modelos cosmológicos. Naturalmente, tais argumentos podem ser

¹ Algumas partes da introdução e as estimativas de idade total apresentadas nesse capítulo foram baseadas na tese de Alcaniz (2001) e nas Notas de Aula do Prof. Lima Neto (2010).

extrapolados para diferentes *redshifts*, de tal maneira que limites sobre Ω_{m0} e H_0 possam ser inferidos. Portanto, estimativas precisas da idade do universo em diferentes *redshifts* podem ser utilizadas para determinar em que tipo de universo vivemos.

Tal procedimento é constituído dos métodos da chamada Cosmocronologia. Nesse ramo da cosmologia observacional, há, atualmente, quatro métodos independentes para estabelecer um limite inferior para a idade do universo. Estes métodos, embora utilizando técnicas completamente diferentes, podem ser agrupados ou classificados de acordo com a classe de objetos aos quais eles são aplicáveis. São eles:

- Objetos na galáxia
 1. Nucleocosmocronologia;
 2. Curvas de esfriamento de anãs brancas;
 3. Aglomerados globulares - *turn-off* da sequência principal.
- Objetos em altos *redshifts*
 1. Galáxias velhas em altos *redshifts* - Modelos de população estelar.

Não é nosso objetivo aqui expor detalhadamente todos os aspectos relacionados aos métodos de datação cosmológica (para este fim veja Renzini (1991), VandenBerg et al. (1996), Chaboyer et al. (1998), Carretta et al. (2000), Krauss (2000)). Em vez disso, atenção maior será dada às datações de galáxias velhas em altos *redshifts*.

3.2 A idade total

Vamos rever aqui rapidamente as estimativas de idade total do Universo, obtidas a partir de objetos na nossa Galáxia.

3.2.1 Aglomerados Globulares

Os aglomerados globulares estão entre os objetos mais antigos do Universo, que se formaram rapidamente (escala de tempo de colapso de um aglomerado globular é de alguns milhões de anos) junto com a galáxia hospedeira. A idade dos aglomerados pode ser determinada através da teoria de evolução estelar.

As estrelas de um aglomerado globular se formam essencialmente ao mesmo tempo. À medida que o tempo passa, as estrelas de maior massa deixam a Sequência Principal e começam a povoar o ramo das gigantes vermelhas (Red Giant Branch, RGB), ramo assintótico e ramo horizontal. A magnitude do *turn-off* (ponto onde a Sequência Principal “termina” e se junta ao RGB) se torna cada vez menos brilhante e mais vermelho. Ajustando um modelo de evolução estelar (uma isócrona) ao diagrama HR de um aglomerado globular, podemos determinar sua idade. Este método depende de modo crucial da determinação do módulo de distância do aglomerado estelar, pois os modelos dependem da luminosidade absoluta das estrelas e observamos o fluxo (magnitude) aparente.

A idade do universo obtida por este método é:

$$t_0 = 13,4_{-2,2}^{+3,4} \times 10^9 \text{anos} \quad (95\% \text{ de certeza}) \quad (3.2)$$

onde é suposto que há 0,8 bilhões de anos entre o Big Bang e a formação do aglomerado globular, que ocorreu por volta de $z \sim 6,5$ (Krauss e Chaboyer (2003)).

3.2.2 Nucleocosmocronologia

Outra medida independente da idade da Galáxia (limite inferior para a idade do Universo) é calculada a partir da abundância de elementos radioativos pesados com meia-vida da ordem de bilhões de anos (Butcher (1987)), em particular urânio (^{235}U , meia-vida $0,704 \times 10^9$ anos e ^{238}U , meia-vida $4,468 \times 10^9$ anos) e tório (^{232}Th , meia-vida $14,05 \times 10^9$ anos), que decaem em isótopos estáveis de chumbo.

Temos, por exemplo, a seguinte relação de decaimento radioativo:

$$U_{obs} = U_{ini} \exp(-t_*/\tau), \quad (3.3)$$

onde o índice “obs” indica a abundância observada, “ini” a abundância inicial, τ é o tempo característico de decaimento- α ($\tau = \text{meia-vida} / \ln 2$) e t_* é o tempo decorrido. Utilizando medidas de abundância de urânio e tório podemos estimar o tempo decorrido (a idade) por:

$$\log \left(\frac{^{232}\text{Th}_{obs}}{^{238}\text{U}_{obs}} \right) = \log \left(\frac{^{232}\text{Th}_{ini}}{^{238}\text{U}_{ini}} \right) + t_* \left[\frac{1}{\tau_U} - \frac{1}{\tau_{Th}} \right] \log(e). \quad (3.4)$$

A utilização de razões de abundâncias reduz a incerteza do método; a razão das abundâncias iniciais é obtida de modelos teóricos da produção de elementos em supernovas pelo processador ($\log(^{232}\text{Th}_{ini}/^{238}\text{U}_{ini}) = 0,1 \pm 0,1$, Goriely e Clerbaux (1999)). Usando esta técnica (assim

como outros elementos, ósmio e irídio), Cayrel et al. (2001) obtêm o seguinte valor:

$$t_0 = (13,3 \pm 3) \times 10^9 \text{ anos} \quad (3.5)$$

onde é suposto novamente 0,8 bilhões de anos entre o Big Bang e a nucleossíntese dos elementos radioativos U e Th. Em particular, Frebel et al. (2007) estimaram a idade da estrela HE 1523-0901, de metalicidade $[\text{Fe}/\text{H}] = -2,95$ e $0,8M_{\text{Sol}}$, em 13,2 bilhões de anos.

3.2.3 Curvas de resfriamento de anãs brancas

Um outro limite inferior da idade do Universo é dado pela observação de anãs brancas de baixa luminosidade. Anãs brancas são o estágio final de evolução de estrelas de massa $\lesssim 8M_{\text{Sol}}$, onde não há reações nucleares e são suportadas pela pressão de elétrons degenerados. A luminosidade das anãs brancas diminui aproximadamente como $L \propto \mathcal{M}t^{-7/5}$ (Mestel (1952)), onde \mathcal{M} é a magnitude absoluta.

A relação acima prevê um corte na função de luminosidade das anãs brancas que pode ser observado nas estrelas do disco da Via Láctea. Outra possibilidade é a observação de anãs brancas em aglomerados globulares: as mais fracas podem ser utilizadas como indicador da idade do aglomerado.

Hansen et al. (2002) obtêm $7,3 \pm 1,5$ bilhões de anos para a idade do disco da Galáxia e $12,7 \pm 0,7$ bilhões para M5. Supondo ainda um intervalo de 800 milhões de anos entre o Big Bang e a formação do aglomerado temos:

$$t_0 = (13,5 \pm 0,7) \times 10^9 \text{ anos.} \quad (3.6)$$

É extremamente notável a coincidência entre todos estes métodos independentes de datação do Universo!

3.3 A idade no *redshift* z

Apresentamos três métodos para determinar a idade total do Universo. Até recentemente, haviam apenas estimativas da idade total do Universo (idade em $z = 0$). No entanto, com o advento da espectroscopia ótica em telescópios de 10m e do Telescópio Espacial Hubble, as últimas décadas assistiram a possibilidade de localizar e datar com razoável confiabilidade e precisão objetos em altos *redshifts*. Como veremos, estimativas

da idade do Universo em diferentes *redshifts* nos fornecem uma medida independente do parâmetro Ω_{m0} , no contexto do modelo padrão. Além disso, essas estimativas podem limitar a região possível dos parâmetros de diversas classes de modelos.

Entretanto, no caso de altos *redshifts*, os aglomerados globulares não constituem bons objetos a serem datados, devido ao fato de que não é possível resolver estrelas individualmente a essas distâncias. Excelentes candidatos a tais indicadores são as galáxias elípticas. Acredita-se que nessas galáxias as estrelas se formaram essencialmente num único evento de formação estelar, após o qual nenhuma quantidade significativa de gás é deixado para formar novas estrelas (Jimenez (1996)). À medida que essas estrelas evoluem, elas vão tornando-se mais vermelhas, portanto, as principais galáxias que limitam a idade do Universo são galáxias vermelhas a altos *redshifts*, por indicarem a existência de uma população estelar evoluída (Spinrad et al. (1997)).

O que é feito para se datar essas galáxias é observar seu espectro e comparar com modelos de evolução química da galáxia. Assim, vários objetos em altos *redshifts* (galáxias e quasares) tiveram sua idade determinada, tendo alguns deles trazido fortes implicações cosmológicas para o Universo.

A idéia por trás dos testes de idade de objetos a altos *redshifts* é simples: o Universo não pode ter idade menor que as idades dos objetos que o compõem, o que pode ser resumido na relação:

$$t_z \geq t_g \quad (3.7)$$

onde t_z é a idade do Universo naquele *redshift* e t_g é a idade do objeto.

Como dito antes, vários objetos em altos *redshifts* tiveram suas idades determinadas, entre eles o quasar APM 08279+5255, descoberto por Hasinger et al. (2002) com *redshift* $z = 3,91$ e uma abundância de ferro extremamente alta, resultando em uma idade estimada de 2-3 Ganos. Usando o limite inferior dessa estimativa de idade e o valor do parâmetro de Hubble dado pelo HST Key Project ($H_0 = 72 \pm 8$ km/s/Mpc), Alcaniz et al. (2003) mostraram que, no contexto do modelo padrão Λ CDM plano, deveríamos ter um parâmetro $\Omega_{\Lambda 0} \geq 0,78$. Esse valor é apenas marginalmente compatível com os valores atualmente aceitos para esse parâmetro ($\Omega_{\Lambda 0} = 0,734 \pm 0,029$ pelo WMAP apenas e $\Omega_{\Lambda 0} = 0,728^{+0,015}_{-0,016}$ pela combinação WMAP, BAO e H_0 (Komatsu et al. (2010))).

Outros modelos também foram limitados por esse teste, como alguns modelos de cos-

mologia com decaimento do vácuo ($\Lambda(t)$ CDM). Em um artigo de 2007, estudamos dois desses modelos: o modelo de Chen-Wu generalizado e o modelo de Wang-Meng.

3.3.1 Modelo de Chen e Wu generalizado

Em 1990, usando argumentos dimensionais, Chen e Wu (1990) propuseram a seguinte forma funcional para o termo cosmológico:

$$\Lambda = \frac{\alpha}{a^2} \quad (3.8)$$

onde α é uma constante adimensional e $a(t)$ é o fator de escala da métrica de FRW. A potência $n = 2$ foi fixada considerando-se que a gravidade é descrita por um campo clássico após a era de Planck. No que segue, supondo-se que a densidade da energia do vácuo e a aceleração cósmica devem ter uma origem quântica, nós discutimos a dependência $\Lambda(t)$ mais geral:

$$\Lambda = \frac{\alpha}{a^n} \quad (3.9)$$

Uma vantagem dessa forma funcional é que o modelo de Chen e Wu é recuperado no caso em que $n = 2$, ao passo que, para $n = 0$, ela se reduz ao modelo de concordância cósmica (Λ CDM).

Supondo-se que a seção espacial do Universo é plana, como predito pela inflação e sugerido observacionalmente pelos experimentos do WMAP em combinação com outras observações (Komatsu et al. (2010)), as equações de Friedmann ficam, nesse caso:

$$8\pi G\rho_m + \frac{\alpha}{a^n} = 3H^2, \quad (3.10)$$

$$\frac{d}{da}(\rho_m a^3) = \frac{n\alpha}{8\pi G a^{n-2}}, \quad (3.11)$$

onde ρ_m é a densidade de energia do fluido de matéria escura fria (CDM), e $H = \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble. Note que os bárions, que compõem $\sim 4\%$ do Universo, assim como os fótons, que compõem $\sim 10^{-3}\%$, são desprezados nessa primeira abordagem.

Vamos determinar a expressão para t_z , a idade do Universo no *redshift* z . Primeiramente, devemos integrar a lei de conservação de energia para obter ρ_m , e depois inserindo o resultado na equação de Friedmann, segue que:

$$H^2 = H_0^2 \left[\left(\frac{n - 3\Omega_{m0}}{n - 3} \right) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + \frac{3\Omega_{\Lambda 0}}{3 - n} \left(\frac{a_0}{a} \right)^n \right]. \quad (3.12)$$

Repare que para $n = 0$ essa expressão para o parâmetro de Hubble reduz-se à do modelo Λ CDM plano, como esperado. Podemos escrever, portanto, para t_z :

$$t_z = H_0^{-1} \int_0^{(1+z)^{-1}} \left[\left(\frac{n - 3\Omega_{m0}}{n - 3} \right) x^{-1} + \frac{3(1 - \Omega_{m0})x^{2-n}}{3 - n} \right]^{-1/2} dx, \quad (3.13)$$

onde $x = a/a_0$ é uma variável de integração conveniente. É simples encontrar uma expressão similar para a solução de logaritmo ($n = 3$), mas este caso não foi considerado. Pode ser mostrado, também, que n não pode ser arbitrariamente grande. Na verdade, a condição de energia fraca para a densidade de matéria implica em um limite superior $n \sim 0,81$.

3.3.2 O modelo de Wang e Meng (WM)

Mais recentemente, uma nova cosmologia de decaimento do vácuo foi proposta por Wang e Meng (2005). Diferentemente do método comum encontrado na literatura, eles não supuseram uma forma funcional para $\Lambda(t)$. Nesse cenário, a lei de decaimento foi deduzida a partir do seu efeito sobre a evolução da CDM. Qualitativamente, já que o vácuo está decaindo em partículas de CDM, a matéria escura deve diluir-se mais lentamente do que na evolução padrão ($\rho_m \propto a^{-3}$). Assim, supondo-se que o desvio da lei de conservação é parametrizado por uma constante positiva ϵ , podemos escrever:

$$\rho_m = \rho_{m0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3+\epsilon} \quad (3.14)$$

onde ϵ é uma pequena constante positiva e ρ_{m0} é o valor atual de ρ_m . Inserindo-se a expressão acima na lei de conservação de energia, encontra-se:

$$\left(\frac{a_0}{a} \right)^3 \frac{d}{da} \left(\rho_{m0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^\epsilon \right) = -\frac{d\rho_\Lambda}{da} \quad (3.15)$$

Então, integrando-se a expressão acima, segue que

$$\rho_\Lambda = \tilde{\rho}_{\Lambda 0} + \frac{\epsilon \rho_{m0}}{3 - \epsilon} \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-3+\epsilon}. \quad (3.16)$$

onde $\tilde{\rho}_{\Lambda 0}$ é uma constante de integração que pode ser associada ao “estado fundamental do vácuo” (note que a densidade de energia do vácuo atual é $\rho_{\Lambda 0} = \tilde{\rho}_{\Lambda 0} + \epsilon \rho_{m0}/(3 - \epsilon)$).

Sob tais condições, a equação de Friedmann no modelo de WM, para um Universo espacialmente plano, lê-se

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_\Lambda) = H_0^2 \left[\tilde{\Omega}_{\Lambda 0} + \frac{3\Omega_{m0}}{3 - \epsilon} \left(\frac{a_0}{a} \right)^{3-\epsilon} \right], \quad (3.17)$$

com uma relação idade-*redshift* dada por (Costa et al. (2008)):

$$t(z) = \frac{H_0^{-1}}{\sqrt{3A(3-\epsilon)\Omega_{m0}}} \ln \left[\frac{\sqrt{(1+z)^{3-\epsilon} + A} + \sqrt{A}}{\sqrt{(1+z)^{3-\epsilon} + A} - \sqrt{A}} \right] \quad (3.18)$$

onde $A = \frac{3-\epsilon}{3\Omega_{m0}} - 1$. Como esperado, tomando-se $\epsilon = 0$ na expressão acima (sem criação de CDM), a relação idade-*redshift* para o modelo Λ CDM é recuperada.

3.3.3 Vínculos

Como dito antes, o quasar APM 08279+5255, localizado em $z = 3,91$, possui uma idade estimada de 2-3 Ganos. Além disso, em uma análise independente, utilizando outro modelo de evolução química (Friaça et al. (2005)), foi mostrado que o melhor ajuste para a idade desse quasar era de 2,1 Ganos. Com isso, foi possível limitar o espaço de parâmetros dos modelos $\Lambda(t)$ CDM. Para tal fim, foi usado o valor de melhor ajuste do parâmetro de densidade da matéria do primeiro ano do WMAP (Bennett et al. (2003)), $\Omega_{m0} = 0,27 \pm 0,04$, ao passo que o parâmetro de Hubble utilizado foi o da equipe do HST (Freedman et al. (2001)), $H_0 = 72 \pm 8 \text{ km/s/Mpc}$.

É conveniente introduzir um parâmetro de idade adimensional, $T_g = H_0 t_g$, de tal forma que para a idade de 2 Ganos do quasar, esse valor do parâmetro de Hubble o limita ao intervalo $0,131 \leq T_g \leq 0,163$. Segue que $T_g \geq 0,131$. Portanto, para um dado valor de H_0 , apenas modelos com uma idade maior que esse valor em $z = 3,91$ serão compatíveis com a existência desse objeto. De modo a assegurar a robustez de nossa análise, é necessário também adotar o limite inferior para o valor do parâmetro de Hubble, $H_0 = 64 \text{ km/s/Mpc}$.

Vínculos no modelo de Chen e Wu

Os resultados para o modelo de Chen e Wu podem ser vistos na Tabela 3.1. Os vínculos na potência n são fortemente dependentes da idade estimada do quasar. Considerando-se que a idade correta é 2 Ganos, a potência n possui um limite inferior dado por $n \geq 0,21$. Esse valor mínimo aumenta para 0,28 quando consideramos a idade ótima estimada de 2,1 Ganos e é de $n > 0,6$ se a idade é 3 Ganos. Em particular, esses resultados implicam que o modelo Λ CDM ($n = 0$) é descartado por essa análise, se fixarmos $\Omega_{\Lambda 0} = 0,73$. Esse resultado está de acordo com o que já foi encontrado por Alcaniz et al. (2003). Como dito

antes, eles encontraram o limite $\Omega_{\Lambda 0} \geq 0,78$ para que o modelo Λ CDM seja compatível com a existência desse quasar.

Tabela 3.1 - Valores de n_{min} para as 3 idades estimadas do quasar

t_g (Ganos)	n_{min}
2	0,21
2,1	0,28
3	0,60

Vínculos no modelo de Wang e Meng

Para o modelo de Wang e Meng, os principais resultados de nossa análise são mostrados na Tabela 3.2. Como pode ser visto nessa tabela, o valor mínimo do parâmetro livre ϵ é modificado quando a componente bariônica é incluída. Esse tipo de modelo foi considerado recentemente por Alcaniz e Lima (2005). Note que o valor mínimo de ϵ varia no intervalo $0,115 < \epsilon < 0,527$.

Tabela 3.2 - Valores de ϵ_{min} para as 3 idades estimadas do quasar (com e sem bárions)

t_g (Ganos)	ϵ_{min} (sem bárions)	ϵ_{min} (com bárions)
2	0,115	0,231
2,1	0,163	0,296
3	0,527	0,910

Também é interessante saber de que forma o valor mínimo obtido para ϵ depende do parâmetro de densidade. Na Figura 3.2, os valores de ϵ_{min} são plotados como função de Ω_{m0} para o modelo de WM sem bárions. Podemos ver que ϵ_{min} depende fortemente dos valores de Ω_{m0} . Ele torna-se negativo para $\Omega_{m0} < 0,2$ se a idade do quasar é de 2 Ganos.

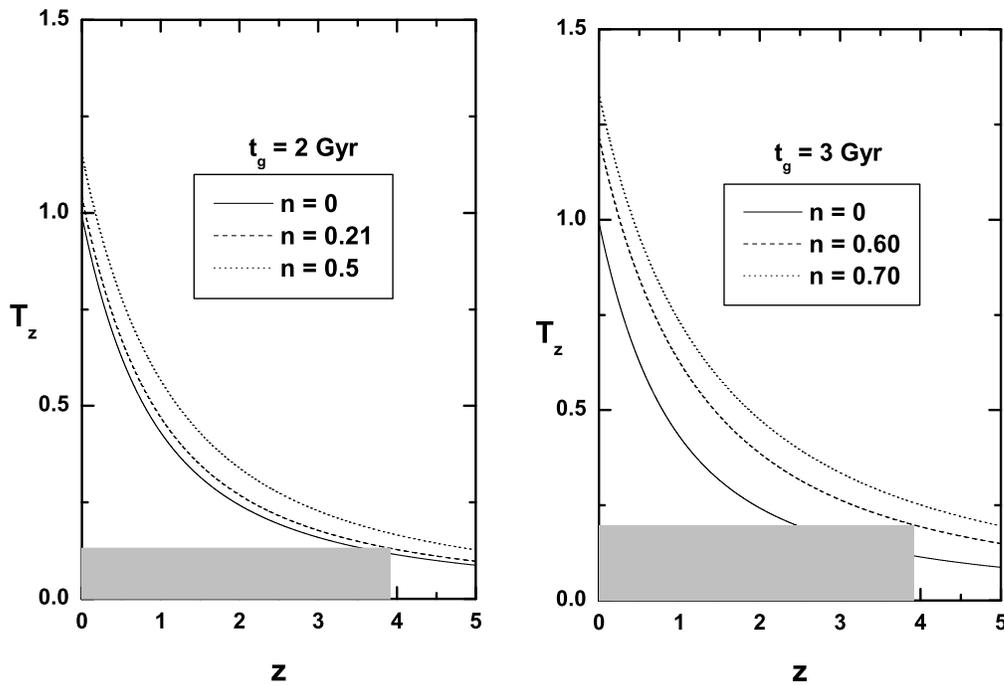


Figura 3.1: t_z versus *redshift* para 2 idades estimadas do quasar. Painel esquerdo: 2 Ganos. Painel direito: 3 Ganos. As curvas correspondem a cada valor de n como indicado. O retângulo corresponde à idade do quasar.

O limite inferior é aproximadamente 0,1 para 3 Ganos. Vale notar que valores negativos de ϵ são termodinamicamente proibidos (Alcaniz e Lima (2005), porém, veja também Pereira e Jesus (2009)).

Alcaniz e Lima (2005) também analisaram o modelo de WM com bárions usando SNs Ia, luminosidade de raios-X de aglomerados de galáxias e dados da RCF. Um melhor ajuste de $\epsilon = 0,06 \pm 0,10$ a 95% c.l. foi estabelecido em sua análise conjunta. No que diz respeito ao atual teste de idade, esse resultado não é compatível com a existência do quasar APM 08279+5255 (veja Tabela 3.2). Na verdade, mesmo para uma idade estimada de 2,1 Ganos, o melhor ajuste encontrado por Friaça et al. (2005), o valor acima discorda do nosso valor mínimo por 3 desvios padrões. Naturalmente, se a idade real é 3 Ganos, a situação piora. Ainda que melhorando a determinação do *redshift* crítico, a presença de uma componente bariônica piora o cenário no que diz respeito ao teste de idade porque ela desacelera o Universo, diminuindo a idade em um dado *redshift*.

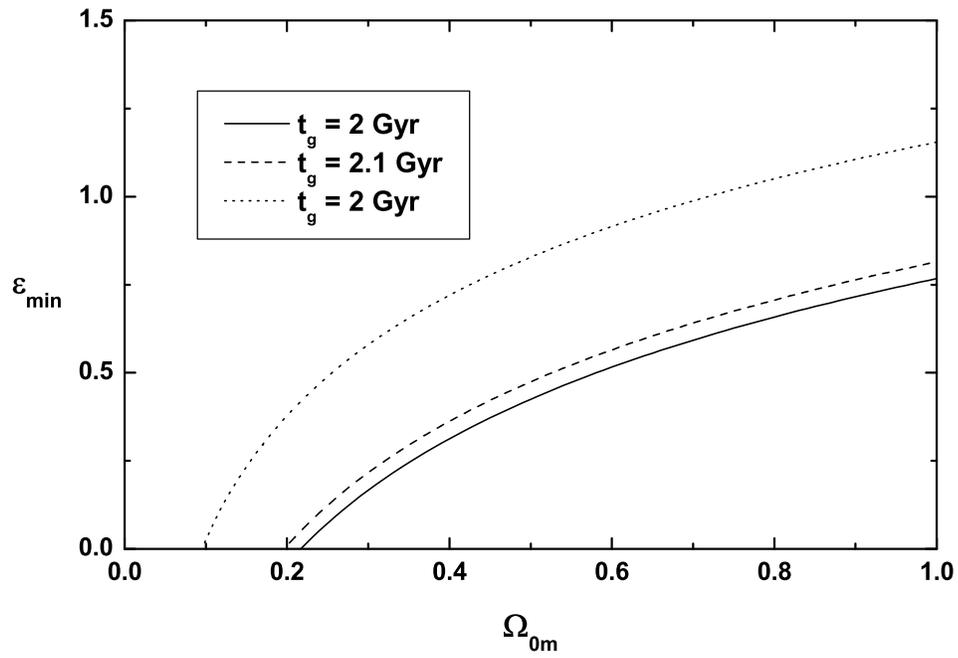


Figura 3.2: O parâmetro ϵ_{\min} versus Ω_{m0} para o modelo WM sem bárions. Conforme indicado no painel, foram consideradas 3 estimativas diferentes da idade do quasar.

Teste estatístico da idade do Universo a altos *redshifts*

4.1 Introdução

No último capítulo, vimos como galáxias e quasares em altos *redshifts* podem ser usados para colocar limites inferiores na idade do Universo naquele *redshift*. Seria interessante, porém, se fosse possível utilizar as idades estimadas de galáxias para fazer um teste estatístico de idade, assim como é feito com outras medidas, como distância de luminosidade de SNs e diâmetro angular de objetos compactos.

Contudo, ao se tentar realizar tal teste, encontra-se uma barreira aparentemente intransponível: as galáxias são criadas aleatoriamente no decorrer da evolução do Universo, portanto a épocas diferentes e com *tempos de incubação* diferentes. O tempo de incubação é o tempo levado para o nascimento da galáxia, contado a partir do Big Bang.

Uma maneira de aliviar esse problema, é considerar as galáxias mais velhas a mais altos *redshifts*, supondo-se um tempo de incubação médio e levando-se em conta também uma pequena variância dos tempos de incubação.

Isso foi feito pelo nosso grupo (Lima, **Jesus** e Cunha (2009)), usando uma amostra de 13 galáxias e esse trabalho será descrito nesse capítulo.

4.2 Limitando H_0 com Galáxias Velhas em Altos *Redshifts* e o BAO

Consideremos que o Universo é espacialmente plano, e descrito pela métrica de FRW. Em tal cenário, a relação idade-*redshift* para um modelo dominado por matéria escura fria e constante cosmológica (Λ CDM) possui apenas dois parâmetros livres (H_0, Ω_{m0}). Ela

pode ser escrita como

$$t_z(H_0, \Omega_{m0}) = H_0^{-1} \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{dx}{x\sqrt{\Omega_{m0}x^{-3} + 1 - \Omega_{m0}}} \quad (4.1)$$

Note que para $\Omega_{m0} = 1$ a expressão acima se reduz ao resultado bem conhecido do modelo de Einstein-de Sitter, para o qual $t_z = \frac{2}{3}H_0^{-1}(1+z)^{-3/2}$. Como pode se concluir da equação acima, limites nos parâmetros cosmológicos Ω_{m0} e H_0 podem ser derivados fixando-se $t(z)$ a partir das observações.

Algumas amostras de galáxias em altos *redshifts* com idades estimadas podem ser encontradas na literatura. A amostra de McCarthy et al. (2004) é constituída por 20 galáxias vermelhas no intervalo $1,3 < z < 2,2$ selecionadas do Gemini Deep Deep Survey (GDDS). Essa amostra consiste de galáxias em evolução passiva cuja formação estelar mais provável é de um surto único com duração de menos de 1 Gano (consistente com 0 Gano), portanto significando que as galáxias evoluíram passivamente desde seu primeiro surto de formação estelar.

Outros dados de interesse pertencem à amostra de Roche et al. (2006), que consiste de 16 Galáxias Extremamente Vermelhas (Extremely Red Galaxies, ERGs), formadas por elípticas, *mergers* e espirais vermelhas em $0,87 < z < 2,02$. Os autores realizaram um exame espectroscópico profundo dessas galáxias no Great Observatories Origins Deep Survey (GOODS)-South Field usando o espectrógrafo de multi objetos do Gemini no Telescópio Sul do Gemini, de 8m. Eles também realizaram uma análise de datação ajustando os espectros e fotometria de 9 bandas (BVIZJHK, mais fluxos de 3,6/4,5 μm do Spitzer) das ERGs com modelos de duas componentes, consistindo de populações estelares velhas em evolução passiva, combinadas com uma componente mais nova formando estrelas continuamente. As idades de melhor ajuste para as populações estelares velhas variam de 0,6 a 4,5 Ganos com um valor médio de 2,1 Ganos.

A terceira amostra de dados que utilizamos foi a de Longhetti et al. (2007), composta de nove galáxias de campo espectroscopicamente classificadas como tipo *early* em $1,2 < z < 1,7$. Elas resultam de um estudo espectroscópico próximo ao infravermelho de uma amostra completa de ERGs brilhantes selecionadas do Munich Near-IR Cluster Survey (MUNICS) que provê fotometria óptica (B, V, R, I) e próxima ao IV (J e K'). As idades das galáxias foram estimadas fazendo uso das populações estelares com a degenerescência entre a idade dos modelos de melhor ajuste e a escala do tempo de formação estelar sendo

quebrada através de uma ponderação das massas. Como pode ser verificado, essa amostra contém as idades mais acuradas e as galáxias mais restritivas.

Na figura 4.1 mostramos um gráfico da idade como função do *redshift* para todos objetos presentes nas amostras citadas acima. Contudo, como a formação de galáxias é um processo aleatório, não é interessante considerar as idades de todos objetos para vincular os parâmetros dos modelos. Uma razão básica vem do fato de que se um modelo do Universo é capaz de explicar a existência de um objeto muito velho para um dado valor de z , ele explica mais facilmente a idade dos objetos mais novos naquele *redshift*. Com base nesse tipo de critério, nós selecionamos uma subamostra mais restritiva envolvendo apenas os objetos mais velhos para um dado intervalo de *redshift*. A subamostra completa escolhida das 3 amostras de dados é constituída por 13 galáxias. Como pode ser visto nos artigos citados acima, algumas galáxias possuem incertezas assimétricas na idade, de tal modo que usamos o método de D'Agostini (2004) para simetrizá-las de forma a realizar uma análise estatística de χ^2 .

Nas figuras 4.2 e 4.3 mostramos a subamostra selecionada e as previsões de vários modelos Λ CDM, de modo a verificar visualmente a concordância com os dados e os efeitos dos diferentes parâmetros ($h \equiv H(\text{kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1})/100$ e Ω_{m0}).

4.3 Análise estatística da idade

Vamos realizar um ajuste de χ^2 sobre o plano $h - \Omega_{m0}$. Para começar, vamos primeiro considerar que as idades verdadeiras dos objetos em um dado *redshift* são $t_z = t_g^{obs} + t_{inc}$, onde t_{inc} é o tempo de incubação da galáxia. Essa quantidade é uma estimativa do intervalo de tempo do início do processo de formação de estruturas no Universo até o tempo de formação (t_f) do próprio objeto. Também é suposto que o t_{inc} varia lentamente com a galáxia e o *redshift* em nossa amostra, e, de modo a levar em conta nossa ignorância sobre esse tipo de parâmetro *nuisance*, associamos a ele uma incerteza razoável, digamos, $\sigma_{t_{inc}}$ (Fowler (1987), Sandage (1993)). No que segue, consideramos que $t_{inc} = 0,8 \pm 0,4$ Ganos. Seguindo linhas padrões, a verossimilhança máxima, $\mathcal{L} \propto \exp[-\chi_{age}^2(z; \mathbf{p}, t_{inc})/2]$, é determinada por uma estatística de χ^2

$$\chi_{age}^2(z|\mathbf{p}) = \sum_i \frac{(t(z_i; \mathbf{p}) - t_{obs,i} - t_{inc})^2}{\sigma_{t_{obs,i}}^2 + \sigma_{t_{inc}}^2}, \quad (4.2)$$

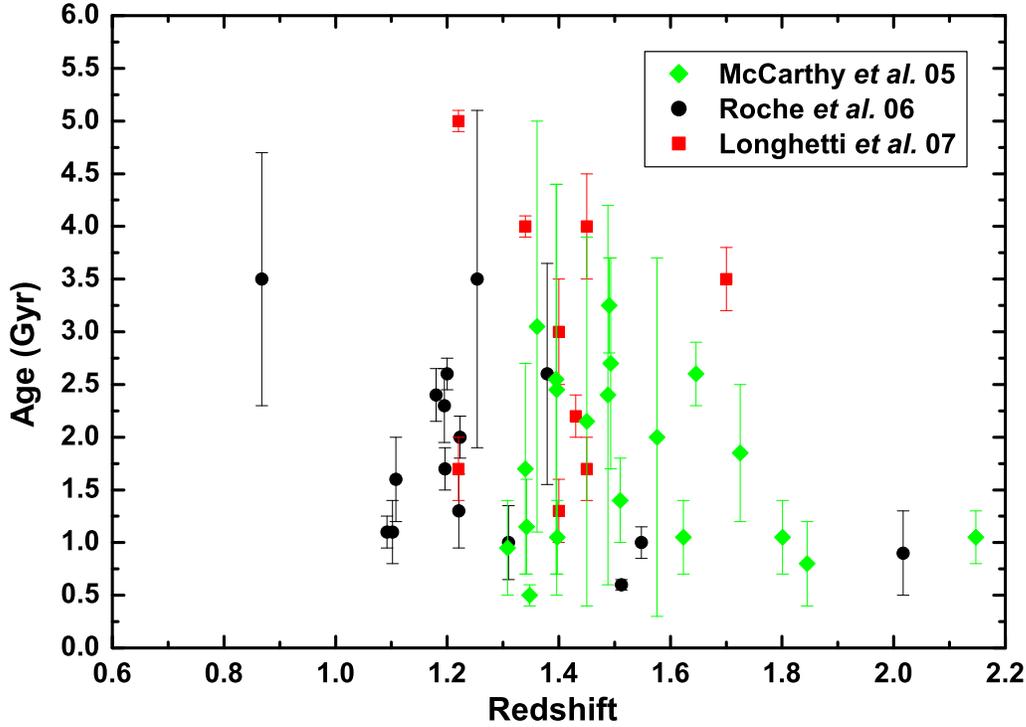


Figura 4.1: Plano Idade-Redshift e amostra total das galáxias. Pontos verdes correspondem à amostra de McCarthy et al. (2004), enquanto pontos pretos e vermelhos representam as amostras de Roche et al. (2006) e Longhetti et al. (2007), respectivamente.

onde $\mathbf{p} \equiv (h, \Omega_m)$ é o conjunto completo dos parâmetros, $t_{obs,i}$ é a idade observacional para uma galáxia específica, $\sigma_{t_{obs,i}}$ é a incerteza na idade individual, $\sigma_{t_{inc}}$ é a incerteza do tempo de incubação suposta acima.

Vamos considerar primeiro o teste de idade somente, depois discutiremos a importância da assinatura do BAO na quebra da degenerescência dos parâmetros e finalmente faremos a análise conjunta.

4.3.1 Limites Obtidos das Galáxias Velhas

Vamos considerar as 13 galáxias selecionadas que constituem as galáxias mais restritivas presentes nas amostras originais. Por definição, essa é a amostra adotada ao derivar todos os limites nesse trabalho. Já em princípio, é razoável pensar que galáxias velhas a altos z sozinhas não podem colocar vínculos muito restritivos no par (h, Ω_{m0}) . Uma das principais razões é que a formação de galáxias é um evento aleatório, como dito antes, e, portanto, é

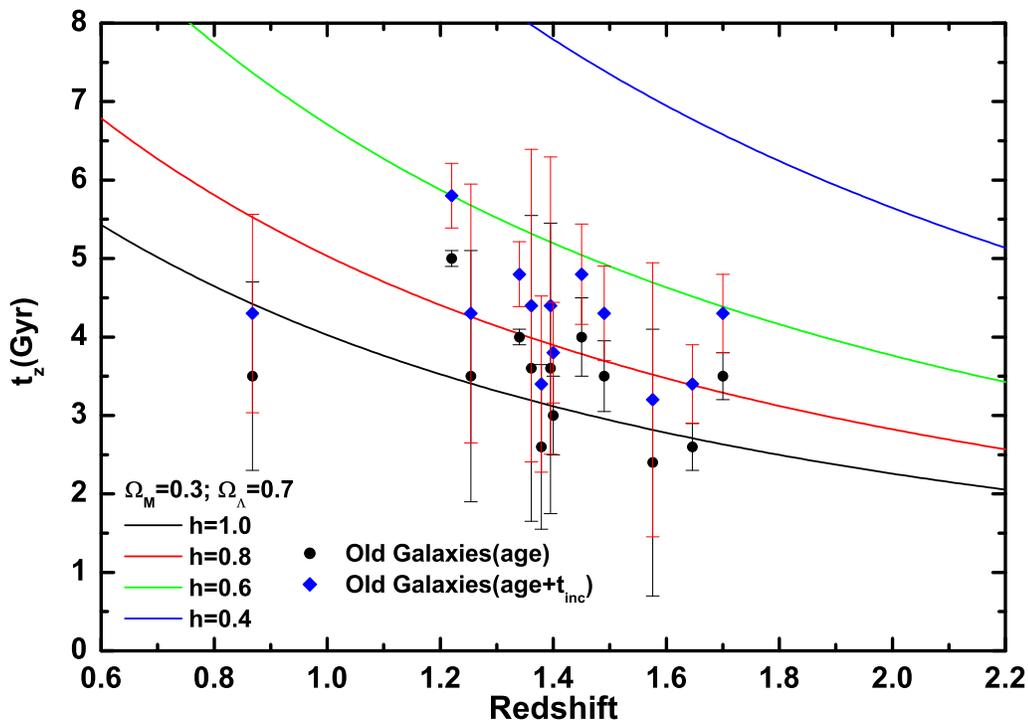


Figura 4.2: Diagrama idade-redshift (a influência de h). Os pontos de dados correspondem às 13 galáxias da nossa subamostra selecionada (vide texto principal). Os círculos verdes e vermelhos denotam a idade observada e a idade mais tempo de incubação ($t_{inc} = 0.8Ganos$) para cada objeto. As curvas pontilhadas são as previsões do modelo de concordância cósmica ($\Omega_{m0} = 0,3, \Omega_{\Lambda0} = 0,7$) para alguns valores diferentes do parâmetro h . Como esperado, para valores pequenos de h é mais fácil para os modelos explicarem a existência de objetos velhos.

difícil saber os valores corretos do tempo de incubação para cada galáxia. Como parece, o tempo de incubação para algumas galáxias pode ser maior ou menor que o suposto aqui.

Na Figura 4.4, mostramos os contornos de verossimilhança constante (68,3%, 95,4% e 99,7% c.l.) no espaço de parâmetros $h - \Omega_{m0}$ para os dados de idade somente. Note que todo o espaço de parâmetros para h e Ω_{m0} é permitido, com um vínculo fraco $\Omega_{m0} \gtrsim 0,02$ e $h \gtrsim 0,34$. Nesse caso, os parâmetros de melhor ajuste derivados são $h = 1,11$ e $\Omega_{m0} = 0,09$ para um $\chi^2_{min} = 11,2$, contudo, esses valores não têm significância porque muitos outros pares (h, Ω_{m0}) são também permitidos com considerável significância estatística. Claramente, pode se concluir que um teste cosmológico adicional (limitando Ω_{m0}) é necessário para quebrar a degenerescência no plano (h, Ω_{m0}) e assim encontrar um limite para h .

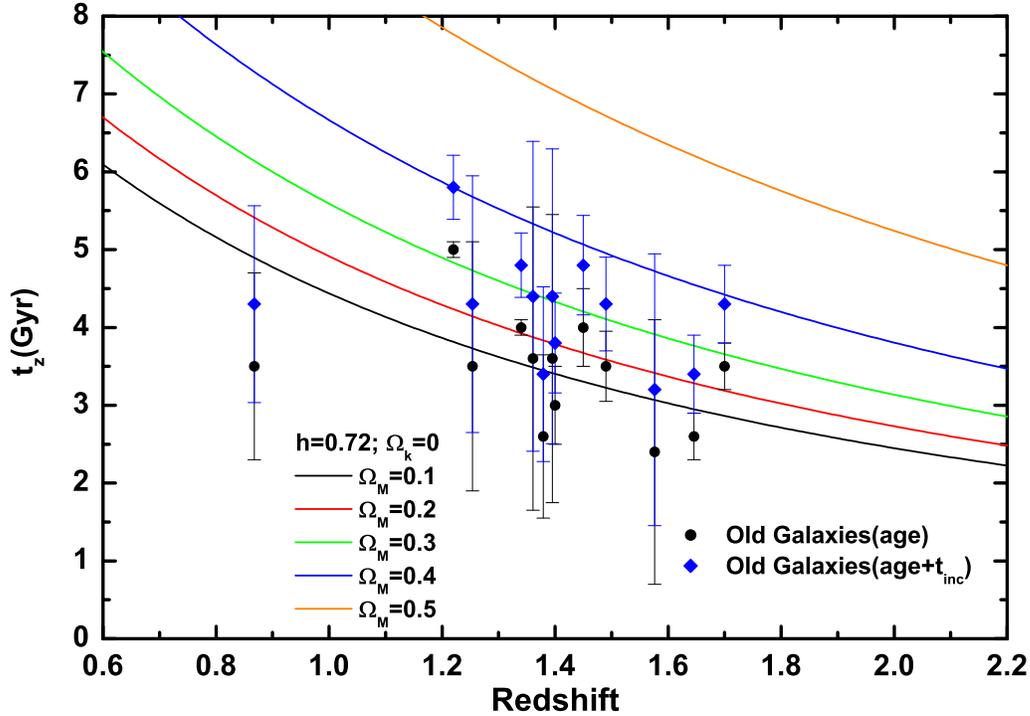


Figura 4.3: Diagrama idade-redshift (a influência de Ω_{m0}). Assim como antes, os pontos de dados correspondem às 13 galáxias da nossa subamostra selecionada com círculos verdes e vermelhos denotando a idade observada e a idade mais tempo de incubação ($t_{inc} = 0,8$ Ganos). Diferentemente da figura anterior, agora plotamos modelos com $h = 0,72$, como favorecido pelo HST Key Project, para valores selecionados do parâmetro de densidade. Para valores menores de Ω_{m0} , as idades aumentam, de modo a acomodar os objetos mais velhos selecionados.

4.3.2 Galáxias Velhas e o BAO: Análise Conjunta

Como sugerido anteriormente, vínculos mais restritivos no espaço de parâmetros (h, Ω_{m0}) podem ser derivados combinando-se a amostra selecionada de galáxias velhas com a assinatura do BAO (Eisenstein et al. (2005)). De acordo com o cenário de formação de estruturas da CDM, as flutuações de grande escala cresceram desde $z \sim 1000$ por instabilidade gravitacional. As perturbações cosmológicas criaram ondas sonoras no plasma primevo, produzindo então os picos acústicos no Universo jovem. O pico detectado (a partir de uma amostra de 46748 galáxias vermelhas luminosas selecionadas da Amostra Principal do SDSS) é previsto para surgir precisamente na escala medida de $100h^{-1}$ Mpc. Basicamente, ele é uma consequência das oscilações acústicas dos bárions no plasma bárion-

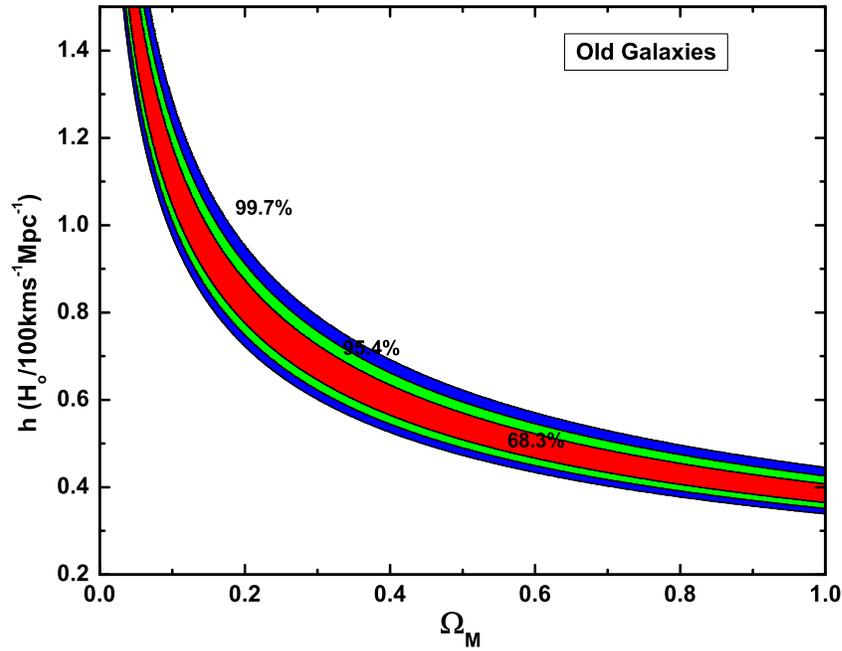


Figura 4.4: Regiões de confiança (68,3%, 95,4% e 99,7% c.l.) no plano (Ω_{m0}, h) obtidas a partir das Idades das 13 Galáxias em Alto *Redshift*. Os valores de melhor ajuste são $h = 1,11$ e $\Omega_{m0} = 0,09$.

fóton primordial antes da recombinação. Vamos considerá-lo como um teste cosmológico adicional juntamente com o teste da idade no *redshift* z . Como já é bem conhecido, tal medida pode ser caracterizada pelo parâmetro adimensional

$$\mathcal{A} \equiv \frac{\Omega_M^{1/2}}{E(z_*)^{1/3}} \left[\frac{1}{z_*} \Gamma(z_*) \right]^{2/3} = 0,469 \pm 0,017, \quad (4.3)$$

onde $z_* = 0,35$ é o *redshift* no qual a escala acústica foi medida, e $\Gamma(z_*)$ é a distância comóvel adimensional a z_* . A quantidade $E(z)$ corresponde a $H(z)/H_0$, o qual, em uma cosmologia Λ CDM plana lê-se

$$E(z) = [\Omega_{m0}(1+z)^3 + 1 - \Omega_{m0}]^{1/2} \quad (4.4)$$

Note que a quantidade dada por (4.3) é independente da constante de Hubble e, como tal, a assinatura do BAO sozinha vincula somente o parâmetro de densidade Ω_{m0} . Contudo, como pode ser visto na Figura 4.3, a determinação de h é fortemente dependente da determinação de Ω_{m0} , o que leva a um vínculo mais forte na escala de distância. Essa propriedade é muito característica da assinatura do BAO, o que o diferencia de muitos outros testes cosmológicos clássicos, como a fração de massa do gás em aglomerados de

galáxias (Lima et al. (2003); Allen et al. (2004)), distância de luminosidade (Peebles e Ratra (2003)), a idade do Universo (Alcaniz et al. (2003); Lima (2004); Cunha e Santos (2004); **Jesus** (2008)), diâmetro angular *versus redshift* (Lima e Alcaniz (2000); Lima e Alcaniz (2002)), e o efeito Sunyaev-Zeldovich (Cunha et al. (2007)).

Na Figura 4.5, mostramos as regiões de confiança para a análise conjunta da idade-*redshift* e BAO. Comparando-a com a Figura 4.4, pode se ver como a assinatura do BAO quebra a degenerescência no plano (h, Ω_{m0}) . Como parece, o BAO apresenta uma ortogonalidade notável com respeito aos dados de idade-*redshift*, centrada em $\Omega_{m0} = 0,27 \pm 0,03$. Encontramos $h = 0,71 \pm 0,04$ e $\chi^2_{min} = 11,38$ a 68,3% c.l., para 1 parâmetro livre. A lição importante aqui é que a combinação de galáxias velhas com o BAO provê mais um método interessante para vincular a constante de Hubble. Na Figura 4.6, projetando-se sobre Ω_{m0} , plotamos a função de verossimilhança para o parâmetro h baseados na nossa análise conjunta envolvendo o BAO e os dados de Galáxias Velhas. As linhas pontilhadas são cortes nas regiões de probabilidades de 68,3% e 95,4%.

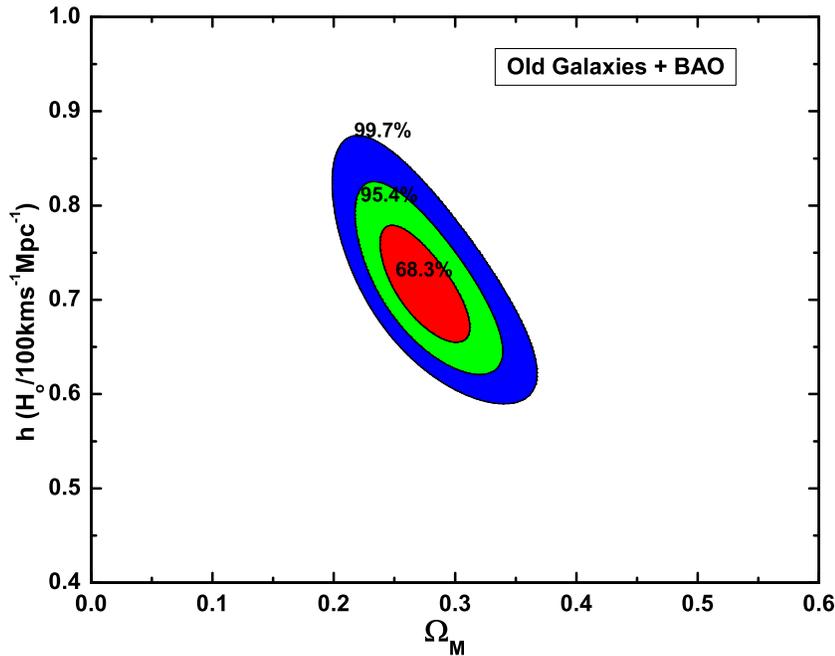


Figura 4.5: Contornos no plano $\Omega_{m0} - h$ usando a análise conjunta BAO- t_z . Os contornos correspondem aos níveis de confiança de probabilidade de 68,3%, 95,4% e 99,7%. O melhor ajuste do modelo converge para $h = 0,70$ e $\Omega_{m0} = 0,28$.

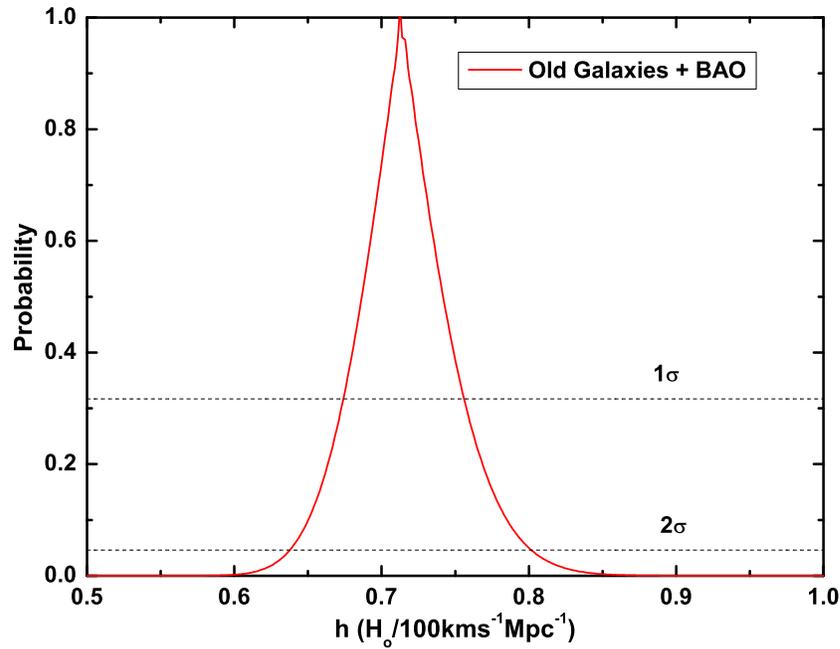


Figura 4.6: Função de probabilidade para o parâmetro h em Universo de Λ CDM plano, a partir da idade de galáxias velhas a altos *redshifts* em combinação com a assinatura do BAO. As linhas tracejadas são cortes na regiões de 68,3% e 95,4% de probabilidade. Vemos que a região permitida é bem vinculada e em acordo com outros estudos (Freedman et al. (2001); Spergel et al. (2007)).

Como pode ser visto na Tabela 4.1, esses resultados estão em linha com algumas análises recentes baseadas em diferentes observações cosmológicas, como a do HST Key Project (Freedman et al. (2001)) e a equipe do WMAP (Spergel et al. (2007)). Note, contudo, que nosso resultado é apenas marginalmente compatível com a determinação defendida por Sandage et al. (2006), um resultado obtido com base em Supernovas Tipo Ia calibradas por variáveis Cefeidas em galáxias próximas. Jimenez et al. (2003) também obtiveram uma estimativa independente da constante de Hubble através do cálculo de dz/dt em $z \sim 0$ para uma amostra de galáxias do Sloan Digital Sky Survey (SDSS). Supondo o modelo de concordância Λ CDM, eles obtiveram $H_0 = 69 \pm 12 \text{ km/s/Mpc}$. Mais recentemente, Cunha et al. (2007) encontraram $h = 0,74^{+0,04}_{-0,03}$ e $\Omega_{m0} = 0,28 \pm 0,04$ a 68% c.l. através de uma análise conjunta envolvendo o efeito Sunyaev-Zeldovich (SZe), brilho superficial de raios-X de aglomerados de galáxias e o BAO. Eles também supuseram uma cosmologia de Λ CDM plano. Nosso resultado está em perfeito acordo com a análise deles a um alto grau de confiança estatística (compatíveis a 68% c.l.). Talvez mais importante, o resultado é

Tabela 4.1 - Limites em H_0

Método	Referência	h
RCF	Spergel et al. 2007 (WMAP)	0.73 ± 0.03
Variáveis Cefeidas	Freedman et al. 2001 (HST Project)	0.72 ± 0.08
dz/dt	Jimenez et al. 2003 (SDSS)	0.69 ± 0.12
SNs Ia/Cefeidas	Sandage et al. 2006	$0.62 \pm 0.013(\text{rand.}) \pm 0.05(\text{sist.})$
SZe+BAO	Cunha, Marassi & Lima 2007	$0.74^{+0.04}_{-0.03}$
$t_z + \text{BAO}$	Lima et al. 2009	0.71 ± 0.04

fortemente dependente da combinação das amostras. Por exemplo, se tomássemos somente a amostra de Roche et al. (a menos restritiva), após a análise conjunta com o BAO, o melhor ajuste aumenta para $h = 0,99$ ($h = 0,77$ para os dados de McCarthy et al.).

Vale a pena notar também que esse cenário de melhor ajuste, $\Omega_{m0} = 0,27 \pm 0,03$ e $h = 0,71 \pm 0,04$, corresponde a um Universo acelerado com $q_0 = -0,58$, uma idade total de 13,5 Ganos, e um *redshift* de transição (de desacelerado para acelerado) de $z_t \simeq 0,72$.

4.4 Dependência com o modelo: o Gás de Chaplygin Simplificado

Na nossa primeira análise estatística de idade no *redshift* z , supomos como modelo de fundo, o modelo Λ CDM padrão. Em conjunto com o BAO, isso possibilitou limitar a constante de Hubble. Uma análise interessante que também pode ser feita é determinar H_0 com um modelo de fundo diferente do Λ CDM, de modo a mostrar como essa determinação pode depender do modelo cosmológico. Isso foi feito por nós em Santos e **Jesus** (2008), onde utilizamos o modelo de Gás de Chaplygin Simplificado (GCS), um modelo interessante por possuir o mesmo número de parâmetros livres que o Λ CDM, e que se apresenta nas versões de Quintessência e Quartessência. Vamos rever essa análise.

4.4.1 Gás de Chaplygin Simplificado

Gás de Chaplygin Simplificado como Quintessência

A idéia básica do Gás de Chaplygin Simplificado (Lima et al. (2008, 2009a)) é reduzir o número de parâmetros do Gás de Chaplygin Generalizado (GCG) mantendo, contudo, suas propriedades físicas interessantes. No caso da Quintessência, ele comporta-se como um fluido sem pressão (matéria não-relativística) em altos z , aproximando, mais tarde, do comportamento de quintessência. O GCG possui a equação de estado

$$p_C = -A/\rho_C^\alpha, \quad (4.5)$$

o que leva à seguinte velocidade do som adiabática:

$$v_s^2 = \frac{dp}{d\rho} = \alpha A/\rho_C^{1+\alpha}. \quad (4.6)$$

Usando a definição $A_s \equiv A/\rho_{C0}^\alpha$, a velocidade do som atual do GCG se escreve $v_{s0}^2 = \alpha A_s$. Assim, se desejamos requerer a positividade de v_{s0}^2 e reduzir o número de parâmetros do GCG, a forma mais simples de fazê-lo é impondo $A_s = \alpha$. Com isso temos que $v_{s0}^2 = \alpha^2$, assegurando uma positividade natural para v_{s0}^2 . Além disso, para garantir que $v_s \leq c$, o parâmetro α é restrito ao intervalo $0 < \alpha \leq 1$ (Lima et al. (2008, 2009a)). Como consequência, o gás de Chaplygin simplificado é completamente caracterizado por apenas dois parâmetros: α e Ω_C . Como pode se verificar, para uma geometria de FRW plana, o parâmetro de Hubble adimensional é dado por

$$E(z) = \left[\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{C0} \left[\alpha + (1-\alpha)(1+z)^{3(\alpha+1)} \right]^{\frac{1}{\alpha+1}} \right]^{1/2}, \quad (4.7)$$

onde $E(z) \equiv H(z)/H_0$, e $\Omega_C = 1 - \Omega_{m0}$. Em particular, isso significa que o parâmetro α é na verdade o único parâmetro livre relacionado ao GCS, no caso plano.

Gás de Chaplygin Simplificado como Quartessência

Na versão de Quartessência do GCS, o modelo mantém todos requerimentos físicos do cenário de Quintessência, com a característica adicional de unificar o setor escuro (matéria e energia escura). Em tal cenário, além do GCS, a única contribuição relevante (a radiação é importante apenas no início) vem da componente bariônica, a qual é fortemente vinculada

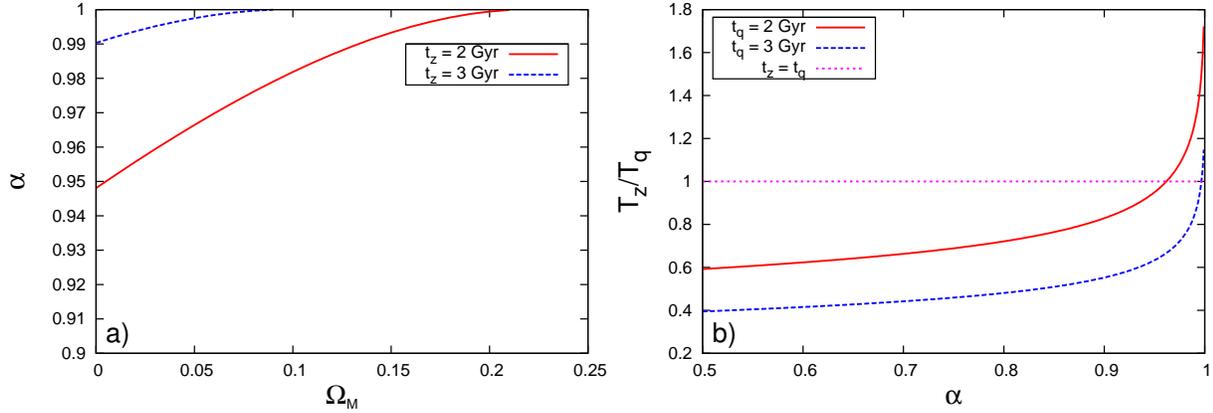


Figura 4.7: Painel a) Isócronas no plano Ω_{m0} versus α , para o GCS como Quintessência, os quais denotam o intervalo estimado de idades do quasar. Painel b) Razão T_z/T_q no redshift do quasar em função do parâmetro α , mostrando o intervalo permitido pela existência do quasar. Para $t_q = 2$ Ganos, temos $\alpha > 0.965$ e para $t_q = 3$ Ganos, $\alpha > 0.997$.

pela Nucleossíntese do Big Bang (NBB) e pelas anisotropias de temperatura da Radiação Cósmica de Fundo (RCF).

Nesse caso, podemos ver rapidamente que o parâmetro de Hubble adimensional é dado por

$$E(z) = \left[\Omega_{b0}(1+z)^3 + \Omega_{C0} \left[\alpha + (1-\alpha)(1+z)^{3(\alpha+1)} \right]^{\frac{1}{\alpha+1}} \right]^{1/2}, \quad (4.8)$$

onde Ω_{b0} é a contribuição bariônica, Ω_{C0} é a contribuição do GCS. Note que, nesse caso, $\Omega_{C0} = 1 - \Omega_{b0}$ porque nós supomos que o espaço é plano. Portanto, como Ω_{b0} é bem determinado por outras observações, como a RCF e a NBB, apenas dois parâmetros restam para ser vinculados nesse cenário unificado de matéria e energia escura, α e H_0 .

4.4.2 Vínculos Observacionais

Limite de Idade do Quasar APM 08279+5255

Para vincular esse modelo, usamos também o quasar APM 08279+5255, como antes (sub-seção 3.3.3). Usando as duas estimativas da idade do quasar, 2 e 3 Ganos, obtemos os limites nos parâmetros que podem ser vistos na Figura 4.7.

Podemos ver claramente como a idade do quasar vincula os modelos. No Painel (a), mostramos isócronas no plano $\Omega_{m0} - \alpha$, para o cenário de Quintessência. Usando a estimativa mais conservadora da idade do quasar (2 Ganos), os limites são $\Omega_{m0} < 0,21$ e

$\alpha > 0,947$. No Painel (b), podemos ver que o cenário de Quartessência é compatível com a presença do quasar apenas se $\alpha > 0,965$. Portanto, como acontece com outros candidatos de energia escura (Alcaniz et al. (2003); Cunha e Santos (2004); Friaça et al. (2005); Jain e Dev (2006); **Jesus** (2008)), a existência do quasar restringe severamente ambas formulações (Quintessência e Quartessência) do GCS.

Teste estatístico de Idade e o BAO

Como anteriormente, usamos a amostra de 13 galáxias com idades estimadas e a assinatura do BAO. Utilizamos, porém, uma estimativa ligeiramente diferente do BAO, dada por $\mathcal{A} = 0,469(n_s/0,98)^{0,35} \pm 0,017$ e fixando o índice espectral pelos 5 anos do WMAP (Komatsu et al. (2009); Dunkley et al. (2009)), $n_s = 0,960$. Utilizamos o mesmo tempo de incubação médio, $t_{inc} = 0,8 \pm 0,4$ Ganos, de acordo com outros trabalhos existentes na literatura (Fowler (1987); Sandage (1993)). Assim, no cenário de Quintessência, minimizamos a expressão:

$$\begin{aligned} \chi^2(\Omega_{m0}, \alpha, h) &= \chi_{Idade}^2(\Omega_{m0}, \alpha, h) + \chi_{BAO}^2(\Omega_{m0}, \alpha) = \\ &= \sum_{i=1}^{13} \frac{(t_{g,i} + t_{inc} - t_{z,i})^2}{\sigma_i^2 + \sigma_{inc}^2} + \left[\frac{\mathcal{A} - 0,469(n_s/0,98)^{0,35}}{0,017} \right]^2, \end{aligned} \quad (4.9)$$

enquanto que, na Quartessência, minimizamos a quantidade

$$\chi^2(\alpha, h) = \chi_{Idade}^2(\alpha, h) + \chi_{BAO}^2(\alpha) = \sum_{i=1}^{13} \frac{(t_{g,i} + t_{inc} - t_{z,i})^2}{\sigma_i^2 + \sigma_{inc}^2} + \left[\frac{\mathcal{A} - 0,469(n_s/0,98)^{0,35}}{0,017} \right]^2 \quad (4.10)$$

já que a contribuição dos bárions pode ser fixada pelos 5 anos do WMAP ($\Omega_{b0} = 0,0462 \pm 0,0015$) e, portanto, apenas o par (α, h) precisam ser considerados no cenário de Quartessência.

Consideremos o cenário de Quintessência. Vínculos nos parâmetros livres podem ser obtidos marginalizando-se a expressão da verossimilhança associada sobre α , como se segue:

$$\tilde{\mathcal{L}}(\Omega_{m0}, h) = \int_{-\infty}^{+\infty} \pi(\alpha) \mathcal{L}(\Omega_{m0}, \alpha, h) d\alpha = \int_0^1 \mathcal{L}(\Omega_{m0}, \alpha, h) d\alpha, \quad (4.11)$$

onde \mathcal{L} é a verossimilhança, dada por $\mathcal{L} \propto e^{-\chi^2/2}$, e $\pi(\alpha)$ é o *prior* em α , suposto como sendo um *top-hat* na região física $0 < \alpha \leq 1$. No Painel (a) da Figura 4.8, mostramos os vínculos resultantes no plano bidimensional $\Omega_{m0} - \alpha$. Naturalmente, a marginalização não é necessária na versão de Quartessência, já que ela possui apenas 2 parâmetros livres.

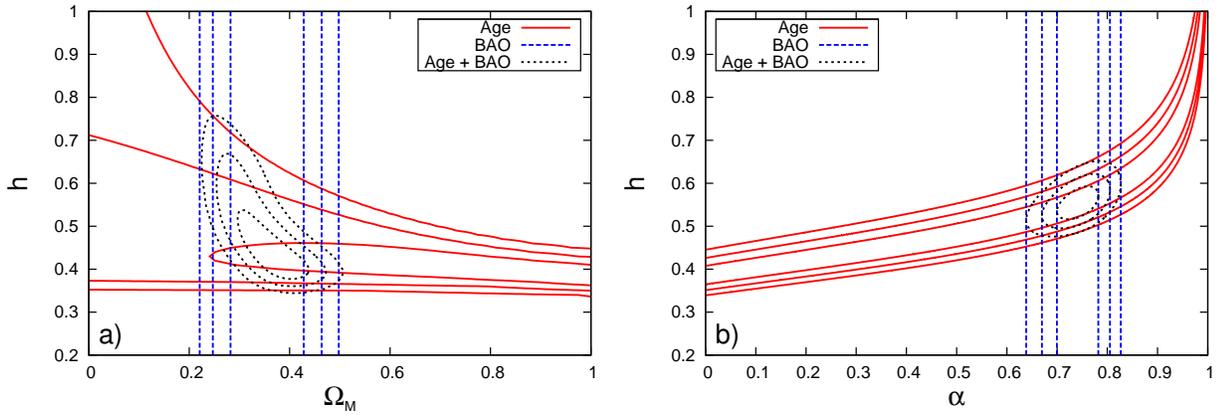


Figura 4.8: Contornos no espaço de parâmetros usando a análise conjunta de t_z +BAO. Os contornos correspondem aos níveis de confiança de 68,3%, 95,4% e 99,7%. Painel a) GCS como Quintessência. Os melhores ajustes dos parâmetros são $h = 0,42_{-0,060}^{+0,25}$ e $\Omega_{m0} = 0,38_{-0,13}^{+0,092}$, a 95,4% c.l. Painel b) GCS como Quartessência. Os melhores ajustes dos parâmetros são $\alpha = 0,743_{-0,062}^{+0,073}$ e $h = 0,552_{-0,057}^{+0,070}$, a 95,4% c.l.

Nesse caso, os vínculos requeridos no plano $\alpha - h$ são mostrados no Painel (b) da Figura 4.8.

Como podemos ver nessa figura, valores mais baixos de h foram obtidos para o GCS do que os geralmente encontrados na literatura. Encontramos, para o GCS como Quintessência, $0,26 < \Omega_{m0} < 0,47$, $0,36 < h < 0,67$ (a 2σ) e para a Quartessência, $0,681 < \alpha < 0,805$, $0,495 < h < 0,622$ (também a 2σ). Nosso resultado sobre a constante de Hubble é consistente apenas com o valor encontrado por Sandage et al. (2006), que encontrou $H_0 = 62,3 \pm 1,3 \text{ km/s/Mpc}$.

Assim, podemos concluir que ou o GCS não é um modelo bom para explicar os dados de Idade+BAO, ou alguma das suposições sobre o teste da idade está incorreto (estimativas de idades das galáxias ou o tempo de incubação), ou, ainda, vivemos num Universo com constante de Hubble mais baixa, como defendido por Sandage e colaboradores.

Interação Entre Matéria e Energia Escura - Termodinâmica e Testes Observacionais

5.1 Introdução

Uma série de artigos recentes na literatura considera o acoplamento entre matéria e energia escura. Três possibilidades para a interação foram consideradas: matéria escura decaindo em energia escura (Das et al. (2006); Feng et al. (2007); Mainini e Bonometto (2006); Kremer (2007); Bertolami et al. (2009); Boehmer et al. (2008)), energia escura decaindo em matéria escura (Zimdahl et al. (2001); Chimento et al. (2003); del Campo et al. (2004); Olivares et al. (2005, 2006); Banerjee e Pavon (2007); Chimento et al. (2009); Wang et al. (2005, 2006, 2007); Abdalla et al. (2009); Wang et al. (2008); Pavon e Wang (2009); **Jesus** et al. (2008); Carvalho et al. (1992); Wang e Meng (2005); **Jesus** (2008); Alcaniz e Lima (2005)) ou interação em ambas direções (Guo et al. (2007); Quartin et al. (2008)). Interação entre esses fluidos completamente diferentes tem importantes consequências, como resolver o problema da coincidência, por exemplo. O problema da coincidência pode ser resolvido ou aliviado nesses modelos supondo-se que a energia escura decai em matéria escura, diminuindo assim a diferença entre as densidades das duas componentes durante a evolução do Universo. Assim, se for descoberto que é a matéria escura que decai em energia escura, obviamente esses modelos não podem ser usados para aliviar o problema da coincidência, mas, por outro lado, é a matéria escura que domina no passado, e se o decaimento ocorre, a energia escura começa a dominar posteriormente, como indicado pelos dados. Por essas questões, a interação entre matéria e energia escura deve ser investigada, e a resposta final deve ser dada pelas observações.

Ainda que os vínculos observacionais atuais indiquem a possibilidade de que o decaimento pode ocorrer em ambas as direções, apenas o decaimento da energia escura em matéria escura havia sido estudado do ponto de vista da termodinâmica (Wang et al. (2008); Pavon e Wang (2009)), e parece estar fortemente favorecido pela segunda lei, contanto que os potenciais químicos de ambas componentes se anulem. O que mostramos, em Pereira e **Jesus** (2009), foi que o decaimento pode ocorrer da matéria escura para a energia escura, sem violação da segunda lei, contanto que ao menos uma das componentes interagentes possua potencial químico não-nulo. A inclusão de um potencial químico não-nulo para a energia escura não é meramente um artefato teórico. Como mostrado em alguns artigos recentes (Lima e Pereira (2008); Pereira e Lima (2008); Pereira (2008)), um potencial químico negativo é necessário para tornar a energia escura *phantom* (energia escura com $\omega < -1$) uma possibilidade física real do ponto de vista da Termodinâmica.

Nesse capítulo vamos mostrar termodinamicamente a possibilidade do decaimento da matéria escura em energia escura e mostrar observacionalmente que essa possibilidade é favorecida pelos dados cosmológicos.

5.2 Termodinâmica de dois fluidos em interação

A seguir, vamos rever a teoria de dois fluidos em interação conforme desenvolvido por Zimdahl (1997). O tensor de energia-momento de dois fluidos perfeitos (denotados por 1 e 2) é

$$T^{ik} = T_1^{ik} + T_2^{ik}, \quad (5.1)$$

com

$$T_A^{ik} = (p_A + \rho_A)u^i u^k + p_A g^{ik}, \quad (5.2)$$

onde ρ_A é a densidade de energia e p_A é a pressão de equilíbrio das espécies $A = 1, 2$. A quadrivelocidade u^i é suposta a mesma para ambos os fluidos. O vetor fluxo de partículas N_A^i é definido como

$$N_A^i = n_A u^i, \quad (5.3)$$

onde n_A é a densidade numérica de partículas. A equação de balanço para o número de partículas assume a forma

$$N_{A,i}^i = \dot{n}_A + \Theta n_A = n_A \Gamma_A, \quad (5.4)$$

onde Γ_A é a taxa de variação do número de partículas A e $\Theta \equiv u^i_{;i}$ é a taxa de expansão do fluido. Produção de partículas é caracterizada por $\Gamma_A > 0$, decaimento de partículas por $\Gamma_A < 0$ e para $\Gamma_A = 0$, temos a conservação separada do número de partículas.

Considerando a interação entre os fluidos, temos que o tensor de energia-momento total é conservado, mas não cada componente separadamente. Para um termo de fonte geral t^i_A no tensor de energia-momento, temos

$$T^i_{A;k} = t^i_A, \quad (5.5)$$

implicando nas equações de conservação

$$\dot{\rho}_A + \Theta(\rho_A + p_A) = u_a t^a_A, \quad (5.6)$$

$$(\rho_A + p_A)\dot{u}^a + p_{A,k} h^{ak} = -h^a_i t^i_A, \quad (5.7)$$

onde $h^{ij} = g^{ij} + u^i u^j$. Escrevendo a entropia por partícula como s_A para cada espécie, a equação de Gibbs deve ser satisfeita

$$T_A ds_A = d\frac{\rho_A}{n_A} + p_A d\frac{1}{n_A}, \quad (5.8)$$

de tal forma que a taxa de variação da entropia por partícula é

$$\dot{s}_A = \frac{u_a t^a_A}{n_A T_A} - \frac{(\rho_A + p_A)}{n_A T_A} \Gamma_A. \quad (5.9)$$

O vetor fluxo de entropia S^a_A é definido por

$$S^a_A = n_A s_A u^a, \quad (5.10)$$

e temos

$$\begin{aligned} S^a_{A;a} &= n_A s_A \Gamma_A + n_A \dot{s}_A \\ &= \left(s_A - \frac{\rho_A + p_A}{n_A T_A} \right) n_A \Gamma_A + \frac{u_a t^a_A}{T_A} \end{aligned} \quad (5.11)$$

onde usamos a relação (5.9).

A condição de conservação de energia-momento, $T^i_{;k} = 0$, para o sistema como um todo implica $t^a_1 = -t^a_2$, mas não há uma condição correspondente para o número de partículas como um todo, porque o número total de partículas não pode ser conservado. Temos, para a densidade do número total de partículas

$$n = n_1 + n_2 \quad (5.12)$$

e

$$\dot{n} + \Theta n = n\Gamma, \quad (5.13)$$

onde

$$n\Gamma = n_1\Gamma_1 + n_2\Gamma_2, \quad (5.14)$$

e Γ é a taxa na qual o número total de partículas varia.

A entropia por partícula é dada por

$$s_A = \frac{\rho_A + p_A}{n_A T_A} - \frac{\mu_A}{T_A}, \quad (5.15)$$

onde μ_A é o potencial químico da espécie A . Substituindo na Eq. (5.11), resulta:

$$S_{A;a}^a = -\frac{\mu_A}{T_A} n_A \Gamma_A + \frac{u_a t_A^a}{T_A}. \quad (5.16)$$

A produção de entropia total é

$$\begin{aligned} S_{;a}^a &= S_{1;a}^a + S_{2;a}^a \\ &= -\left(\frac{\mu_1}{T_1} n_1 \Gamma_1 + \frac{\mu_2}{T_2} n_2 \Gamma_2\right) + \left(\frac{u_a t_1^a}{T_1} + \frac{u_a t_2^a}{T_2}\right). \end{aligned} \quad (5.17)$$

A condição de equilíbrio $S_{;a}^a = 0$ requer $\mu_1 = \mu_2$, $T_1 = T_2$ e $t_1^a = -t_2^a$.

5.3 Interação entre Matéria e Energia Escura

Vamos aplicar esses resultados agora ao caso específico da interação entre matéria e energia escuras no contexto da expansão de FRW. A densidade de energia escura é representada por ρ_x e é suposta como satisfazendo a equação de estado

$$p_x = \omega \rho_x. \quad (5.18)$$

A densidade de energia da matéria escura é representada por ρ_{dm} e sua equação de estado pode ser aproximadamente escrita como (De Groot et al. (1980); Maartens (1996))

$$\rho_{dm} = n_{dm} M + \frac{3}{2} n_{dm} T_{dm}, \quad p_{dm} = n_{dm} T_{dm} \quad (5.19)$$

onde usamos $k_B = 1$. No limite $T_{dm} \ll M$ isso se reduz a $\rho_{dm} \simeq n_{dm}M$ e $p_{dm} \simeq 0$. Definindo o termo de interação $u_a t_{dm}^a \equiv Q$, a conservação de energia (5.6) de cada componente torna-se

$$\dot{\rho}_{dm} + 3H\rho_{dm} = Q, \quad (5.20)$$

$$\dot{\rho}_x + 3H(1 + \omega)\rho_x = -Q. \quad (5.21)$$

Para $Q > 0$, temos a energia escura decaindo em matéria escura e para $Q < 0$ é a matéria escura que decai em energia escura. Os testes cosmológicos indicam tanto valores positivos (Abdalla et al. (2009)) quanto valores negativos (Feng et al. (2007)) para Q , dependendo da forma específica da interação e/ou dos testes utilizados.

Agora, vamos analisar o processo do ponto de vista da Termodinâmica. A produção total de entropia (5.17) se escreve

$$S_{;a}^a = -\left(\frac{\mu_{dm}}{T_{dm}}n_{dm}\Gamma_{dm} + \frac{\mu_x}{T_x}n_x\Gamma_x\right) + \left(\frac{1}{T_{dm}} - \frac{1}{T_x}\right)Q. \quad (5.22)$$

Considerando ω constante durante a evolução, a temperatura de evolução para cada componente em termos do fator de escala é

$$T_{dm} \propto a^{-2}; \quad T_x \propto a^{-3\omega}, \quad (5.23)$$

assim, espera-se que a temperatura atual da Energia Escura seja muito maior que a temperatura da Matéria Escura ($T_x \gg T_{dm}$). Ajustando os potenciais químicos em zero ($\mu_{dm} = \mu_x = 0$), vemos que a positividade da produção de entropia ($S_{;a}^a \geq 0$) implica que $Q > 0$, como já discutido em Pavon e Wang (2009).

Vamos considerar agora que os potenciais químicos não são nulos. Para esse caso, a condição de positividade da produção de entropia torna-se

$$Q \geq \left(\frac{\mu_x}{T_x}n_x\Gamma_x + \frac{\mu_{dm}}{T_{dm}}n_{dm}\Gamma_{dm}\right) \frac{1}{(1/T_{dm} - 1/T_x)}. \quad (5.24)$$

Está claro que valores negativos de Q também são possíveis, dependendo apenas dos sinais dos potenciais químicos. Por exemplo, se um dos componentes possui potencial químico negativo enquanto o outro possui potencial químico nulo, podemos ter valores negativos para Q . Recentemente, as propriedades termodinâmicas e estatísticas de fluidos de energia escura conservados foram reexaminadas considerando-se um potencial químico não-nulo

($\mu_x \neq 0$). Foi encontrado que a condição de entropia, $S_{;a}^a \geq 0$, implica que os valores possíveis de ω são fortemente dependentes do valor, assim como do sinal do potencial químico (Lima e Pereira (2008); Pereira e Lima (2008); Pereira (2008)). Para $\mu_x > 0$, o parâmetro ω seria estritamente maior que -1 (o vácuo quântico é proibido) enquanto que para $\mu_x < 0$, não apenas o vácuo, mas também um comportamento tipo-*phantom* ($\omega < -1$) é permitido. Em qualquer caso, a razão entre o potencial químico e a temperatura permanece constante para um fluido de energia escura conservado, isso é, $\mu_x/T_x = \mu_{0x}/T_{0x}$, onde μ_{0x} , T_{0x} são os valores atuais do potencial químico e da temperatura, respectivamente.

Com base nessa discussão, tomando por exemplo $\mu_{dm} = 0$ e $\mu_x = -\alpha T_x$, com α uma constante positiva, a condição (5.24) torna-se

$$Q \gtrsim -\alpha n_x \Gamma_x T_{dm}. \quad (5.25)$$

Isso abre a possibilidade de valores negativos de Q , de forma que o decaimento da matéria escura para a energia escura é termodinamicamente consistente. Observe que, se o fluido de energia escura está sendo criado, a quantidade $n_x \Gamma_x > 0$, de acordo com (5.4). Também é interessante notar que essa relação depende da temperatura da matéria escura, a qual se espera atualmente ser um valor muito pequeno.

Como pode se ver, a expressão (5.24) é simétrica nos índices x e dm . Assim, a mesma análise é válida para o caso $\mu_{dm} \neq 0$ e $\mu_x = 0$. De fato, uma condição necessária mais geral para se ter valores negativos de Q , de acordo com (5.24) é

$$\frac{\mu_x}{T_x} n_x \Gamma_x < -\frac{\mu_{dm}}{T_{dm}} n_{dm} \Gamma_{dm}. \quad (5.26)$$

Lembrando que $n_x \Gamma_x > 0$ e $n_{dm} \Gamma_{dm} < 0$ quando a matéria escura está decaindo em energia escura, para $\mu_x = 0$ devemos ter $\mu_{dm} > 0$.

Finalmente, um valor negativo de Q também é permitido se requerermos que a entropia por partícula deve ser conservada para cada fluido separadamente. De acordo com (5.9), temos:

$$Q = (\rho_{dm} + p_{dm}) \Gamma_{dm} \simeq M n_{dm} \Gamma_{dm}, \quad (5.27)$$

$$Q = -(\rho_x + p_x) \Gamma_x. \quad (5.28)$$

e a condição (5.26) torna-se

$$\frac{\mu_x n_x}{T_x(1 + \omega)\rho_x} < \frac{\mu_{dm}}{MT_{dm}}. \quad (5.29)$$

É interessante notar que, nesse caso, a condição de decaimento da matéria escura não depende das taxas de decaimento, dependendo apenas das propriedades termodinâmicas de cada fluido.

5.4 Princípio de Le Châtelier-Braun

Também é importante entender o processo mencionado à luz do princípio de Le Châtelier-Braun (Callen (1985)), assim como foi recentemente discutido por Pavon e Wang (2009) para o caso de energia escura decaindo em matéria escura ($Q > 0$), ambas com potencial químico nulo. O princípio diz que quando um sistema é perturbado fora do seu estado de equilíbrio, ele reage de tal forma a restaurar o estado de equilíbrio ou alcançar um novo. No caso de potencial químico nulo discutido em Pavon e Wang (2009), hoje a resposta do sistema à perda de equilíbrio é uma transferência contínua de energia da energia escura para a matéria escura, correspondendo a um fluxo f da primeira componente para a segunda. Isso acontece porque se $Q > 0$, T_x aumentará mais lentamente conforme o Universo se expande do que na ausência de interação e correspondentemente T_{dm} também diminuirá mais lentamente. Isso implica que a diferença de temperatura entre os fluidos diminuiria e eventualmente alcançaria o equilíbrio. De fato, o equilíbrio nunca é alcançado porque a expansão do Universo age como um agente externo na direção oposta.

Agora, vamos ver como esse mecanismo age quando o potencial químico não é nulo. Tomando primeiramente o caso com $\mu_x < 0$ e $\mu_{dm} = 0$, vemos que o potencial químico negativo da energia escura age como um *poço de potencial*, “atraindo” ou “sugando” as partículas de matéria escura para o setor da energia escura. Isso representa um fluxo F da matéria escura para a energia escura, em analogia com o caso anterior, mas na direção oposta. Assim, se $|F| > |f|$, o fluxo líquido é no sentido da energia escura, representando o decaimento da matéria escura em energia escura, sem violar o princípio de Le Châtelier-Braun. O potencial químico age como um “atrator” para as partículas de matéria escura, ou como um agente externo levando ao decaimento e implicando em $Q < 0$. O mesmo acontece no caso $\mu_x = 0$ e $\mu_{dm} > 0$. Agora é o potencial químico da matéria escura que age

como uma *montanha de potencial*, “repelindo” as partículas de matéria escura para o setor da energia escura, favorecendo o decaimento no sentido da energia escura, e novamente implicando em $Q < 0$. Note que nessa discussão não foi imposto $Q < 0$. Isso segue da ação do potencial químico, que fornece o sentido em que o decaimento deve ocorrer.

5.5 Aplicação: $Q \propto H\rho_x$

Um modelo interessante de interação entre energia e matéria escura foi proposto recentemente parametrizando o efeito da interação sobre a lei de evolução da matéria escura (Jesus et al. (2008)), com $Q \propto H\rho_{dm}$. Contudo, ainda que bem sucedido em ordem zero das perturbações cosmológicas, esse modelo está afetado por instabilidades nas perturbações de primeira ordem na componente de energia escura (Valiviita et al. (2008)). Porém, como já mostrado em He et al. (2009), essas instabilidades não são uma característica genérica dos modelos de interação. Eles mostraram que, de fato, modelos com $Q \propto H\rho_x$ são livres de tais instabilidades. Nos baseamos nas conclusões de He et al. (2009), as quais, ainda que sendo discutidas no contexto do decaimento da energia escura, pode-se mostrar que elas valem também para o decaimento da matéria escura, ao menos no caso desse modelo de interação específico.

Supondo-se que bárions são conservados, a lei de conservação de energia para as duas componentes interagentes ($u_\alpha T^{\alpha\beta}_{;\beta} = 0$) é dada pelas Eqs. (5.20) e (5.21). Nesse ponto, devemos mencionar que, ainda que nesse modelo a contribuição bariônica não é desprezada, como é comum na literatura, isso não muda a análise termodinâmica discutida acima, pois os bárions são conservados separadamente, portanto possuem $\Gamma_b \equiv 0$, e não contribuem para a desigualdade (5.24). Assim, a inclusão de bárions ainda permite o decaimento de matéria escura em energia escura, contanto que um desses componentes tenha potencial químico não-nulo. Por outro lado, a inclusão de bárions também não afeta a estabilidade das perturbações, já que o ponto crítico para isso é a interação, da qual os bárions não participam.

Assim, vamos trabalhar com o seguinte termo de interação Q :

$$Q = 3\varepsilon H\rho_x. \quad (5.30)$$

onde introduzimos o fator 3 por conveniência. Nessa equação podemos ver que o sinal de

ε determina o sinal de Q , pelo menos enquanto $\rho_x > 0$. Esse modelo já foi estudado em Pavon e Zimdahl (2005) e Pavon e Wang (2009).

Com o termo de interação (5.30) é possível integrar a Eq. (5.21), para um ω constante, e mostrar que as densidades de energia das componentes de matéria e energia escura são dadas por

$$\rho_{dm} = \rho_{dm0}a^{-3} + \frac{\varepsilon\rho_{x0}a^{-3}[1 - a^{-3(\varepsilon+\omega)}]}{\varepsilon + \omega} \quad (5.31)$$

$$\rho_x = \rho_{x0}a^{-3(1+\varepsilon+\omega)} \quad (5.32)$$

onde podemos ver que no limite de ε tendendo a zero, recuperamos os comportamentos padrões, sem interação. Como bárions são conservados, temos $\rho_b = \rho_{b0}(1+z)^3$, de modo que a densidade total de matéria sem pressão $\rho_m (= \rho_b + \rho_{dm})$ fica como:

$$\rho_m = \rho_{m0}a^{-3} + \frac{\varepsilon\rho_{x0}a^{-3}[1 - a^{-3(\varepsilon+\omega)}]}{\varepsilon + \omega} \quad (5.33)$$

Vamos trabalhar em um Universo espacialmente plano, conforme previsto pela inflação e de acordo com as observações do WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) em conjunto com outros dados (Spergel et al. (2007); Allen et al. (2008); Spergel et al. (2003); Komatsu et al. (2009)). Assim, desprezando a contribuição da radiação, a equação de Friedmann para essa cosmologia de XCDM interagente pode ser escrita como:

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = \left[\Omega_{m0} + \frac{\varepsilon\Omega_{x0}}{\varepsilon + \omega}\right](1+z)^3 + \frac{\omega\Omega_{x0}}{\omega + \varepsilon}(1+z)^{3(1+\varepsilon+\omega)} \quad (5.34)$$

Esse modelo difere do modelo de Pavon e Zimdahl (2005) e Pavon e Wang (2009), pois eles desprezam a contribuição bariônica. Nosso objetivo aqui é colocar limites mais rigorosos nesse modelo, com a inclusão de bárions e o uso das observações mais recentes.

Fixamos $\Omega_{b0} = 0,0437$ das observações de 5 anos do WMAP (Komatsu et al. (2009)), as quais estão também em acordo com as predições da nucleossíntese, de modo que temos quatro parâmetros livres no nosso modelo, que são o h , $\Omega_{m0} (= \Omega_{dm0} + \Omega_{b0})$, ω e ε (desprezando a contribuição da radiação, a qual é da ordem de $\Omega_{\gamma0}h^2 \sim 10^{-5}$ (Spergel et al. (2003))). O parâmetro de densidade da energia escura Ω_{x0} não é um parâmetro livre, já que escolhemos trabalhar em um Universo espacialmente plano. Vamos combinar várias observações cosmológicas de modo a vincular esses parâmetros.

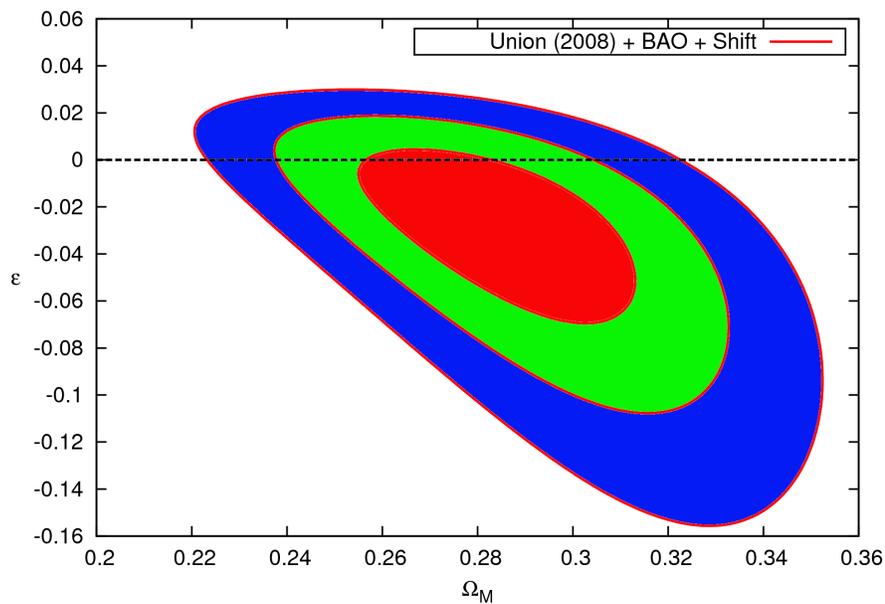


Figura 5.1: Plano $\Omega_{m0} - \epsilon$ mostrando os contornos de probabilidade de 68,3%, 95,4% e 99,7%, assim como a linha $\epsilon = 0$ (linha tracejada).

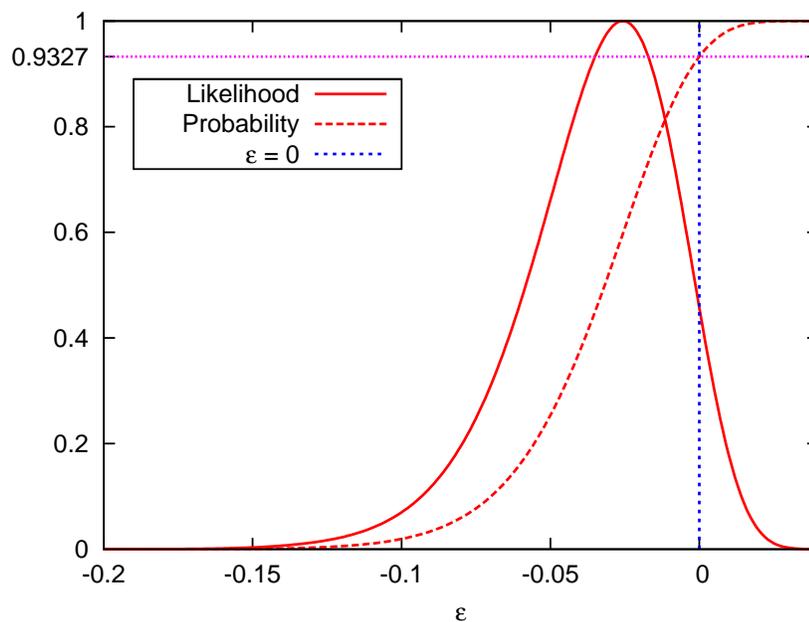


Figura 5.2: Verossimilhança marginalizada, normalizada no pico (linha sólida) e CDF (linha com traços longos) para o parâmetro ϵ , assim como a linha $\epsilon = 0$ (linha com traços curtos) e a linha $P(\epsilon > 0)$ (linha pontilhada). Vide texto para os detalhes.

Como já explicado, o BAO, dado pelas oscilações acústicas dos bárions no plasma primordial, deixam uma assinatura na função de correlação de galáxias (Eisenstein et al.

(2005)), a qual é usada para vincular a quantidade

$$\mathcal{A} \equiv \frac{\Omega_{m0}^{1/2}}{E(z_*)^{1/3}} \left[\frac{1}{z_*} \Gamma(z_*) \right]^{2/3} = 0,469 \pm 0,017, \quad (5.35)$$

onde, novamente, $E(z) \equiv H(z)/H_0$, o qual é dado pela Eq. (5.34), $z_* = 0,35$ é um *redshift* típico da amostra do SDSS, e $\Gamma(z_*)$ é a distância comóvel adimensional ao *redshift* z_* . Essa quantidade foi vinculada por Eisenstein et al. (2005) como sendo $\mathcal{A} = 0,469 \pm 0,017$ e usaremos um *prior* gaussiano sobre ela.

Distância de luminosidade de SNs Ia vinculam principalmente a densidade da energia escura e a equação de estado da mesma. Usamos a grande combinação recente de dados de SNs Ia, a compilação do Union (Kowalski et al. (2008)). Essa amostra é composta de 307 SNs, que inclui as amostras de SNs Ia do Supernova Legacy Survey (Astier et al. (2006)) e ESSENCE (Miknaitis et al. (2007)), conjuntos de dados mais antigos, assim como uma extensão recente do conjunto de dados de SNs distantes observadas com o HST. Escolhemos usar o conjunto de dados sem sistemática do Union. Usamos uma marginalização analítica bem conhecida (Lewis e Bridle (2002)) sobre h para combinar os dados de distância de luminosidade de SNs.

Uma quantidade útil que caracteriza a posição do primeiro pico do espectro de potência da RCF é o *shift parameter*, o qual é dado, para um Universo plano, por (Efstathiou e Bond (1999)):

$$\mathcal{R} = \sqrt{\Omega_{m0}} \int_0^{z_r} \frac{dz}{\mathcal{H}(z)} \quad (5.36)$$

onde z_r é o *redshift* da recombinação. O *redshift* da recombinação pode ser estimado usando as fórmulas de ajuste de Hu e Sugiyama (1996). O *shift parameter* da RCF dado pela análise de cadeia de Monte Carlo-Markov dos 5 anos do WMAP supondo um modelo Λ CDM não-interagente é $\mathcal{R} = 1,710 \pm 0,019$ (Komatsu et al. (2009)). Já foi mostrado, por Elgarøy e Multamäki (2007), usando os dados de 3 anos do WMAP, que o valor de \mathcal{R} não muda muito para um modelo Λ CDM com interação. Elgarøy e Multamäki (2007) obtiveram $\mathcal{R} = 1,71 \pm 0,03$, o que é compatível com o valor obtido nos 5 anos do WMAP.

Como marginalizamos sobre h na análise de dados de SNs, a única dependência na constante de Hubble vem do *shift parameter*, via *redshift* da recombinação. Mas essa dependência é muito fraca, de modo que, para a recombinação, fixamos h pelo melhor ajuste do HST Key Project, $h = 0,72 \pm 0,08$ (Freedman et al. (2001)). Então, finalmente,

minimizamos a seguinte quantidade:

$$\chi^2 = \tilde{\chi}_{SNs}^2 + \left(\frac{\mathcal{A} - 0,469}{0,017} \right)^2 + \left(\frac{\mathcal{R} - 1,710}{0,019} \right)^2 \quad (5.37)$$

onde $\tilde{\chi}_{SN}^2$ é o χ^2 marginalizado dos dados de SNs, dado por $\tilde{\chi}_{SN}^2 = -2 \ln \int_0^\infty \mathcal{L}_{SN} dh$, \mathcal{L}_{SN} é a verossimilhança de magnitudes de SNs, $\mathcal{L}_{SN} = \exp \left[-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{307} \left(\frac{\mu_{obs,i} - \mu_{th,i}}{\sigma_{\mu,i}} \right)^2 \right]$, μ é o módulo de distância, dado como uma função da distância de luminosidade d_L em Mpc como $\mu = 5 \log(d_L) + 25$.

A verossimilhança total é dada por $\mathcal{L} \propto e^{-\chi^2/2}$. Marginalizando \mathcal{L} sobre ω , podemos ver o quanto ε e Ω_{m0} podem ser vinculados pelos dados. Os contornos de probabilidade de 1, 2 e 3 σ são mostrados na Figura 5.1.

Encontramos então, por essa análise, $\Omega_{m0} = 0,284_{-0,020}^{+0,019+0,039+0,059}$ e $\varepsilon = -0,026_{-0,027-0,061-0,106}^{+0,021+0,038+0,051}$, para 1, 2 e 3 σ , respectivamente. Obtivemos um χ^2 reduzido, $\chi^2/\nu = 311,66/305 = 1,02$, onde ν é o número de graus de liberdade. Como já pode ser visto na Figura 5.1, a possibilidade de $\varepsilon < 0$ é claramente favorecida sobre a possibilidade de $\varepsilon > 0$. Como também pode ser visto, o valor padrão, $\varepsilon = 0$, está marginalmente dentro da região de 1 σ , na análise conjunta. De forma a fornecer um resultado mais quantitativo, também marginalizamos sobre Ω_{m0} com o objetivo de encontrar a verossimilhança marginalizada de ε , $\tilde{\mathcal{L}}(\varepsilon)$. O resultado é mostrado na Figura 5.2.

Como pode ser visto, a maior área sob essa curva é dada por $\varepsilon < 0$. Isso pode ser confirmado pelo cálculo da probabilidade $P(\varepsilon < 0)$, a qual pode ser obtida de

$$P(\varepsilon < \varepsilon') = \int_{-\infty}^{\varepsilon'} \tilde{\mathcal{L}}(\varepsilon) d\varepsilon \quad (5.38)$$

Isso não é nada mais do que a função de distribuição cumulativa (cumulative distribution function, CDF) de ε e também é mostrado na Figura 5.2. Colocando-se $\varepsilon' = 0$ em (5.38), encontramos que $P(\varepsilon < 0) = 93,27\%$. Isso corresponde a uma razão $P(\varepsilon < 0)/P(\varepsilon > 0) = 13,86$, e um limite de confiança de quase 2 σ em favor de $\varepsilon < 0$, em comparação com $\varepsilon > 0$. Na análise marginalizada também podemos ver que o valor padrão, $\varepsilon = 0$, está fora da região de 1 σ , porém está bem dentro da região de 2 σ .

Quando se iniciou o regime acelerado do Universo?

6.1 Introdução

A extensão do diagrama de Hubble para maiores distâncias com o uso de SNs Ia como velas-padrão permitiu que a história da expansão cósmica fosse examinada em acurácia muito mais alta em *redshifts* intermediários. Medidas independentes de vários grupos indicaram que a expansão atual está de fato acelerando e não desacelerando, como se acreditava por várias décadas (Riess et al. (1998); Perlmutter et al. (1998, 1999); Riess et al. (2004); Astier et al. (2006); Kowalski et al. (2008); Riess et al. (2009); Hicken et al. (2009)). Em outras palavras, em virtude de algum mecanismo ainda desconhecido, a expansão do Universo passou por uma “transição de fase dinâmica” cujo efeito foi mudar o sinal do parâmetro de desaceleração universal $q(z)$.

A explicação física correta para tal transição é o desafio mais profundo da cosmologia hoje. Como já foi discutido, dentro do paradigma da Relatividade Geral (RG), a maneira mais simples de explicar esse fenômeno é postular uma constante cosmológica Λ nas equações de Einstein. De fato, qualquer componente que contribua para uma densidade de energia do vácuo desacoplada também se comporta como uma constante cosmológica. Contudo, a existência dos assim chamados problema da constante cosmológica e problema da coincidência (Zel’dovich (1968); Weinberg (1989); Zlatev et al. (1999)), inspirou muitos autores a considerar candidatos alternativos, postulando a existência de um fluido exótico com pressão negativa (em adição à matéria escura fria), frequentemente chamado de energia escura (Peebles e Ratra (2003); Padmanabhan (2003); Lima (2004); Copeland et al. (2006); Frieman et al. (2008)).

Mesmo no contexto da RG existem algumas propostas alternativas nas quais a existência

de uma nova componente escura não é necessária para haver um regime acelerado em baixos *redshifts*. Por exemplo, muitos autores afirmaram que o fato de que a aceleração se inicia em uma época muito próxima do início da evolução não-linear do contraste de densidade não é uma coincidência trivial (Buchert e Carfora (2003); Buchert (2005); Buchert e Ehlers (1997); Pascual-Sanchez (1999); Sugiura et al. (1999); Celerier (2000); Tomita (2001)). Nesse sentido, vários métodos de média foram desenvolvidos para levar em conta um possível efeito de *back reaction* associado com a existência de inhomogeneidades (Marra et al. (2007); Bolejko e Andersson (2008); Ellis e Buchert (2005); Buchert (2008); Alnes et al. (2006); Célérier (2007); Kai et al. (2007); Sussman (2009)). Outra possibilidade ainda dentro do contexto da RG é de que a transição dinâmica pode ser efetuada unicamente pela criação gravitacionalmente induzida de partículas de matéria escura fria (Abramo e Lima (1996); Lima et al. (1996, 2008); Steigman et al. (2009)). A idéia básica é que o processo irreversível de criação cosmológica de partículas às custas do campo gravitacional pode ser fenomenologicamente descrito por uma pressão negativa e uma produção de entropia associada (Zeldovich (1970); Prigogine et al. (1989); Lima et al. (2007); Calvao et al. (1992)). Tal método é completamente diferente do que foi desenvolvido por Hoyle e Narlikar (1964, 1966) através da adição de termos de matéria extras à ação de Einstein-Hilbert descrevendo o chamado campo C. Nesse último caso, o fenômeno de criação é explicado através de um processo de troca de energia e momento entre a própria matéria e o campo C, como ocorre, por exemplo, em cosmologias com decaimento do vácuo (Overduin e Cooperstock (1998); Alcaniz e Lima (2005); Carneiro et al. (2008)), ou em muitas variantes dos modelos de energia escura acoplada (Zimdahl et al. (2001); Chimento et al. (2003); Lima et al. (2000); Amendola e Tocchini-Valentini (2001); Gasperini et al. (2002); Zimdahl e Pavon (2003); Cai e Wang (2005); Koivisto (2005); Szydlowski (2006); Szydlowski et al. (2006); Barrow e Clifton (2006); Lee et al. (2006); Bertolami et al. (2007)).

De fato, explicações teóricas possíveis para o estágio atual de aceleração sem energia escura são surpreendentemente abundantes. A transição pode também ser causada por uma modificação da interação gravitacional além da RG. No chamado modelo de Dvali-Gabadadze-Porrati, a gravidade parece ser quadridimensional a curtas distâncias, mas é modificada em grandes distâncias (Dvali et al. (2000); Dvali e Gabadadze (2001)). Outra possibilidade são as chamadas teorias de gravidade modificada $F(R)$ (Barrow e Cotsa-

kis (1988); Li e Barrow (2007); Amarguioui et al. (2006); Fairbairn e Rydbeck (2007); Carvalho et al. (2008)). Para todos esses casos, o espaço de parâmetros associado com a expansão cósmica é muito degenerado e, como tem sido apresentado na literatura, não é possível decidir que mecanismo ou energia escura está operando na dinâmica cósmica, baseando-se apenas nos dados atuais sobre a história da expansão. Na verdade, muitos autores afirmaram que apenas o crescimento das estruturas pode quebrar as degenerescências entre métodos diferentes para explicar a aceleração cósmica.

Por outro lado, acredita-se amplamente que o estágio de aceleração iniciou-se em uma época relativamente recente ($z_t \leq 1$), o que estabelece o chamado problema da coincidência. Contudo, conforme apontado por Amendola et al. (2006) no contexto do modelo $\omega(z)$ CDM, os dados de SNs Ia também são consistentes com um *redshift* de transição $z_t \sim 3$. Eles também argumentaram que o início da aceleração poderia ser empurrado para *redshifts* extremamente altos como ocorre, por exemplo, com um mecanismo tipo camaleão (Khoury e Weltman (2004a,b)). Na verdade, supondo-se que os bárions também poderiam ser fortemente acoplados com um campo escalar de energia escura, e ainda assim satisfazer os limites atuais impostos pelos testes gravitacionais do princípio de equivalência, o início da aceleração poderia, em princípio, ser empurrado até o início da era de dominação da matéria (Amendola et al. (2006)). Nesse contexto, em Jesus, Santos, Gill e Lima (2010), focalizamos na determinação do *redshift* de transição já que esse tipo de estudo ainda não foi feito sistematicamente. Uma investigação quantitativa detalhada de como esse novo número cosmológico varia com as possíveis explicações do estágio de aceleração foi executada. Os limites no *redshift* de transição foram obtidos usando-se os dados das últimas observações de SNs.

Argumentamos, também, que observações futuras combinando SNs e Surtos de Raios Gama (Gamma-Ray Bursts, GRBs) podem vincular z_t , ajudando a determinar os modelos mais realísticos do Universo. Esperamos que com esse estudo seja possível contornar a degenerescência existente na história da expansão de diferentes cosmologias aceleradas.

6.2 Redshift de transição em Geometrias FRW

No que segue, restringiremos nossa atenção à classe de espaço-tempo descrita pelo elemento de linha de FRW ($c = 1$)

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (6.1)$$

onde $a(t)$ é o fator de escala e k é a constante de curvatura, que pode ser -1 , 0 , ou 1 , para um Universo espacialmente aberto, plano ou fechado, respectivamente. Ainda que a maioria dos modelos inflacionários e as observações recentes da RCF favoreçam um Universo espacialmente plano, não devemos nos restringir a este caso. Como veremos abaixo, o *redshift* de transição depende apenas implicitamente do parâmetro k ou, equivalentemente, no parâmetro de densidade de curvatura, $\Omega_{k0} = -k/H_0^2 a_0^2$. Como já é convenção, o índice “0” indica as quantidades atuais e de agora em diante, neste capítulo, tomaremos $a_0 = 1$.

No cenário de FRW, as Equações de Campo de Einstein para um fluido perfeito levam às equações de Friedmann (Weinberg (1972, 2008); Lima (2001))

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} \quad (6.2)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) \quad (6.3)$$

onde ρ e p são a densidade de energia e pressão do meio, respectivamente. Devido à linearidade das variáveis dos fluidos, as equações de Friedmann (6.2)-(6.3) se aplicam também para uma mistura de fluidos através das substituições $\rho \rightarrow \sum \rho_i \equiv \rho_T$ e $p \rightarrow \sum p_i \equiv p_T$. Para uma mistura sem interação de fluidos homogêneos e isotrópicos, a lei de conservação do tensor de energia-momento, $u_\mu T_{;\nu}^{\mu\nu} = 0$, fornece para cada componente:

$$\dot{\rho}_i + 3H(\rho_i + p_i) = 0 \quad (6.4)$$

Vale a pena notar, também, que a equação de aceleração (6.3) não depende explicitamente da curvatura, e similarmente, o mesmo acontece com o *redshift* de transição (z_t) já que ele é definido pela condição $\ddot{a} = 0$.

Devemos lembrar que as primeiras análises de SNs Ia foram feitas supondo-se um Λ constante para a componente de energia escura, mas logo depois, vários candidatos para energia escura foram propostos na literatura. Atualmente, além da constante cosmológica,

a pletera de candidatos pode ser classificada de acordo com as seguintes características (veja, por exemplo, Lima (2004)):

(i) “matéria-X”: uma componente extra caracterizada por um parâmetro de equação de estado constante $p_x = \omega\rho_x$, com $-1 \leq \omega < 0$. Usualmente, esse tipo de modelo é chamado modelo XCDM. Contudo, se ω depende do *redshift*, eles são também chamados $\omega(z)$ CDM.

(ii) Um campo escalar remanescente ϕ descendo lentamente seu potencial $V(\phi)$. Essa subclasse inclui modelos com termos cinéticos não-padrões na Lagrangiana do campo escalar.

(iii) Um termo $\Lambda(t)$, ou decaimento do vácuo.

(iv) Um gás de Chaplygin, cuja equação de estado é dada por $p = -A/\rho^\alpha$, onde A é uma constante positiva e $0 \leq \alpha \leq 1$.

Modelos dominados por todos esses candidatos relativísticos explicam o estágio de aceleração tardio, e, como tais, o espaço de parâmetros das quantidades observacionais básicas é bem degenerado. Atualmente, a explicação mais econômica é fornecida pelo modelo Λ CDM plano, que possui apenas um parâmetro livre, a densidade de energia do vácuo. Ele parece ser consistente com a grande maioria das observações disponíveis, contanto que a densidade de energia do vácuo seja afinada para ajustar os dados ($\Omega_\Lambda \sim 0.7$). Contudo, mesmo considerando que a adição desses campos possa explicar o estágio recente de aceleração e outras observações complementares (de Bernardis et al. (2000); Spergel et al. (2003, 2007); Allen et al. (2003); Lima et al. (2003); Vikhlinin et al. (2009); Eisenstein et al. (2005); Cunha et al. (2007); Chang et al. (2008); Reid et al. (2009); Benitez et al. (2009); Percival et al. (2010)), a necessidade de uma (ainda não observada) componente de energia escura com propriedades incomuns certamente é um obstáculo severo. Vamos agora discuti-los à luz dos seus respectivos *redshifts* de transição. Por completeza, vamos iniciar com o modelo Λ CDM.

6.3 Λ CDM

Nos modelos Λ CDM, o Universo observado hoje é quase completamente composto por matéria sem pressão (consistindo das componentes de matéria escura e bariônica) e uma densidade de energia de constante cosmológica com pressão negativa, já que a contribuição

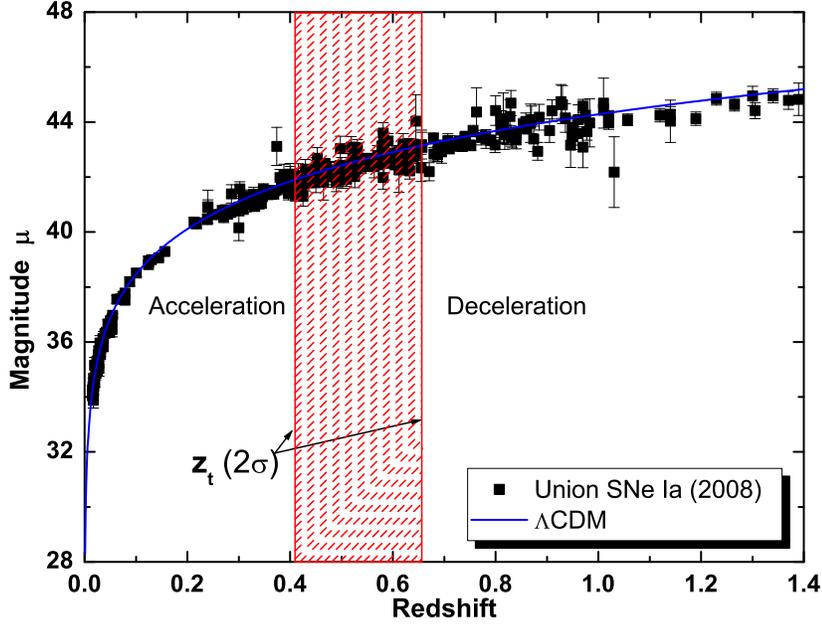


Figura 6.1: Distância de luminosidade em função do *redshift*. A faixa vertical mostra os limites de Riess et al. (2007) no *redshift* de transição, $z_t = 0,426^{+0,27}_{-0,089}$ (a 95% c.l.).

da radiação é apenas $\sim 10^{-5}$ da densidade de energia total. Usando o fato de que a matéria sem pressão possui $p_m \simeq 0$ e que a equação de estado de Λ é $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$, a conservação do tensor de energia-momento, $u_\mu T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$, fornece, para cada componente:

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = 0 \Rightarrow \rho_m = \rho_{m0}(1+z)^3 \quad (6.5)$$

$$\dot{\rho}_\Lambda = 0 \Rightarrow \rho_\Lambda = \text{const.} \quad (6.6)$$

Enquanto a equação de aceleração reduz-se a

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho_T + 3p_T) = -\frac{4\pi G}{3}(\rho_M - 2\rho_\Lambda) \quad (6.7)$$

onde usamos a equação de estado de Λ . Inserindo as dependências com o *redshift* (6.5)-(6.6) em (6.7) encontramos

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} [\rho_{m0}(1+z)^3 - 2\rho_\Lambda] \quad (6.8)$$

No *redshift* onde \ddot{a} se anula, obtemos o *redshift* de transição, portanto a partir de (6.8), temos

$$z_t = \left[\frac{2\rho_\Lambda}{\rho_{m0}} \right]^{\frac{1}{3}} - 1 = \left[\frac{2\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}} \right]^{\frac{1}{3}} - 1 \quad (6.9)$$

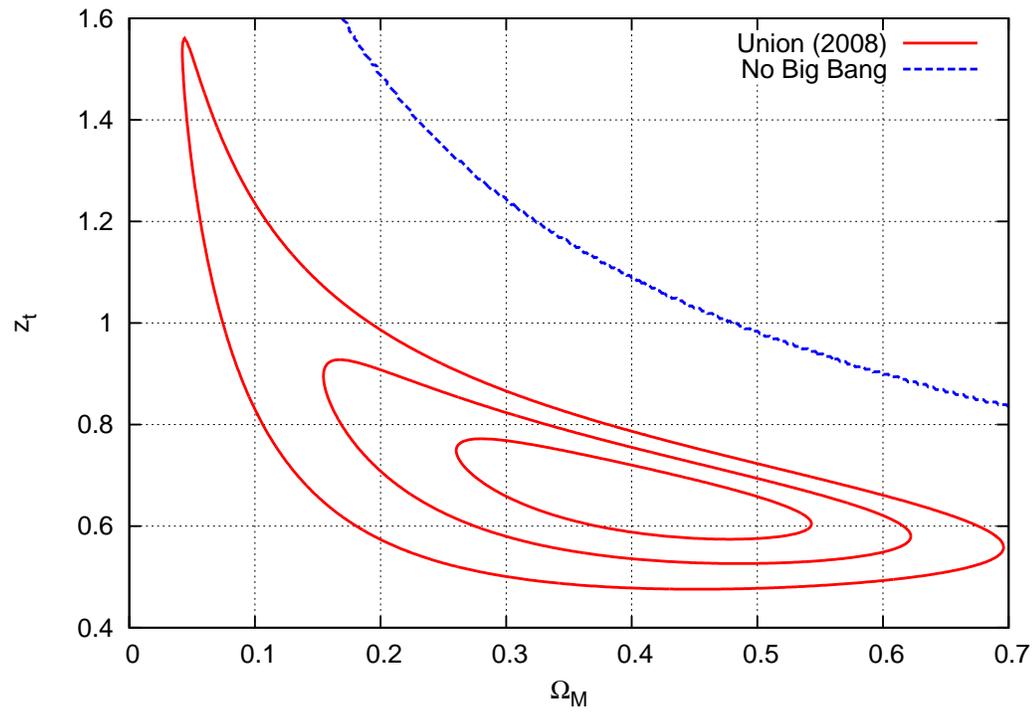


Figura 6.2: *Redshift* de transição em função de Ω_{m0} para um modelo Λ CDM. Os contornos são limites no *redshift* de transição, a 68%, 95% e 99% c.l.

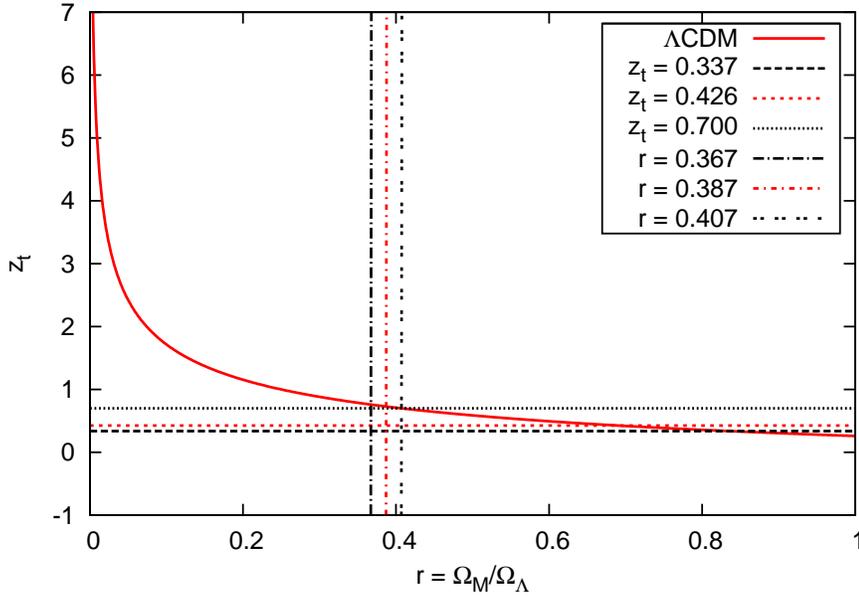


Figura 6.3: *Redshift* de transição em função da razão de densidades $r = \Omega_{m0}/\Omega_{\Lambda0}$. Também mostramos os limites de Riess et al. (2007) a 95% c.l. no *redshift* de transição, $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$ e a razão derivada do WMAP5, a 68% c.l., $r = 0,387 \pm 0,020$.

onde usamos os parâmetros de densidade Ω_i .

Podemos ver pela Eq. (6.9) que o *redshift* de transição não depende explicitamente da curvatura, mas sim apenas da razão das densidades do vácuo e da matéria. Contudo, se supormos que o Universo é espacialmente plano, obtemos a condição de normalização $\Omega_{m0} + \Omega_{\Lambda0} = 1$ e a Eq. (6.9) torna-se

$$z_t = \left[\frac{2(1 - \Omega_{m0})}{\Omega_{m0}} \right]^{\frac{1}{3}} - 1 \quad (6.10)$$

Na figura 6.3, plotamos a dependência de z_t na razão $r = \Omega_{m0}/\Omega_{\Lambda0}$ para um modelo Λ CDM geral. Na figura 6.4, mostramos o *redshift* de transição para o caso plano em função do parâmetro de densidade da matéria. Como esperado, no limite $\Omega_{m0} \rightarrow 1$ (modelo de Einstein-de Sitter) não há transição. As linhas horizontais em ambos gráficos são os limites cinemáticos em z_t derivados por Riess et al. (2007), $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$ (2σ) usando uma parametrização linear do parâmetro de desaceleração $q(z)$ (Turner e Riess (2002)). Mais recentemente, a análise de Riess et al. (2007) foi checada (Cunha (2009); Cunha e Lima (2008)), e foi encontrado $z_t = 0,426_{-0,050}^{+0,082+0,27}$, a 68% e 95% c.l., respectivamente, consistente com aquele resultado. O interesse de tal método é que ele é válido independentemente

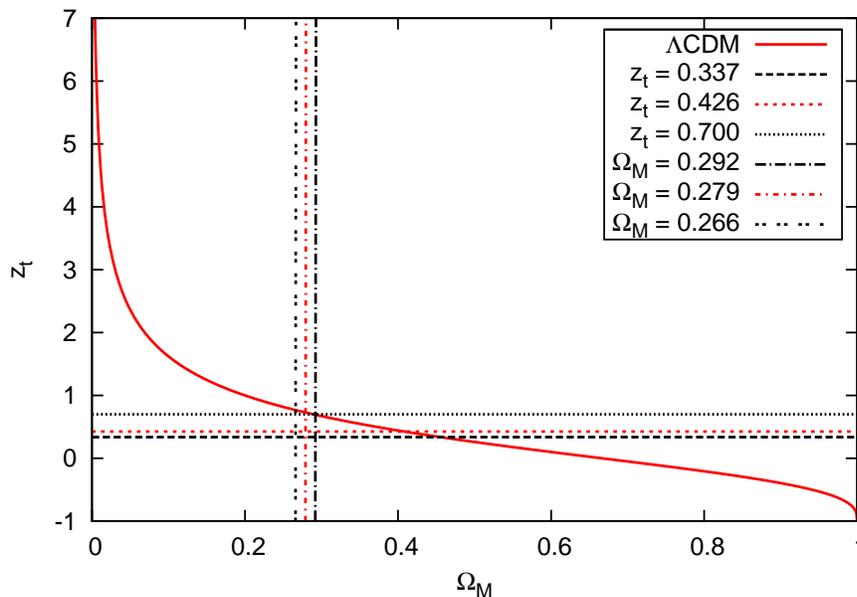


Figura 6.4: Redshift de transição em função do parâmetro de densidade da matéria para um Universo espacialmente plano. Também são mostrados os limites no redshift de transição de Riess et al. (2007), a 95% c.l., $z_t = 0,426^{+0,27}_{-0,089}$ e o parâmetro de densidade da matéria derivado do WMAP5, a 68% c.l., $\Omega_{m0} = 0,279 \pm 0,013$.

da teoria de gravitação.

As linhas verticais representam os limites derivados pela colaboração do WMAP5 (Komatsu et al. (2009)) através de uma análise conjunta envolvendo RCF, BAO e SNs Ia. Os limites a 2σ c.l. para o parâmetro de densidade e razão das densidades são $\Omega_{m0} = 0,279 \pm 0,013$ e $r \equiv \Omega_{m0}/\Omega_{\Lambda0} = 0,387 \pm 0,020$, respectivamente.

Como pode ser visto nessas figuras, o modelo de concordância Λ CDM plano é apenas marginalmente consistente com o redshift de transição derivado do método cinemático de Riess et al. (2007). Com certeza isso pode ser visto como algum problema com o modelo Λ CDM padrão, para se adicionar com o problema da constante cosmológica e o problema da coincidência.

Assim, podemos ver a importância do redshift de transição no que diz respeito à distinção entre modelos de energia escura semelhantes e como um teste de consistência para um novo modelo de energia escura. Poderiam ser descartados, por exemplo, modelos cosmológicos sem nenhum redshift de transição, como a família de modelos de FRW preenchidos com poeira, e algumas subclasses de modelos $\Lambda(t)$ CDM (Overduin e Cooperstock

(1998)) ou, de modo mais geral, alguns modelos acoplados de matéria e energia escura.

Vamos discutir agora modelos de energia escura não-padrões, ainda no contexto da RG, no que diz respeito a seus *redshifts* de transição.

6.4 XCDM

Nessa seção, analisamos a generalização mais simples do modelo Λ CDM, os chamados modelos “XCDM”, que consistem de dois fluidos separadamente conservados, matéria escura e energia escura. A energia escura é parametrizada por uma equação de estado constante, $p_x = \omega\rho_x$. Esse modelo foi proposto inicialmente por Turner e White (1997) e, numa versão um pouco diferente, por Chiba et al. (1997, 1998). Esse modelo é muito popular, tendo como casos especiais $\omega = -1$, que corresponde à constante cosmológica, ou densidade de energia do vácuo e para $\omega < -1$ temos o chamado regime de energia escura *phantom* (Caldwell et al. (2003); Lima et al. (2003); Santos e Alcaniz (2005); Szydlowski et al. (2007); Santos e Lima (2008); Davies (1988); Brevik et al. (2004); Nojiri e Odintsov (2004, 2005)). Na próxima seção, focaremos nossa atenção no caso mais geral onde ω pode variar com o *redshift*.

A equação geral de aceleração (6.3) e a conservação de energia para a energia escura XCDM escrevem-se:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}[\rho_m + (1 + 3\omega)\rho_x] \quad (6.11)$$

$$\dot{\rho}_x + 3H(1 + \omega)\rho_x = 0 \Rightarrow \rho_x = \rho_{x0}(1 + z)^{3(1+\omega)} \quad (6.12)$$

e, novamente, $\rho_m = \rho_{m0}(1 + z)^3$. A partir disso, podemos reescrever a Eq. (6.11) como

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} [\rho_{m0}(1 + z)^3 + (1 + 3\omega)\rho_{x0}(1 + z)^{3(1+\omega)}] \quad (6.13)$$

Podemos ver que uma condição necessária para um regime acelerado ocorrer é $\omega < -1/3$. O *redshift* de transição para modelos XCDM também é dado pela condição de que o lado direito da Eq. (6.13) se anula:

$$z_t = \left[\frac{-(1 + 3\omega)\Omega_X}{\Omega_m} \right]^{-\frac{1}{3\omega}} - 1 \quad (6.14)$$

onde novamente usamos os parâmetros de densidade.

Na Figura 6.5, mostramos o *redshift* de transição (para alguns valores selecionados de ω) em função da razão das densidades $r = \Omega_{m0}/\Omega_{X0}$ em um cenário XCDM com curvatura

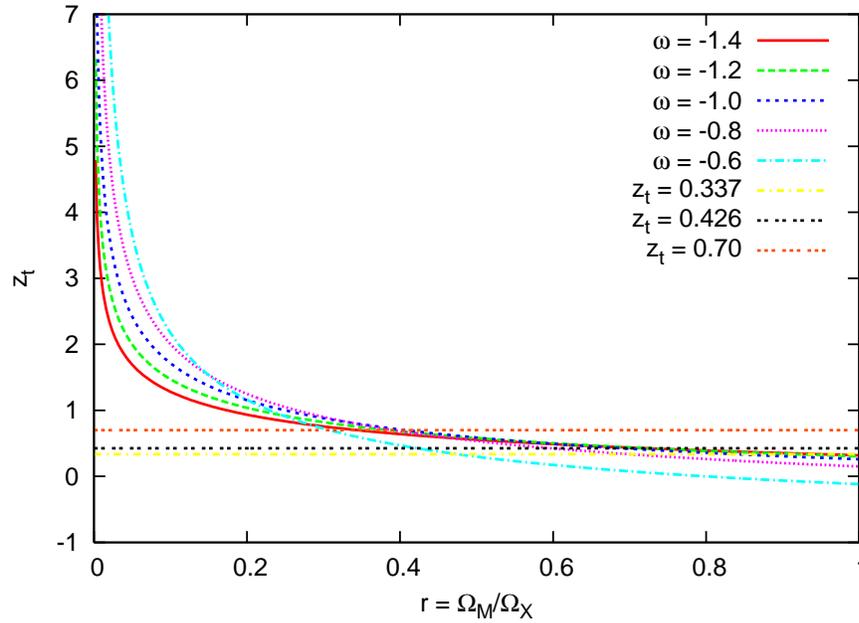


Figura 6.5: *Redshift* de transição como função da razão das densidades $r = \Omega_{m0}/\Omega_{X0}$ para um modelo XCDM de curvatura espacial arbitrária. Mostramos também os limites de Riess et al. (2007), a 95% c.l., no *redshift* de transição, $z_t = 0,426^{+0,27}_{-0,089}$.

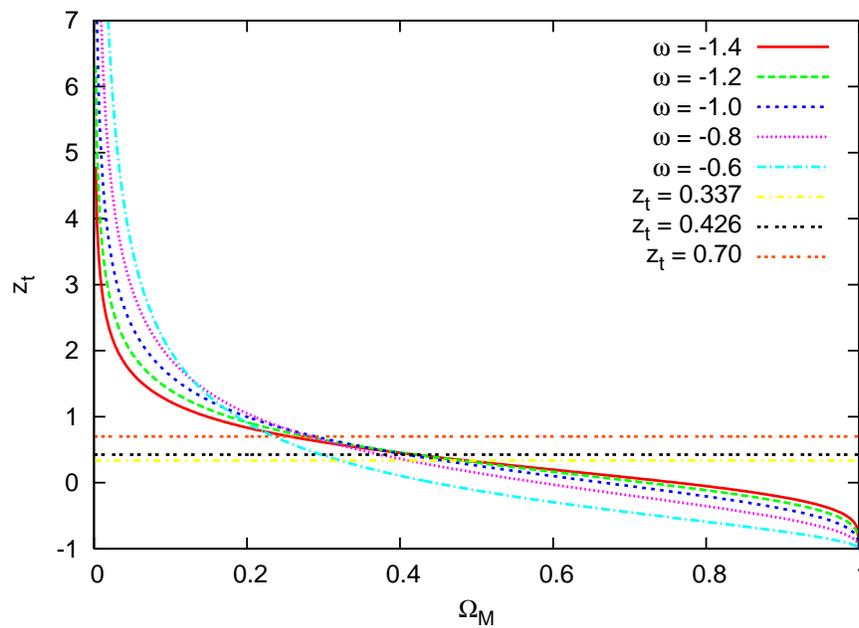


Figura 6.6: *Redshift* de transição em função do parâmetro de densidade da matéria e vários valores da equação de estado da energia escura para um Universo espacialmente plano. Mostramos também os limites de Riess et al. (2007), a 95% c.l., no *redshift* de transição, $z_t = 0,426^{+0,27}_{-0,089}$.

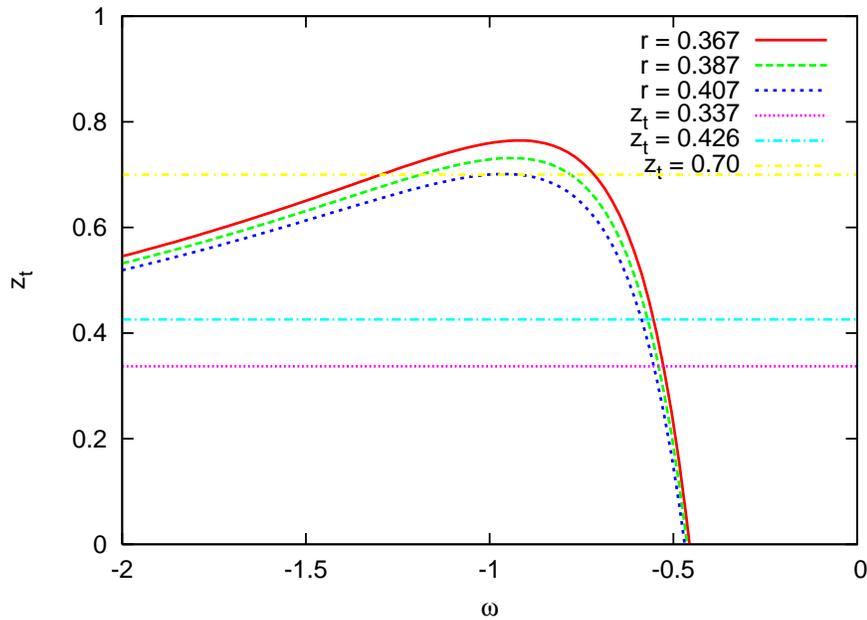


Figura 6.7: *Redshift* de transição em função do parâmetro ω da energia escura. Também mostramos os limites de Riess et al. (2007) a 95% c.l. no *redshift* de transição, $z_t = 0,426_{-0,089}^{+0,27}$.

espacial arbitrária. Como é de se esperar, quanto mais energia escura existe como parte do conteúdo energético do Universo (isto é, para Ω_{m0} menores), mais cedo a transição ocorre. Supondo um Universo espacialmente plano, encontra-se:

$$z_t = \left[\frac{-(1 + 3\omega)(1 - \Omega_{m0})}{\Omega_{m0}} \right]^{-\frac{1}{3\omega}} - 1 \quad (6.15)$$

Na Figura 6.6, pode ser visto o mesmo tipo de comportamento para o caso plano, onde Ω_{m0} e ω são os únicos parâmetros livres.

É interessante, também, que há um valor para o parâmetro da equação de estado para o qual o *redshift* de transição é máximo, dependente dos parâmetros de densidade. Isso ocorre devido à dependência não-trivial do *redshift* de transição no parâmetro de equação de estado da energia escura, ω , que aparece tanto na base quanto no expoente na expressão de $z_t(\omega)$ (6.14)-(6.15).

Nas Figuras 6.7 e 6.8, mostramos esse comportamento para ambos os casos geral e plano. Note que o *redshift* de transição máximo é sempre menor que a unidade para muitas combinações dos parâmetros físicos relevantes.

6.5 $\omega(z)$ CDM

Se permitimos uma dependência com o *redshift* da equação de estado da energia escura, obtemos os chamados modelos $\omega(z)$ CDM. Nesse caso, as componentes de matéria e energia escura são separadamente conservadas, mas a energia escura possui uma evolução não-trivial. A densidade de matéria, separadamente conservada, é dada por $\rho_m = \rho_{m0}(1+z)^3$ enquanto a energia escura obedece a equação de conservação

$$\dot{\rho}_x + 3H [1 + \omega(z)] \rho_x = 0 \quad (6.16)$$

que pode ser resolvida para um $\omega(z)$ arbitrário. Alternativamente, podemos definir uma equação de estado efetiva de modo a obter:

$$\rho_x = \rho_{x0}(1+z)^{3(1+\omega_{eff}(z))}, \quad (6.17)$$

analogamente a (6.12). Para chegar a esse resultado, $\omega_{eff}(z)$ deve ser dado por:

$$\omega_{eff}(z) = -1 + \frac{1}{\ln(1+z)} \int_0^{\ln(1+z)} [1 + \omega(z')] d\ln(1+z') \quad (6.18)$$

A equação da aceleração para essa energia escura é dada por:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} [\rho_{m0}(1+z)^3 + (1 + 3\omega(z))\rho_{x0}(1+z)^{3(1+\omega_{eff}(z))}] \quad (6.19)$$

Existem muitas parametrizações de $\omega(z)$ na literatura, mas estudaremos apenas os mais significantes.

6.5.1 Parametrização de Chevallier-Polarski-Linder

A parametrização mais conhecida é aquela adotada pelo *Dark Energy Task Force* (DETF), que é conhecida como parametrização de Chevallier-Polarski-Linder (CPL) (Chevallier e Polarski (2001); Linder (2003)),

$$\omega(a) = \omega_0 + (1-a)\omega_a \quad (6.20)$$

onde ω_0 e ω_a são constantes. Essa é uma parametrização linear do fator de escala e pode ser pensado como uma expansão de Taylor no fator de escala $a(z) = 1/(1+z)$. Em termos do *redshift*, ela é dada por:

$$\omega(z) = \omega_0 + \frac{\omega_a z}{1+z}. \quad (6.21)$$

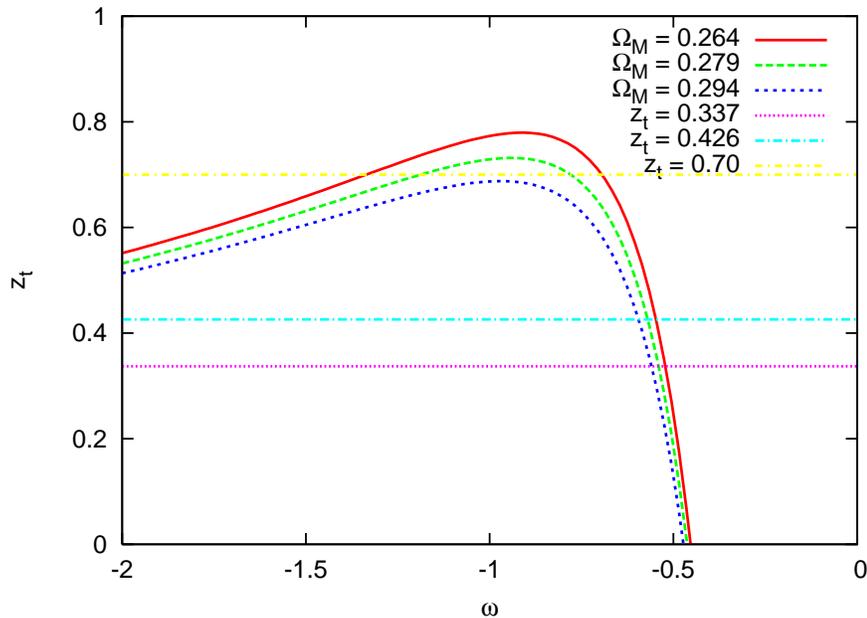


Figura 6.8: *Redshift* de transição em função do parâmetro ω da energia escura, para um Universo espacialmente plano. Também mostramos os limites de Riess et al. (2007) a 95% c.l. no *redshift* de transição, $z_t = 0,426^{+0,27}_{-0,089}$.

A partir da Eq. (6.18), a equação de estado assume a forma:

$$\omega_{eff}(z) = \omega_0 + \omega_a \left[1 - \frac{z}{(1+z)\ln(1+z)} \right]. \quad (6.22)$$

Então, a partir de (6.17), temos

$$\rho_x(z) = \rho_{x0}(1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_a)} e^{-\frac{3\omega_a z}{1+z}}. \quad (6.23)$$

A partir disso, obtemos a equação da aceleração:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left[\rho_{m0}(1+z)^3 + \left(1 + 3\omega_0 + \frac{3\omega_a z}{1+z} \right) \rho_{x0}(1+z)^{3(1+\omega_0+\omega_a)} e^{-\frac{3\omega_a z}{1+z}} \right] \quad (6.24)$$

ou

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3} \left\{ \rho_{m0}(1+z)^3 + [1 + 3\omega_0 + (1 + 3\omega_0 + 3\omega_a)z] \right. \\ &\quad \times \left. \rho_{x0}(1+z)^{2+3\omega_0+3\omega_a} e^{-\frac{3\omega_a z}{1+z}} \right\}. \end{aligned} \quad (6.25)$$

Assim, o *redshift* de transição para essa parametrização é dado implicitamente por:

$$\Omega_{m0}(1+z)^3 + [1 + 3\omega_0 + (1 + 3\omega_0 + 3\omega_a)z] \Omega_{x0}(1+z)^{2+3\omega_0+3\omega_a} e^{-\frac{3\omega_a z}{1+z}} = 0$$

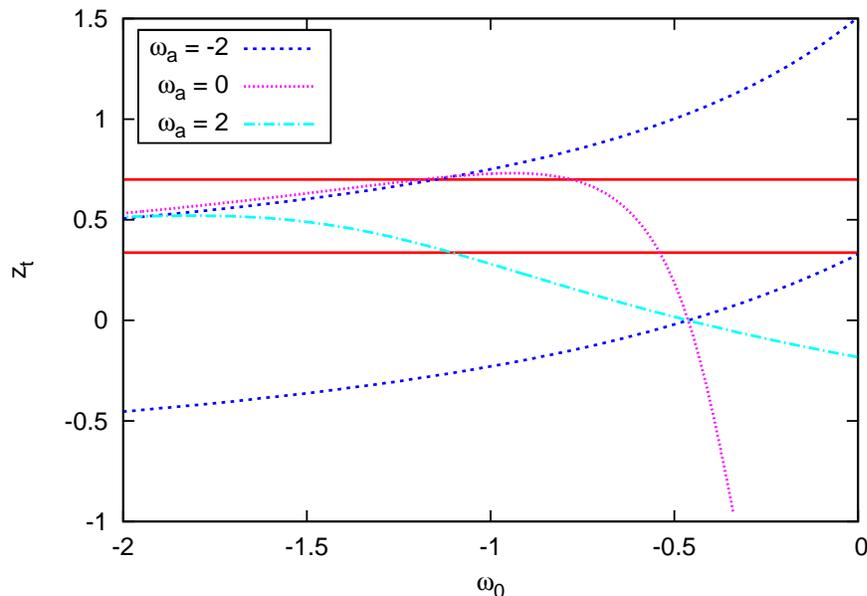


Figura 6.9: *Redshift* de transição em função do parâmetro ω_0 de modelo CPL, para um Universo espacialmente plano com $\Omega_M = 0,279$, como favorecido por WMAP5+BAO+SN. Mostramos também os limites no *redshift* de transição de Riess et al. (2007), a 95% c.l.

Na Figura 6.9, mostramos o *redshift* de transição em função de ω_0 para alguns valores selecionados de ω_a . Note que para $\omega_a = -2$, existem duas soluções para o *redshift* de transição, indicando que a transição ocorre no passado e no futuro. Para $\omega_a = 0$, o caso com ω constante é recuperado.

Na Figura 6.10, um gráfico similar é mostrado para o *redshift* de transição, mas agora como função de ω_a e alguns valores selecionados de ω_0 . Note que para $\omega_a < 0$, duas soluções para o *redshift* de transição são encontradas, para um dado valor de ω_0 .

Na Figura 6.11, podemos ver como o modelo Λ CDM é marginalmente compatível com o resultado de Riess et al. (2007) para o *redshift* de transição, lembrando que o Λ CDM corresponde a $(\omega_0, \omega_a) = (-1, 0)$ nesse plano. Podemos ver que um vasto conjunto de modelos *phantom* (com $\omega_0 < -1$) é permitido por essa análise, que leva em conta apenas os dados de SNs Ia.

6.5.2 Parametrização do WMAP5

Uma das mais recentes parametrizações de energia escura é a proposta pela equipe do WMAP5 (Komatsu et al. (2009)). Ela é baseada na parametrização de Chevallier-Polarski-

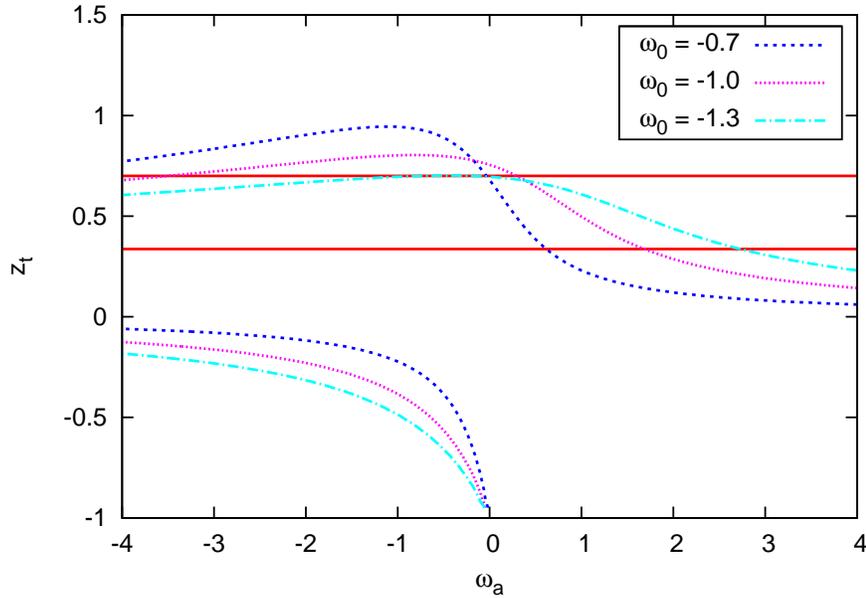


Figura 6.10: *Redshift* de transição em função do parâmetro ω_a do modelo de CPL, para um Universo espacialmente plano com $\Omega_{m0} = 0,279$, conforme favorecido por WMAP5+BAO+SN. Também mostramos os limites a 95% c.l. de Riess et al. (2007) no *redshift* de transição, $z_t = 0,426^{+0,27}_{-0,089}$.

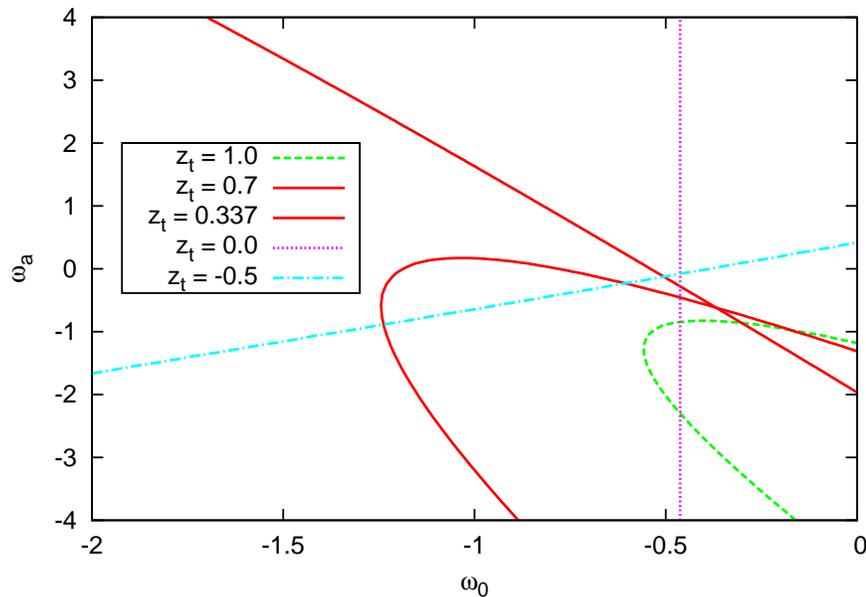


Figura 6.11: Plano $\omega_0-\omega_a$ do modelo CPL, mostrando os níveis do *redshift* de transição, para um Universo espacialmente plano com $\Omega_{m0} = 0,279$, conforme favorecido por WMAP5+BAO+SN. As linhas sólidas correspondem aos limites a 95% c.l. de Riess et al. (2007) no *redshift* de transição, $z_t = 0,426^{+0,27}_{-0,089}$.

Linder mencionada acima. Como os dados da RCF vinculam uma época do Universo próxima ao *redshift* de recombinação ($z_{rec} \simeq 1090$), a parametrização CPL possui o problema de que $\omega(a)$ torna-se excessivamente pequeno ou grande nesses *redshifts*, tornando impossível de se encontrar fortes vínculos da RCF para os parâmetros da energia escura. Para evitar esse problema, a equipe do WMAP5 procurou uma parametrização onde ω se aproxima de -1 a altos *redshifts* e recupera a parametrização CPL a baixos *redshifts*. Com esse comportamento, a energia escura não evolui antes de um certo *redshift*, depois do qual a energia escura evolui similarmente à parametrização CPL. Para não confundirmos esse *redshift* com o *redshift* de transição que pretendemos estudar, vamos chamá-lo de z_* , diferentemente da notação do artigo do WMAP5 (onde ele é denotado por z_{trans}).

Para implementar essa interpolação entre comportamentos da energia escura, foi escolhido a seguinte parametrização simples:

$$\omega(a) = \frac{a \tilde{\omega}(a)}{a + a_*} - \frac{a_*}{a + a_*} \quad (6.26)$$

onde $a_* = 1/(1 + z_*)$ e

$$\tilde{\omega}(a) = \tilde{\omega}_0 + (1 - a)\tilde{\omega}_a. \quad (6.27)$$

A equação de estado da energia escura ω pode ser escrita em termos do *redshift* como:

$$\omega(z) = \frac{(1 + z_*)\tilde{\omega}(z) - (1 + z)}{(1 + z_*) + (1 + z)} \quad (6.28)$$

onde, como antes:

$$\tilde{\omega}(z) = \tilde{\omega}_0 + \frac{\tilde{\omega}_a z}{1 + z} \quad (6.29)$$

Essa parametrização possui a propriedade adicional de que ω_{eff} (6.18) pode ser analiticamente calculado, fornecendo

$$\omega_{eff}(z) = -1 - \frac{z\tilde{\omega}_a}{(1 + z)\ln(1 + z)} + \frac{(1 + \tilde{\omega}_0 + \tilde{\omega}_a)(1 + z_*) + \tilde{\omega}_a \ln(2 + z_*)(1 + z)}{(1 + z_*)\ln(1 + z)} \frac{(2 + z_*)(1 + z)}{2 + z_* + z}. \quad (6.30)$$

A partir da definição de ω_{eff} (6.17), temos

$$\rho_x = \rho_{x0} \left[\frac{(2 + z_*)(1 + z)}{2 + z_* + z} \right]^{3[1 + \tilde{\omega}_0 + \tilde{\omega}_a + \frac{\tilde{\omega}_a}{1 + z_*}]} e^{-\frac{3\tilde{\omega}_a z}{1 + z}}, \quad (6.31)$$

o qual, como podemos ver, recupera a forma de CPL (6.23) quando $z_* \rightarrow \infty$, conforme esperado. Assim, a equação da aceleração pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3} \left\{ \rho_{m0}(1 + z)^3 + \rho_{x0} \frac{[z_* - 2z - 1 + 3(1 + z_*)\tilde{\omega}(z)]}{[z + 2 + z_*]^{4+3[\tilde{\omega}_0 + \tilde{\omega}_a + \frac{\tilde{\omega}_a}{1 + z_*}]} \right. \\ &\quad \left. \times [(2 + z_*)(1 + z)]^{3[1 + \tilde{\omega}_0 + \tilde{\omega}_a + \frac{\tilde{\omega}_a}{1 + z_*}]} e^{-\frac{3\tilde{\omega}_a z}{1 + z}} \right\} \end{aligned} \quad (6.32)$$

que também fornece uma expressão implícita para z_t .

6.6 Cosmologias com $\Lambda(t)$

As cosmologias com decaimento do vácuo, ou modelos com $\Lambda(t)$ (Bronstein (1933); Ozer e Taha (1986, 1987); Freese et al. (1987); Berman (1991); Pavon (1991); Calvao et al. (1992); Chen e Wu (1990); Carvalho et al. (1992); Abdel-Rahman (1992); Waga (1993); Lima e Maia (1993); Beesham (1993); Lima e Maia (1994); Arbab e Abdel-Rahman (1994); Matyjasek (1995); Overduin e Cooperstock (1998); Lima e Trodden (1996); Lima (1996)) são descritas em termos de uma mistura de dois fluidos interagentes: um meio de vácuo em decaimento ($\rho_v(t) = \Lambda(t)/8\pi G$, $p_v = -\rho_v$) mais uma componente de fluido (“produtos do decaimento do vácuo”) que é caracterizada por sua densidade energia ρ e pressão p . Historicamente, a idéia de um termo Λ variando com o tempo foi desenvolvida primeiramente no artigo de Bronstein (1933). Diferentemente da constante cosmológica de Einstein, tal possibilidade foi, de certa forma, perdida na literatura por muitas décadas e, provavelmente, não foi importante para o desenvolvimento recente iniciado por Özer e Taha nos anos 80 (Ozer e Taha (1986, 1987)).

A motivação básica para esse tipo de cosmologia é o Problema da Constante Cosmológica (PCC). Conforme mencionado no capítulo 2, esse problema consiste de que é intrigante que o limite superior cosmológico atual da constante cosmológica ($\Lambda_0/8\pi G \approx 10^{-47} GeV^4$) difere das expectativas teóricas naturais, supondo um corte de energia na escala de Planck, (na qual $\Lambda_0/8\pi G \approx 10^{71} GeV^4$) por mais de 100 ordens de grandeza. Esse enigma, localizado na interface da astrofísica, cosmologia e teoria quântica de campos, tem sido considerado numericamente o maior mistério não resolvido da Física Moderna.

A equação da aceleração e da lei de conservação de energia (LCE) para modelos $\Lambda(t)$ podem ser escritos respectivamente como:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho_m - 2\rho_\Lambda(t)) \quad (6.33)$$

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = -\dot{\rho}_\Lambda(t) \quad (6.34)$$

onde pode se observar que a única diferença entre (6.7) e (6.33) é de que ρ_Λ possui uma dependência temporal em (6.33).

Para formular um cenário $\Lambda(t)$ CDM, deve-se fornecer a dependência temporal $\Lambda(t)$, que por sua vez seria uma contribuição para a LCE (6.34), fornecendo a dependência temporal de ρ_m . Uma vez que temos ambas dependências temporais das densidades de energia, as inserimos na equação da aceleração (6.33) e resolvemos para encontrar o *redshift* de transição. Com base nisso, vamos analisar os principais modelos $\Lambda(t)$ CDM presentes na literatura.

6.6.1 Modelo de Chen e Wu Generalizado

Em 1990, utilizando-se de argumentos dimensionais, Chen e Wu (1990) propuseram a seguinte forma funcional para o termo cosmológico:

$$\Lambda = \frac{\beta}{a^2}, \quad (6.35)$$

onde β é uma constante adimensional (β equivale a α no artigo original de Chen e Wu e também em **Jesus** (2008)), e $a(t)$ é o fator de escala das geometrias tipo FRW. A potência $n = 2$ foi fixada considerando-se que a gravidade é descrita por um campo clássico após a era de Planck. Em **Jesus** (2008), supondo que a densidade de energia do vácuo e a aceleração cósmica atualmente deve possuir uma origem quântica, exploramos a forma genérica da dependência $\Lambda(t)$ (Sisteró (1991); Lima e Maia (1993))

$$\Lambda = \frac{\beta}{a^n}. \quad (6.36)$$

Uma vantagem dessa forma funcional é que o modelo de Chen e Wu é recuperado para $n = 2$ ao passo que, para $n = 0$, ela reduz-se ao modelo de concordância cósmica (Λ CDM).

Como um complemento ao trabalho feito em **Jesus** (2008), onde construímos um teste de idade no *redshift* z para esse cenário, vamos agora nos concentrar no seu *redshift* de transição. Para encontrarmos o *redshift* de transição nesse modelo, primeiramente encontramos a dependência da densidade de matéria, resolvendo a equação de conservação de energia (6.34) com a dependência temporal genérica $\Lambda(t)$ (6.36), fornecendo

$$\rho_m = \frac{3H_0^2}{8\pi G} \left[\frac{3\Omega_{m0} - n}{3 - n} (1 + z)^3 + \frac{n\Omega_{\Lambda0}}{(3 - n)} (1 + z)^n \right]. \quad (6.37)$$

onde obtivemos da Eq. (6.36) que $\beta = 3H_0^2\Omega_\Lambda$, já que $\Omega_\Lambda = \Lambda/(3H^2)$. Como pode ser visto nessa equação, dado um n positivo, as condições para a densidade da matéria ser

sempre não-negativa (condição de energia fraca) são dadas por $n < 3$ e $n < 3\Omega_{m0}$. Essa última condição implica que $n \lesssim 0.81$ para as observações recentes, o que por si só já exclui o modelo original de Chen e Wu (6.35) (**Jesus** (2008)).

Usando (6.37) e (6.36), a equação de aceleração (6.33) pode ser escrita como:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{H_0^2}{2} \left[\frac{(3\Omega_{m0} - n)(1+z)^3 - 3(2-n)\Omega_{\Lambda 0}(1+z)^n}{3-n} \right] \quad (6.38)$$

Assim, o *redshift* de transição é dado por:

$$z_t = \left[\frac{3(2-n)\Omega_{\Lambda 0}}{3\Omega_{m0} - n} \right]^{\frac{1}{3-n}} - 1 \quad (6.39)$$

o qual, para $n = 0$ reduz-se à expressão padrão do Λ CDM (6.9), conforme esperado. Já pode ser observado aqui que uma condição que deve ser imposta sobre n para que sempre se tenha um *redshift* de transição é $n < 2$. Isso pode ser adicionado às condições formuladas acima. Esse é um vínculo fraco nesse caso, já que $n < 3\Omega_{m0}$ é mais forte, mas podemos ver que essa condição já é suficiente para se descartar o modelo de Chen e Wu, independentemente do comportamento da densidade de matéria. No modelo de Chen e Wu, $n = 2$ implica que nunca teríamos uma transição, já que apenas no infinito futuro ($z = -1$), a aceleração se anularia. Essa é uma demonstração de como a simples suposição da existência de uma transição pode ser usada para colocar restrições em alguns modelos cosmológicos. Já podemos ver que devemos estar cientes disto antes mesmo de propor um novo cenário cosmológico. Teremos mais exemplos disto no que se segue.

Partindo do princípio de que vivemos em um Universo espacialmente plano, o *redshift* de transição, neste caso, lê-se:

$$z_t = \left[\frac{3(2-n)(1-\Omega_{m0})}{3\Omega_{m0} - n} \right]^{\frac{1}{3-n}} - 1 \quad (6.40)$$

6.6.2 Modelo de Wang e Meng Sem Bárions

O modelo de Wang e Meng foi proposto como uma generalização de vários modelos de decaimento do vácuo, já que mostrou-se a equivalência entre esse modelo e outras cosmologias de $\Lambda(t)$ CDM. Esse modelo um tanto quanto original foi proposto através de uma modificação da lei de evolução padrão da poeira, e não pela imposição de uma dependência temporal de Λ , como de costume. Eles argumentaram que, devido ao decaimento do vácuo,

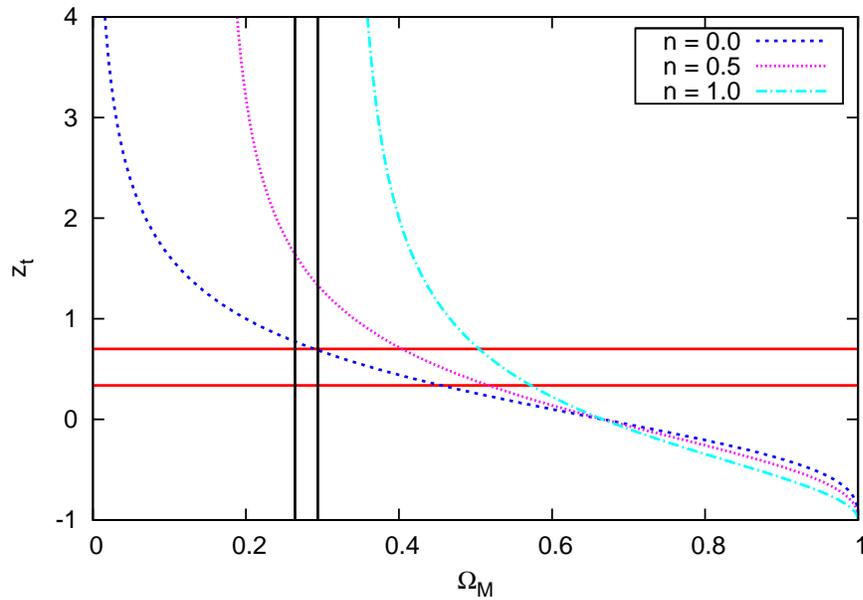


Figura 6.12: *Redshift* de transição como função de Ω_{m0} no modelo de Chen e Wu generalizado, para um Universo espacialmente plano. Também mostramos os limites do *redshift* de transição de Riess et al. (2007), a 95% c.l. (linhas horizontais).

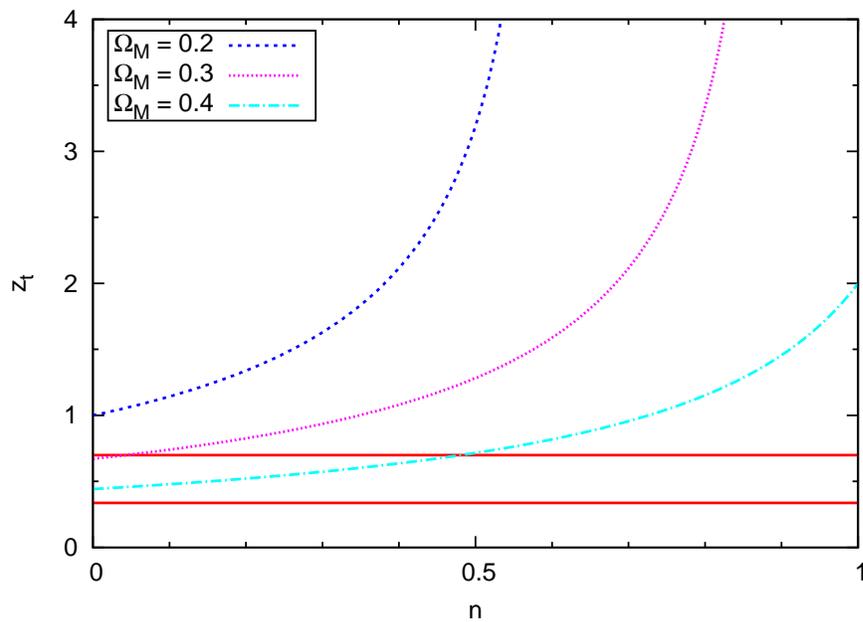


Figura 6.13: *Redshift* de transição como função de n no modelo de Chen e Wu generalizado, para um Universo espacialmente plano. Também mostramos os limites do *redshift* de transição de Riess et al. (2007), a 95% c.l. (linhas horizontais).

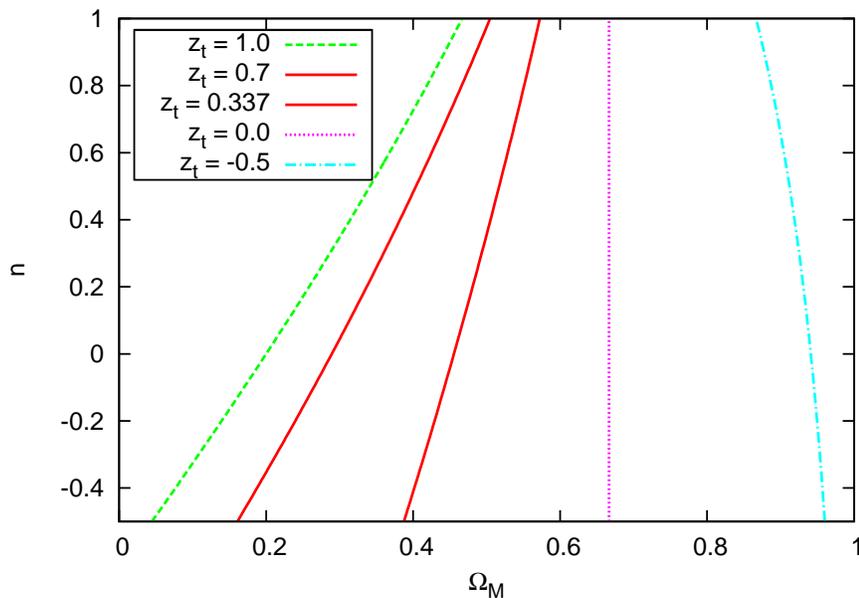


Figura 6.14: Plano $\Omega_{m0} - n$ no modelo de Chen e Wu generalizado, para um Universo espacialmente plano. Também mostramos os limites do *redshift* de transição de Riess et al. (2007), a 95% c.l. (linhas sólidas).

a matéria escura seria afetada com uma diluição mais lenta da sua densidade com a expansão. Isso foi parametrizado por um pequeno parâmetro positivo ϵ como:

$$\rho_m = \rho_{m0} a^{-3+\epsilon} \quad (6.41)$$

Como resultado da LCE (6.34), a dependência temporal do vácuo é dada por:

$$\rho_\Lambda = \tilde{\rho}_{\Lambda 0} + \frac{\epsilon \rho_{m0}}{3-\epsilon} a^{-3+\epsilon} \quad (6.42)$$

onde $\tilde{\rho}_{\Lambda 0}$ é algum tipo de valor “fundamental” do vácuo, relacionado às densidades de energia atuais por $\tilde{\rho}_{\Lambda 0} = \rho_{\Lambda 0} - \frac{\epsilon \rho_{m0}}{3-\epsilon}$. Assim, a equação da aceleração como função do *redshift* é dada por:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left[\frac{3(1-\epsilon)}{3-\epsilon} \rho_{m0} (1+z)^{3-\epsilon} - 2\tilde{\rho}_{\Lambda 0} \right] \quad (6.43)$$

e o *redshift* de transição é dado por:

$$z_t = \left[\frac{2(3-\epsilon)}{3(1-\epsilon)} \frac{\Omega_{\Lambda 0}}{\Omega_{m0}} - \frac{2\epsilon}{3(1-\epsilon)} \right]^{\frac{1}{3-\epsilon}} - 1 \quad (6.44)$$

Podemos ver que a relação padrão do Λ CDM (6.9) é recuperada quando $\epsilon = 0$, como esperado. No caso espacialmente plano, temos

$$z_t = \left[\frac{2(3-\epsilon)}{3(1-\epsilon)} \frac{1}{\Omega_{m0}} - \frac{2}{1-\epsilon} \right]^{\frac{1}{3-\epsilon}} - 1 \quad (6.45)$$

6.6.3 Modelo de Wang e Meng Com Bárions

O modelo de Wang e Meng, ainda que bem geral como mencionado acima, possuindo equivalência com muitos modelos de decaimento do vácuo (Wang e Meng (2005)), sofre com um problema fundamental: ele não considera o efeito de bárions ou fótons na evolução cosmológica. A última componente é importante apenas no Universo primordial, mas a primeira é importante também na evolução cosmológica recente, alterando fortemente, desse modo, o valor do *redshift* de transição (Alcaniz e Lima (2005)).

Nesse tipo de cenário, a matéria escura e o vácuo interagem enquanto as outras componentes são separadamente conservadas. Assim, desprezando a radiação, as equações de conservação de energia se escrevem:

$$\dot{\rho}_{dm} + 3H\rho_{dm} = -\dot{\rho}_{\Lambda} \quad (6.46)$$

$$\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0 \quad (6.47)$$

as quais, dada a lei de evolução $\rho_{dm} = \rho_{dm0}(1+z)^{3-\epsilon}$ fornecem:

$$\rho_b = \rho_{b0}(1+z)^3 \quad (6.48)$$

$$\rho_{\Lambda} = \tilde{\rho}_{\Lambda0} + \frac{\epsilon\rho_{dm0}}{3-\epsilon}(1+z)^{3-\epsilon} \quad (6.49)$$

onde $\tilde{\rho}_{\Lambda0}$ como antes é um valor fundamental do vácuo, dado por $\tilde{\rho}_{\Lambda0} = \rho_{\Lambda0} - \frac{\epsilon\rho_{dm0}}{3-\epsilon}$. Dadas essas equações de evolução, a equação de aceleração se escreve:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left[\rho_{b0}(1+z)^3 - 2\tilde{\rho}_{\Lambda0} + \frac{3(1-\epsilon)}{3-\epsilon}\rho_{dm0}(1+z)^{3-\epsilon} \right] \quad (6.50)$$

Assim, o *redshift* de transição é dado implicitamente por (Alcaniz e Lima (2005)):

$$\Omega_{b0}(1+z_t)^3 + \frac{3(1-\epsilon)}{3-\epsilon}\Omega_{dm0}(1+z_t)^{3-\epsilon} - 2\tilde{\Omega}_{\Lambda0} = 0 \quad (6.51)$$

6.6.4 $\Lambda \propto H$ Com Bárions

Uma classe importante de cosmologias $\Lambda(t)$ CDM são aquelas onde Λ depende do parâmetro de Hubble, H . Essas cosmologias têm sido extensivamente estudadas na literatura, Aqui, focamos no cenário onde o vácuo decai proporcionalmente ao parâmetro de Hubble, o que é motivado pela renormalização do vácuo em um espaço-tempo inicial de

Sitter (Carneiro et al. (2006)). Mas antes de especializarmos para esse caso, vamos analisar o caso mais geral $\Lambda(H)$, de modo a comparar, de passagem, com cenários similares.

Devemos estudar o caso onde os bárions são separadamente conservados, como na última subsecção. Nesse caso, temos, novamente:

$$\dot{\rho}_{dm} + 3H\rho_{dm} = -\dot{\rho}_{\Lambda} \quad (6.52)$$

$$\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0 \quad (6.53)$$

Nesse ponto, vamos fazer uso de um pequeno “truque”, como em Carneiro et al. (2008). A matéria sem pressão total é dada por $\rho_m = \rho_{dm} + \rho_b$. Assim, podemos somar (6.52) e (6.53) para chegar em:

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = -\dot{\rho}_{\Lambda} \quad (6.54)$$

onde está implícita a contribuição dos bárions. Supondo um Universo espacialmente plano, a equação de Friedmann lê-se:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho_T = \frac{8\pi G}{3}(\rho_m + \rho_{\Lambda}) \quad (6.55)$$

Vamos fazer uso, por conveniência, da definição $\chi \equiv 8\pi G$. Derivando a equação de Friedmann, chegamos a:

$$2H\dot{H} = \frac{\chi}{3}(\dot{\rho}_m + \dot{\rho}_{\Lambda}) \quad (6.56)$$

A mesma equação de Friedmann fornece $\rho_m = \frac{3}{\chi}H^2 - \rho_{\Lambda}$. Assim, substituindo esses resultados na equação de conservação (6.54), chega-se a:

$$2\dot{H} + 3H^2 - \Lambda(H) = 0 \quad (6.57)$$

onde fizemos uso da relação $\Lambda = \chi\rho_{\Lambda}$. Essa equação pode ser resolvida para qualquer $\Lambda(H)$ para fornecer a evolução cosmológica. Se estivéssemos interessados em um modelo com curvatura, teríamos que adicionar um termo $+\frac{k}{a^2}$ no lado esquerdo da Eq. (6.57), mas, nesse caso, a equação da evolução não seria solucionável exatamente para a maioria das leis de decaimento de $\Lambda(H)$. No máximo, terminaríamos com uma equação diferencial em $H(a)$:

$$\frac{dH}{da} = \frac{1}{2} \left[\frac{\Lambda(H)}{aH} - \frac{3H}{a} - \frac{k}{a^3H} \right] \quad (6.58)$$

que não é de solução trivial, em geral. Devemos aqui nos restringir ao caso espacialmente plano, já que ele é mais fácil de se lidar, e é suficiente para ter alguns *insights* sobre esses

modelos. Além disso, a planura espacial é favorecida pela inflação e pela combinação de observações recentes.

Como estamos interessados principalmente no *redshift* de transição, devemos encontrar a equação da aceleração. Usando a relação $\frac{\ddot{a}}{a} = \dot{H} + H^2$, podemos escrever:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\Lambda - H^2}{2} \quad (6.59)$$

Uma das primeiras propostas de leis de decaimento do vácuo foi a lei $\Lambda = \beta H^2$. Ela foi baseada em argumentos dimensionais, mas provou-se não ser uma boa descrição do Universo, quando tornou-se evidente que o Universo teve um *redshift* de transição. O problema é que, como pode ser visto na Eq. (6.59), uma condição necessária para se ter um Universo acelerado é $\Lambda > H^2$. No entanto, se $\Lambda = \beta H^2$, essa condição lê-se $\beta > 1$ e, se o Universo está desacelerando, $\beta < 1$. Portanto, não há possibilidade de transição nesse tipo de cenário, ou o Universo acelera, ou desacelera. Esse é mais um caso onde a existência de um *redshift* de transição é suficiente para descartar um cenário cosmológico.

Vamos agora nos voltar para o caso mencionado acima onde $\Lambda \propto H$. Chamando de σ a constante de proporcionalidade, a equação da aceleração (6.59) lê-se:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{\sigma H - H^2}{2} \quad (6.60)$$

Assim, temos que resolver a equação de evolução (6.57) para termos a aceleração em função do *redshift*. Para $\Lambda = \sigma H$, essa é uma tarefa simples, e encontramos

$$H = H_0 [\Omega_{m0}(1+z)^{3/2} + \Omega_{\Lambda0}] \quad (6.61)$$

Lembrando que estamos lidando apenas com o caso espacialmente plano, portanto $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$. Desse modo, a equação da aceleração como função do *redshift* lê-se:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = \frac{H_0^2}{2} [\Omega_{m0}(1+z)^{3/2} + \Omega_{\Lambda0}] [2\Omega_{\Lambda0} - \Omega_{m0}(1+z)^{3/2}] \quad (6.62)$$

Supondo que $\Omega_{\Lambda0} > 0$, a possibilidade de transição vem apenas do segundo termo entre colchetes, a partir do qual temos:

$$z_t = \left[\frac{2(1 - \Omega_{m0})}{\Omega_{m0}} \right]^{2/3} - 1 \quad (6.63)$$

onde usamos a condição de planura $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$.

6.7 Λ CDM Com Interação

Outra possibilidade interessante é dada pela energia escura com interação. Uma vez que temos a maior parte do Universo dominada pelo setor escuro ($\sim 95\%$), consistindo de duas componentes com propriedades desconhecidas, exceto suas interações gravitacionais, é importante analisar a possibilidade de interação nesse setor. Isso é completamente diferente dos cenários de quartessência discutidos abaixo, como por exemplo, o gás de Chaplygin, ainda que já se tenha mostrado alguma equivalência entre ambos cenários nos casos especiais de vácuo e *phantom*.

A conservação de energia-momento total para energia escura e matéria escura fornece:

$$\dot{\rho}_{dm} + 3H\rho_{dm} = -\dot{\rho}_x - 3H[1 + \omega(z)]\rho_x \quad (6.64)$$

Agora, se supormos que existe uma interação entre essas componentes, essas equações podem ser separadas como:

$$\dot{\rho}_{dm} + 3H\rho_{dm} = Q \quad (6.65)$$

$$\dot{\rho}_x + 3H[1 + \omega(z)]\rho_x = -Q \quad (6.66)$$

onde Q denota o termo de interação. Assim, podemos resolver a cosmologia especificando-se $Q(t)$ ou, ainda, fornecendo uma das dependências temporais das densidades, como veremos abaixo. Novamente, uma vez que temos as dependências temporais das densidades, as substituímos na equação da aceleração para encontrar o *redshift* de transição.

Em vez de prosseguirmos com o caso geral, vamos discutir dois cenários de energia escura com interação. Devemos lembrar que foi mostrado, utilizando-se apenas argumentos termodinâmicos, que devemos ter $Q > 0$, assim, a energia deve ser transferida da energia escura para a matéria escura (Pavon e Wang (2009)). Porém, conforme mostrado por Pereira e Jesus (2009), a interação pode ocorrer nas duas direções, contanto que ao menos uma das duas componentes tenha potencial químico não-nulo (cap. 5).

Nas próximas subseções, analisamos primeiramente uma proposta bastante geral para energia escura interagente e depois, uma outra proposta, mais recente.

6.7.1 $Q \propto H\rho$

Um *ansatz* encontrado com frequência na literatura de energia escura interagente é aquele onde o termo de interação é proporcional a $H\rho$, o qual, na sua forma mais geral

pode ser escrito como $Q = 3(c_x^2 \rho_x + c_{dm}^2 \rho_{dm})$. Porém, devemos considerar aqui o caso mais simples, onde $Q = 3c^2 \rho_x$ (Guo et al. (2007)). Escrevemos c^2 para o parâmetro de interação, já que esperamos que a energia escura decaia em matéria escura, no caso de potenciais químicos nulos, conforme discutido acima. Devemos considerar apenas o caso onde a equação de estado da energia escura é suposta constante. Nesse caso, as equações de conservação de energia fornecem:

$$\dot{\rho}_m + 3H\rho_m = 3c^2 H\rho_x \quad (6.67)$$

$$\dot{\rho}_x + 3H(1 + \omega + c^2)\rho_x = 0 \quad (6.68)$$

Lembramos que os bárions são conservados ($\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0$), eles foram levados em conta na Eq. (6.67), assim representamos o total da matéria sem pressão por ρ_m . A partir da Eq. (6.68), podemos ver que o parâmetro de interação c^2 age na evolução da energia escura como uma pressão efetiva (positiva). Ela pode ser resolvida facilmente, fornecendo:

$$\rho_x = \rho_{x0}(1+z)^{3(1+\omega+c^2)} \quad (6.69)$$

Substituindo na equação de conservação da matéria (6.67), encontramos a evolução da matéria como:

$$\rho_m = \rho_{m0}(1+z)^3 + \frac{c^2 \rho_{x0}}{\omega + c^2} \left[1 - (1+z)^{3(1+\omega+c^2)} \right] \quad (6.70)$$

onde supomos que $\omega \neq -c^2$, já que $\omega = -c^2$ deve ser tratado como um caso separado, como mostraremos abaixo. Seguindo o caso geral, podemos escrever a equação da aceleração como:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left[\rho_{m0}(1+z)^3 + \frac{c^2 \rho_{m0}}{\omega + c^2} + \frac{\omega(4 + 3c^2)}{\omega + c^2} \rho_{x0}(1+z)^{3(1+\omega+c^2)} \right] \quad (6.71)$$

Assim, o *redshift* de transição é dado implicitamente por:

$$(\omega + c^2) \Omega_{m0}(1+z_t)^3 + \Omega_{x0} \left[c^2 + \omega(4 + 3c^2)(1+z_t)^{3(1+\omega+c^2)} \right] = 0 \quad (6.72)$$

No caso particular $\omega = -c^2$, a pressão efetiva da energia escura se anula, fornecendo:

$$\rho_x = \rho_{x0}(1+z)^3 \quad (6.73)$$

$$\rho_m = (1+z)^3 [\rho_{m0} - 3c^2 \rho_{x0} \ln(1+z)] \quad (6.74)$$

Podemos ver que, nesse caso, a pressão da interação compensa exatamente a pressão da energia escura, assim a energia escura segue a evolução padrão de poeira, enquanto a matéria escura segue uma evolução exótica devido ao termo de interação.

6.7.2 Interação do Tipo Wang e Meng

Recentemente, inspirados pelo modelo de decaimento do vácuo de Wang e Meng (2005), foi proposto um modelo de energia escura interagente onde a matéria escura possui a mesma dependência com o *redshift* (Jesus et al. (2008)):

$$\rho_{dm} = \rho_{dm0}(1+z)^{3-\epsilon} \quad (6.75)$$

Supõe-se que a equação de estado da energia escura é constante, assim a equação de conservação de energia lê-se:

$$\dot{\rho}_x + 3H(1+\omega)\rho_x = -\dot{\rho}_{dm} - 3H\rho_{dm} \quad (6.76)$$

Resolvendo para $\rho_x(z)$, chegamos a:

$$\rho_x(z) = \tilde{\rho}_{x0}(1+z)^{3(1+\omega)} + \frac{\epsilon\rho_{dm0}}{3|\omega|-\epsilon}(1+z)^{3-\epsilon} \quad (6.77)$$

onde $\tilde{\rho}_{x0} = \rho_{x0} - \frac{\epsilon\rho_{dm0}}{3|\omega|-\epsilon}$ e supomos que $\omega < 0$. Também é suposto que os bárions são conservados separadamente, assim $\rho_b = \rho_{b0}(1+z)^3$. Substituindo tudo isso na equação da aceleração, chegamos a:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left[\rho_{b0}(1+z)^3 + \frac{3|\omega|+3\omega\epsilon}{3|\omega|-\epsilon}\rho_{dm0}(1+z)^{3-\epsilon} + (1+3\omega)\tilde{\rho}_{x0}(1+z)^{3(1+\omega)} \right] \quad (6.78)$$

Assim, o *redshift* de transição é dado implicitamente por:

$$\Omega_{b0}(1+z_t)^3 + \frac{3|\omega|+3\omega\epsilon}{3|\omega|-\epsilon}\Omega_{dm0}(1+z_t)^{3-\epsilon} + (1+3\omega)\tilde{\Omega}_{x0}(1+z_t)^{3(1+\omega)} = 0 \quad (6.79)$$

onde $\tilde{\Omega}_{x0} = \Omega_{x0} - \frac{\epsilon\Omega_{dm0}}{3|\omega|-\epsilon}$.

6.8 Criação de Matéria Escura Fria

Foi proposto, recentemente, como uma alternativa para os modelos de energia escura, um modelo de criação de matéria escura onde a CDM é criada a partir de flutuações quânticas do campo gravitacional cósmico, gerando uma pressão negativa efetiva (Lima et al. (2008, 2009), vide Apêndice B). Um fluido dotado de criação de matéria em uma geometria FRW é descrito pelas equações de campo de Einstein e pela equação de balanço da densidade numérica de partículas:

$$8\pi G\rho = 3H^2 + \frac{3k}{a^2} \quad (6.80)$$

$$8\pi G(p + p_c) = -2\frac{\ddot{a}}{a} - H^2 - \frac{k}{a^2} \quad (6.81)$$

$$\frac{\dot{n}}{n} + 3H = \frac{\psi}{n} \equiv \Gamma \quad (6.82)$$

onde n é a densidade numérica de partículas, ψ é a taxa de criação de matéria, Γ é a taxa de criação do processo, e p_c é a pressão de criação, a qual, no caso de criação adiabática de matéria, é dada por:

$$p_c = -\frac{\rho + p}{3nH}\psi = -\frac{\rho + p}{3H}\Gamma \quad (6.83)$$

a qual é negativa para criação ($\Gamma > 0$) de um fluido com pressão não-negativa ($p \geq 0$) e positiva para aniquilação ($\Gamma < 0$). Somando a Eq. (6.80) com três vezes a Eq. (6.81), chegamos à equação de aceleração:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}[\rho + 3(p + p_c)] \quad (6.84)$$

Comparando-se essa equação com as equações para a energia escura (6.11, 6.19), podemos ver que a pressão de criação faz o papel da pressão da energia escura. Assim, com a criação de matéria, podemos ter a aceleração do Universo dentro da Relatividade Geral, na geometria de FRW e sem energia escura. Inserindo-se (6.83) em (6.84), chega-se:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left[\rho + 3p - (\rho + p) \frac{\Gamma}{H} \right] \quad (6.85)$$

A equação da continuidade se escreve, agora:

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = -3Hp_c = 3H(\rho + p)\Gamma \quad (6.86)$$

onde a última igualdade existe para o caso adiabático. Assim, no nosso caso, temos:

$$\dot{\rho} + (3H - \Gamma)(\rho + p) = 0 \quad (6.87)$$

Supondo-se uma dependência temporal para Γ podemos resolver as equações de campo de Einstein para obter a evolução cosmológica. Em Lima et al. (2008), foi suposto que Γ pode ser dado por uma expansão linear do parâmetro de Hubble, como:

$$\Gamma = 3\alpha H_0 + 3\beta H \quad (6.88)$$

Vamos analisar aqui esse modelo. Nesse contexto, supõe-se que o fluido do *background* é a matéria escura, e a equação da continuidade se escreve:

$$\dot{\rho}_{dm} + 3[(1 - \beta)H - \alpha H_0]\rho_{dm} = 0 \quad (6.89)$$

Para podermos resolver essa equação em $\rho_{dm}(a)$, precisamos ao menos de $H(a)$. Podemos combinar as equações de campo de Einstein para encontrar a seguinte equação de evolução:

$$a\ddot{a} + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\Gamma}{H}\right) \dot{a}^2 = 0 \quad (6.90)$$

a qual, em termos de $H(a)$ pode ser reescrita como:

$$\frac{dH}{da} + \frac{3H - \Gamma}{2a} = 0 = \frac{dH}{da} + \frac{3}{2a} [(1 - \beta)H - \alpha H_0] \quad (6.91)$$

onde a segunda igualdade refere-se à parametrização (6.88). Essa equação pode se resolvida para fornecer:

$$H = H_0 \left[\frac{\alpha + (1 - \alpha - \beta)(1 + z)^{\frac{3}{2}(1-\beta)}}{1 - \beta} \right] \quad (6.92)$$

Enquanto a equação de aceleração (6.84) nesse caso, se escreve:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G\rho_{dm}}{3} \left[1 - 3\beta - \frac{3\alpha H_0}{H} \right] \quad (6.93)$$

Como $8\pi G\rho_{dm} = 3H^2$, a equação de aceleração em termos do *redshift* torna-se:

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{H_0^2}{2(1-\beta)^2} \left[\alpha + (1 - \alpha - \beta)(1 + z)^{\frac{3}{2}(1-\beta)} \right] \\ &\times \left[(1 - 3\beta)(1 - \alpha - \beta)(1 + z)^{\frac{3}{2}(1-\beta)} - 2\alpha \right] \end{aligned} \quad (6.94)$$

Supondo-se que o primeiro termo entre colchetes acima nunca se anula, pois isso corresponderia a um *bounce* ($H = 0$), a única possibilidade de transição vem do segundo termo, que fornece para o *redshift* de transição (Lima et al. (2008)):

$$z_t = \left[\frac{2\alpha}{(1 - 3\beta)(1 - \alpha - \beta)} \right]^{\frac{2}{3(1-\beta)}} - 1 \quad (6.95)$$

Impondo-se $\beta = 0$, podemos ver que a partir dessa equação obteríamos $z_t = -1$, que corresponderia não a uma transição, mas a uma aceleração nula no futuro infinito. De fato, como argumentado em Lima et al. (2008), o termo com α na taxa de criação foi adicionado para superar esse problema, já que no modelo original a taxa de criação era diretamente proporcional ao parâmetro de Hubble, resultando em uma ausência de transição no passado.

6.9 Gás de Chaplygin

O chamado gás de Chaplygin nasceu da idéia de uma descrição unificada para os cenários de matéria e energia escuras. Ele foi proposto por Kamenshchik et al. (2001) e posteriormente desenvolvido por Bilic et al. (2002) e Bento et al. (2002). Trata-se de um fluido exótico, cuja equação de estado é

$$p_{Ch} = -A/\rho_{Ch}^\alpha, \quad (6.96)$$

onde A e $\alpha = 1$ são constantes positivas. A equação acima para $\alpha \neq 1$ constitui uma generalização da equação de estado original do gás de Chaplygin proposta em Bento et al. (2002), ao passo que para $\alpha = 0$, o modelo comporta-se como Λ CDM. A idéia de um cenário unificado de matéria e energia escuras inspirado por uma equação de estado como (6.96) vem do fato de que o gás de Chaplygin pode interpolar naturalmente entre os regimes de matéria não-relativística e energia escura com pressão negativa (Bilic et al. (2002); Bento et al. (2002)). Já que nesse método existe apenas uma única componente escura, além das componentes já conhecidas (bárions, fótons e neutrinos), alguns autores nomearam esse cenário de cosmologia como Quartessência (Makler et al. (2003); Kamenshchik et al. (2001); Bento et al. (2002); Bilic et al. (2002); Dev et al. (2003); Lima et al. (2008, 2009b)).

Motivado por essas possibilidades, houve um crescente interesse em explorar as consequências teóricas e observacionais do gás de Chaplygin, não apenas como uma possibilidade de unificação do setor escuro (matéria escura/energia escura), mas também como um novo candidato para energia escura somente. No último caso, o modelo é referido como Cosmologia de Chaplygin como Quintessência.

A viabilidade de tais cenários cosmológicos foi confrontada por muitos resultados observacionais, como dados de supernovas Ia (Fabris et al. (2002)), SNs Ia mais a forma do espectro de potência da matéria (Avelino et al. (2003)), a localização dos picos da RCF (Bento et al. (2003b,c,a)), estatística de lentes fortes (Dev et al. (2003)), estimativas de idade de altos *redshifts* (Alcaniz et al. (2003)), trajetórias dos parâmetros *statefinder* (Gorini et al. (2003); Alam et al. (2003)) e também vínculos envolvendo a RCF, rádio-galáxias Fanaroff-Ryley IIb e dados de raios-X de aglomerados de galáxias, tendo sido também extensivamente discutido por muitos autores, seja como energia escura ou quartessência (Silva e Bertolami (2003); Bento et al. (2003c,a); Carturan e Finelli (2003); Amendola et al.

(2003); Cunha et al. (2004); Makler et al. (2003)).

Vamos fazer um estudo do *redshift* de transição no contexto da cosmologia do gás de Chaplygin, ou mais exatamente, o Gás de Chaplygin Generalizado (GCG), já que estamos interessados em modelos mais gerais ($\alpha \neq 1$). Devemos estudar as possibilidades de Quartessência e Quintessência. No primeiro caso, as componentes envolvidas são o GCG e bárions, enquanto no último caso consideramos GCG + matéria escura + bárions. Como em ambos os casos, a matéria escura e os bárions possuem a mesma dependência temporal, diferindo apenas pela sua quantidade, devemos denotá-los por $\rho_{m,b}$.

A equação de conservação de energia para o GCG lê-se:

$$\dot{\rho}_{Ch} + 3H \left(\rho_{Ch} - \frac{A}{\rho_{Ch}^\alpha} \right) = 0 \quad (6.97)$$

A solução dessa equação é trivial, e leva a:

$$\rho_{Ch} = \rho_{Ch0} \left[A_s + (1 - A_s)(1 + z)^{3(\alpha+1)} \right]^{\frac{1}{\alpha+1}} \quad (6.98)$$

onde introduzimos o parâmetro $A_s \equiv A/\rho_{Ch0}^{\alpha+1}$ e ρ_{Ch0} é o valor atual da densidade de energia do GCG. A equação de aceleração é dada como antes e agora se escreve:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left[\rho_{m,b} + \rho_{Ch} - 3A_s \rho_{Ch0} \left(\frac{\rho_{Ch0}}{\rho_{Ch}} \right)^\alpha \right] \quad (6.99)$$

a qual, com a dependência com o *redshift* acima, e após alguma manipulação, se escreve:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left\{ \rho_{m,b0}(1+z)^3 + \rho_{Ch0} [A_s + (1 - A_s) \times (1+z)^{3(\alpha+1)}]^{\frac{-\alpha}{\alpha+1}} [(1 - A_s)(1+z)^{3(\alpha+1)} - 2A_s] \right\} \quad (6.100)$$

onde usamos para a matéria sem pressão a dependência padrão $\rho_{m,b} \propto (1+z)^3$, já que ela é separadamente conservada. Assim, o *redshift* de transição é dado implicitamente por:

$$\begin{aligned} \Omega_{m,b0}(1+z_t)^3 + \Omega_{Ch0} [A_s + (1 - A_s)(1+z_t)^{3(\alpha+1)}]^{\frac{-\alpha}{\alpha+1}} \\ \times [(1 - A_s)(1+z_t)^{3(\alpha+1)} - 2A_s] = 0 \end{aligned} \quad (6.101)$$

Conclusões e Perspectivas

7.1 *Conclusões*

Investigamos, na presente Tese, alguns fatos relacionados à mais recente revolução da Cosmologia, ou seja, a questão da aceleração do Universo e suas possíveis explicações. Tal questão, aliada a uma maior qualidade dos dados observacionais, que perfazem a chamada Cosmologia de Precisão, e um volume de dados e de testes cada vez maiores, possibilita excitantes perspectivas a uma área que por si só já possui uma natureza instigante na comunidade científica.

No que diz respeito ao trabalho contido nesta Tese, investigamos primeiramente as possibilidades já existentes na literatura, enquanto tentativas de explicar o estágio acelerado e os problemas da Constante Cosmológica e da Coincidência, utilizando diferentes testes e dados observacionais.

Entre os testes observacionais discutidos, uma atenção especial foi dedicada à questão da idade do Universo. O problema da idade do Universo é uma questão historicamente recorrente na Cosmologia e de considerável influência na determinação do modelo padrão de cada época. Como é bem conhecido, o problema da idade total do Universo na década de 30, inspirou Lemaître a sugerir a presença de uma componente extra (Λ , por ex.), de modo a possibilitar uma idade suficientemente alta para explicar a existência de objetos velhos na nossa Galáxia. No final dos anos 90, com as estimativas de idades de objetos a altos *redshifts*, o próprio modelo padrão Λ CDM, com valores de parâmetros dados por outras observações, foi desafiado (Alcaniz & Lima (1999)). Assim, verificamos se esse teste admitia cosmologias alternativas, que fossem ao mesmo tempo compatíveis com outras observações (capítulo 3). As cosmologias estudadas foram cosmologias com decaimento do

vácuo. No modelo de Chen e Wu generalizado, encontramos o limite para o parâmetro $n \geq 0,21$. Esse resultado descarta o modelo de Chen e Wu original ($n = 2$) e o modelo Λ CDM ($n = 0$), se fixarmos os parâmetros $(\Omega_{m0}, \Omega_{\Lambda0})$ nos valores padrões $(0,27;0,73)$. Para o modelo de Wang e Meng, na análise em que incluímos bárions o resultado foi $\epsilon \geq 0,231$. No caso em que os bárions são desprezados, o resultado foi $\epsilon \geq 0,115$.

Em seguida (capítulo 4), propusemos um teste estatístico de idade, onde, com ajuda de uma estimativa do tempo de incubação dos objetos a altos *redshifts*, podemos vincular estatisticamente os parâmetros de um modelo cosmológico qualquer. Devido às grandes incertezas e degenerescências relacionadas a esse método, foi necessário o uso do BAO como complemento. Como resultado, no contexto do modelo Λ CDM plano, encontramos um valor para a constante de Hubble $h = 0,71 \pm 0,04(1\sigma)$, em perfeito acordo com as observações atuais de cefeidas e com uma incerteza competitiva com as estimativas atuais. Porém, no contexto do modelo do Gás de Chaplygin Simplificado (GCS), foram encontrados valores muito baixos para a constante de Hubble. No caso de Quintessência, encontramos $0,36 < h < 0,67$ (a 2σ) e para a Quartessência, $0,495 < h < 0,622$ (também a 2σ). Esses resultados para a constante de Hubble são consistentes apenas com o valor encontrado por Sandage et al. (2006), que encontrou $H_0 = 62,3 \pm 1,3 \text{ km/s/Mpc}$. Isso indica um desafio para o modelo GCS ou corrobora o resultado encontrado por Sandage et al.

No capítulo 5, mostramos que existe a possibilidade termodinâmica da matéria escura decair em energia escura, contanto que ao menos uma das componentes possua potencial químico não-nulo. Além disso, no contexto de uma forma específica de interação ($Q \propto H\rho_x$), mostramos com base em dados de SNs Ia, BAO e RCF (via *shift parameter*), que o decaimento da matéria escura era extremamnte favorecido em comparação ao decaimento da energia escura. Como foi visto, a probabilidade de decaimento da matéria escura neste modelo era de $\sim 93\%$ contra 7% para o decaimento da energia escura.

No capítulo 6, vários modelos foram analisados no que diz respeito ao *redshift* de transição. Mostramos como diferentes modelos possuíam diferentes previsões para a época de transição do Universo, e como isso pode ser comparado a resultados cinemáticos, que são independentes dos modelos dinâmicos. Por exemplo, podemos ver graficamente na figura 6.3 que o resultado cinemático de Riess et al. (2007), $z_t = 0,426^{+0,27}_{-0,089}(2\sigma)$ é marginalmente compatível com os parâmetros do modelos Λ CDM estimados pelo WMAP5, mesmo a 2σ .

No apêndice B, propusemos um modelo com criação de matéria, que possibilita a explicação da aceleração do Universo sem o uso de uma componente adicional, sendo esta substituída pelo mecanismo de produção de partículas às expensas do campo gravitacional. Mostramos que um modelo com criação de matéria proposto por nós satisfaz os vínculos de SNs Ia em pé de igualdade com o modelo Λ CDM padrão. Assim, temos um modelo com o mesmo número de parâmetros livres que o modelo padrão, porém sem constante cosmológica e aliviando o problema da coincidência. Este modelo é, então, idêntico ao modelo padrão, no que diz respeito às equações de *background*, se reinterpretarmos a densidade de matéria. Esperamos encontrar uma distinção entre os dois modelos quando estudarmos a evolução das perturbações de densidade com criação de matéria.

7.2 Algumas Perspectivas

Algumas das perspectivas de continuidade do trabalho apresentado nesta tese são as seguintes:

- **Evolução das Perturbações de Densidade:** Conforme mostrado num artigo recente (Lima et al. (2009)), é possível construir um modelo sem energia escura, porém com criação de matéria, que imita perfeitamente o modelo Λ CDM padrão, no que diz respeito às equações de fundo. Tal similaridade pode desaparecer em nível das perturbações, o que permitiria distinguir os dois modelos observacionalmente. Pretendemos progredir nesse trabalho tanto em perturbações neo-newtonianas quanto relativísticas, possibilitando uma comparação direta das previsões do modelo para o espectro de potência da matéria com o espectro observado.
- **Cinemática:** Pretendemos progredir em um trabalho que permite vincular a curvatura do espaço-tempo de forma independente do modelo cosmológico, utilizando apenas medidas dos parâmetros cinemáticos da expansão.
- **Modelos de interação entre matéria e energia escura:** Seguindo a recente linha de interesse nesses modelos, onde foram encontradas possíveis evidências de interação (Abdalla et al. (2009)), mostramos, em um modelo particular, que a interação tem mais chance de ocorrer no sentido de decaimento da matéria escura (Pereira e Jesus

(2009)). Porém, como mostrado em Valiviita et al. (2009), o sentido de decaimento deve depender da forma intrínseca da interação. É interessante analisar diferentes tipos de interação para mostrar o quanto isso pode depender do termo de interação subjacente.

- **Outros interesses**, como o uso de simulações de Monte Carlo para a determinação direta dos parâmetros dos modelos a partir do espectro da RCF, usando, por exemplo, o código do COSMOMC (Lewis e Bridle (2002)), e outros interesses que surgirem no tocante aos vínculos e natureza da energia escura.

Por outro lado, as perspectivas de desenvolvimento da Cosmologia em âmbito mundial incluem o satélite Planck, que irá completar o mapeamento das anisotropias da RCF, estendendo o espectro de potência para as menores escalas, e determinando melhor a polarização da RCF. Além disso, pretende-se, com o satélite SNAP (Supernova Acceleration Probe), catalogar mais de 2 mil SNs Ia, o que traria fortes vínculos para os modelos de energia escura. Durante o tempo de escrita da presente Tese, também foram lançados os dados do sétimo ano do WMAP (Komatsu et al. (2010)), que confirmaram e expandiram os resultados dos anos anteriores, e os dados da segunda compilação do Union (Amanullah et al. (2010)), contando com 557 supernovas.

Assim, a Cosmologia passa por um período empolgante, onde florescem novos dados, novas questões, novos métodos de análise e também novas teorias. Esperamos continuar contribuindo com esse quadro cada vez mais complexo da Cosmologia, procurando dar ênfase não apenas a análises estatísticas sofisticadas, mas também a alternativas teóricas que se revelem originais e consistentes.

Referências Bibliográficas

- Abdalla E., Abramo L. R. W., Sodre Jr. L., Wang B., Signature of the interaction between dark energy and dark matter in galaxy clusters, *Phys. Lett.*, 2009, vol. B673, p. 107
- Abdel-Rahman A. M. M., Singularity - free decaying vacuum cosmologies, *Phys. Rev.*, 1992, vol. D45, p. 3497
- Abramo L. R. W., Lima J. A. S., Inflationary models driven by adiabatic matter creation, *Class. Quant. Grav.*, 1996, vol. 13, p. 2953
- Alam U., Sahni V., Saini T. D., Starobinsky A. A., Exploring the Expanding Universe and Dark Energy using the Statefinder Diagnostic, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2003, vol. 344, p. 1057
- Albrecht A., Steinhardt P. J., Cosmology for Grand Unified Theories with Radiatively Induced Symmetry Breaking, *Phys. Rev. Lett.*, 1982, vol. 48, p. 1220
- Alcaniz J. S., Energia escura: consequências físicas para um universo acelerado, Natal: UFRN, 2001, Tese de Doutorado
- Alcaniz J. S., Jain D., Dev A., High-redshift objects and the generalized Chaplygin gas, *Phys. Rev.*, 2003, vol. D67, p. 043514
- Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Closed and open FRW cosmologies with matter creation: kinematic tests, *A&A*, 1999a, vol. 349, p. 729
- Alcaniz J. S., Lima J. A. S., New Limits on Ω_{Λ} and Ω_M from Old Galaxies at High Redshift, *ApJ*, 1999b, vol. 521, p. L87

- Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Interpreting Cosmological Vacuum Decay, *Phys. Rev.*, 2005, vol. D72, p. 063516
- Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Cunha J. V., Cosmological implications of the APM 08279+5255, an old quasar at $z = 3.91$, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2003, vol. 340, p. L39
- Allemandi G., Borowiec A., Francaviglia M., Accelerated cosmological models in Ricci squared gravity, *Phys. Rev.*, 2004, vol. D70, p. 103503
- Allemandi G., Borowiec A., Francaviglia M., Odintsov S. D., Dark energy dominance and cosmic acceleration in first order formalism, *Phys. Rev.*, 2005, vol. D72, p. 063505
- Allen S. W., et al., Improved constraints on dark energy from Chandra X-ray observations of the largest relaxed galaxy clusters, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2008, vol. 383, p. 879
- Allen S. W., Fabian A. C., Schmidt R. W., Ebeling H., Cosmological constraints from the local X-ray luminosity function of the most X-ray luminous galaxy clusters, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2003, vol. 342, p. 287
- Allen S. W., Schmidt R. W., Ebeling H., Fabian A. C., van Speybroeck L., Constraints on dark energy from Chandra observations of the largest relaxed galaxy clusters, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2004, vol. 353, p. 457
- Alnes H., Amarzguioui M., Gron O., An inhomogeneous alternative to dark energy?, *Phys. Rev.*, 2006, vol. D73, p. 083519
- Alpher R. A., Bethe H., Gamow G., The Origin of Chemical Elements, *Physical Review*, 1948, vol. 73, p. 803
- Alpher R. A., Herman R. C., Remarks on the Evolution of the Expanding Universe, *Physical Review*, 1949, vol. 75, p. 1089
- Amanullah R., et al., Spectra and Light Curves of Six Type Ia Supernovae at $0.511 < z < 1.12$ and the Union2 Compilation, 2010

- Amarzguioui M., Elgaroy O., Mota D. F., Multamaki T., Cosmological constraints on $f(R)$ gravity theories within the Palatini approach, *Astron. Astrophys.*, 2006, vol. 454, p. 707
- Amendola L., Finelli F., Burigana C., Carturan D., WMAP and the Generalized Chaplygin Gas, *JCAP*, 2003, vol. 0307, p. 005
- Amendola L., Gasperini M., Piazza F., SNLS data are consistent with acceleration at $z=3$, *Phys. Rev.*, 2006, vol. D74, p. 127302
- Amendola L., Tocchini-Valentini D., Stationary dark energy: the present universe as a global attractor, *Phys. Rev.*, 2001, vol. D64, p. 043509
- Arbab A. I., Abdel-Rahman A. M. M., Nonsingular cosmology with a time dependent cosmological term, *Phys. Rev.*, 1994, vol. D50, p. 7725
- Astier P., et al., The Supernova Legacy Survey: Measurement of Ω_M , Ω_{Λ} and w from the First Year Data Set, *Astron. Astrophys.*, 2006, vol. 447, p. 31
- Avelino P. P., Beca L. M. G., de Carvalho J. P. M., Martins C. J. A. P., Pinto P., Alternatives to quintessence model-building, *Phys. Rev.*, 2003, vol. D67, p. 023511
- Bahcall N. A., Clusters and cosmology, *Phys. Rep.*, 2000, vol. 333, p. 233
- Bahcall N. A., Ostriker J. P., Perlmutter S., Steinhardt P. J., The Cosmic Triangle: Revealing the State of the Universe, *Science*, 1999, vol. 284, p. 1481
- Balaji K. R., Brandenberger R. H., Single Field Baryogenesis, *Physical Review Letters*, 2005, vol. 94, p. 031301
- Banerjee N., Pavon D., Holographic dark energy in Brans-Dicke theory, *Phys. Lett.*, 2007, vol. B647, p. 477
- Barrow J. D., Clifton T., Cosmologies with energy exchange, *Phys. Rev.*, 2006, vol. D73, p. 103520
- Barrow J. D., Cotsakis S., Inflation and the Conformal Structure of Higher Order Gravity Theories, *Phys. Lett.*, 1988, vol. B214, p. 515

- Barrow J. D., Ottewill A. C., The stability of general relativistic cosmological theory, *Journal of Physics A Mathematical General*, 1983, vol. 16, p. 2757
- Beesham A., Cosmological models with a variable cosmological term and bulk viscous models, *Phys. Rev.*, 1993, vol. D48, p. 3539
- Benitez N., et al., Measuring Baryon Acoustic Oscillations Along the Line of Sight with Photometric Redshifts: The PAU Survey, *ApJ*, 2009, vol. 691, p. 241
- Bennett C. L., et al., First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Preliminary Maps and Basic Results, *Astrophys. J. Suppl.*, 2003, vol. 148, p. 1
- Bento M. C., Bertolami O., Sen A. A., Generalized Chaplygin gas, accelerated expansion and dark energy-matter unification, *Phys. Rev.*, 2002, vol. D66, p. 043507
- Bento M. C., Bertolami O., Sen A. A., Generalized Chaplygin gas model: Dark energy - dark matter unification and CMBR constraints, *Gen. Rel. Grav.*, 2003a, vol. 35, p. 2063
- Bento M. d. C., Bertolami O., Sen A. A., Generalized Chaplygin gas and CMBR constraints, *Phys. Rev.*, 2003b, vol. D67, p. 063003
- Bento M. d. C., Bertolami O., Sen A. A., WMAP Constraints on the Generalized Chaplygin Gas Model, *Phys. Lett.*, 2003c, vol. B575, p. 172
- Berman M. S., Cosmological models with a variable cosmological term, *Phys. Rev.*, 1991, vol. D43, p. 1075
- Bertolami O., Gil Pedro F., Le Delliou M., Dark Energy-Dark Matter Interaction and the Violation of the Equivalence Principle from the Abell Cluster A586, *Phys. Lett.*, 2007, vol. B654, p. 165
- Bertolami O., Pedro F. G., Le Delliou M., The Abell Cluster A586 and the Equivalence Principle, *Gen. Rel. Grav.*, 2009, vol. 41, p. 2839
- Bilic N., Tupper G. B., Viollier R. D., Unification of dark matter and dark energy: The inhomogeneous Chaplygin gas, *Phys. Lett.*, 2002, vol. B535, p. 17

- Birrell N. D., Davies P. C. W., Quantum fields in curved space, 1982
- Boehmer C. G., Caldera-Cabral G., Lazkoz R., Maartens R., Dynamics of dark energy with a coupling to dark matter, *Phys. Rev.*, 2008, vol. D78, p. 023505
- Bolejko K., Andersson L., Apparent and average acceleration of the Universe, *JCAP*, 2008, vol. 0810, p. 003
- Branch D., Type Ia Supernovae and the Hubble Constant, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 1998, vol. 36, p. 17
- Brevik I. H., Nojiri S., Odintsov S. D., Vanzo L., Entropy and universality of Cardy-Verlinde formula in dark energy universe, *Phys. Rev.*, 2004, vol. D70, p. 043520
- Bronstein M. P., The problem of the possible theory of the World as a whole, *Uspekhi Astronomicheskikh Nauk*, 1933, Coll(Issue).3, pp. 3-30 (Russian title: K voprosu o vozmozhnoi teorii mira kak tselogo), 1933, vol. 3, p. 3
- Buchert T., A cosmic equation of state for the inhomogeneous universe: Can a global far-from-equilibrium state explain dark energy?, *Class. Quant. Grav.*, 2005, vol. 22, p. L113
- Buchert T., Dark Energy from Structure - A Status Report, *Gen. Rel. Grav.*, 2008, vol. 40, p. 467
- Buchert T., Carfora M., Cosmological parameters are dressed, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, vol. 90, p. 031101
- Buchert T., Ehlers J., Averaging Inhomogeneous Newtonian Cosmologies, *Astron. Astrophys.*, 1997, vol. 320, p. 1
- Butcher H. R., Thorium in G-dwarf stars as a chronometer for the Galaxy, *Nature*, 1987, vol. 328, p. 127
- Cai R.-G., Wang A., Cosmology with interaction between phantom dark energy and dark matter and the coincidence problem, *JCAP*, 2005, vol. 0503, p. 002

- Caldwell R. R., Dave R., Steinhardt P. J., Cosmological Imprint of an Energy Component with General Equation-of-State, *Phys. Rev. Lett.*, 1998, vol. 80, p. 1582
- Caldwell R. R., Kamionkowski M., Weinberg N. N., Phantom Energy and Cosmic Doomsday, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, vol. 91, p. 071301
- Callen H. B., *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*, 2nd Edition, 1985
- Calvao M. O., de Oliveira H. P., Salim J. M., Pavon D., Dissipative cosmology with decaying vacuum energy, *Phys. Rev.*, 1992, vol. D45, p. 3869
- Calvao M. O., Lima J. A. S., Waga I., On the thermodynamics of matter creation in cosmology, *Phys. Lett.*, 1992, vol. A162, p. 223
- Carneiro S., Dantas M. A., Pigozzo C., Alcaniz J. S., Observational constraints on late-time $\Lambda(t)$ cosmology, *Phys. Rev.*, 2008, vol. D77, p. 083504
- Carneiro S., Pigozzo C., Borges H. A., Alcaniz J. S., Supernova constraints on decaying vacuum cosmology, *Phys. Rev.*, 2006, vol. D74, p. 023532
- Carretta E., Gratton R. G., Clementini G., Fusi Pecci F., Distances, ages and epoch of formation of Globular Clusters, *Astrophys. J.*, 2000, vol. 533, p. 215
- Carroll S. M., Quintessence and the rest of the world, *Phys. Rev. Lett.*, 1998, vol. 81, p. 3067
- Carroll S. M., Press W. H., Turner E. L., The cosmological constant, *ARA&A*, 1992, vol. 30, p. 499
- Carturan D., Finelli F., Cosmological Effects of a Class of Fluid Dark Energy Models, *Phys. Rev.*, 2003, vol. D68, p. 103501
- Carvalho F. C., Santos E. M., Alcaniz J. S., Santos J., Cosmological Constraints from Hubble Parameter on $f(R)$ Cosmologies, *JCAP*, 2008, vol. 0809, p. 008
- Carvalho J. C., Lima J. A. S., Waga I., On the cosmological consequences of a time dependent lambda term, *Phys. Rev.*, 1992, vol. D46, p. 2404

- Cayrel R., et al., Measurement of stellar age from uranium decay, *Nature*, 2001, vol. 409, p. 691
- Célérier M., The Accelerated Expansion of the Universe Challenged by an Effect of the Inhomogeneities. A Review, *New Adv. Phys.*, 2007, vol. 1, p. 29
- Celerier M.-N., Do we really see a cosmological constant in the supernovae data ?, *Astron. Astrophys.*, 2000, vol. 353, p. 63
- Chaboyer B., Demarque P., Kernan P. J., Krauss L. M., The Age Of Globular Clusters In Light Of Hipparcos: Resolving the Age Problem?, *Astrophys. J.*, 1998, vol. 494, p. 96
- Chang T.-C., Pen U.-L., Peterson J. B., McDonald P., Baryon Acoustic Oscillation Intensity Mapping as a Test of Dark Energy, *Phys. Rev. Lett.*, 2008, vol. 100, p. 091303
- Chen W., Wu Y. S., Implications of a cosmological constant varying as $R^{**}(- 2)$, *Phys. Rev.*, 1990, vol. D41, p. 695
- Chevallier M., Polarski D., Accelerating universes with scaling dark matter, *Int. J. Mod. Phys.*, 2001, vol. D10, p. 213
- Chiba T., Sugiyama N., Nakamura T., Cosmology with x-matter, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 1997, vol. 289, p. L5
- Chiba T., Sugiyama N., Nakamura T., Observational tests of x-matter models, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 1998, vol. 301, p. 72
- Chimento L. P., Forte M., Kremer G. M., Cosmological model with interactions in the dark sector, *Gen. Rel. Grav.*, 2009, vol. 41, p. 1125
- Chimento L. P., Jakubi A. S., Pavon D., Zimdahl W., Interacting quintessence solution to the coincidence problem, *Phys. Rev.*, 2003, vol. D67, p. 083513
- Copeland E. J., Sami M., Tsujikawa S., Dynamics of dark energy, *Int. J. Mod. Phys.*, 2006, vol. D15, p. 1753
- Costa F. E. M., Alcaniz J. S., Maia J. M. F., Coupled quintessence and vacuum decay, *Phys. Rev.*, 2008, vol. D77, p. 083516

- Cunha J. V., Kinematic Constraints to the Transition Redshift from SNe Ia Union Data, *Phys. Rev.*, 2009, vol. D79, p. 047301
- Cunha J. V., Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Cosmological constraints on Chaplygin gas dark energy from galaxy clusters X-ray and supernova data, *Phys. Rev.*, 2004, vol. D69, p. 083501
- Cunha J. V., Lima J. A. S., Transition Redshift: New Kinematic Constraints from Supernovae, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2008, vol. 390, p. 210
- Cunha J. V., Marassi L., Lima J. A. S., Constraining H_0 from Sunyaev-Zel'dovich effect, Galaxy Clusters X-ray data, and Baryon Oscillations, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc. Lett.*, 2007, vol. 379, p. L1
- Cunha J. V., Santos R. C., The Existence of an Old Quasar at $z = 3.91$ and its Implications for $\Lambda(t)$ Deflationary Cosmologies, *Int. J. Mod. Phys.*, 2004, vol. D13, p. 1321
- D'Agostini G., Asymmetric Uncertainties: Sources, Treatment and Potential Dangers, 2004
- Das S., Corasaniti P. S., Khoury J., Super-acceleration as signature of dark sector interaction, *Phys. Rev.*, 2006, vol. D73, p. 083509
- Davies P. C. W., COSMOLOGICAL EVENT HORIZONS, ENTROPY AND QUANTUM PARTICLES, *Ann. Poincare*, 1988, vol. 49, p. 297
- de Bernardis P., et al., A Flat Universe from High-Resolution Maps of the Cosmic Microwave Background Radiation, *Nature*, 2000, vol. 404, p. 955
- de Campos M. G., Souza J. A., The Dyer-Roeder relation in a universe with particle production, *Astron. Astrophys.*, 2004, vol. 422, p. 401
- De Groot S. R., Van Leeuwen (ed.) W. A., Van Weert C. G., *Relativistic Kinetic Theory. Principles and Applications*, 1980
- de Sitter W., , *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 1917, vol. 78, p. 3

- del Campo S., Herrera R., Pavon D., Late universe expansion dominated by domain walls and dissipative dark matter, *Phys. Rev.*, 2004, vol. D70, p. 043540
- Dev A., Jain D., Alcaniz J. S., Cosmological consequences of a Chaplygin gas dark energy, *Phys. Rev.*, 2003, vol. D67, p. 023515
- deVaucoulers G., Galaxy distances and deviations from universal expansion. Proceedings of a NATO Advanced Research Workshop, held at Kailua Kona, Hawaii, USA, 13 - 17 January 1986., 1986
- Dodelson S., Kaplinghat M., Stewart E., Tracking Oscillating Energy, *Phys. Rev. Lett.*, 2000, vol. 85, p. 5276
- Dolgov A. D., Higher spin fields and the problem of cosmological constant, *Phys. Rev.*, 1997, vol. D55
- Dolgov A. D., The Problem of Vacuum Energy and Cosmology (A lecture presented at the 4th Colloque Cosmologie, Paris, June, 1997; to be published in the Proceedings), *ArXiv Astrophysics e-prints*, 1997
- Dunkley J., et al., Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Likelihoods and Parameters from the WMAP data, *Astrophys. J. Suppl.*, 2009, vol. 180, p. 306
- Dunlop J., Peacock J., Spinrad H., Dey A., Jimenez R., Stern D., Windhorst R., A 3.5-Gyr-old galaxy at redshift 1.55, *Nature*, 1996, vol. 381, p. 581
- Dvali G. R., Gabadadze G., Gravity on a brane in infinite-volume extra space, *Phys. Rev.*, 2001, vol. D63, p. 065007
- Dvali G. R., Gabadadze G., Porrati M., 4D gravity on a brane in 5D Minkowski space, *Phys. Lett.*, 2000, vol. B485, p. 208
- Eddington A. S., *The Mathematical Theory Of Relativity*. Cambridge University, Londres, 1924

- Efstathiou G., Bond J. R., Cosmic Confusion: Degeneracies among Cosmological Parameters Derived from Measurements of Microwave Background Anisotropies, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 1999, vol. 304, p. 75
- Einstein A., Cosmological Considerations in the General Theory of Relativity, *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)*, 1917, vol. 1917, p. 142
- Einstein A., de Sitter W., On the Relation between the Expansion and the Mean Density of the Universe, *Proceedings of the National Academy of Science*, 1932, vol. 18, p. 213
- Eisenstein D. J., et al., Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies, *Astrophys. J.*, 2005, vol. 633, p. 560
- Elgarøy O., Multamäki T., On using the cosmic microwave background shift parameter in tests of models of dark energy, *A&A*, 2007, vol. 471, p. 65
- Ellis G. F. R., Buchert T., The universe seen at different scales, *Phys. Lett.*, 2005, vol. A347, p. 38
- Fabris J. C., Goncalves S. V. B., Souza P. E. d., Fitting the Supernova Type Ia Data with the Chaplygin Gas, 2002
- Fairbairn M., Rydbeck S., Expansion history and $f(R)$ modified gravity, *JCAP*, 2007, vol. 0712, p. 005
- Feng C., Wang B., Gong Y., Su R.-K., Testing the viability of the interacting holographic dark energy model by using combined observational constraints, *JCAP*, 2007, vol. 0709, p. 005
- Ferrarese L., et al., The Hubble Constant from the HST Key Project on the Extragalactic Distance Scale, 1999
- Filippenko A. V., Evidence from type Ia supernovae for an accelerating universe and dark energy, 2003
- Filippenko A. V., The Accelerating Universe and Dark Energy: Evidence from Type Ia Supernovae, *Lect. Notes Phys.*, 2004, vol. 646, p. 191

- Fowler W. A., The age of the observable universe (The Tenth Edward Arthur Milne Lecture), *Q. Jl. R. Astr. Soc.*, 1987, vol. 28, p. 87
- Frebel A., et al., Discovery of HE 1523-0901, a Strongly r-Process Enhanced Metal-Poor Star with Detected Uranium, *Astrophys. J.*, 2007, vol. 660, p. L117
- Freedman W. L., et al., Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant, *Astrophys. J.*, 2001, vol. 553, p. 47
- Freedman W. L., Madore B. F., Mould J. R., Hill R., Ferrarese L., Kennicutt R. C., Saha A., Stetson P. B., Graham J. A., Ford H., Hoessel J. G., Huchra J., Hughes S. M., Illingworth G. D., Distance to the Virgo cluster galaxy M100 from Hubble Space Telescope observations of Cepheids, *Nature*, 1994, vol. 371, p. 757
- Freese K., Adams F. C., Frieman J. A., Mottola E., Cosmology with Decaying Vacuum Energy, *Nucl. Phys.*, 1987, vol. B287, p. 797
- Friaça A., Alcaniz J., Lima J. A. S., An old quasar in a young dark energy-dominated universe?, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2005, vol. 362, p. 1295
- Friedmann A., , *Z. Phys.*, 1922, vol. 16, p. 377
- Friedmann A., On the possibility of a world with constant negative curvature of space, *Z. Phys.*, 1924, vol. 21, p. 326
- Frieman J., Turner M., Huterer D., Dark Energy and the Accelerating Universe, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 2008, vol. 46, p. 385
- Fulling S. A., Parker L., Hu B. L., Conformal energy-momentum tensor in curved spacetime: Adiabatic regularization and renormalization, *Phys. Rev.*, 1974, vol. D10, p. 3905
- Gamow G., Expanding universe and the origin of elements, *Phys. Rev.*, 1946, vol. 70, p. 572
- Gamow G., The Origin of Elements and the Separation of Galaxies, *Physical Review*, 1948, vol. 74, p. 505

- Gariel J., Le Denmat G., Matter creation and bulk viscosity in early cosmology, *Physics Letters A*, 1995, vol. 200, p. 11
- Gasperini M., Piazza F., Veneziano G., Quintessence as a run-away dilaton, *Phys. Rev.*, 2002, vol. D65, p. 023508
- Gibson B. K., et al., The HST Key Project on the Extragalactic Distance Scale XXV. A Recalibration of Cepheid Distances to Type Ia Supernovae and the Value of the Hubble Constant, *Astrophys. J.*, 2000, vol. 529, p. 723
- Goriely S., Clerbaux B., Uncertainties in the Th cosmochronometry, 1999
- Gorini V., Kamenshchik A., Moschella U., Can the Chaplygin gas be a plausible model for dark energy?, *Phys. Rev.*, 2003, vol. D67, p. 063509
- Gregory P. C., *Bayesian Logical Data Analysis for the Physical Sciences: A Comparative Approach with 'Mathematica' Support*. Cambridge University Press, 2005
- Grib A. A., Mamayev S. G., Mostepanenko V. M., *Vacuum Quantum Effects in Strong Fields*, 1994
- Guimarães A. C. C., Cunha J. V., Lima J. A. S., Bayesian analysis and constraints on kinematic models from union SNIa, *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 2009, vol. 10, p. 10
- Guo Z.-K., Ohta N., Tsujikawa S., Probing the Coupling between Dark Components of the Universe, *Phys. Rev.*, 2007, vol. D76, p. 023508
- Guth A. H., The Inflationary Universe: A Possible Solution to the Horizon and Flatness Problems, *Phys. Rev.*, 1981, vol. D23, p. 347
- Hamuy M., et al., A Hubble diagram of distant type IA supernovae, *Astron. J.*, 1995, vol. 109, p. 1669
- Hamuy M., et al., The Hubble Diagram of the Calan/Tololo Type Ia Supernovae and the value of H_0 , *Astron. J.*, 1996, vol. 112, p. 2398

- Hanany S., et al., MAXIMA-1: A Measurement of the Cosmic Microwave Background Anisotropy on angular scales of 10 arcminutes to 5 degrees, *Astrophys. J.*, 2000, vol. 545, p. L5
- Hansen B. M. S., et al., The White Dwarf Cooling Sequence of the Globular Cluster Messier 4, *Astrophys. J.*, 2002, vol. 574, p. L155
- Hasinger G., Schartel N., Komossa S., Discovery of an ionized Fe-K edge in the $z=3.91$ Broad Absorption Line Quasar APM 08279+5255 with XMM-Newton, *Astroph. J.*, 2002, vol. 573, p. L77
- He J.-H., Wang B., Abdalla E., Stability of the curvature perturbation in dark sectors' mutual interacting models, *Phys. Lett.*, 2009, vol. B671, p. 139
- Hicken M., et al., Improved Dark Energy Constraints from 100 New CfA Supernova Type Ia Light Curves, *Astrophys. J.*, 2009, vol. 700, p. 1097
- Hoflich P., Gerardy C., Linder E., Marion H., *Physics of SNeIa and Cosmology*, 2003
- Hoyle F., Fowler W. A., Nucleosynthesis in Supernovae, *Astroph. J.*, 1960, vol. 132, p. 565
- Hoyle F., Narlikar J. V., A New Theory of Gravitation, *Royal Society of London Proceedings Series A*, 1964, vol. 282, p. 191
- Hoyle F., Narlikar J. V., On the Effects of the Non-Conservation of Baryons in Cosmology, *Royal Society of London Proceedings Series A*, 1966, vol. 290, p. 143
- Hu W., Sugiyama N., Small scale cosmological perturbations: An Analytic approach, *Astrophys. J.*, 1996, vol. 471, p. 542
- Hubble E., A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 1929, vol. 15, p. 168
- Ishak M., Richardson J., Whittington D., Garred D., Dark Energy or Apparent Acceleration Due to a Relativistic Cosmological Model More Complex than FLRW?, *Phys. Rev.*, 2008, vol. D78, p. 123531

- Jain D., Dev A., Age of High Redshift Objects - a Litmus Test for the Dark Energy Models, *Phys. Lett. B*, 2006, vol. 633, p. 436
- Jesus J. F.**, Constraints from the Old Quasar Apm 08279+5255 on Two Classes of $\Lambda(t)$ -Cosmologies, *Gen. Rel. Grav.*, 2008, vol. 40, p. 791
- Jesus J. F.**, Santos R. C., Alcaniz J. S., Lima J. A. S., New coupled quintessence cosmology, *Phys. Rev.*, 2008, vol. D78, p. 063514
- Jesus J. F.**, Santos R. C., Gill M. S. S., Lima J. A. S., Transition redshift as a new cosmological number, em preparação, 2010
- Jha S., Riess A., Kirshner R., Improved Distances to Type Ia Supernovae with Multicolor Light-Curve Shapes: MLCS2k2, *Astroph. J.*, 2007, vol. 659, p. 122
- Jimenez R., *The Age of the Universe*, 1996
- Jimenez R., Verde L., Treu T., Stern D., Constraints on the equation of state of dark energy and the Hubble constant from stellar ages and the CMB, *Astrophys. J.*, 2003, vol. 593, p. 622
- John M. V., Babu Joseph K., A modified Ozer-Taha type cosmological model, *Phys. Lett.*, 1996, vol. B387, p. 466
- Kai T., Kozaki H., nakao K.-i., Nambu Y., Yoo C.-M., Can inhomogeneties accelerate the cosmic volume expansion?, *Prog. Theor. Phys.*, 2007, vol. 117, p. 229
- Kamenshchik A. Y., Moschella U., Pasquier V., An alternative to quintessence, *Phys. Lett.*, 2001, vol. B511, p. 265
- Kerner R., *Cosmology without singularity and nonlinear gravitational Lagrangians*, *General Relativity and Gravitation*, 1982, vol. 14, p. 453
- Khoury J., Weltman A., Chameleon Cosmology, *Phys. Rev.*, 2004a, vol. D69, p. 044026
- Khoury J., Weltman A., Chameleon Fields: Awaiting Surprises for Tests of Gravity in Space, *Phys. Rev. Lett.*, 2004b, vol. 93, p. 171104

- Knop R. A., et al., New Constraints on Ω_M , Ω_Λ , and w from an Independent Set of Eleven High-Redshift Supernovae Observed with HST, *Astrophys. J.*, 2003, vol. 598, p. 102
- Koivisto T., Growth of perturbations in dark matter coupled with quintessence, *Phys. Rev.*, 2005, vol. D72, p. 043516
- Kolb E. W., Turner M. S., *The early universe*, 1990
- Komatsu E., et al., Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Cosmological Interpretation, *Astrophys. J. Suppl.*, 2009, vol. 180, p. 330
- Komatsu E., et al., Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation, 2010
- Kowalski M., et al., Improved Cosmological Constraints from New, Old and Combined Supernova Datasets, *Astrophys. J.*, 2008, vol. 686, p. 749
- Krauss L. M., *The Age of Globular Clusters*, *Phys. Rept.*, 2000, vol. 333, p. 33
- Krauss L. M., Chaboyer B., Age Estimates of Globular Clusters in the Milky Way: Constraints on Cosmology, *Science*, 2003, vol. 299, p. 65
- Kremer G. M., Dark energy interacting with neutrinos and dark matter: a phenomenological theory, *Gen. Rel. Grav.*, 2007, vol. 39, p. 965
- Lee S., Liu G.-C., Ng K.-W., Constraints on the coupled quintessence from cosmic microwave background anisotropy and matter power spectrum, *Phys. Rev.*, 2006, vol. D73, p. 083516
- Lemaître G., Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques, *Annales de la Societe Scientifique de Bruxelles*, 1927, vol. 47, p. 49
- Lemaitre G., The expanding universe, *Gen. Rel. Grav.*, 1997, vol. 29, p. 641
- Lewis A., Bridle S., Cosmological parameters from CMB and other data: a Monte- Carlo approach, *Phys. Rev.*, 2002, vol. D66, p. 103511

- Li B., Barrow J. D., The Cosmology of $f(R)$ Gravity in the Metric Variational Approach, *Phys. Rev.*, 2007, vol. D75, p. 084010
- Lima J. A. S., Thermodynamics of decaying vacuum cosmologies, *Phys. Rev.*, 1996, vol. D54, p. 2571
- Lima J. A. S., Note on Solving for the Dynamics of the Universe, *Am. J. Phys.*, 2001, vol. 69, p. 1245
- Lima J. A. S., Alternative Dark Energy Models: An Overview, *Braz. J. Phys.*, 2004, vol. 34, p. 194
- Lima J. A. S., Alcaniz J. S., Flat Friedmann-Robertson-Walker cosmologies with adiabatic matter creation: kinematic tests, *A&A*, 1999, vol. 348, p. 1
- Lima J. A. S., Alcaniz J. S., Angular size in “quintessence” cosmology, *A & A*, 2000
- Lima J. A. S., Alcaniz J. S., Dark energy and the angular size - redshift diagram for milliarcsecond radio-sources, *Astrophys. J.*, 2002, vol. 566, p. 15
- Lima J. A. S., Calvao M. O., Waga I., *Cosmology, Thermodynamics and Matter Creation*, 2007
- Lima J. A. S., Cunha J. V., Alcaniz J. S., Constraining the dark energy with galaxy clusters X-ray data, *Phys. Rev.*, 2003, vol. D68, p. 023510
- Lima J. A. S., Cunha J. V., Alcaniz J. S., A simplified approach for Chaplygin-type cosmologies, *Astropart. Phys.*, 2008, vol. 30, p. 196
- Lima J. A. S., Cunha J. V., Alcaniz J. S., Simplified Quartessence Cosmology, *Astropart. Phys.*, 2009a, vol. 31, p. 233
- Lima J. A. S., Cunha J. V., Alcaniz J. S., Simplified Quartessence Cosmology, *Astropart. Phys.*, 2009b, vol. 31, p. 233
- Lima J. A. S., Germano A. S. M., On the equivalence of bulk viscosity and matter creation, *Physics Letters A*, 1992, vol. 170, p. 373

- Lima J. A. S., Germano A. S. M., Abramo L. R. W., FRW Cosmologies with Adiabatic Matter Creation, *Phys. Rev.*, 1996, vol. D53, p. 4287
- Lima J. A. S., **Jesus** J. F., Cunha J. V., Can Old Galaxies at High Redshifts and Baryon Acoustic Oscillations Constrain H_0 ?, *Astrophys. J. Lett.*, 2009, vol. 690, p. L85
- Lima J. A. S., **Jesus** J. F., Oliveira F. A., CDM Accelerating Cosmology as an Alternative to LCDM model, 2009
- Lima J. A. S., Maia J. M. F., Some cosmological consequences of a Λ term varying as $\beta H^2 + \alpha R^{-n}$, *Mod. Phys. Lett.*, 1993, vol. A8, p. 591
- Lima J. A. S., Maia J. M. F., Deflationary cosmology with decaying vacuum energy density, *Phys. Rev.*, 1994, vol. D49, p. 5597
- Lima J. A. S., Pereira S. H., Chemical Potential and the Nature of the Dark Energy: The case of phantom, *Phys. Rev.*, 2008, vol. D78, p. 083504
- Lima J. A. S., Silva A. I., Viegas S. M., Is the radiation temperature redshift relation of the standard cosmology in accordance with the data?, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2000, vol. 312, p. 747
- Lima J. A. S., Silva F. E., Santos R. C., Accelerating Cold Dark Matter Cosmology ($\Omega_\Lambda \equiv 0$), *Class. Quant. Grav.*, 2008, vol. 25, p. 205006
- Lima J. A. S., Trodden M., Decaying vacuum energy and deflationary cosmology in open and closed universes, *Phys. Rev.*, 1996, vol. D53, p. 4280
- Lima Neto G. B., *Astronomia Extragaláctica - Notas de Aula*, 2010
- Linde A. D., A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems, *Phys. Lett.*, 1982, vol. B108, p. 389
- Linder E. V., Exploring the expansion history of the universe, *Phys. Rev. Lett.*, 2003, vol. 90, p. 091301

- Longhetti M., Saracco P., Severgnini P., Della Ceca R., Mannucci F., Bender R., Drory N., Feulner G., Hopp U., The Kormendy relation of massive elliptical galaxies at $z \sim 1.5$: evidence for size evolution, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2007, vol. 374, p. 614
- Maartens R., *Causal thermodynamics in relativity*, 1996
- McCarthy P. J., et al., Evolved Galaxies at $z \lesssim 1.5$ from the Gemini Deep Deep Survey: The Formation Epoch of Massive Stellar Systems, *Astrophys. J.*, 2004, vol. 614, p. L9
- Macri L. M., Stanek K. Z., Bersier D., Greenhill L., Reid M., A new Cepheid distance to the maser-host galaxy NGC 4258 and its implications for the Hubble Constant, *Astrophys. J.*, 2006, vol. 652, p. 1133
- Mainini R., Bonometto S., Mass functions in coupled Dark Energy models, *Phys. Rev.*, 2006, vol. D74, p. 043504
- Makler M., Quinet de Oliveira S., Waga I., Constraints on the generalized Chaplygin gas from supernovae observations, *Phys. Lett.*, 2003, vol. B555, p. 1
- Marra V., Kolb E. W., Matarrese S., Riotto A., On cosmological observables in a swiss-cheese universe, *Phys. Rev.*, 2007, vol. D76, p. 123004
- Matyjasek J., Cosmological models with a time dependent Lambda term, *Phys. Rev.*, 1995, vol. D51, p. 4154
- Mestel L., On the theory of white dwarf stars. I. The energy sources of white dwarfs, “*Mon. Not. R. Astron. Soc.*”, 1952, vol. 112, p. 583
- Miknaitis G., et al., The ESSENCE Supernova Survey: Survey Optimization, Observations, and Supernova Photometry, *Astrophys. J.*, 2007, vol. 666, p. 674
- Nojiri S., Odintsov S. D., The final state and thermodynamics of dark energy universe, *Phys. Rev.*, 2004, vol. D70, p. 103522
- Nojiri S., Odintsov S. D., Inhomogeneous equation of state of the universe: Phantom era, future singularity and crossing the phantom barrier, *Phys. Rev.*, 2005, vol. D72, p. 023003

- Olivares G., Atrio-Barandela F., Pavon D., Observational constraints on interacting quintessence models, *Phys. Rev.*, 2005, vol. D71, p. 063523
- Olivares G., Atrio-Barandela F., Pavon D., Matter density perturbations in interacting quintessence models, *Phys. Rev.*, 2006, vol. D74, p. 043521
- Ostriker J. P., Steinhardt P., New Light on Dark Matter, *Science*, 2003, vol. 300, p. 1909
- Overduin J. M., Cooperstock F. I., Evolution of the Scale Factor with a Variable Cosmological Term, *Phys. Rev.*, 1998, vol. D58, p. 043506
- Ozer M., Taha M. O., A Solution to the Main Cosmological Problems, *Phys. Lett.*, 1986, vol. B171, p. 363
- Ozer M., Taha M. O., A Model of the Universe with Time Dependent Cosmological Constant Free of Cosmological Problems, *Nucl. Phys.*, 1987, vol. B287, p. 776
- Padmanabhan T., Cosmological constant: The weight of the vacuum, *Phys. Rept.*, 2003, vol. 380, p. 235
- Pais A., 'Subtle is The Lord...': The Science and the Life of Albert Einstein. Oxford University, Nova York, 1982
- Panagia N., High redshift supernovae: Cosmological implications, *Nuovo Cim.*, 2005, vol. B120, p. 667
- Parker L., Particle creation in expanding universes, *Phys. Rev. Lett.*, 1968, vol. 21, p. 562
- Parker L., Quantized fields and particle creation in expanding universes. 1, *Phys. Rev.*, 1969, vol. 183, p. 1057
- Pascual-Sanchez J. F., Cosmic acceleration: Inhomogeneity versus vacuum energy, *Mod. Phys. Lett.*, 1999, vol. A14, p. 1539
- Pavon D., Nonequilibrium fluctuations in cosmic vacuum decay, *Phys. Rev.*, 1991, vol. D43, p. 375
- Pavon D., Wang B., Le Chatelier-Braun principle in cosmological physics, *Gen. Rel. Grav.*, 2009, vol. 41, p. 1

- Pavon D., Zimdahl W., Holographic dark energy and cosmic coincidence, *Phys. Lett.*, 2005, vol. B628, p. 206
- Peebles P. J., Primeval Helium Abundance and the Primeval Fireball, *Physical Review Letters*, 1966, vol. 16, p. 410
- Peebles P. J. E., Tests of Cosmological Models Constrained by Inflation, *Astrophys. J.*, 1984, vol. 284, p. 439
- Peebles P. J. E., *Principles of physical cosmology*, 1993
- Peebles P. J. E., Ratra B., Cosmology with a Time Variable Cosmological Constant, *Astrophys. J.*, 1988, vol. 325, p. L17
- Peebles P. J. E., Ratra B., The cosmological constant and dark energy, *Rev. Mod. Phys.*, 2003, vol. 75, p. 559
- Penzias A. A., Wilson R. W., A Measurement of excess antenna temperature at 4080-Mc/s, *Astrophys. J.*, 1965, vol. 142, p. 419
- Percival W. J., et al., Baryon Acoustic Oscillations in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7 Galaxy Sample, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2010, vol. 401, p. 2148
- Pereira S. H., *On the Chemical Potential of Dark Energy*, 2008
- Pereira S. H., **Jesus** J. F., Can Dark Matter Decay in Dark Energy?, *Phys. Rev.*, 2009, vol. D79, p. 043517
- Pereira S. H., Lima J. A. S., On Phantom Thermodynamics, *Phys. Lett.*, 2008, vol. B669, p. 266
- Perlmutter S., et al., Discovery of a Supernova Explosion at Half the Age of the Universe and its Cosmological Implications, *Nature*, 1998, vol. 391, p. 51
- Perlmutter S., et al., Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae, *Astrophys. J.*, 1999, vol. 517, p. 565
- Perlmutter S., Schmidt B. P., *Measuring Cosmology with Supernovae*, *Lect. Notes Phys.*, 2003, vol. 598, p. 195

- Perlmutter S., Turner M. S., White M., Constraining Dark Energy with Type Ia Supernovae and Large-Scale Structure, *Physical Review Letters*, 1999, vol. 83, p. 670
- Phillips M. M., The absolute magnitudes of Type IA supernovae, *Astrophys. J.*, 1993, vol. 413, p. L105
- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., *Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing*, 1992
- Prigogine I., Gehehiau J., Gunzig E., Nardone P., *Thermodynamics and cosmology, General Relativity and Gravitation*, 1989, vol. 21, p. 767
- Qiang Y., Zhang T.-J., Yi Z.-L., Constraint on cosmological model with matter creation using complementary astronomical observations, *Astrophys. Space Sci.*, 2007, vol. 311, p. 407
- Quartin M., Calvão M. O., Jorás S. E., Reis R. R. R., Waga I., Dark interactions and cosmological fine-tuning, *Journal of Cosmology and Astro-Particle Physics*, 2008, vol. 5, p. 7
- Rapetti D., Allen S. W., Mantz A., The prospects for constraining dark energy with future X-ray cluster gas mass fraction measurements, *MNRAS*, 2008, vol. 388, p. 1265
- Ratra B., Peebles P. J. E., Cosmological Consequences of a Rolling Homogeneous Scalar Field, *Phys. Rev.*, 1988, vol. D37, p. 3406
- Ratra B., Quillen A., Gravitational lensing effects in a time variable cosmological 'constant' cosmology, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 1992, vol. 259, p. 738
- Reid B. A., et al., *Cosmological Constraints from the Clustering of the Sloan Digital Sky Survey DR7 Luminous Red Galaxies*, 2009
- Renzini A. E. S. T. *et al.*, *Observational Tests of Cosmological Inflation*. Kluwer, Dordrecht, 1991
- Riess A., Press W., Kirshner R., Using Type IA supernova light curve shapes to measure the Hubble constant, *Astroph. J.*, 1996, vol. 438, p. L17

- Riess A. G., et al., Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *Astron. J.*, 1998, vol. 116, p. 1009
- Riess A. G., et al., Type Ia Supernova Discoveries at $z \leq 1$ From the Hubble Space Telescope: Evidence for Past Deceleration and Constraints on Dark Energy Evolution, *Astrophys. J.*, 2004, vol. 607, p. 665
- Riess A. G., et al., Cepheid Calibrations from the Hubble Space Telescope of the Luminosity of Two Recent Type Ia Supernovae and a Re-determination of the Hubble Constant, *Astrophys. J.*, 2005, vol. 627, p. 579
- Riess A. G., et al., New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at $z > 1$: Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy, *Astrophys. J.*, 2007, vol. 659, p. 98
- Riess A. G., et al., A Redetermination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope from a Differential Distance Ladder, *Astrophys. J.*, 2009, vol. 699, p. 539
- Riess A. G., Press W. H., Kirshner R. P., Using SN-Ia light curve shapes to measure the Hubble constant, *Astrophys. J.*, 1995, vol. 438, p. 117
- Robertson H. P., Kinematics and World-Structure II., *ApJ*, 1936, vol. 83, p. 187
- Roche N. D., Dunlop J., Caputi K. I., McLure R., Willott C. J., Crampton D., Deep GMOS spectroscopy of extremely red galaxies in GOODS-South: ellipticals, mergers and red spirals at $1 < z < 2$, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2006, vol. 370, p. 74
- Ruiz-Lapuente P., Cosmology with Supernovae, *Astrophys. Space Sci.*, 2004, vol. 290, p. 43
- Sandage A., Globular cluster ages determined from the Oosterhoff period-metallicity effect using oxygen-enhanced isochrones. III, *Astron. J.*, 1993, vol. 106, p. 719
- Sandage A., et al., The Hubble Constant: A Summary of the HST Program for the Luminosity Calibration of Type Ia Supernovae by Means of Cepheids, *Astrophys. J.*, 2006, vol. 653, p. 843

- Sandage A., Tammann G. A., Steps toward the Hubble constant. VIII - The global value, *Astroph. J.*, 1982, vol. 256, p. 339
- Santos J., Alcaniz J. S., Energy Conditions and Segre Classification of Phantom Fields, *Phys. Lett.*, 2005, vol. B619, p. 11
- Santos R. C., **Jesus J. F.**, Simplified Chaplygin Gas: Deriving H_0 From Ages of Old High Redshift Objects and Baryon Acoustic Oscillations, 2008
- Santos R. C., Lima J. A. S., Clustering, Angular Size and Dark Energy, *Phys. Rev.*, 2008, vol. D77, p. 083505
- Silva P. T., Bertolami O., Expected constraints on the generalized Chaplygin equation of state from future supernova experiments and gravitational lensing statistics, *Astrophys. J.*, 2003, vol. 599, p. 829
- Silva R., Lima J. A. S., Calvao M. O., Temperature Evolution Law of Imperfect Relativistic Fluids, *Gen. Rel. Grav.*, 2002, vol. 34, p. 865
- Silveira V., Waga I., Cosmological properties of a class of Λ decaying cosmologies, *Phys. Rev.*, 1997, vol. D56, p. 4625
- Sisteró R. F., Cosmology with G and Λ coupling scalars, *General Relativity and Gravitation*, 1991, vol. 23, p. 1265
- Slipher V. M., tabela em Eddington (1924), *The Mathematical Theory Of Relativity*. Cambridge University, Londres, 1924, 162
- Smoot G. F., et al., Structure in the COBE differential microwave radiometer first year maps, *Astrophys. J.*, 1992, vol. 396, p. L1
- Spergel D. N., et al., First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters, *Astrophys. J. Suppl.*, 2003, vol. 148, p. 175
- Spergel D. N., et al., Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) three year results: Implications for cosmology, *Astrophys. J. Suppl.*, 2007, vol. 170, p. 377

- Spinrad H., Dey A., Stern D., Dunlop J., Peacock J., Jimenez R., Windhorst R., LBDS 53W091: an Old, Red Galaxy at $z=1.552$, "Astroph. J.", 1997, vol. 484, p. 581
- Steigman G., Santos R. C., Lima J. A. S., An Accelerating Cosmology Without Dark Energy, JCAP, 2009, vol. 0906, p. 033
- Stephani H., Konform flache Gravitationsfelder, Communications in Mathematical Physics, 1967a, vol. 5, p. 337
- Stephani H., Über Lösungen der Einsteinschen Feldgleichungen, die sich in einen fünfdimensionalen flachen Raum einbetten lassen, Communications in Mathematical Physics, 1967b, vol. 4, p. 137
- Sugiura N., Nakao K.-i., Harada T., Distance-redshift relation in an isotropic inhomogeneous universe II: Spherically symmetric dust-shell universe, Phys. Rev., 1999, vol. D60, p. 103508
- Sussman R. A., Quasilocal variables in spherical symmetry: Numerical applications to dark matter and dark energy sources, Phys. Rev., 2009, vol. D79, p. 025009
- Szekeres P., Quasispherical Gravitational Collapse, Phys. Rev., 1975, vol. D12, p. 2941
- Szydlowski M., Cosmological model with energy transfer, Phys. Lett., 2006, vol. B632, p. 1
- Szydlowski M., Hrycyna O., Krawiec A., Phantom cosmology as a scattering process, JCAP, 2007, vol. 0706, p. 010
- Szydlowski M., Stachowiak T., Wojtak R., Towards testing interacting cosmology by distant type Ia supernovae, Phys. Rev., 2006, vol. D73, p. 063516
- Tolman R. C., Effect of inhomogeneity on cosmological models, Proc. Nat. Acad. Sci., 1934, vol. 20, p. 169
- Tomita K., A Local Void and the Accelerating Universe, Mon. Not. Roy. Astron. Soc., 2001, vol. 326, p. 287

- Tonry J. L., et al., Cosmological Results from High-z Supernovae, *Astrophys. J.*, 2003, vol. 594, p. 1
- Tripp R., Branch D., Determination of the Hubble Constant Using a Two-Parameter Luminosity Correction for Type Ia Supernovae, *Astrophys. J.*, 1999, vol. 525, p. 209
- Turner M. S., Riess A. G., Do SNe Ia Provide Direct Evidence for Past Deceleration of the Universe?, *Astrophys. J.*, 2002, vol. 569, p. 18
- Turner M. S., Steigman G., Krauss L. M., The Flatness of the Universe: Reconciling Theoretical Prejudices with Observational Data, *Phys. Rev. Lett.*, 1984, vol. 52, p. 2090
- Turner M. S., White M. J., CDM Models with a Smooth Component, *Phys. Rev.*, 1997, vol. D56, p. 4439
- Valiviita J., Maartens R., Majerotto E., Observational constraints on an interacting dark energy model, 2009
- Valiviita J., Majerotto E., Maartens R., Instability in interacting dark energy and dark matter fluids, *JCAP*, 2008, vol. 0807, p. 020
- Vandenberg D. A., The formation and evolution of star clusters. vol. 13 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, 1991, 183
- VandenBerg D. A., Bolte M., Stetson P. B., The age of the galactic globular cluster system, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 1996, vol. 34, p. 461
- Vikhlinin A., et al., *X-ray Cluster Cosmology*, 2009
- Vollick D. N., 1/R Curvature Corrections as the Source of the Cosmological Acceleration, *Phys. Rev.*, 2003, vol. D68, p. 063510
- Vollick D. N., On the viability of the Palatini form of 1/R gravity, *Class. Quant. Grav.*, 2004, vol. 21, p. 3813
- Waga I., Decaying vacuum flat cosmological models: Expressions for some observable quantities and their properties, *Astrophys. J.*, 1993, vol. 414, p. 436

- Wagoner R. V., Fowler W. A., Hoyle F., On the Synthesis of Elements at Very High Temperatures, *ApJ*, 1967, vol. 148, p. 3
- Walker A. G., Completely Symmetric Spaces., *J. Lond. Math. Soc.*, 1944, vol. 19, p. 219
- Wang B., Gong Y.-g., Abdalla E., Transition of the dark energy equation of state in an interacting holographic dark energy model, *Phys. Lett.*, 2005, vol. B624, p. 141
- Wang B., Lin C., Pavón D., Abdalla E., Thermodynamical description of the interaction between holographic dark energy and dark matter, *Physics Letters B*, 2008, vol. 662, p. 1
- Wang B., Lin C.-Y., Abdalla E., Constraints on the interacting holographic dark energy model, *Phys. Lett.*, 2006, vol. B637, p. 357
- Wang B., Zang J., Lin C.-Y., Abdalla E., Micheletti S., Interacting Dark Energy and Dark Matter: observational Constraints from Cosmological Parameters, *Nucl. Phys.*, 2007, vol. B778, p. 69
- Wang L.-M., Caldwell R. R., Ostriker J. P., Steinhardt P. J., Cosmic Concordance and Quintessence, *Astrophys. J.*, 2000, vol. 530, p. 17
- Wang P., Meng X.-H., Can vacuum decay in our universe?, *Class. Quant. Grav.*, 2005, vol. 22, p. 283
- Weinberg S., *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*, 1972
- Weinberg S., The cosmological constant problem, *Rev. Mod. Phys.*, 1989, vol. 61, p. 1
- Weinberg S., *Cosmology*. Oxford University Press, 2008
- Yoshii Y., Tsujimoto T., Kawara K., Age Dating of a High-Redshift QSO B1422+231 at $Z = 3.62$ and Its Cosmological Implications, *ApJ*, 1998, vol. 507, p. L113
- Zel'dovich Y. B., The Cosmological constant and the theory of elementary particles, *Sov. Phys. Usp.*, 1968, vol. 11, p. 381

- Zeldovich Y. B., Particle production in cosmology, *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, 1970, vol. 12, p. 443
- Zimdahl W., Reacting fluids in the expanding universe: a new mechanism for entropy production, *MNRAS*, 1997, vol. 288, p. 665
- Zimdahl W., Pavón D., Cosmology with adiabatic matter creation, *Physics Letters A*, 1993, vol. 176, p. 57
- Zimdahl W., Pavón D., Fluid cosmology with decay and production of particles, *General Relativity and Gravitation*, 1994, vol. 26, p. 1259
- Zimdahl W., Pavon D., Reheating and Adiabatic Particle Production, *MNRAS*, 1994, vol. 266, p. 872
- Zimdahl W., Pavon D., Scaling Cosmology, *Gen. Rel. Grav.*, 2003, vol. 35, p. 413
- Zimdahl W., Pavón D., Chimento L. P., Interacting quintessence, *Physics Letters B*, 2001, vol. 521, p. 133
- Zlatev I., Wang L.-M., Steinhardt P. J., Quintessence, Cosmic Coincidence, and the Cosmological Constant, *Phys. Rev. Lett.*, 1999, vol. 82, p. 896

Apêndice

Ajustes de χ^2 e Inferência Bayesiana

O objetivo da Cosmologia Observacional é utilizar métodos estatísticos para determinar quais modelos cosmológicos são adequados para os dados observacionais. Através dos Testes Cosmológicos já citados, procura-se ajustar os parâmetros livres de um determinado modelo às observações. Um procedimento de ajuste deve fornecer: (i) parâmetros, (ii) estimativas de erros nos parâmetros, e (iii) uma medida estatística da qualidade do ajuste. Quando o terceiro item sugere que é improvável que o modelo se ajuste aos dados, os itens (i) e (ii) provavelmente tornam-se inúteis. Na presente Tese, o principal método estatístico utilizado foi o de ajuste de χ^2 . Vamos discutir as principais suposições que estão por trás deste método.

Suponha que estamos ajustando N pontos de dados (x_i, y_i) $i = 1, \dots, N$, a um modelo que possui M parâmetros ajustáveis a_j , $j = 1, \dots, M$. O modelo prevê uma relação funcional entre as variáveis dependente e independente medidas,

$$y(x) = y(x; a_1 \dots a_M) \tag{A.1}$$

onde a dependência nos parâmetros é indicada explicitamente no lado direito. A questão de encontrar o conjunto de parâmetros a_i que melhor ajusta o modelo $y(x)$ ao conjunto de dados (x_i, y_i) leva ao assunto de estimadores de máxima verossimilhança.

Suponha que cada dado y_i possui um erro de medida que é independentemente aleatório e distribuído normalmente (segue uma gaussiana) em torno do modelo “real” $y(x)$ e que cada ponto possui um desvio padrão σ_i . Então, a probabilidade do conjunto de dados é o produto das probabilidades de cada ponto,

$$P \propto \prod_{i=1}^N \left\{ \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_i} \right)^2 \right] \Delta y \right\} \tag{A.2}$$

onde Δy foi incluído para indicar uma pequena variação em torno dos valores possíveis e contínuos y_i . Maximizar (A.2) é equivalente a maximizar seu logaritmo, ou minimizar seu logaritmo negativo, que é

$$\left[\sum_{i=1}^N \frac{[y_i - y(x_i)]^2}{2\sigma_i^2} \right] - N \log \Delta y \quad (\text{A.3})$$

Como N e Δy são constantes, minimizar essa equação é equivalente a minimizar:

$$\chi^2 \equiv \sum_{i=1}^N \frac{[y_i - y(x_i; a_1 \dots a_M)]^2}{\sigma_i^2} \quad (\text{A.4})$$

Note que $\chi^2 = -2\ln(A\mathcal{L})$, onde A é uma constante qualquer e \mathcal{L} é a verossimilhança, dada por (A.2). Portanto, basta minimizar a quantidade (A.4) para se encontrar os melhores ajustes dos parâmetros, \bar{a}_i . Uma regra geral, para verificar a qualidade do ajuste, é que o valor mínimo do χ^2 para um ajuste moderadamente bom deve ser $\chi^2 \sim \nu$, onde $\nu = N - M$ é o número de graus de liberdade. Mais precisa é a afirmação de que a estatística de χ^2 possui média ν e desvio padrão $\sqrt{2\nu}$, e, assintoticamente para altos ν , torna-se normalmente distribuída.

O método utilizado para minimizar o χ^2 geralmente é o método de busca na grade dos parâmetros, onde se considera um intervalo razoável para os parâmetros, no qual se espera que o mínimo deva estar, e dentro dos limites físicos dos parâmetros. Esse método é preferível sobre métodos de minimização como os de Levenberg-Marquardt (Press et al. (1992)), dado que o mínimo global pode não pertencer ao intervalo físico dos parâmetros e a grade de χ^2 gerada pode ser usada na estimativa dos erros dos parâmetros.

Para estimar os erros dos parâmetros do modelo ajustado, uma boa aproximação é o uso de níveis de χ^2 como limites de confiança. Pode-se mostrar que as curvas de nível de χ^2 no espaço de parâmetros correspondem a níveis de probabilidade, ou níveis de confiança e, para uma função $y(x; a_i)$ linear nos parâmetros a_i , eles correspondem a elipses (Press et al. (1992)). Assim, cada nível $\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_{min}^2$ corresponde a uma probabilidade de os parâmetros estarem dentro da região delimitada pelo nível. Pode-se mostrar, também para uma função linear nos parâmetros, que essa probabilidade p depende do número de graus de liberdade ν conforme mostrado na tabela A.1 (Press et al. (1992)).

É importante frisar que, neste caso em que nossa intenção é plotar os níveis de confiança de uma determinada quantidade de parâmetros livres, enquanto fixamos outros parâmetros

Tabela A.1 - $\Delta\chi^2$ como função do nível de confiança e graus de liberdade

p	ν					
	1	2	3	4	5	6
68,3%	1,00	2,30	3,53	4,72	5,89	7,04
90%	2,71	4,61	6,25	7,78	9,24	10,6
95,4%	4,00	6,17	8,02	9,70	11,3	12,8
99%	6,63	9,21	11,3	13,3	15,1	16,8
99,73%	9,00	11,8	14,2	16,3	18,2	20,1
99,99%	15,1	18,4	21,1	23,5	25,7	27,8

e os dados, o número de graus de liberdade ν é dado pelo número de parâmetros cujos níveis de confiança queremos plotar.

Outro conceito interessante, que advém da inferência estatística bayesiana, é o da marginalização (ver, por exemplo, Gregory (2005)). Digamos que temos em mãos a densidade de probabilidade de dois parâmetros a_1 e a_2 (que poderiam ser Ω_{m0} e $\Omega_{\Lambda0}$, por exemplo), dados um conjunto de dados D (que poderiam ser magnitudes de SNs Ia, distâncias de diâmetro angular etc.), $p(a_1, a_2|D)$. Mas, por algum motivo, não estamos interessados em um dos parâmetros, como a_2 , por exemplo (no modelo Λ CDM plano, é comum estarmos interessados em Ω_{m0} e não em H_0 , por exemplo). Nesse caso, a estatística bayesiana fornece o ferramental necessário para lidar com essa questão. Nela, é possível somar sobre todos valores possíveis de a_2 , fornecendo a densidade de probabilidade de a_1 , somente. No caso de variáveis contínuas, ela é dada por:

$$p(a_1|D) = \int p(a_1, a_2|D) da_2 \quad (\text{A.5})$$

Esse resultado é facilmente estendido para três variáveis ou mais.

Modelos com Criação de Matéria

Na cosmologia relativística, a presença de pressão negativa é o ingrediente chave para acelerar a expansão. Em particular, isso significa que modelos cosmológicos dominados por um fluido sem pressão como a componente de matéria escura, expandem sempre desaceleradamente. Contudo, como primeiramente discutido por Prigogine et al. (1989) e esclarecido por Lima et al. (2007) e Calvao et al. (1992), através de uma formulação manifestamente covariante, o processo de criação de matéria às expensas do campo gravitacional também é descrito macroscopicamente por uma pressão negativa.

Nesse contexto, propusemos um novo cenário cosmológico plano onde a aceleração cósmica é alimentada unicamente pela criação de partículas de matéria escura fria. O modelo pode ser visto como uma alternativa razoável à cosmologia de concordância cósmica porque possui apenas um parâmetro livre e a equação de movimento é exatamente a mesma do modelo Λ CDM. Como veremos, no caso de um Universo espacialmente plano ($\Omega_{cdm} + \Omega_{bar} = 1$), o parâmetro de densidade efetivamente observado é $\Omega_{meff} = 1 - \alpha$, onde α é o parâmetro que define a taxa de criação. O teste de SNs requer $\alpha \sim \mathbf{0,71}$ de modo que $\Omega_{meff} \sim \mathbf{0,29}$, de acordo com a estrutura em grande escala e observações complementares.

B.1 Dinâmica Cósmica com Criação de Partículas de CDM

Iniciamos com o elemento de linha homogêneo e isotrópico de FRW

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left(\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right). \quad (\text{B.1})$$

Neste *background*, as equações cosmológicas para a mistura de radiação, bárions e matéria escura fria (com criação de CDM), e as leis de conservação de energia para cada

componente tomam a seguinte forma (Zimdahl e Pavón (1993); Zimdahl e Pavon (1994); Zimdahl e Pavón (1994); Gariel e Le Denmat (1995); Lima e Germano (1992); Lima et al. (2008)):

$$8\pi G(\rho_{rad} + \rho_{bar} + \rho_{dm}) = 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3\frac{k}{a^2}, \quad (\text{B.2})$$

$$8\pi G(p_{rad} + p_c) = -2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2}, \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\dot{\rho}_{rad}}{\rho_{rad}} + 4\frac{\dot{a}}{a} = 0, \quad \frac{\dot{\rho}_{bar}}{\rho_{bar}} + 3\frac{\dot{a}}{a} = 0, \quad (\text{B.4})$$

e

$$\frac{\dot{\rho}_{dm}}{\rho_{dm}} + 3\frac{\dot{a}}{a} = \Gamma. \quad (\text{B.5})$$

Nessas expressões, p_c denota a pressão de criação, e a quantidade Γ , com dimensão de $(tempo)^{-1}$ é a taxa de criação de matéria escura. Como poderia se esperar, a pressão de criação é definida em termos da taxa de criação e outras quantidades físicas. No caso de criação “adiabática” de matéria escura, ela é dada por (Prigogine et al. (1989); Lima et al. (2007); Calvao et al. (1992); Lima e Germano (1992); Zimdahl e Pavón (1993); Zimdahl e Pavon (1994); Zimdahl e Pavón (1994); Lima et al. (1996); Lima e Alcaniz (1999); Alcaniz e Lima (1999a); Zimdahl et al. (2001); de Campos e Souza (2004); Qiang et al. (2007); Silva et al. (2002); Lima et al. (2008)):

$$p_c = -\frac{\rho_{dm}\Gamma}{3H}, \quad (\text{B.6})$$

onde $H = \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble. As expressões acima mostram como a taxa de criação de matéria, Γ , modifica a evolução do fator de escala e a densidade de matéria escura fria em comparação com o caso sem criação. Tomando $\Gamma = 0$, o conjunto de equações acima reduz-se às equações diferenciais governando a evolução de radiação mais uma mistura de fluido sem pressão (bárions + CDM), conforme dado pela antiga cosmologia de Einstein-de Sitter.

B.2 Cosmologia com Criação de Matéria Escura Fria

Uma cosmologia com criação de matéria escura fria depende, portanto, da escolha da taxa de criação de matéria, a qual é um tanto arbitrária, devido à falta de uma teoria microscópica. Devido ao fato de Γ se tratar de uma taxa, inicialmente foi proposto que Γ

fosse proporcional à taxa de expansão do Universo, $\Gamma \propto H$. Ainda que esse modelo tenha sido bem sucedido em explicar a aceleração recente indicada por supernovas (Lima et al. (2008)), foi descoberta uma tensão entre a análise de altos *redshifts*, usando o z_{eq} , que corresponde à época de equipartição entre matéria e radiação e é fornecido por dados da RCF e os dados de baixos *redshifts*, fornecidos por SNs Ia (Steigman et al. (2009)).

Por outro lado, uma dificuldade essencial com esse modelo veio do fato de que, no caso plano, temos $\Omega_{cdm} + \Omega_b = 1$, o que contrasta com o fato de que dados de aglomerados indicam $\Omega_{cdm} + \Omega_b \sim 0.3$ (Allen et al. (2003); Lima et al. (2003); Rapetti et al. (2008); Vikhlinin et al. (2009)).

Para contornar essas dificuldades, propusemos a seguinte taxa de criação (Lima et al. (2009)):

$$\Gamma = 3\alpha \left(\frac{\rho_{c0}}{\rho_{dm}} \right) H, \quad (\text{B.7})$$

onde α é um parâmetro constante e ρ_{c0} é o valor atual da densidade crítica.

Inserindo a expressão acima na conservação de energia para a matéria escura, conforme dado por (B.5), obtemos

$$\dot{\rho}_{dm} + 3H\rho_{dm} = \Gamma\rho_{dm} \equiv 3\alpha\rho_{c0}H, \quad (\text{B.8})$$

que pode ser integrada para fornecer uma solução para ρ_{dm}

$$\rho_{dm} = (\rho_{dm0} - \alpha\rho_{c0}) \left(\frac{a_0}{a} \right)^3 + \alpha\rho_{c0} \quad (\text{B.9})$$

ou ainda, em termos do *redshift*, $1 + z = a_0/a$,

$$\rho_{dm} = (\rho_{dm0} - \alpha\rho_{c0})(1 + z)^3 + \alpha\rho_{c0}. \quad (\text{B.10})$$

Como as soluções das leis de conservação de energia para a radiação e bárions são as padrões, isto é, $\rho_{rad} = \rho_{rad0}(1 + z)^4$, $\rho_b = \rho_{b0}(1 + z)^3$, inserindo essas expressões na equação de Friedmann (B.2), chegamos a (desprezando a radiação):

$$\left(\frac{H}{H_0} \right)^2 = (\Omega_{m0} - \alpha)(1 + z)^3 + \alpha + (1 - \Omega_{m0})(1 + z)^2, \quad (\text{B.11})$$

onde definimos

$$\Omega_m \equiv \Omega_{dm} + \Omega_b, \quad (\text{B.12})$$

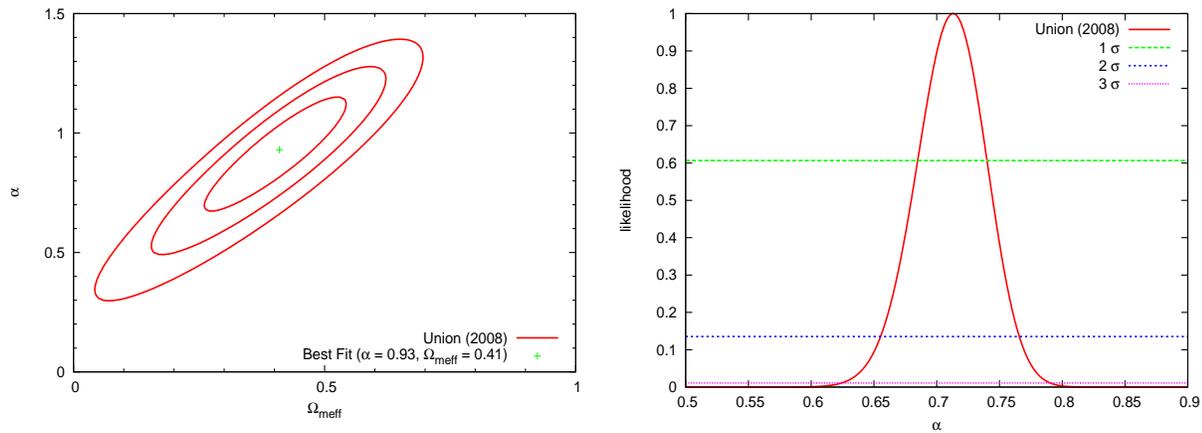


Figura B.1: **a)** Plano $\alpha - \Omega_{meff}$ predito pelo modelo CCDM baseado em dados de 307 supernovas (Union) de Kowalski et al. (2008). Assim como no modelo Λ CDM, esses dados também favorecem um Universo de curvatura positiva com criação de partículas de matéria escura fria ($\Omega_{m0} = 1.34_{-0.68}^{+0.54}(2\sigma)$). **b)** A verossimilhança para α no cenário CCDM plano.

e usamos a condição de normalização para fixar $\Omega_k = 1 - \Omega_m$. A similaridade da expressão acima com a equivalente para o modelo Λ CDM é estonteante, porque ela foi obtida considerando-se apenas uma componente escura. De fato, o parâmetro de Hubble para o modelo Λ CDM lê-se:

$$\left(\frac{H_{\Lambda CDM}}{H_0}\right)^2 = \Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_{\Lambda 0} + (1 - \Omega_{m0} - \Omega_{\Lambda 0})(1+z)^2 \quad (B.13)$$

Podemos ver que os modelos possuem a mesma forma do parâmetro de Hubble $H(z)$, com α fazendo o papel dinâmico de $\Omega_{\Lambda 0}$ e Ω_{m0} sendo substituído por $\Omega_{m0} - \alpha$. Tal equivalência torna-se mais clara se definirmos um parâmetro de densidade ‘efetivo’, como $\Omega_{meff} \equiv \Omega_{m0} - \alpha$ e inserindo o resultado na expressão (B.11) para o modelo CCDM (Creation of Cold Dark Matter).

Porém, ainda que equivalentes no *background*, tais modelos podem distinguir-se no que diz respeito à evolução das perturbações de densidade, uma vez que eles possuem mecanismos bem diferentes.

Se impusermos planura espacial, como predito pela inflação e sugerido por dados da RCF, temos $\Omega_m = 1$, e a Eq. (B.11) reduz-se a:

$$\left(\frac{H}{H_0}\right)^2 = (1 - \alpha)(1+z)^3 + \alpha, \quad (B.14)$$

com α sendo o único parâmetro livre, além de H_0 , exatamente como no modelo Λ CDM padrão. Note que, agora, $\Omega_{meff} = 1 - \alpha$.

B.3 Limites de Supernovas

Em Lima et al. (2009), discutimos os vínculos de SNs Ia neste modelo, tanto no caso com curvatura espacial, quanto no caso plano. Para tal, utilizamos os dados da amostra do Union (Kowalski et al. (2008)), que conta com 307 SNs. Usando uma estatística de χ^2 e marginalizando estatisticamente sobre H_0 encontramos, na análise conjunta, $\alpha = 0,93_{-0,26}^{+0,22+0,35+0,46}$ e $\Omega_{m0} = 1,34_{-0,40-0,68-0,98}^{+0,34+0,54+0,72}$ a 68%, 95% e 99% de nível de confiança, respectivamente, com $\chi_{min}^2 = 310,23$ e $\nu = 305$ graus de liberdade. O χ^2 reduzido foi $\chi_r^2 = 1,017$, onde $\chi_r^2 = \chi_{min}^2/\nu$, mostrando que o modelo fornece um ajuste muito bom aos dados de SNs e que um Universo fechado dominado apenas por matéria escura e bárions é favorecido nesse modelo.

Na figura B.1a, mostramos o espaço de parâmetros $\Omega_{eff} - \alpha$. Note que o melhor ajuste para o parâmetro de densidade de matéria efetivo é $\Omega_{eff} = \Omega_{m0} - \alpha = 0,41_{-0,15-0,26-0,37}^{+0,13+0,21+0,29}$.

No caso plano, o único parâmetro livre é α , e, como se esperaria, o modelo também fornece um bom ajuste para os dados de SNs Ia. Na figura B.1b, mostramos a função de verossimilhança para α , dada por $\mathcal{L} \propto e^{-\chi^2/2}$. Nessa análise, encontramos $\alpha = 0,713_{-0,028-0,058-0,089}^{+0,027+0,052+0,077}$, para $\chi_{min}^2 = 311,94$ e $\chi_r^2 = 1,019$, para 306 graus de liberdade. Trata-se, também, de um bom ajuste, mostrando que podemos ajustar os dados de SNs Ia com apenas matéria sem pressão e criação de matéria.

A equivalência completa entre CCDM e Λ CDM é óbvia (pelo mesmo em nível das equações de *background*). Uma simples comparação qualitativa entre ambos os métodos é sumarizada na tabela B.1.

Tabela B.1 - Λ CDM vs. CCDM

Λ CDM	CCDM
Ω_Λ	α
Ω_m	$\Omega_{eff} \equiv \Omega_m - \alpha$
Vácuo quântico	Criação de CDM
Aceleração ($z_t \approx 0,71$, $k = 0$)	aceleração ($z_t \approx 0,71$, $k = 0$)

Por outro lado, como o mecanismo de criação aqui é classicamente descrito por um processo irreversível (Prigogine et al. (1989); Lima et al. (2007); Calvao et al. (1992)),

o problema básico com essa nova cosmologia é relacionado à ausência de um método consistente baseado na teoria quântica dos espaços-tempos curvos. Contudo, o pensamento sobre o problema da constante cosmológica nos últimos 30 anos sugere que as possíveis dificuldades na busca para um método quântico mais rigoroso para a criação de matéria no universo em expansão sejam menores que do PCC. De fato, as ferramentas básicas já foram discutidas há bastante tempo (Parker (1968, 1969); Fulling et al. (1974); Birrell e Davies (1982); Grib et al. (1994)) e, como tal, o problema agora se reduz a levar em conta propriamente a taxa de produção de entropia presente no mecanismo de criação e sua associada pressão de criação.

Como forma de distinguir observacionalmente entre os modelos CCDM e Λ CDM, acreditamos que testes envolvendo as equações perturbadas podem fazê-lo, como, por exemplo, o espectro de potência da matéria.