

# Exemplo Prova 4 - Parte 2

Jorge L. Bazán e Naiara C. Santos

28/07/2021

## Questão 1

Questão 1

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

🚩 Marcar questão

⚙ Editar questão

Uma máquina está produzindo peças de metal com formato cilíndrico. Uma amostra é retirada e seus diâmetros (em centímetros) são:

0.4, 0.01, 0.63, 0.03, 0.63, 0.76, 0.64, 0.27, 0.39, 0.66, 1.79, 0.73, 0.86, 0.92, 1.94

Determine um intervalo de confiança de 92% para o diâmetro médio das peças dessa máquina, assumindo uma distribuição aproximadamente Normal.

(Na resposta dos itens, considere duas casas decimais)

Escolha uma opção:

- a. IC92% = [0.45; 0.97].
- b. IC92% = [0.6; 0.82].
- c. IC92% = [0.5; 0.92].
- d. IC92% = [0.57; 0.85].
- e. IC92% = [0.47; 0.96].

✓ True.

## Solução

```
X = c(0.4, 0.01, 0.63, 0.03, 0.63, 0.76, 0.64, 0.27,  
      0.39, 0.66, 1.79, 0.73, 0.86, 0.92, 1.94)
```

```
n = length(X)
```

```
xbarra = mean(X)
```

```
s = sd(X)
```

```
delta = 0.92
```

```
alfa = 1 - delta
```

```
# Estatística
```

```
t = qt(1 - alfa/2, n - 1)
```

```
# Intervalo
```

```
L = xbarra - t*s/sqrt(n)
```

```
U = xbarra + t*s/sqrt(n)
```

```
# obs: a funcao round determina o numero de casas decimais
```

```
IC = round(c(L, U), 2)
```

```
IC
```

```
## [1] 0.45 0.97
```

```
# ALTERNATIVA a
```

## Questão 2

Questão 2

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Marcar questão

Editar questão

Pretende-se estimar a proporção de famílias na cidade de São Paulo, Brasil, que assinam a Netflix. Estudos anteriores indicam que esta proporção não ultrapassa 60%. Qual é o tamanho da amostra de famílias necessário na pesquisa se desejarmos estar 90% confiantes de que o erro de estimação desta proporção seja no máximo igual a 6% ?

(Na resposta dos itens, considere uma casa decimal)

Escolha uma opção:

- a.  $n = 109.7$
- b.  $n = 187.9$
- c.  $n = 180.4$
- d.  $n = 109.5$
- e.  $n = 43.3$

✓ True.

## Solução

```
p = 0.60
```

```
delta = 0.90
```

```
alfa = 1 - delta
```

```
z = qnorm(1 - alfa/2)
```

```
erro = 0.06
```

```
# Tamanho amostra
```

```
n = round((z^2)*p*(1-p) / (erro^2), 1)
```

```
n
```

```
## [1] 180.4
```

```
# ALTERNATIVA c
```

## Questão 3

Questão 3

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Marcar questão

Editar questão

Uma amostra aleatória de 95 registros de mortes numa cidade durante o ano passado mostrou uma expectativa de vida de 71.8 anos. Assumindo um desvio padrão de 8.1 anos, isso parece indicar que a média da expectativa de vida hoje é maior do que 70 anos? Use um nível de significância de 2% para testar as hipóteses correspondentes, e escolha a alternativa com a Estatística do teste (ET) e a Região crítica (RC) corretas.

(Na resposta dos itens, considere três casas decimais)

Escolha uma opção:

- a. ET = 2.166 e RC = { ET > 2.054 }
- b. ET = 6.164 e RC = { ET < 2.083 }
- c. ET = 2.166 e RC = { ET < 2.326 }
- d. ET = 6.164 e RC = { ET > 2.326 }
- e. ET = 6.164 e RC = { ET < 2.054 }

✓ True.



## Solução

Queremos testar as seguintes hipóteses

$$H_0 : \mu = 70 \quad vs \quad H_1 : \mu > 80$$

Isto é, queremos realizar um teste de hipóteses para média de uma população com variância conhecida. Isso corresponde ao caso 1 da tabela de fórmulas (Anexo A) para hipóteses de uma media unilateral, em que  $H_1$  é maior que um valor. Assim, temos que

```
n = 95

xbarra = 71.8

sigma = 8.1

mu = 70

# ESTATISTICA (sigma conhecido)
ET = round((xbarra - mu) / (sigma/sqrt(n)), 3)

# REGIAO CRITICA (Teste unilateral)
alfa = 0.02

RC = round(qnorm(1 - alfa), 3)

ET; RC

## [1] 2.166
## [1] 2.054
```

## # ALTERNATIVA a

Dessa forma, a alternativa correta é a alternativa **a**. Com isso, temos que  $RC = \{ET > 2.054\}$ . Logo  $ET$  pertence a região crítica. Portanto rejeitamos  $H_0$ .

## Questão 4

Questão 4

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Marcar questão

Editar questão

Para descobrir se um novo medicamento vai interromper a Leucemia, 30 ratos com estágio avançado da doença são selecionados. Quinze deles recebem o tratamento e os outros 15 não. O tempo de sobrevivência, em anos, a partir do momento em que o experimento foi iniciado, é o seguinte:

**Com tratamento:** 3, 4.1, 4.7, 5, 4.5, 3.6, 2.1, 4.4, 3, 4.2, 3.8, 1.9, 3.7, 1.2, 2.1

**Sem tratamento:** 1, 1.5, 2.4, 0.9, 2.5, 0.7, 1.2, 1.6, 2.3, 3, 2.7, 2, 0.8, 0.7, 2.8

Assumindo que as duas distribuições são normais com variâncias iguais. Pode-se dizer que o medicamento é eficaz? Considere um nível de significância de 5% para testar as hipóteses correspondentes, e escolha a alternativa com a Estatística do teste (ET) e a Região crítica (RC) corretas.

(Na resposta dos itens, considere três casas decimais)

Escolha uma opção:

- a.  $ET = 4.616$  e  $RC = \{ET < 1.96\}$
- b.  $ET = 4.572$  e  $RC = \{ET < 2.048\}$
- c.  $ET = 4.616$  e  $RC = \{ET > 2.048\}$
- d.  $ET = 4.572$  e  $RC = \{ET > 1.701\}$
- e.  $ET = 4.616$  e  $RC = \{ET < 1.701\}$

✓ True.



## Solução

Queremos testar as seguintes hipóteses

$$H_0 : \mu_{Ct} = \mu_{St} \quad vs \quad H_1 : \mu_{Ct} > \mu_{St}$$

Isto é, queremos realizar um teste de hipóteses para média de duas populações com variâncias desconhecidas e iguais. Isso corresponde ao caso 2 da tabela de fórmulas (Anexo B) para hipóteses de comparação de duas médias, com  $H_1$  sendo a primeira média maior que a segunda. Assim, temos que

```
Ct = c(3, 4.1, 4.7, 5, 4.5, 3.6, 2.1, 4.4, 3,  
      4.2, 3.8, 1.9, 3.7, 1.2, 2.1)
```

```
St = c(1, 1.5, 2.4, 0.9, 2.5, 0.7, 1.2, 1.6,  
      2.3, 3, 2.7, 2, 0.8, 0.7, 2.8)
```

```
n1 = length(Ct)
```

```
n2 = length(St)
```

```
xbarra1 = mean(Ct)
```

```
xbarra2 = mean(St)
```

```

s1 = sd(Ct)
s2 = sd(St)

sp2 = ((n1-1)*s1^2 + (n2-1)*s2^2) / (n1 + n2 - 2)

# ESTATISTICA (Variancias desconhecidas e iguais)
ET = (xbarra1 - xbarra2) / sqrt(sp2*(1/n1 + 1/n2))
ET = round(ET, 3)

# Teste unilateral
alfa = 0.05

RC = qt(1 - alfa, n1 + n2 - 2)
RC = round(RC, 3)

ET; RC

```

```
## [1] 4.572
```

```
## [1] 1.701
```

```
# ALTERNATIVA d
```

Dessa forma, a alternativa correta é a alternativa **d**. Com isso, temos que  $RC = \{ET > 1.701\}$ . Logo  $ET$  pertence a região crítica. Portanto rejeitamos  $H_0$ .

## Questão 5

### Questão 5

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Marcar questão

Editar questão

Um estudo foi conduzido para determinar se há diferença nas notas dos alunos na disciplina de matemática em duas turmas diferentes do terceiro ano do ensino médio. Os dados a seguir fornecem as notas dos alunos nas duas turmas distintas.

**Turma A:** 5.7, 7.1, 8.2, 8.6, 7.4, 9.7, 6.9, 9.1, 5, 6.3, 9.3, 8.9, 8.8, 9.6, 9.5

**Turma B:** 5.7, 7.3, 7, 5.6, 6, 5.5, 4.3, 6.5, 5.7, 6.9, 4.7, 6.5

Assuma que as observações vem de duas populações normais com variâncias diferentes. Pode-se concluir que as médias das notas são iguais nas duas turmas? Considere um nível de significância de 1% para testar as hipóteses correspondentes, e escolha a alternativa com a Estatística do teste (ET) e a Região crítica (RC) corretas.

(Na resposta dos itens, considere três casas decimais)

Escolha uma opção:

- a.  $ET = 4.831$  e  $RC = \{ |ET| < 2.576 \}$
- b.  $ET = 4.314$  e  $RC = \{ |ET| > 2.787 \}$
- c.  $ET = 4.831$  e  $RC = \{ |ET| > 2.485 \}$
- d.  $ET = 4.314$  e  $RC = \{ |ET| < 2.485 \}$
- e.  $ET = 4.831$  e  $RC = \{ |ET| < 2.787 \}$

✓ True.



## Solução

Queremos testar as seguintes hipóteses

$$H_0 : \mu_A = \mu_B \quad vs \quad H_1 : \mu_A \neq \mu_B$$

Isto é, queremos realizar um teste de hipóteses para média de duas populações com variâncias desconhecidas e diferentes. Isso corresponde ao caso 3 da tabela de fórmulas (Anexo B) para hipóteses de comparação de duas médias, com  $H_1$  sendo a diferença entre as médias. Assim, temos que

```
Ta = c(5.7, 7.1, 8.2, 8.6, 7.4, 9.7, 6.9, 9.1,
       5, 6.3, 9.3, 8.9, 8.8, 9.6, 9.5)

Tb = c(5.7, 7.3, 7, 5.6, 6, 5.5, 4.3, 6.5, 5.7, 6.9, 4.7, 6.5)

n1 = length(Ta)
n2 = length(Tb)

xbarra1 = mean(Ta)
xbarra2 = mean(Tb)

s1 = sd(Ta)
s2 = sd(Tb)

# ESTATISTICA (Variâncias desconhecidas e diferentes)
ET = round((xbarra1 - xbarra2) / sqrt((s1^2/n1) + (s2^2/n2)), 3)

# Teste Bilateral
alfa = 0.01

v = round(((s1^2/n1) + (s2^2/n2))^2 / (((s1^2/n1)^2 / (n1+1)) +
                                       ((s2^2/n2)^2 / (n2+1)))) - 2, 0)
RC = round(qt(1 - alfa/2, v), 3)

ET; RC

## [1] 4.314
## [1] 2.787
# ALTERNATIVA b
```

Dessa forma, a alternativa correta é a alternativa **b**. Com isso, temos que  $RC = \{|ET| > 2.787\}$ . Logo  $ET$  pertence a região crítica. Portanto rejeitamos  $H_0$ .

# ANEXO A

## 1. Para apenas um parâmetro

$H_0 : \mu = \mu_0$			
$H_1$	Caso	Estatística de teste	Rejeitar $H_0$ se:
$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	1. $\sigma$ é conhecida e <u>X tem distribuição normal</u>	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$	$Z > z_{1-\alpha}$ $Z < z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ $ Z  > z_{1-\alpha/2}$
$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	2. $\sigma$ é desconhecida e X tem <u>distribuição normal</u>	$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$ la t tem $n - 1$ g.l.	$T > t_{1-\alpha}$ $T < t_\alpha = -t_{1-\alpha}$ $ T  > t_{1-\alpha/2}$
$\mu > \mu_0$ $\mu < \mu_0$ $\mu \neq \mu_0$	3. $\sigma$ é desconhecida e o tamanho de amostra <u>n é suficientemente grande</u>	$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}}$	$Z > z_{1-\alpha}$ $Z < z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ $ Z  > z_{1-\alpha/2}$
$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$			
$H_1$	Caso	Estatística de teste	Rejeitar $H_0$ se:
$\sigma^2 > \sigma_0^2$ $\sigma^2 < \sigma_0^2$ $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$	X tem <u>distribuição normal</u>	$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}$ la $\chi^2$ tem $n - 1$ g.l.	$\chi^2 > \chi_{1-\alpha}^2$ $\chi^2 < \chi_\alpha^2$ $\chi^2 < \chi_{\alpha/2}^2$ o $\chi^2 > \chi_{1-\alpha/2}^2$
$H_0 : p = p_0$			
$H_1$	Caso	Estatística de teste	Rejeitar $H_0$ se:
$p > p_0$ $p < p_0$ $p \neq p_0$	O tamanho de amostra <u>n é suficientemente grande</u>	$Z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}}$	$Z > z_{1-\alpha}$ $Z < z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ $ Z  > z_{1-\alpha/2}$

# ANEXO B

## Testes de Hipótese frequentes

### 2. Sobre os parâmetros

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$			
$H_1$	Caso	Estatística de teste	Rejeitar $H_0$ se:
$\mu_1 - \mu_2 > 0$ $\mu_1 - \mu_2 < 0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$	1. $\sigma_1$ e $\sigma_2$ são conhecidas, as amostras são independentes e cada uma das populações tem distribuição normal ou os tamanhos de amostra $n_i$ são suficientemente grandes	$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$	$Z > z_{1-\alpha}$ $Z < z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ $ Z  > z_{1-\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 > 0$ $\mu_1 - \mu_2 < 0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$	2. $\sigma_1$ e $\sigma_2$ são desconhecidas porém iguais, as amostras são independentes e as populações têm distribuição normal	$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{S_p^2 \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$ Con $S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$ e a t é com $n_1 + n_2 - 2$ g.l.	$T > t_{1-\alpha}$ $T < t_\alpha = -t_{1-\alpha}$ $ T  > t_{1-\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 > 0$ $\mu_1 - \mu_2 < 0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$	3. $\sigma_1$ e $\sigma_2$ são desconhecidas porém diferentes, as amostras são independentes e as populações têm distribuição normal	$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$ e a t é com $v$ g.l. con $v = \frac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1+1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2+1}} - 2$	$T > t_{1-\alpha}$ $T < t_\alpha = -t_{1-\alpha}$ $ T  > t_{1-\alpha/2}$
$\mu_1 - \mu_2 > 0$ $\mu_1 - \mu_2 < 0$ $\mu_1 - \mu_2 \neq 0$	4. $\sigma_1$ e $\sigma_2$ são desconhecidas, as amostras são independentes e têm tamanhos <u>suficientemente grandes</u>	$Z = \frac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$	$Z > z_{1-\alpha}$ $Z < z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ $ Z  > z_{1-\alpha/2}$