Física IV (IF 2023)
Aula 36

- Objetivos de aprendizagem

  - Obter o momento relativístico a partir da velocidade própria

  - Definir o quadrimomento ou quadrivetor momento-energia

  - Definir a energia de repouso

  - Definir a energia cinética

  - Obter a relação entre o momento e a energia de uma partícula, independentemente da velocidade.

  - Discernir entre os conceitos de invariância, contravariância, covariância, e conservação.

Momento relativístico a partir da velocidade própria

Momento linear de uma partícula de massa m: $\vec{p} = m\,\gamma(u)\,\vec{u} = m\,\vec{\eta}$

O momento seria a parte espacial de um quadrivetor:

$$p^{\mu} = m\,\eta^{\mu}$$

O “quadrimomento”

A componente temporal e a energia

A componente temporal do quadrimomento seria: $p^0 = m\,\eta^0 = m\,\gamma(u)\,c$

A energia total de uma partícula de massa m é: $E = m\,\gamma(u)\,c^2$

Portanto, a componente temporal do quadrimomento é a energia dividida por c:

$$p^0 = \frac{E}{c}$$

O quadrimomento é também chamado “quadrivetor momento-energia”.

Energia e massa de repouso

$$E = m\,\gamma(u)\,c^2$$

Repouso: $u = 0$

$$E = E_0 = m\,c^2$$

"Energia de repouso"

Energia e massa de repouso

$$E = m\,\gamma(u)\,c^2$$

Repouso: $u = 0$

$$E = E_0 = m\,c^2$$

"Energia de repouso"

Massa de repouso

m ou m_0

"Massa relativística" ? $M = \gamma(u)\,m_0 \Rightarrow E = Mc^2$

Energia cinética

- Diferença entre a energia e a energia de repouso

$$K = E - E_0 = m\,\gamma(u)\,c^2 - mc^2 = mc^2(\gamma - 1)$$

$$K = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - 1\right)$$

Expandindo em "série de Taylor": $f(x) = f(0) + f'(0)\,x + \frac{1}{2} f''(0)\,x^2 + \ldots$

Com: $x = \beta^2 = u^2/c^2$

$$K = \frac{1}{2} mc^2 \beta^2 + \frac{3}{8} mc^2 \beta^4 + \ldots \qquad K = \frac{1}{2} mc^2 \frac{u^2}{c^2} + \ldots = \frac{1}{2} m u^2 + \ldots$$

Norma do quadrimomento

Determine o valor do escalar $p^{\mu} p_{\mu}$

Norma do quadrimomento

Determine o valor do escalar $p^{\mu} p_{\mu}$

$$p^{\mu} p_{\mu} = m\,\eta^{\mu} m\,\eta_{\mu} = m^2 \eta^{\mu} \eta_{\mu} = -m^2 c^2$$

$$\frac{-E^2}{c^2} + p^2 = -m^2 c^2$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

Conservação da energia

Em um sistema fechado (*i.e.*, que não interage com o entorno) tanto o momento como a energia são conservados.

Conservação da energia

Em um sistema fechado (*i.e.*, que não interage com o entorno) tanto o momento como a energia são conservados.

Esclarecimentos:

A somatória das massas de repouso de um sistema pode não ser conservada em um processo físico.

Exemplos: decaimento radioativo, fusão, fissão, reações nucleares, colisões inelásticas, ...

As massas de repouso das partículas são invariantes por T.L.
A energia, não. A velocidade não é conservada nem invariante.

P.R.: As leis físicas devem ser expressas em forma de equações escalares, ou quadrivetores, ou quadritensores… de forma a serem “invariantes” pela T.L. (apresentam a mesma forma em qualquer referencial inercial). Ex.: $P^{\mu}_{\text{final}} = P^{\mu}_{\text{inicial}}$ (conservação de energia e momento)

Griffiths

Problema 12.2 Como uma ilustração do princípio da relatividade na mecânica clássica, considere a seguinte colisão genérica: no sistema inercial $\mathcal{S}$, a partícula A (massa m_A, velocidade $\mathbf{u}_A$) atinge a partícula B (massa m_B, velocidade $\mathbf{u}_B$). No curso da colisão, uma certa massa passa de A para B, e ficamos com partículas C (massa m_C, velocidade $\mathbf{u}_C$) e D (massa m_D, velocidade $\mathbf{u}_D$). Assuma que o momento ($\mathbf{p} \equiv m\mathbf{u}$) é conservado em $\mathcal{S}$.

(a) Prove que o momento também é conservado no sistema inercial $\bar{\mathcal{S}}$, que se move à velocidade $\mathbf{v}$ com relação a $\mathcal{S}$. [Use a regra de adição de velocidades de Galileu — este é um cálculo totalmente clássico. O que você deve assumir sobre a massa?]

(b) Suponha que a colisão é elástica em $\mathcal{S}$; mostre que também é elástica em $\bar{\mathcal{S}}$.

Problema 12.28

(a) Repita o Problema 12.2(a) usando a definição (incorreta) $\mathbf{p} = m\mathbf{u}$, mas com a regra de adição de velocidades de Einstein (correta). Observe que se o momento (assim definido) é conservado em $\mathcal{S}$, ele *não* é conservado em $\bar{\mathcal{S}}$. Assuma que todo movimento ocorre ao longo do eixo x.

(b) Agora faça o mesmo usando a definição correta, $\mathbf{p} = m\boldsymbol{\eta}$. Observe que se o momento (assim definido) for conservado em $\mathcal{S}$ será automaticamente conservado em $\bar{\mathcal{S}}$. [*Dica:* use a Equação 12.43 para transformar a velocidade própria.] O que você deve assumir sobre a energia relativística?

Problema 12.29 Se a energia cinética de uma partícula é n vezes sua energia de repouso, qual é sua velocidade?

Problema 12.30 Suponha que você tem um grupo de partículas, todas movendo-se na direção x, com energias $E_1, E_2, E_3,\ldots$ e momentos $p_1, p_2, p_3,\ldots$. Encontre a velocidade do referencial do **centro do momento**, no qual o momento total é nulo.