

MAP 2122 - PROVA 1 - 2023

1. (2.5 pontos) Considere a equação $x^2 = \sin(x)$.

1.a Verifique que existe uma única solução $\bar{x} \in [0.6, 1.0]$.

1.b Utilize o método de Newton-Raphson para obter uma aproximação de \bar{x} , com precisão $\epsilon = 10^{-2}$

2. (2.5 pontos) Considere os polinômios:

$$p_0(x) = 1; \quad p_1(x) = \frac{x}{2}; \quad p_2(x) = \frac{x^2}{2} - 1; \quad p_3(x) = \frac{5x^3 - 17x}{6}.$$

e os seguintes valores de uma função $f(x)$:

$$f(-2) = 0.21; \quad f(-1) = 1.25; \quad f(0) = 2.31; \quad f(1) = 2.70; \quad f(2) = 2.65$$

Obtenha os valores de a_0 ; a_1 ; a_2 e a_3 para os quais:

$$EQ(a_0, a_1, a_2, a_3) = \sum_{k=-2}^{k=2} [f(k) - (a_0p_0(k) + a_1p_1(k) + a_2p_2(k) + a_3p_3(k))]^2$$

assume seu valor mínimo.

3. (2.5 pontos) Considere os seguintes dados

k	0	1	2	3	4
x_k	-2	-1	0	1	2
y_k	0.21	1.25	2.31	2.70	2.65

3.a Obtenha o polinômio que interpola o conjunto de pontos definidos pelos pares $(x_i, y_i); i = 0, 1, 2, 3, 4$.

3.b Assumindo que $y = f(x)$, com

$$\max_{\xi \in [-2, 2]} \left| \frac{d^5 f}{dx^5}(\xi) \right| \leq 1$$

utilize o polinômio obtido para estimar $f(-1.5)$ e a precisão do valor obtido.

4. (2.5 pontos) Utilize o método de Gauss para obter a inversa da seguinte matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$