

MAP 2122 - PROVA 1 - 2023

1. (2.5 pontos) Considere a equação  $x^2 = \sin(x)$ .

1.a Verifique que existe uma única solução  $\bar{x} \in [0.6, 1.0]$ .

1.b Utilize o método de Newton-Raphson para obter uma aproximação de  $\bar{x}$ , com precisão  $\epsilon = 10^{-2}$

2. (2.5 pontos) Considere os polinômios:

$$p_0(x) = 1; \quad p_1(x) = \frac{x}{2}; \quad p_2(x) = \frac{x^2}{2} - 1; \quad p_3(x) = \frac{5x^3 - 17x}{6}.$$

e os seguintes valores de uma função  $f(x)$ :

$$f(-2) = 0.21; \quad f(-1) = 1.25; \quad f(0) = 2.31; \quad f(1) = 2.70; \quad f(2) = 2.65$$

Obtenha os valores de  $a_0$ ;  $a_1$ ;  $a_2$  e  $a_3$  para os quais:

$$EQ(a_0, a_1, a_2, a_3) = \sum_{k=-2}^{k=2} [f(k) - (a_0p_0(k) + a_1p_1(k) + a_2p_2(k) + a_3p_3(k))]^2$$

assume seu valor mínimo.

3. (2.5 pontos) Considere os seguintes dados

$k$	0	1	2	3	4
$x_k$	-2	-1	0	1	2
$y_k$	0.21	1.25	2.31	2.70	2.65

3.a Obtenha o polinômio que interpola o conjunto de pontos definidos pelos pares  $(x_i, y_i); i = 0, 1, 2, 3, 4$ .

3.b Assumindo que  $y = f(x)$ , com

$$\max_{\xi \in [-2, 2]} \left| \frac{d^5 f}{dx^5}(\xi) \right| \leq 1$$

utilize o polinômio obtido para estimar  $f(-1.5)$  e a precisão do valor obtido.

4. (2.5 pontos) Utilize o método de Gauss para obter a inversa da seguinte matriz:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$